Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Перевод на «язык равенств и неравенств»

Раздел электронного учебника для сопровождения лекции

Изд. 4-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2012

I. Формализация информации

В школьном курсе математики наиболее мощный аналитический аппарат разработан для обработки ***равенств*** и ***неравенств***. Поэтому особую актуальность имеют правила перевода высказывания на «язык равенств и неравенств» и обратно, на язык, основанный на других терминах.

Для того, чтобы перейти к презентации по формализации информации, наведите на эту надпись указатель мыши и нажмите на левую кнопку мышки.

II. Некоторые правила перевода

В школьном курсе математики наиболее мощный аналитический аппарат разработан для обработки ***равенств*** и ***неравенств***. Поэтому особую актуальность имеют правила перевода высказывания на «язык равенств и неравенств» и обратно, на язык, основанный на других терминах.

II.1. Высказывания о числах

— Множество рациональных чисел обозначается символом $\mathbb{Q}$.

II.1. Высказывания о числах

— Множество рациональных чисел обозначается символом $\mathbb{Q}$. Число x называется **рациональным** тогда и только тогда, когда оно представимо в виде $\frac{m}{n}$, где m — целое число, n — натуральное число (язык алгебраических выражений),

II.1. Высказывания о числах

— Множество рациональных чисел обозначается символом $\mathbb{Q}$. Число x называется **рациональным** тогда и только тогда, когда оно представимо в виде $\frac{m}{n}$, где m — целое число, n — натуральное число (язык алгебраических выражений), т.е.

$$x \in \mathbb{Q} \ \Leftrightarrow$$

II.1. Высказывания о числах

— Множество рациональных чисел обозначается символом $\mathbb{Q}$. Число x называется **рациональным** тогда и только тогда, когда оно представимо в виде $\frac{m}{n}$, где m — целое число, n — натуральное число (язык алгебраических выражений), т.е.

$$x \in \mathbb{Q} \ \Leftrightarrow \ \begin{cases} x = \dfrac{m}{n}, \\ m \in \mathbb{Z}, \\ n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

II.1. Высказывания о числах

— k-значное число x записано последовательностью цифр $n_k \ldots n_1 n_0$ тогда и только тогда, когда

$$x = n_k \cdot 10^k + \ldots + n_2 \cdot 10^2 + n_1 \cdot 10 + n_0.$$

Рассмотреть пример?

II.1. Высказывания о числах

— Целое число a называется **частным** от деления целого числа b на целое число c тогда и только тогда, когда $b = ac + r$, где $0 \leq r < c$.

II.1. Высказывания о числах

— Целое число a называется **частным** от деления целого числа b на целое число c тогда и только тогда, когда $b = ac + r$, где $0 \leq r < c$. При этом число r называется **остатком** от деления целого числа b на целое число c. Если при этом $r \neq 0$, то a называется **неполным частным** от деления целого числа b на целое число c.

II.1. Высказывания о числах

— Целое число a называется **частным** от деления целого числа b на целое число c тогда и только тогда, когда $b = ac + r$, где $0 \leq r < c$. При этом число r называется **остатком** от деления целого числа b на целое число c. Если при этом $r \neq 0$, то a называется **неполным частным** от деления целого числа b на целое число c.

— Логически эквивалентные утверждения

– целое число a **делится нацело** на целое число b;

II.1. Высказывания о числах

— Целое число a называется **частным** от деления целого числа b на целое число c тогда и только тогда, когда $b = ac + r$, где $0 \leq r < c$. При этом число r называется **остатком** от деления целого числа b на целое число c. Если при этом $r \neq 0$, то a называется **неполным частным** от деления целого числа b на целое число c.

— Логически эквивалентные утверждения

– целое число a **делится нацело** на целое число b;

– целое число b **является делителем** a;

II.1. Высказывания о числах

— Целое число a называется **частным** от деления целого числа b на целое число c тогда и только тогда, когда $b = ac + r$, где $0 \leq r < c$. При этом число r называется **остатком** от деления целого числа b на целое число c. Если при этом $r \neq 0$, то a называется **неполным частным** от деления целого числа b на целое число c.

