Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Детерминант матрицы

Раздел электронного учебника
для сопровождения практического занятия

Изд. 4-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2012

Пример 1 детерминант матрицы 2×2 **5**

Пример 2 вычисления детерминанта матрицы размерности 3×3 **26**

Пример 3 (детерминант произведения матрицы на скаляр) **50**

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу **58**

Пример 5 к теореме о разложении детерминанта по строке **73**

Пример 6 к теореме Лапласа **81**

Пример 7 к теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке 107

Пример 8 использования свойств 120

I *Формулы для вычисления детерминанта* 125

Задача I.1 126

II *Задачи на вычисление детерминанта* 127

Задача II.2 128

Задача II.3 129

Задача II.4 130

III *Определитель Вандермонда* 131

Задача III.5 132

Задача III.6 133

Задача III.7 134

IV Определитель n-го порядка 135

Задача IV.8 136

Ответы и решения 137

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение.

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} =$$

$$\sum_{p_1 \in \{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2 \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1\}} \cdots \sum_{p_n \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1} \cdot \ldots \cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in}$$

$$\sum_{p_1 \in \{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2 \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1\}} \cdots \sum_{p_n \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1} \cdot \ldots \cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}}$$

$$\sum_{p_1 \in \{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2 \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1\}} \ldots \sum_{p_n \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1} \cdot \ldots \cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1\in\{1;2\}} \sum$$

$$\sum_{p_1\in\{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2\in\{1;\ldots;n\}\setminus\{p_1\}} \ldots \sum_{p_n\in\{1;\ldots;n\}\setminus\{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1}\cdot\ldots\cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}}$$

$$\sum_{p_1 \in \{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2 \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1\}} \cdots \sum_{p_n \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1} \cdot \ldots \cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}} (-1)^{\mu(p_1;p_2)}$$

$$\sum_{p_1 \in \{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2 \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1\}} \cdots \sum_{p_n \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1} \cdot \ldots \cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}} (-1)^{\mu(p_1;p_2)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} =$$

$$\sum_{p_1 \in \{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2 \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1\}} \cdots \sum_{p_n \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1} \cdot \ldots \cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}} (-1)^{\mu(p_1;p_2)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{1\ } \cdot a_{2\ } +$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}} (-1)^{\mu(p_1;p_2)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} +$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2*. Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$*.*

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}} (-1)^{\mu(p_1;p_2)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{1\ \ } \cdot a_{2\ \ } .$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}} (-1)^{\mu(p_1;p_2)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

Пример 1. *С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} =$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot \qquad\qquad + $$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot 3 \cdot (-8) +$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Применить эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot 3 \cdot (-8) + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2*. Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$*.*

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot 3 \cdot (-8) + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot 5 \cdot (-15) =$$

Пример 1. *С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2*. Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$*.*

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot 3 \cdot (-8) + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot 5 \cdot (-15) =$$

$$= -24 + (-1) \cdot (-75) =$$

Пример 1. *С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot 3 \cdot (-8) + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot 5 \cdot (-15) =$$

$$= -24 + (-1) \cdot (-75) = 51.$$

Вернуться к лекции или **рассмотреть вычисление детерминанта матрицы размерности** 3×3?

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} =$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}.$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot 2 \cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (-1) + (-1)^{\mu(1;3;2)} \cdot$$

Пример 2. *Используя **определение**, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (-1) + (-1)^{\mu(1;3;2)} \cdot (-5) \cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (-1) + (-1)^{\mu(1;3;2)} \cdot (-5) \cdot (-2) \cdot 7 +$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)} \cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (-1) + (-1)^{\mu(1;3;2)} \cdot (-5) \cdot (-2) \cdot 7 +$$

$$+ (-1)^{\mu(2;1;3)} \cdot 3 \cdot (-4) \cdot (-1) + (-1)^{\mu(2;3;1)} \cdot 3 \cdot (-2) \cdot 6 +$$

$$+ (-1)^{\mu(3;1;2)} \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot 7 +$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (-1) + (-1)^{\mu(1;3;2)} \cdot (-5) \cdot (-2) \cdot 7 +$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)} \cdot 3 \cdot (-4) \cdot (-1) + (-1)^{\mu(2;3;1)} \cdot 3 \cdot (-2) \cdot 6 +$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)} \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot 7 + (-1)^{\mu(3;2;1)} \cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (-1) + (-1)^{\mu(1;3;2)} \cdot (-5) \cdot (-2) \cdot 7 +$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)} \cdot 3 \cdot (-4) \cdot (-1) + (-1)^{\mu(2;3;1)} \cdot 3 \cdot (-2) \cdot 6 +$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)} \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot 7 + (-1)^{\mu(3;2;1)} \cdot (-3) \cdot 2 \cdot 6 =$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (-1) + (-1)^{\mu(1;3;2)} \cdot (-5) \cdot (-2) \cdot 7 +$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)} \cdot 3 \cdot (-4) \cdot (-1) + (-1)^{\mu(2;3;1)} \cdot 3 \cdot (-2) \cdot 6 +$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)} \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot 7 + (-1)^{\mu(3;2;1)} \cdot (-3) \cdot 2 \cdot 6 =$$

