Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Линейные пространства

Раздел **электронного учебника**
для сопровождения практического занятия

Изд. 4-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2012

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y) = x^a y^b$, определенных для $x > 0$, $y > 0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y), \quad \lambda \boxdot f(x,y) = f^{\lambda}(x,y) = (f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение.

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y), \quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. **Аксиома 1 (коммутативность)**:

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)= \qquad\qquad = g(x,y)\boxplus f(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y)=x^a y^b$, *определенных для* $x>0$, $y>0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda\boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=(f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 1 (коммутативность)**:

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y)= \qquad\qquad =g(x,y)\boxplus f(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y) = x^a y^b$, *определенных для* $x > 0$, $y > 0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda\boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y), \quad \lambda \boxdot f(x,y) = f^{\lambda}(x,y) = (f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Доказите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством***.

Решение. Аксиома 1 (коммутативность):

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y) = g(x,y) \cdot f(x,y) = g(x,y) \boxplus f(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y) = x^a y^b$, *определенных для* $x > 0$, $y > 0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda \boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y), \quad \lambda \boxdot f(x,y) = f^{\lambda}(x,y) = (f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством****.*

Решение. **Аксиома 2 (ассоциативность)**:

$$f(x,y) \boxplus (g(x,y) \boxplus h(x,y)) =$$

$$= (f(x,y) \boxplus g(x,y)) \boxplus h(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y)=x^a y^b$, *определенных для* $x>0$, $y>0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda\boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=(f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством****.*

Решение. Аксиома 2 (ассоциативность):

$$f(x,y)\boxplus(g(x,y)\boxplus h(x,y))=f(x,y)\cdot(g(x,y)\cdot h(x,y))=$$

$$=(f(x,y)\boxplus g(x,y))\boxplus h(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y)=x^a y^b$, *определенных для* $x>0$, $y>0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda\boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y), \quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 2 (ассоциативность)**:

$$f(x,y)\boxplus\left(g(x,y)\boxplus h(x,y)\right)=f(x,y)\cdot\left(g(x,y)\cdot h(x,y)\right)=$$

$$=\left(f(x,y)\cdot g(x,y)\right)\cdot h(x,y)=\left(f(x,y)\boxplus g(x,y)\right)\boxplus h(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y) = x^a y^b$, определенных для $x > 0$, $y > 0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y), \quad \lambda \boxdot f(x,y) = f^{\lambda}(x,y) = (f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. **Аксиома 3** (существование нулевого вектора):

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y)=x^a y^b$, *определенных для* $x>0$, $y>0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda\boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y), \quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 3** (существование нулевого вектора):

$$x^0y^0 \boxplus f(x,y)=$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x, y) = x^a y^b$, определенных для $x > 0$, $y > 0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x, y) \boxplus g(x, y) = f(x, y) \cdot g(x, y), \quad \lambda \boxdot f(x, y) = f^{\lambda}(x, y) = (f(x, y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. **Аксиома 3** (существование нулевого вектора):

$$x^0 y^0 \boxplus f(x, y) = x^0 y^0 \cdot f(x, y) =$$

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y) = x^a y^b$, *определенных для* $x > 0$, $y > 0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda \boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y), \quad \lambda \boxdot f(x,y) = f^{\lambda}(x,y) = (f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 3** (существование нулевого вектора):

$$x^0 y^0 \boxplus f(x,y) = x^0 y^0 \cdot f(x,y) = 1 \cdot f(x,y) =$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^\lambda(x,y)=(f(x,y))^\lambda. \tag{1}$$

*Докажите, что U с этими операциями является **линейным пространством**.*

Решение. **Аксиома 3** (существование нулевого вектора):

$$x^0y^0\boxplus f(x,y)=x^0y^0\cdot f(x,y)=1\cdot f(x,y)=f(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y) = x^a y^b$, определенных для $x > 0$, $y > 0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y) = f(x,y)\cdot g(x,y), \quad \lambda\boxdot f(x,y) = f^{\lambda}(x,y) = \left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. **Аксиома 3** (существование нулевого вектора):

$$x^0y^0 \boxplus f(x,y) = x^0y^0\cdot f(x,y) = 1\cdot f(x,y) = f(x,y).$$

Значит, функция $\mathbf{O}(x,y) = x^0y^0$ удовлетворяет требованию, предъявляемому к нулевому вектору линейного пространства.

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y) = x^a y^b$, *определенных для* $x > 0$, $y > 0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda\boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y), \quad \lambda \boxdot f(x,y) = f^{\lambda}(x,y) = (f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством****.*

Решение. Аксиома 4 (существование противоположного вектора): если $f(x,y) = x^a y^a \in U$, то