— Логически эквивалентные утверждения

– целое число a **делится нацело** на целое число b;

– целое число b **является делителем** a;

– целое число a **кратно** целому числу b

II.1. Высказывания о числах

— Целое число a называется **частным** от деления целого числа b на целое число c тогда и только тогда, когда $b = ac + r$, где $0 \leq r < c$. При этом число r называется **остатком** от деления целого числа b на целое число c. Если при этом $r \neq 0$, то a называется **неполным частным** от деления целого числа b на целое число c.

— Логически эквивалентные утверждения

– целое число a **делится нацело** на целое число b;

– целое число b **является делителем** a;

– целое число a **кратно** целому числу b

означает, что существует такое целое число c, что $a = bc$.

— Целое число n является **четным** тогда и только тогда, когда

II.1. Высказывания о числах

— Целое число a называется **частным** от деления целого числа b на целое число c тогда и только тогда, когда $b = ac + r$, где $0 \leq r < c$. При этом число r называется **остатком** от деления целого числа b на целое число c. Если при этом $r \neq 0$, то a называется **неполным частным** от деления целого числа b на целое число c.

— Логически эквивалентные утверждения

– целое число a **делится нацело** на целое число b;

– целое число b **является делителем** a;

– целое число a **кратно** целому числу b

означает, что существует такое целое число c, что $a = bc$.

— Целое число n является **четным** тогда и только тогда, когда для некоторого целого числа k имеет место равенство $n = 2k$. Целое число n является **нечетным** тогда и только тогда, когда

II.1. Высказывания о числах

— Целое число a называется **частным** от деления целого числа b на целое число c тогда и только тогда, когда $b = ac + r$, где $0 \leq r < c$. При этом число r называется **остатком** от деления целого числа b на целое число c. Если при этом $r \neq 0$, то a называется **неполным частным** от деления целого числа b на целое число c.

— Логически эквивалентные утверждения

– целое число a **делится нацело** на целое число b;

– целое число b **является делителем** a;

– целое число a **кратно** целому числу b

означает, что существует такое целое число c, что $a = bc$.

— Целое число n является **четным** тогда и только тогда, когда для некоторого целого числа k имеет место равенство $n = 2k$. Целое число n является **нечетным** тогда и только тогда, когда для некоторого целого числа k имеет место равенство $n = 2k + 1$.

II.1. Высказывания о числах

— **Наименьшим общим кратным** натуральных чисел m, n называется наименьшее такое натуральное число $\mathbf{НОК}(m, n)$, которое кратно и числу m, и числу n.

— **Наибольшим общим делителем** натуральных чисел m, n называется наибольшее такое натуральное число $\mathbf{НОД}(m, n)$, которое делится нацело и на число m, и на число n.

II.1. Высказывания о числах

— **Наименьшим общим кратным** натуральных чисел m, n называется наименьшее такое натуральное число **НОК**$(m; n)$, которое кратно и числу m, и числу n.

— **Наибольшим общим делителем** натуральных чисел m, n называется наибольшее такое натуральное число **НОД**$(m; n)$, которое делится нацело и на число m, и на число n.

Рассмотреть пример?

II.2. Высказывания о прогрессиях

— Последовательность $x_1, x_2, x_3, \ldots$ является **арифметической прогрессией** тогда и только тогда, когда для любого номера n имеет место *равенство*

II.2. Высказывания о прогрессиях

— Последовательность $x_1, x_2, x_3, \ldots$ является **арифметической прогрессией** тогда и только тогда, когда для любого номера n имеет место *равенство*

$$x_2 - x_1 = x_{n+1} - x_n.$$

II.2. Высказывания о прогрессиях

— Последовательность $x_1, x_2, x_3, \ldots$ является **арифметической прогрессией** тогда и только тогда, когда для любого номера n имеет место *равенство*

$$x_2 - x_1 = x_{n+1} - x_n.$$

— Последовательность $x_1, x_2, x_3, \ldots$ является **геометрической прогрессией** тогда и только тогда, когда для любого номера n имеет место *равенство*

II.2. Высказывания о прогрессиях

— Последовательность $x_1, x_2, x_3, \ldots$ является **арифметической прогрессией** тогда и только тогда, когда для любого номера n имеет место *равенство*

$$x_2 - x_1 = x_{n+1} - x_n.$$

— Последовательность $x_1, x_2, x_3, \ldots$ является **геометрической прогрессией** тогда и только тогда, когда для любого номера n имеет место *равенство*