$$= (-1)^{0} \cdot 10 +$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot 7+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot(-3)\cdot 2\cdot 6=$$

$$=(-1)^{0}\cdot 10+(-1)^{1}\cdot 70+$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot 7+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot(-3)\cdot 2\cdot 6=$$

$$=(-1)^{0}\cdot 10+(-1)^{1}\cdot 70+(-1)^{1}\cdot 12+$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot 7+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot(-3)\cdot 2\cdot 6=$$

$$=(-1)^{0}\cdot 10+(-1)^{1}\cdot 70+(-1)^{1}\cdot 12+$$

$$+(-1)^{2}\cdot(-36)+(-1)^{2}\cdot 84+$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot 7+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot(-3)\cdot 2\cdot 6=$$

$$=(-1)^{0}\cdot 10+(-1)^{1}\cdot 70+(-1)^{1}\cdot 12+$$

$$+(-1)^{2}\cdot(-36)+(-1)^{2}\cdot 84+(-1)^{3}\cdot(-36)=$$

Пример 2. *Используя* ***определение***, *вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (-1) + (-1)^{\mu(1;3;2)} \cdot (-5) \cdot (-2) \cdot 7 +$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)} \cdot 3 \cdot (-4) \cdot (-1) + (-1)^{\mu(2;3;1)} \cdot 3 \cdot (-2) \cdot 6 +$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)} \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot 7 + +(-1)^{\mu(3;2;1)} \cdot (-3) \cdot 2 \cdot 6 =$$

$$= (-1)^0 \cdot 10 + (-1)^1 \cdot 70 + (-1)^1 \cdot 12 +$$

$$+(-1)^2 \cdot (-36) + (-1)^2 \cdot 84 + (-1)^3 \cdot (-36) = 12.$$

Вернуться к лекции?

Как показывает опыт, теорема о произведении строки или столбца на число в детерминанте в сочетании с определением операции умножения матрицы на число приводит к неверной ассоциации. Для того, чтобы сформировать верную ассоциацию, рассмотрим пример.

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа* λ *на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа* λ *на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение. Имеем по **теореме о произведении строки или столбца на число** и **определению произведения матрицы на число**:

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа* λ *на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\left(\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\right) =$$

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа* λ *на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\left(\lambda\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа* λ *на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\left(\lambda\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= \lambda\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа* λ *на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\left(\lambda\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= \lambda\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа* λ *на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\left(\lambda\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= \lambda\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^3\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа* λ *на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\left(\lambda\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= \lambda\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^3\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Вернуться к теореме об умножении строки (столбца) на число в детерминанте (для математических специальностей)?

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \end{pmatrix} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)} \cdot 1 \cdot (-1) \cdot \mathbf{3} +$$

$$+ (-1)^{\mu(2;1;3)} \cdot (-1) \cdot 2 \cdot \mathbf{2} + (-1)^{\mu(2;3;1)} \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \mathbf{1} +$$

$$+ (-1)^{\mu(3;1;2)} \cdot 1 \cdot 2 \cdot \mathbf{3} + (-1)^{\mu(3;2;1)} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \mathbf{1} =$$

$$= 2 - (-3) - (-4) + 1 + 6 - 1 = 15.$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ \mathbf{2} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} \end{pmatrix} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)} \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (\mathbf{-1}) +$$

$$+ (-1)^{\mu(2;1;3)} \cdot (-1) \cdot 2 \cdot \mathbf{2} + (-1)^{\mu(2;3;1)} \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \mathbf{2} +$$

$$+ (-1)^{\mu(3;1;2)} \cdot 1 \cdot 2 \cdot (\mathbf{-1}) + (-1)^{\mu(3;2;1)} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \mathbf{2} =$$

$$= 2 - 1 - (-4) + 2 + (-2) - 2 = 3.$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ \mathbf{3} & \mathbf{-5} & \mathbf{2} \end{pmatrix} =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ \mathbf{3} & -\mathbf{5} & \mathbf{2} \end{pmatrix} =$$

