Комментарии к теореме о равносильных преобразованиях СЛУ.

Обычно трудности с доказательством теоремы о равносильных преобразованиях СЛУ связаны с несформированностью культуры работы с определениями. *Согласно* определению эквивалентности систем *надо доказать, что всякое решение системы A является решением системы B и наоборот, всякое решение системы B является решением системы A*. Докажем первую импликацию: пусть $(x'_1;\ \ldots;\ x'_n)$ — решение системы A. Тогда при этих значениях переменных все равенства системы A выполняются. Но всякое уравнение системы B является уравнением системы A, поэтому все равенства системы B также выполняются. Теперь надо доказать обратную импликацию, потом повторить эту процедуру для остальных пунктов теоремы о равносильных преобразованиях СЛУ. Надеемся, что продолжение доказательства этой теоремы не вызовет у вас серьезных трудностей.

На случай, если эта надежда оправдалась не в полном объеме, приведем доказательство утверждения о том, что если система B получена из системы A заменой одного из уравнений системы A суммой этого уравнения с линейной комбинацией остальных уравнений, то всякое решение системы A является решением системы B и наоборот, всякое решение системы B является решением системы A. Пусть система A — это система уравнений и в системе B все уравнения те же, что и в A, кроме i-го уравнения, имеющего вид $f_i + \sum\limits_{j \neq i} \alpha_j f_j = g_i + \sum\limits_{j \neq i} \alpha_j g_j$. Тогда из того, что при некоторых значениях $(x_1';\ \ldots;\ x_n')$ имеем $f_p(x_1';\ \ldots;\ x_n') = g(x_1';\ \ldots;\ x_n')$ следует, что

$$f_i(x_1';\ \ldots;\ x_n') + \sum_{j \neq i} \alpha_j f_j(x_1';\ \ldots;\ x_n') =$$

$$= g_i(x_1';\ \ldots;\ x_n') + \sum_{j \neq i} \alpha_j g_j(x_1';\ \ldots;\ x_n'),$$

т.е. выполняются *все* уравнения системы B, включая уравнение с номером i. Теперь докажем утверждение «наоборот»: пусть при некоторых значениях $(x'_1;\ \ldots;\ x'_n)$ имеем, что, во-первых, для $p \neq i$ имеют место равенства $f_p(x'_1;\ \ldots;\ x'_n) = g_p(x'_1;\ \ldots;\ x'_n)$, и, во-вторых,

$$f_i(x'_1;\ \ldots;\ x'_n) + \sum_{j \neq i} \alpha_j f_j(x'_1;\ \ldots;\ x'_n) =$$

$$= g_i(x'_1;\ \ldots;\ x'_n) + \sum_{j \neq i} \alpha_j g_j(x'_1;\ \ldots;\ x'_n).$$

Тогда

$$f_i(x'_1;\ \ldots;\ x'_n) + \sum_{j \neq i} \alpha_j f_j(x'_1;\ \ldots;\ x'_n) =$$

$$= g_i(x'_1;\ \ldots;\ x'_n) + \sum_{j \neq i} \alpha_j g_j(x'_1;\ \ldots;\ x'_n) =$$

$$= g_i(x'_1;\ \ldots;\ x'_n) + \sum_{j \neq i} \alpha_j f_j(x'_1;\ \ldots;\ x'_n),$$

откуда $f_i(x'_1;\ \ldots;\ x'_n) = g_i(x'_1;\ \ldots;\ x'_n)$. Мы доказали утверждение, что если система B получена из системы A заменой одного из уравнений системы A суммой этого уравнения с линейной комбинацией остальных уравнений, то системы A и B равносильны. Остальные пункты теоремы о равносильных преобразованиях СЛУ докажите самостоятельно.

Вернуться к лекции?

Спасибо за внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?