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_{n+1}}{x_n}.$$

II.3. Высказывания об однозначности

— Тот факт, что имеется *только один элемент с данным свойством* φ, в переводе на язык равенств (основной язык школьной математики и один из основных языков всей современной математики) выглядит следующим образом: если элементы x и y обладают свойством φ, то $x = y$, т.е.

$$\begin{cases} \varphi(x), \\ \varphi(y) \end{cases} \Rightarrow \; x = y.$$

II.3. Высказывания об однозначности

— Тот факт, что имеется *только один элемент с данным свойством* φ, в переводе на язык равенств (основной язык школьной математики и один из основных языков всей современной математики) выглядит следующим образом: если элементы x и y обладают свойством φ, то $x = y$, т.е.

$$\begin{cases} \varphi(x), \\ \varphi(y) \end{cases} \Rightarrow \; x = y.$$

— Утверждение о том, что существует несколько элементов со свойством φ переводится на «язык равенств и неравенств», например, следующим образом:

$$(\exists x)\ (\exists y) \begin{cases} \varphi(x), \\ \varphi(y), \\ x \neq y. \end{cases}$$

II.4. Высказывания о функциях

— Отображение f является **однозначным** тогда и только тогда, когда
$$\begin{cases} \{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f), \\ \alpha = \beta \end{cases} \Rightarrow\ f(\alpha) = f(\beta)$$

или

II.4. Высказывания о функциях

— Отображение f является **однозначным** тогда и только тогда, когда $\begin{cases} \{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f), \\ \alpha = \beta \end{cases} \Rightarrow\ f(\alpha) = f(\beta)$

или $\{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f)\ \Rightarrow\ \Big(\alpha = \beta\ \Rightarrow\ f(\alpha) = f(\beta)\Big)$.

II.4. Высказывания о функциях

— Отображение f является **однозначным** тогда и только тогда, когда $\{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f) \Rightarrow \Big(\alpha = \beta \Rightarrow f(\alpha) = f(\beta)\Big)$.

— Отображение f является **взаимно однозначным** тогда и только тогда, когда

II.4. Высказывания о функциях

— Отображение f является **однозначным** тогда и только тогда, когда $\quad \{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f) \ \Rightarrow\ \Big(\alpha = \beta \ \Rightarrow\ f(\alpha) = f(\beta)\Big)\,.$

— Отображение f является **взаимно однозначным** тогда и только тогда, когда $\quad \{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f) \ \Rightarrow\ \Big(\alpha = \beta \ \Leftrightarrow\ f(\alpha) = f(\beta)\Big)\,.$

II.4. Высказывания о функциях

— Отображение f является **однозначным** тогда и только тогда, когда $\{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f) \ \Rightarrow\ \Big(\alpha = \beta \ \Rightarrow\ f(\alpha) = f(\beta)\Big)$.

— Отображение f является **взаимно однозначным** тогда и только тогда, когда $\{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f) \ \Rightarrow\ \Big(\alpha = \beta \ \Leftrightarrow\ f(\alpha) = f(\beta)\Big)$.

— Функция называется **четной** тогда и только тогда, когда $x \in D(f) \ \Rightarrow\ f(-x) = f(x)$.

II.4. Высказывания о функциях

— Отображение f является **однозначным** тогда и только тогда, когда $\quad \{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f)\ \Rightarrow\ \Big(\alpha = \beta\ \Rightarrow\ f(\alpha) = f(\beta)\Big)$.

— Отображение f является **взаимно однозначным** тогда и только тогда, когда $\quad \{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f)\ \Rightarrow\ \Big(\alpha = \beta\ \Leftrightarrow\ f(\alpha) = f(\beta)\Big)$.

— Функция называется **четной** тогда и только тогда, когда $x \in D(f)\ \Rightarrow\ f(-x) = f(x)$.

— Функция называется **нечетной** тогда и только тогда, когда $x \in D(f)\ \Rightarrow\ f(-x) = -f(x)$.

II.4. Высказывания о функциях

— Отображение f является **однозначным** тогда и только тогда, когда $\{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f) \ \Rightarrow\ \Big(\alpha = \beta \ \Rightarrow\ f(\alpha) = f(\beta)\Big)$.

— Отображение f является **взаимно однозначным** тогда и только тогда, когда $\{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f) \ \Rightarrow\ \Big(\alpha = \beta \ \Leftrightarrow\ f(\alpha) = f(\beta)\Big)$.