$$= \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3} + 2\cdot -\mathbf{1}) & ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2} + 2 \cdot \mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3} + 2 \cdot -\mathbf{1}) & ((-1)\mathbf{2} + 2 \cdot \mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3} + 2\cdot -\mathbf{1}) & ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2}) + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot((-1)\mathbf{3}+2\cdot -\mathbf{1}) +$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2}) + (-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2}) +$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot((-1)\mathbf{3}+2\cdot -\mathbf{1}) + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2}) =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3}+2\cdot\mathbf{-1}) & ((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2}) + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot((-1)\mathbf{3}+2\cdot\mathbf{-1}) +$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2}) + (-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2}) +$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot((-1)\mathbf{3}+2\cdot\mathbf{-1}) + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2}) =$$

$$= (\mathbf{-1})\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{1} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{1}\Big) +$$

$$+\mathbf{2}\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot(\mathbf{-1}) + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot(\mathbf{-1}) + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2}\Big) =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3} + 2\cdot -\mathbf{1}) & ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= (-\mathbf{1})\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{1} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{1}\Big) +$$

$$+\mathbf{2}\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot(-\mathbf{1}) + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot(-\mathbf{1}) + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2}\Big) =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3} + 2\cdot\mathbf{-1}) & ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= (-\mathbf{1})\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{1} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{1}\Big) +$$

$$+\mathbf{2}\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot(-\mathbf{1}) + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot(-\mathbf{1}) + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2}\Big) =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3} + 2\cdot\mathbf{-1}) & ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= (-\mathbf{1})\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{1} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{1}\Big) +$$

$$+\mathbf{2}\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot(-\mathbf{1}) + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot(-\mathbf{1}) + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2}\Big) =$$

$$= (-\mathbf{1})\det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \end{pmatrix} + \mathbf{2}\det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ \mathbf{2} & -\mathbf{1} & \mathbf{2} \end{pmatrix}.$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

Иными словами,

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1+4) & (-3-2) & (-2+4) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$= -\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

Это был пример, поясняющий смысл теоремы о линейности детерминанта по строке и столбцу. Приведем «как бы контрпример».

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$

$$\det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2.$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$

$$\det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2.$$

Но на самом деле этот пример не опровергает теорему о линейности детерминанта по строке и столбцу.

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$

$$\det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2.$$

Но на самом деле этот пример не опровергает теорему о линейности детерминанта по строке и столбцу.

Детерминант **не является линейной функцией** от матрицы! Он является линейной функцией **от строки матрицы**.

Вернуться к теореме о линейности детерминанта по строке?

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} =$$

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} -$$

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - \qquad = (45-48)-$$

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}=$$

$$=1\begin{vmatrix}5&6\\8&9\end{vmatrix}-2\begin{vmatrix}4&6\\7&9\end{vmatrix}+ \qquad\qquad = (45-48)-$$

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + \qquad = (45-48) - 2(36-42) +$$

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке). *Вычислить* $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = (45-48)-2(36-42)+$$

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке). *Вычислить* $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = (45-48) - 2(36-42) + 3(32-35) = 0.$$

Вернуться к теореме о разложении детерминанта по строке?

Пример 6. *Вычислить с помощью* ***теоремы Лапласа*** *детерминант матрицы* $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$, *используя разложение по минорам, построенным по первой и третьей строкам.*

Решение.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \mathbf{9} & \mathbf{10} & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \mathbf{9} & \mathbf{10} & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \, .$$

$$\begin{vmatrix} \color{magenta}{\mathbf{1}} & \color{magenta}{\mathbf{2}} & 3 & 4 \\ 5 & 6 & \mathbf{7} & \mathbf{8} \\ \color{magenta}{\mathbf{9}} & \color{magenta}{\mathbf{10}} & 11 & 12 \\ 13 & 14 & \mathbf{15} & \mathbf{16} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \, .$$

$$\begin{vmatrix} \color{magenta}{\mathbf{1}} & \color{magenta}{\mathbf{2}} & 3 & 4 \\ 5 & 6 & \mathbf{7} & \mathbf{8} \\ \color{magenta}{\mathbf{9}} & \color{magenta}{\mathbf{10}} & 11 & 12 \\ 13 & 14 & \mathbf{15} & \mathbf{16} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & 2 & \mathbf{3} & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \mathbf{9} & 10 & \mathbf{11} & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & 2 & \mathbf{3} & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \mathbf{9} & 10 & \mathbf{11} & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & 2 & \mathbf{3} & 4 \\ 5 & \mathbf{6} & 7 & \mathbf{8} \\ \mathbf{9} & 10 & \mathbf{11} & 12 \\ 13 & \mathbf{14} & 15 & \mathbf{16} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & 2 & \mathbf{3} & 4 \\ 5 & \mathbf{6} & 7 & \mathbf{8} \\ \mathbf{9} & 10 & \mathbf{11} & 12 \\ 13 & \mathbf{14} & 15 & \mathbf{16} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & 2 & 3 & \mathbf{4} \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \mathbf{9} & 10 & 11 & \mathbf{12} \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & 2 & 3 & \mathbf{4} \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \mathbf{9} & 10 & 11 & \mathbf{12} \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot$$

$$\begin{vmatrix} \color{magenta}{\mathbf{1}} & 2 & 3 & \color{magenta}{\mathbf{4}} \\ 5 & \mathbf{6} & \mathbf{7} & 8 \\ \color{magenta}{\mathbf{9}} & 10 & 11 & \color{magenta}{\mathbf{12}} \\ 13 & \mathbf{14} & \mathbf{15} & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & 2 & 3 & \mathbf{4} \\ 5 & \mathbf{6} & \mathbf{7} & 8 \\ \mathbf{9} & 10 & 11 & \mathbf{12} \\ 13 & \mathbf{14} & \mathbf{15} & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{2} & \mathbf{3} & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & \mathbf{10} & \mathbf{11} & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{2} & \mathbf{3} & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & \mathbf{10} & \mathbf{11} & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \boldsymbol{2} & \boldsymbol{3} & 4 \\ \boldsymbol{5} & 6 & 7 & \boldsymbol{8} \\ 9 & \boldsymbol{10} & \boldsymbol{11} & 12 \\ \boldsymbol{13} & 14 & 15 & \boldsymbol{16} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{2} & \mathbf{3} & 4 \\ \mathbf{5} & 6 & 7 & \mathbf{8} \\ 9 & \mathbf{10} & \mathbf{11} & 12 \\ \mathbf{13} & 14 & 15 & \mathbf{16} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{2} & 3 & \mathbf{4} \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & \mathbf{10} & 11 & \mathbf{12} \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{2} & 3 & \mathbf{4} \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & \mathbf{10} & 11 & \mathbf{12} \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+4} \cdot$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{2} & 3 & \mathbf{4} \\ \mathbf{5} & 6 & \mathbf{7} & 8 \\ 9 & \mathbf{10} & 11 & \mathbf{12} \\ \mathbf{13} & 14 & \mathbf{15} & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+4} \cdot$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{2} & 3 & \mathbf{4} \\ \mathbf{5} & 6 & \mathbf{7} & 8 \\ 9 & \mathbf{10} & 11 & \mathbf{12} \\ \mathbf{13} & 14 & \mathbf{15} & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+4} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 13 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & \mathbf{11} & \mathbf{12} \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+4} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 13 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$
\begin{vmatrix} 1 & 2 & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & \mathbf{11} & \mathbf{12} \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +
$$

$$
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +
$$

$$
+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+4} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 13 & 15 \end{vmatrix} +
$$

$$
+ \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 11 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+3+4} \cdot
$$

$$
\begin{vmatrix}
1 & 2 & \color{magenta}{\mathbf{3}} & \color{magenta}{\mathbf{4}} \\
\mathbf{5} & \mathbf{6} & 7 & 8 \\
9 & 10 & \color{magenta}{\mathbf{11}} & \color{magenta}{\mathbf{12}} \\
\mathbf{13} & \mathbf{14} & 15 & 16
\end{vmatrix}
= \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +
$$

$$
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +
$$

$$
+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+4} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 13 & 15 \end{vmatrix} +
$$

$$
+ \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 11 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+3+4} \cdot
$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \mathbf{5} & \mathbf{6} & 7 & 8 \\ 9 & 10 & \mathbf{11} & \mathbf{12} \\ \mathbf{13} & \mathbf{14} & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+4} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 13 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 11 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+3+4} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 13 & 14 \end{vmatrix} = 0.$$

Вернуться к теореме о линейности детерминанта по строке?

Пример 7. *Пусть в* ***теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке*** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2, \quad q = 1.$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{i2} A_{i1} =$$

Пример 7. *Пусть в теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2, \quad q = 1.$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} =$$

Пример 7. *Пусть в* ***теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке*** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2, \quad q = 1.$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

Пример 7. *Пусть в* ***теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке*** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2, \quad q = 1.$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$\mathbf{A} = \left(\begin{array}{|r|r|r} \hline 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \\ \hline \end{array}\right) \quad \mapsto \quad \mathbf{B} = \left(\begin{array}{|r|r|r} \hline & -5 & -3 \\ & 1 & 2 \\ & 3 & 7 \\ \hline \end{array}\right)$$

Пример 7. *Пусть в* ***теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке*** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2, \quad q = 1.$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$\mathbf{A} = \left(\begin{array}{|r|r|r} \hline 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \\ \hline \end{array}\right) \quad \mapsto \quad \mathbf{B} = \left(\begin{array}{|r|r|r} \hline -5 & -5 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 7 \\ \hline \end{array}\right)$$