— Функция называется **четной** тогда и только тогда, когда $x \in D(f) \ \Rightarrow\ f(-x) = f(x)$.

— Функция называется **нечетной** тогда и только тогда, когда $x \in D(f) \ \Rightarrow\ f(-x) = -f(x)$.

— Функция f называется **убывающей** тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} \{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f), \\ \alpha < \beta \end{cases} \Rightarrow\ f(\alpha) > f(\beta).$$

II.4. Высказывания о функциях

— Отображение f является **однозначным** тогда и только тогда, когда $\{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f) \ \Rightarrow\ \Big(\alpha = \beta \ \Rightarrow\ f(\alpha) = f(\beta)\Big)$.

— Отображение f является **взаимно однозначным** тогда и только тогда, когда $\{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f) \ \Rightarrow\ \Big(\alpha = \beta \ \Leftrightarrow\ f(\alpha) = f(\beta)\Big)$.

— Функция называется **четной** тогда и только тогда, когда $x \in D(f) \ \Rightarrow\ f(-x) = f(x)$.

— Функция называется **нечетной** тогда и только тогда, когда $x \in D(f) \ \Rightarrow\ f(-x) = -f(x)$.

— Функция f называется **убывающей** тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} \{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f), \\ \alpha < \beta \end{cases} \Rightarrow\ f(\alpha) > f(\beta).$$

— Функция f называется **возрастающей** тогда и только тогда, когда $\begin{cases} \{\alpha,\ \beta\} \subseteq D(f), \\ \alpha < \beta \end{cases} \Rightarrow\ f(\alpha) < f(\beta)$.

II.5. Геометрические отношения, векторные и координатные равенства

— Вектор $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ имеет **координаты** (x, y, z) (язык чисел) тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{\mathbf{x}} = x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$ (задание вектора с помощью координат).

II.5. Геометрические отношения, векторные и координатные равенства

— Вектор $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ имеет **координаты** (x, y, z) тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{\mathbf{x}} = x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

— Точка M имеет **координаты** (x, y, z) (язык чисел) тогда и только тогда, когда имеет место равенство $\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$ (равенство координат точки и координат ее *радиуса-вектора*).

II.5. Геометрические отношения, векторные и координатные равенства

— Вектор $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ имеет **координаты** (x, y, z) тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{\mathbf{x}} = x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

— Точка M имеет **координаты** (x, y, z) тогда и только тогда, когда имеет место равенство $\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

— Равенство векторов[1] $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \overrightarrow{\mathbf{b}}$ равносильно *системе уравнений* для координат:

$$\overrightarrow{\mathbf{a}} = \overrightarrow{\mathbf{b}} \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} a_x = b_x, \\ a_y = b_y, \\ a_z = b_z. \end{cases}$$

[1]Обычно хотя бы один из этих векторов задан выражением.

II.5. Геометрические отношения, векторные и координатные равенства

— Вектор $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ имеет **координаты** (x, y, z) тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{\mathbf{x}} = x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

— Точка M имеет **координаты** (x, y, z) тогда и только тогда, когда имеет место равенство $\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

— Равенство векторов $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \overrightarrow{\mathbf{b}}$ равносильно *системе уравнений* для координат:

$$\overrightarrow{\mathbf{a}} = \overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = b_x, \\ a_y = b_y, \\ a_z = b_z. \end{cases}$$

— Если известны координаты точек $A\,(x_A; y_A; z_A)$, $\quad B\,(x_B; y_B; z_B)$, то

$$\overrightarrow{AB} =$$

II.5. Геометрические отношения, векторные и координатные равенства

— Вектор $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ имеет **координаты** (x, y, z) тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{\mathbf{x}} = x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

— Точка M имеет **координаты** (x, y, z) тогда и только тогда, когда имеет место равенство $\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

— Равенство векторов $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \overrightarrow{\mathbf{b}}$ равносильно *системе уравнений* для координат:

$$\overrightarrow{\mathbf{a}} = \overrightarrow{\mathbf{b}} \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} a_x = b_x, \\ a_y = b_y, \\ a_z = b_z. \end{cases}$$

— Если известны координаты точек $A\,(x_A; y_A; z_A)$, $\quad B\,(x_B; y_B; z_B)$, то

$$\overrightarrow{AB} = (x_A - x_B)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (y_A - y_B)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + (z_A - z_B)\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