Пример 7. *Пусть в* ***теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке*** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2, \quad q = 1.$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} -$$

$$\mathbf{A} = \left(\begin{array}{|r|r|r} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{array}\right) \quad \mapsto \quad \mathbf{B} = \left(\begin{array}{|r|r|r} -5 & -5 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 7 \end{array}\right)$$

Пример 7. *Пусть в* ***теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке*** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2, \quad q = 1.$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} -$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & \mathbf{-5} & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix} \quad \mapsto \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{-5} & -5 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Пример 7. *Пусть в* ***теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке*** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2, \quad q = 1.$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} +$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & \mathbf{-5} & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix} \quad \mapsto \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{-5} & -5 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Пример 7. *Пусть в* ***теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке*** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2, \quad q = 1.$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} +$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & \boxed{-5 \quad -3} \\ -1 & 1 \quad\quad 2 \\ 4 & \boxed{3 \quad\quad 7} \end{pmatrix} \quad \mapsto \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -5 & \boxed{-5 \quad -3} \\ 1 & 1 \quad\quad 2 \\ 3 & \boxed{3 \quad\quad 7} \end{pmatrix}$$

Пример 7. *Пусть в* ***теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке*** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2, \quad q = 1.$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{i2} A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & \boxed{-5 \quad -3} \\ -1 & 1 \quad\; 2 \\ 4 & \boxed{3 \quad\; 7} \end{pmatrix} \quad \mapsto \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -5 & \boxed{-5 \quad -3} \\ 1 & 1 \quad\; 2 \\ 3 & \boxed{3 \quad\; 7} \end{pmatrix}$$

Пример 7. *Пусть в **теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке*** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2, \quad q = 1.$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$\mathbf{A} = \left(\begin{array}{c|cc|} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ \hline 4 & \mathbf{3} & 7 \end{array}\right) \quad \mapsto \quad \mathbf{B} = \left(\begin{array}{c|cc|} -5 & -5 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ \hline \mathbf{3} & 3 & 7 \end{array}\right)$$

Пример 7. *Пусть в* ***теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке*** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2, \quad q = 1.$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & -5 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 7 \end{vmatrix} =$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & \mathbf{3} & 7 \end{pmatrix} \quad \mapsto \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ \mathbf{3} & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Пример 7. *Пусть в теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p=2, \quad q=1.$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11}+a_{22}A_{21}+a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11}-a_{22}M_{21}+a_{32}M_{31} =$$

$$=(-5)\cdot\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1\cdot\begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} + 3\cdot\begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & -5 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 7 \end{vmatrix} = 0.$$

Вернемся к лекции?

Пример 8 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помощью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*).

Пример 8 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помощью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*). А именно, в левом верхнем углу находится число 1. С помощью этой единицы можно получить нули во второй и третьей строках первого столбца. Достаточно из второй строки вычесть первую строку, умноженную на 4,

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 8 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помощью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*). А именно, в левом верхнем углу находится число 1. С помощью этой единицы можно получить нули во второй и третьей строках первого столбца. Достаточно из второй строки вычесть первую строку, умноженную на 4,

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 8 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помощью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*). А именно, в левом верхнем углу находится число 1. С помощью этой единицы можно получить нули во второй и третьей строках первого столбца. Достаточно из второй строки вычесть первую строку, умноженную на 4, и из третьей строки вычесть первую, умноженную на 7:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 8 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помощью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*). А именно, в левом верхнем углу находится число 1. С помощью этой единицы можно получить нули во второй и третьей строках первого столбца. Достаточно из второй строки вычесть первую строку, умноженную на 4, и из третьей строки вычесть первую, умноженную на 7:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & -6 & -12 \end{vmatrix} = 0$$

(так как вторая и третья строки пропорциональны).

Вернуться к изучению свойств детерминанта?

I *Формулы для вычисления детерминанта*

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.139.) Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

II *Задачи на вычисление детерминанта*

Задача II.2. (Ответ приведен на стр.154.) Вычислите детерминанты

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Задача II.3. (Ответ приведен на стр.167.) Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Задача II.4. (Ответ приведен на стр.176.) Решите уравнения

$$\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

III *Определитель Вандермонда*

Задача III.5. (Ответ приведен на стр.183.) Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Задача III.6. (Ответ приведен на стр.191.) Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Задача III.7. (Ответ приведен на стр.201.) Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \ldots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \ldots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \ldots & x_3^n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \ldots & x_n^n \end{vmatrix}$.

IV Определитель n-го порядка

Задача IV.8. (Ответ приведен на стр.218.) Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det(x_{ij})_{3\times 3} =$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3}$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det(x_{ij})_{3\times3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq p}}^{3}$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det{(x_{ij})_{3\times 3}} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1 \\ r\notin\{p;\, q\}}}^{3}$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\,(x_{ij})_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\,q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)}\,.$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det(x_{ij})_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\, q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)} \cdot x_{1p} \cdot$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\,q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det(x_{ij})_{3\times3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\, q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\, q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.
Разложение по первой строке:

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\,q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.

Разложение по первой строке:

$$\det (x_{ij})_{3\times 3} = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} =$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\, q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.

Разложение по первой строке:

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \begin{vmatrix} \boxed{x_{11}} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^{1+1} x_{11} \cdot \begin{vmatrix} x_{22} & x_{23} \\ x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} +$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det(x_{ij})_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1 \\ r\notin\{p;\, q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.

Разложение по первой строке:

$$\det(x_{ij})_{3\times 3} = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^{1+1} x_{11} \cdot \begin{vmatrix} x_{22} & x_{23} \\ x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} x_{12} \cdot \begin{vmatrix} x_{21} & x_{23} \\ x_{31} & x_{33} \end{vmatrix} +$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\,q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.

Разложение по первой строке:

$$\det (x_{ij})_{3\times 3} = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^{1+1} x_{11} \cdot \begin{vmatrix} x_{22} & x_{23} \\ x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} x_{12} \cdot \begin{vmatrix} x_{21} & x_{23} \\ x_{31} & x_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} x_{13} \cdot \begin{vmatrix} x_{21} & x_{22} \\ x_{31} & x_{32} \end{vmatrix}.$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1 \\ r\notin\{p;\, q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.

Разложение по первой строке:

$$\det (x_{ij})_{3\times 3} = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= x_{11} \cdot \begin{vmatrix} x_{22} & x_{23} \\ x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} - x_{12} \cdot \begin{vmatrix} x_{21} & x_{23} \\ x_{31} & x_{33} \end{vmatrix} + x_{13} \cdot \begin{vmatrix} x_{21} & x_{22} \\ x_{31} & x_{32} \end{vmatrix}.$$

Решение задачи 2.

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,
$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,
$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} \boxed{2} & \boxed{-1} & \boxed{0} \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$

$$= 0 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} -$$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ \boxed{3} & \boxed{2} & \boxed{2} \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$

$= 0 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} +$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ \boxed{-4} & \boxed{-2} & \boxed{0} \end{vmatrix} =$

$$= 0 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 16,$$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} =$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 11$,

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 11$,
$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} =$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,
$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 11$,
$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 27 =$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & \boxed{1} \\ 3 & 2 & \boxed{2} \\ -4 & -2 & \boxed{-1} \end{vmatrix} = 11$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 27 =$$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & \boxed{1} \\ 3 & 2 & \boxed{2} \\ -4 & -2 & \boxed{-1} \end{vmatrix} = 11$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 27 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0+\boxed{1} \\ 3 & 2 & 2+\boxed{2} \\ -4 & -2 & 0+\boxed{-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & \boxed{1} \\ 3 & 2 & \boxed{2} \\ -4 & -2 & \boxed{-1} \end{vmatrix} = 11$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 27 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0+\boxed{1} \\ 3 & 2 & 2+\boxed{2} \\ -4 & -2 & 0+\boxed{-1} \end{vmatrix} = 16 + 11.$$

Решение задачи 3.

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} =$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} =$

$$= \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{pmatrix} \right| =$$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} =$

$$= \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$

$$= 2\left|\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{pmatrix}\right| =$$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$

$$= 2\left|\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{pmatrix}\right| = 2\begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$

$= 2 \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{pmatrix} \right| = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} =$

$= -2 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} =$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$

$$= 2 \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{pmatrix} \right| = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= -2 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = 6.$$

Решение задачи 4.

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$,

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$,

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$,
$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \iff x^2 - 7x + 10 = 0 \iff$

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0,$

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \iff x^2 - 7x + 10 = 0 \iff \left[\begin{array}{l} x = 2, \\ x = 5. \end{array} \right.$

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$,

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \iff x^2 - 7x + 10 = 0 \iff \left[\begin{array}{l} x = 2, \\ x = 5. \end{array}\right.$

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0 \iff$$

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$,

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \;\Leftrightarrow\; x^2 - 7x + 10 = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} x = 2, \\ x = 5. \end{array}\right.$

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0 \;\Leftrightarrow\; -x^3 - x^2 + 2x = 0 \;\Leftrightarrow$$

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$, $\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2, \\ x = 5. \end{array}\right.$

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -x^3 - x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1, \\ x = -2. \end{array}\right.$$

Решение задачи 5.