II.5. Геометрические отношения, векторные и координатные равенства

— Утверждение об **ортогональности** (т.е. **перпендикулярности**) ненулевых векторов равносильно утверждению о равенстве 0 скалярного произведения этих векторов, что, благодаря формуле для вычисления скалярного произведения с помощью координат, позволяет «перевести» утверждение «вектор $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ перпендикулярен вектору $\overrightarrow{\mathbf{b}}$» на язык равенств следующим образом:

II.5. Геометрические отношения, векторные и координатные равенства

— Утверждение об **ортогональности** (т.е. **перпендикулярности**) ненулевых векторов равносильно утверждению о равенстве 0 скалярного произведения этих векторов, что, благодаря формуле для вычисления скалярного произведения с помощью координат, позволяет «перевести» утверждение «вектор $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ перпендикулярен вектору $\overrightarrow{\mathbf{b}}$» на язык равенств следующим образом:

$$\overrightarrow{\mathbf{a}} \perp \overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{\mathbf{a}};\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{a}}\,\overrightarrow{\mathbf{b}} = 0 \Leftrightarrow$$

II.5. Геометрические отношения, векторные и координатные равенства

— Утверждение об **ортогональности** (т.е. **перпендикулярности**) ненулевых векторов равносильно утверждению о равенстве 0 скалярного произведения этих векторов, что, благодаря формуле для вычисления скалярного произведения с помощью координат, позволяет «перевести» утверждение «вектор $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ перпендикулярен вектору $\overrightarrow{\mathbf{b}}$» на язык равенств следующим образом:

$$\overrightarrow{\mathbf{a}} \perp \overrightarrow{\mathbf{b}} \;\Leftrightarrow\; \left(\overrightarrow{\mathbf{a}};\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{a}}\,\overrightarrow{\mathbf{b}} = 0 \;\Leftrightarrow\; a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0.$$

II.5. Геометрические отношения, векторные и координатные равенства

— Утверждение об **ортогональности** (т.е. **перпендикулярности**) ненулевых векторов равносильно утверждению о равенстве 0 скалярного произведения этих векторов, что, благодаря формуле для вычисления скалярного произведения с помощью координат, позволяет «перевести» утверждение «вектор $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ перпендикулярен вектору $\overrightarrow{\mathbf{b}}$» на язык равенств следующим образом:

$$\overrightarrow{\mathbf{a}} \perp \overrightarrow{\mathbf{b}} \;\Leftrightarrow\; \left(\overrightarrow{\mathbf{a}};\; \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{a}}\,\overrightarrow{\mathbf{b}} = 0 \;\Leftrightarrow\; a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0.$$

— Утверждение о **коллинеарности** (т.е. «параллельности») ненулевых векторов $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ равносильно

II.5. Геометрические отношения, векторные и координатные равенства

— Утверждение об **ортогональности** (т.е. **перпендикулярности**) ненулевых векторов равносильно утверждению о равенстве 0 скалярного произведения этих векторов, что, благодаря формуле для вычисления скалярного произведения с помощью координат, позволяет «перевести» утверждение «вектор $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ перпендикулярен вектору $\overrightarrow{\mathbf{b}}$» на язык равенств следующим образом:

$$\overrightarrow{\mathbf{a}} \perp \overrightarrow{\mathbf{b}} \;\Leftrightarrow\; \left(\overrightarrow{\mathbf{a}};\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{a}}\,\overrightarrow{\mathbf{b}} = 0 \;\Leftrightarrow\; a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0.$$

— Утверждение о **коллинеарности** (т.е. «параллельности») ненулевых векторов $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ равносильно существованию такого числа λ, что $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{b}}$, т.е.

$$\overrightarrow{\mathbf{a}} || \overrightarrow{\mathbf{b}} \;\Leftrightarrow\; \overrightarrow{\mathbf{a}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{b}} \;\Leftrightarrow$$

II.5. Геометрические отношения, векторные и координатные равенства

— Утверждение об **ортогональности** (т.е. **перпендикулярности**) ненулевых векторов равносильно утверждению о равенстве 0 скалярного произведения этих векторов, что, благодаря формуле для вычисления скалярного произведения с помощью координат, позволяет «перевести» утверждение «вектор $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ перпендикулярен вектору $\overrightarrow{\mathbf{b}}$» на язык равенств следующим образом:

$$\overrightarrow{\mathbf{a}} \perp \overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{\mathbf{a}};\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{a}}\,\overrightarrow{\mathbf{b}} = 0 \Leftrightarrow a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0.$$