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1 x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1 x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1 x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1 x_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1 x_2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1 x_3 \end{vmatrix} =$$

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2\left(x_2 - x_1\right) \\ x_3 - x_1 & x_3\left(x_3 - x_1\right) \end{vmatrix} =$$

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1 x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1 x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1 x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1 x_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1 x_2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1 x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2 (x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3 (x_3 - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1) \begin{vmatrix} 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \end{vmatrix} =$$

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2\left(x_2 - x_1\right) \\ x_3 - x_1 & x_3\left(x_3 - x_1\right) \end{vmatrix} =$$

$$= \left(x_2 - x_1\right)\left(x_3 - x_1\right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \end{vmatrix} = \left(x_2 - x_1\right)\left(x_3 - x_1\right)\left(x_3 - x_2\right).$$

Решение задачи 6.

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1 x_2 & x_2^3 - x_1 x_2^2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1 x_3 & x_3^3 - x_1 x_3^2 \\ x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1 x_4 & x_4^3 - x_1 x_4^2 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2 \left(x_2 - x_1\right) & x_2^2 \left(x_2 - x_1\right) \\ x_3 - x_1 & x_3 \left(x_3 - x_1\right) & x_3^2 \left(x_3 - x_1\right) \\ x_4 - x_1 & x_4 \left(x_4 - x_1\right) & x_4^2 \left(x_4 - x_1\right) \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1 x_2 & x_2^3 - x_1 x_2^2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1 x_3 & x_3^3 - x_1 x_3^2 \\ x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1 x_4 & x_4^3 - x_1 x_4^2 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2 \left(x_2 - x_1\right) & x_2^2 \left(x_2 - x_1\right) \\ x_3 - x_1 & x_3 \left(x_3 - x_1\right) & x_3^2 \left(x_3 - x_1\right) \\ x_4 - x_1 & x_4 \left(x_4 - x_1\right) & x_4^2 \left(x_4 - x_1\right) \end{vmatrix} =$$

$$= \left(x_2 - x_1\right) \left(x_3 - x_1\right) \left(x_4 - x_1\right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2\left(x_2 - x_1\right) & x_2^2\left(x_2 - x_1\right) \\ x_3 - x_1 & x_3\left(x_3 - x_1\right) & x_3^2\left(x_3 - x_1\right) \\ x_4 - x_1 & x_4\left(x_4 - x_1\right) & x_4^2\left(x_4 - x_1\right) \end{vmatrix} =$$

$$= \left(x_2 - x_1\right)\left(x_3 - x_1\right)\left(x_4 - x_1\right)\begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Согласно полученной ранее **формуле для определителя Вандермонда третьего порядка** получаем

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) \\ x_4 - x_1 & x_4(x_4 - x_1) & x_4^2(x_4 - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_4 - x_1) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Согласно полученной ранее **формуле для определителя Вандермонда третьего порядка** получаем

$$= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_4 - x_1)(x_3 - x_2)(x_4 - x_2)(x_4 - x_3).$$

Решение задачи 7.

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \ldots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \ldots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \ldots & x_3^n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \ldots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда
$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда
$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен $\prod\limits_{i=2}^{n}\prod\limits_{j=1}^{i-1}(x_i - x_j)$.

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \ldots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \ldots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \ldots & x_3^n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \ldots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен $\prod\limits_{i=2}^{n}\prod\limits_{j=1}^{i-1}(x_i - x_j)$.

В качестве базы индукции можно взять случай $n = 2$.

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда
$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен $\prod\limits_{i=2}^{n}\prod\limits_{j=1}^{i-1}(x_i - x_j)$.

В качестве базы индукции можно взять случай $n = 2$.

Докажем шаг индукции.

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда
$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен $\prod\limits_{i=2}^{n}\prod\limits_{j=1}^{i-1}(x_i - x_j)$.

В качестве базы индукции можно взять случай $n = 2$.

Докажем шаг индукции.

Пусть $n > 2$ и для всех определителей Вандермонда порядка, меньшего n, доказываемая формула верна.

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \dots =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда
$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \dots = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1 x_2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1 x_3 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 - x_1 x_n & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда
$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \dots = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 & \dots & x_2^n - x_1x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 & \dots & x_3^n - x_1x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 - x_1x_n & \dots & x_n^n - x_1x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & \dots & x_2^n - x_1x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & \dots & x_3^n - x_1x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n - x_1 & x_n^2 - x_1x_n & \dots & x_n^n - x_1x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда
$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & \dots & x_2^n - x_1x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & \dots & x_3^n - x_1x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n - x_1 & x_n^2 - x_1x_n & \dots & x_n^n - x_1x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1x_2^{n-1} \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n^2 - x_1x_n & x_n^3 - x_1x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \ldots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \ldots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \ldots & x_3^n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \ldots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 & \ldots & x_2^n - x_1x_2^{n-1} \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 & \ldots & x_3^n - x_1x_3^{n-1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x_n - x_1 & x_n^2 - x_1x_n & x_n^3 - x_1x_n^2 & \ldots & x_n^n - x_1x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) & \ldots & x_2^{n-1}(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) & \ldots & x_3^{n-1}(x_3 - x_1) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x_n - x_1 & x_n(x_n - x_1) & x_n^2(x_n - x_1) & \ldots & x_n^{n-1}(x_n - x_1) \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда
$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2\left(x_2 - x_1\right) & x_2^2\left(x_2 - x_1\right) & \dots & x_2^{n-1}\left(x_2 - x_1\right) \\ x_3 - x_1 & x_3\left(x_3 - x_1\right) & x_3^2\left(x_3 - x_1\right) & \dots & x_3^{n-1}\left(x_3 - x_1\right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n\left(x_n - x_1\right) & x_n^2\left(x_n - x_1\right) & \dots & x_n^{n-1}\left(x_n - x_1\right) \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1}\left(x_n - x_j\right)\right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \ldots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \ldots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \ldots & x_3^n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \ldots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2\left(x_2 - x_1\right) & x_2^2\left(x_2 - x_1\right) & \ldots & x_2^{n-1}\left(x_2 - x_1\right) \\ x_3 - x_1 & x_3\left(x_3 - x_1\right) & x_3^2\left(x_3 - x_1\right) & \ldots & x_3^{n-1}\left(x_3 - x_1\right) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x_n - x_1 & x_n\left(x_n - x_1\right) & x_n^2\left(x_n - x_1\right) & \ldots & x_n^{n-1}\left(x_n - x_1\right) \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1}\left(x_n - x_j\right)\right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 & \ldots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \ldots & x_3^{n-1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \ldots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

По предположению индукции

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \ldots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \ldots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \ldots & x_3^n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \ldots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2 (x_2 - x_1) & x_2^2 (x_2 - x_1) & \ldots & x_2^{n-1} (x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3 (x_3 - x_1) & x_3^2 (x_3 - x_1) & \ldots & x_3^{n-1} (x_3 - x_1) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x_n - x_1 & x_n (x_n - x_1) & x_n^2 (x_n - x_1) & \ldots & x_n^{n-1} (x_n - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1} (x_n - x_j) \right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 & \ldots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \ldots & x_3^{n-1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \ldots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

По предположению индукции

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1} (x_n - x_j) \right) \prod_{i=2}^{n-1} \prod_{j=1}^{i-1} (x_i - x_j) =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) & \dots & x_2^{n-1}(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) & \dots & x_3^{n-1}(x_3 - x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n(x_n - x_1) & x_n^2(x_n - x_1) & \dots & x_n^{n-1}(x_n - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1}(x_n - x_j)\right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

По предположению индукции

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1}(x_n - x_j)\right) \prod_{i=2}^{n-1}\prod_{j=1}^{i-1}(x_i - x_j) = \prod_{i=2}^{n}\prod_{j=1}^{i-1}(x_i - x_j).$$

Решение задачи 8.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}.$$
Сформируем гипотезу индукции.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}.$$ Имеем $\det(1) = 1$,

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}.$$ Имеем $\det(1) = 1$, $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$,

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \ldots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \ldots & 3 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & 2 & 3 & \ldots & n \end{vmatrix}$$. Имеем $\det(1) = 1$, $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}.$$ Имеем $\det(1) = 1$, $\quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$. Имеем $\det(1) = 1$, $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$. Имеем $\det(1) = 1$, $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1.$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}.$$ Имеем $\det(1) = 1$, $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$,
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1.$$
Гипотеза индукции: рассматриваемый определитель произвольной размерности равен 1.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде
$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \ldots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \ldots & 3 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & 2 & 3 & \ldots & n \end{vmatrix}$. База индукции (при $n = 1$) доказана.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \ldots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \ldots & 3 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & 2 & 3 & \ldots & n \end{vmatrix}.$$
Шаг индукции: пусть

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$. Шаг индукции: пусть $n > 1$ и

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}.$$
Шаг индукции: пусть $n > 1$ и для определителя меньшего порядка гипотеза верна.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} =$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-(n-1) \end{vmatrix} =$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-(n-1) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-(n-1) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 \end{vmatrix}.$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-(n-1) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 \end{vmatrix}.$$

По предположению индукции последний детерминант равен 1.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

Согласно принципу математической индукции искомый детерминант равен 1.

Спасибо за внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?