— Утверждение о **коллинеарности** (т.е. «параллельности») ненулевых векторов $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ равносильно существованию такого числа λ, что $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{b}}$, т.е.

$$\overrightarrow{\mathbf{a}} \| \overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \overrightarrow{\mathbf{a}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = \lambda b_x, \\ a_y = \lambda b_y, \\ a_z = \lambda b_z. \end{cases}$$

II.5. Геометрические отношения, векторные и координатные равенства

— Утверждение о том, что $AB = \alpha$ равносильно утверждению, что длина вектора $\overrightarrow{AB}$ равна α, что равносильно равенству

$$(B_x - A_x)^2 + (B_y - A_y)^2 + (B_z - A_z)^2 = \alpha^2.$$

II.6. Геометрические фигуры и координатные равенства

— **Уравнение линии** L — это *утверждение* $f(x, y) = 0$ *о координатах* $(x; y)$ *произвольной точки линии* L.

II.6. Геометрические фигуры и координатные равенства

— **Уравнение линии** L — это *утверждение* $f(x, y) = 0$ *о координатах* $(x; y)$ *произвольной точки линии* L.

Точнее, следующие утверждения равносильны:

II.6. Геометрические фигуры и координатные равенства

— **Уравнение линии** L — это *утверждение* $f(x, y) = 0$ *о координатах* $(x; y)$ *произвольной точки линии* L.

Точнее, следующие утверждения равносильны:

а) *точка* $M(x; y)$ *принадлежит линии* L; б) $f(x; y) = 0$.

II.6. Геометрические фигуры и координатные равенства

— **Уравнение линии** L — это *утверждение* $f(x,y)=0$ *о координатах* $(x;y)$ *произвольной точки линии* L.

Точнее, следующие утверждения равносильны:

а) *точка* $M(x;y)$ *принадлежит линии* L; б) $f(x;y)=0$.

— Неравенству $f(x,y)<0$ и т.п. соответствует геометрическая фигура, состоящая из всех тех точек, для координат $(x;y)$ которых это неравенство выполняется.

II.6. Геометрические фигуры и координатные равенства

— **Уравнение линии** L — это *утверждение* $f(x,y)=0$ *о координатах* $(x;y)$ *произвольной точки линии* L.

Точнее, следующие утверждения равносильны:

а) *точка* $M(x;y)$ *принадлежит линии* L; б) $f(x;y)=0$.

— Неравенству $f(x,y)<0$ и т.п. соответствует геометрическая фигура, состоящая из всех тех точек, для координат $(x;y)$ которых это неравенство выполняется.

— Прямые $y=ax+b$ и $y=cx+d$ **параллельны** тогда и только тогда, когда $a=c$.

II.6. Геометрические фигуры и координатные равенства

— **Уравнение линии** L — это *утверждение* $f(x,y)=0$ *о координатах* $(x;y)$ *произвольной точки линии* L.

Точнее, следующие утверждения равносильны:

а) *точка* $M(x;y)$ *принадлежит линии* L; б) $f(x;y)=0$.

— Неравенству $f(x,y)<0$ и т.п. соответствует геометрическая фигура, состоящая из всех тех точек, для координат $(x;y)$ которых это неравенство выполняется.

— Прямые $y=ax+b$ и $y=cx+d$ **параллельны** тогда и только тогда, когда $a=c$.

— Прямые $y=ax+b$ и $y=cx+d$, где $a\neq 0$ и $c\neq 0$, **перпендикулярны** тогда и только тогда, когда $ac=-1$.

III. Последовательность перевода

1) записать определения понятий, использованных в задании;

III. Последовательность перевода

1) записать определения понятий, использованных в задании;

2) конкретизировать объекты, о которых идет речь в условии (взять конкретные числа, фигуры и др.);

III. Последовательность перевода

1) записать определения понятий, использованных в задании;

2) конкретизировать объекты, о которых идет речь в условии (взять конкретные числа, фигуры и др.);

3) рассмотреть противоположную ситуацию.

Перейти к стратегии формализации информации?

Перейти к примерам использования и упражнениям?

Вернуться к списку презентаций?

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?