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y) = x^a y^b$, определенных для $x > 0$, $y > 0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y), \quad \lambda \boxdot f(x,y) = f^{\lambda}(x,y) = (f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. **Аксиома 4** (существование противоположного вектора): если $f(x,y) = x^a y^b \in U$, то

$$x^{-a} y^{-b} \boxplus f(x,y) =$$

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y)=x^a y^b$, *определенных для* $x>0$, $y>0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda\boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y), \quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=(f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 4** (существование противоположного вектора): если $f(x,y)=x^a y^b\in U$, то

$$x^{-a}y^{-b}\boxplus f(x,y)=x^{-a}y^{-b}\cdot x^a y^b=$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y), \quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. Аксиома 4 (существование противоположного вектора): если $f(x,y)=x^a y^b\in U$, то

$$x^{-a}y^{-b}\boxplus f(x,y)=x^{-a}y^{-b}\cdot x^a y^b=x^{-a}\cdot x^a\cdot y^{-b}\cdot y^b=$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x, y) = x^a y^b$, определенных для $x > 0$, $y > 0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x, y) \boxplus g(x, y) = f(x, y) \cdot g(x, y), \quad \lambda \boxdot f(x, y) = f^{\lambda}(x, y) = (f(x, y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. Аксиома 4 (существование противоположного вектора): если $f(x, y) = x^a y^b \in U$, то

$$x^{-a} y^{-b} \boxplus f(x, y) = x^{-a} y^{-b} \cdot x^a y^b = x^{-a} \cdot x^a \cdot y^{-b} \cdot y^b = 1 \cdot 1 =$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. **Аксиома 4** (существование противоположного вектора): если $f(x,y)=x^a y^b\in U$, то

$$x^{-a}y^{-b}\boxplus f(x,y)=x^{-a}y^{-b}\cdot x^a y^b=x^{-a}\cdot x^a\cdot y^{-b}\cdot y^b=1\cdot 1=1=$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y) = x^a y^b$, определенных для $x > 0$, $y > 0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y), \quad \lambda \boxdot f(x,y) = f^\lambda(x,y) = (f(x,y))^\lambda. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 4** (существование противоположного вектора): если $f(x,y) = x^a y^b \in U$, то

$$x^{-a} y^{-b} \boxplus f(x,y) = x^{-a} y^{-b} \cdot x^a y^b = x^{-a} \cdot x^a \cdot y^{-b} \cdot y^b = 1 \cdot 1 = 1 = \mathbf{O}(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y) = x^a y^b$, определенных для $x > 0$, $y > 0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda \boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y), \quad \lambda \boxdot f(x,y) = f^{\lambda}(x,y) = (f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. **Аксиома 4** (существование противоположного вектора): если $f(x,y) = x^a y^b \in U$, то

$$x^{-a} y^{-b} \boxplus f(x,y) = x^{-a} y^{-b} \cdot x^a y^b = x^{-a} \cdot x^a \cdot y^{-b} \cdot y^b = 1 \cdot 1 = 1 = \mathbf{O}(x,y).$$

Значит, функция $g(x,y) = x^{-a} y^{-b}$ удовлетворяет требованию, предъявляемому к противоположному вектору.

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y)=x^a y^b$, *определенных для* $x>0$, $y>0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda\boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством****.*

Решение. **Аксиома 5**:

$$\lambda\boxdot\left(f(x,y)\boxplus g(x,y)\right)=$$

$$=\left(\lambda\boxdot f(x,y)\right)\boxplus\left(\lambda\boxdot g(x,y)\right).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y)=x^a y^b$, *определенных для* $x>0$, $y>0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda\boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y), \quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством***.

Решение. Аксиома 5:

$$\lambda\boxdot\left(f(x,y)\boxplus g(x,y)\right)=\left(f(x,y)\cdot g(x,y)\right)^{\lambda}=$$

$$=\left(\lambda\boxdot f(x,y)\right)\boxplus\left(\lambda\boxdot g(x,y)\right).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y) = x^a y^b$, определенных для $x > 0$, $y > 0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda \boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y), \quad \lambda \boxdot f(x,y) = f^{\lambda}(x,y) = (f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. Аксиома 5:

$$\lambda \boxdot (f(x,y) \boxplus g(x,y)) = (f(x,y) \cdot g(x,y))^{\lambda} =$$

$$= f^{\lambda}(x,y) \cdot g^{\lambda}(x,y) = (\lambda \boxdot f(x,y)) \boxplus (\lambda \boxdot g(x,y)).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y) = x^a y^b$, определенных для $x > 0$, $y > 0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y), \quad \lambda \boxdot f(x,y) = f^{\lambda}(x,y) = (f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. Аксиома 6:

$$(\lambda + \mu) \boxdot f(x) =$$

$$= (\lambda \boxdot f(x,y)) \boxplus (\mu \boxdot f(x,y)).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. **Аксиома 6**:

$$(\lambda+\mu)\boxdot f(x)=f^{(\lambda+\mu)}(x,y)=$$

$$=(\lambda\boxdot f(x,y))\boxplus(\mu\boxdot f(x,y)).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y)=x^a y^b$, *определенных для* $x>0$, $y>0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda\boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 6**:

$$(\lambda+\mu)\boxdot f(x)=f^{(\lambda+\mu)}(x,y)=$$

$$=f^{\lambda}(x,y)\cdot f^{\mu}(x,y)=(\lambda\boxdot f(x,y))\boxplus(\mu\boxdot f(x,y)).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x, y) = x^a y^b$, *определенных для* $x > 0$, $y > 0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda\boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x, y) \boxplus g(x, y) = f(x, y) \cdot g(x, y), \quad \lambda \boxdot f(x, y) = f^\lambda(x, y) = (f(x, y))^\lambda . \tag{1}$$

Докажите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством***.

Решение. Аксиома 7:

$$(\lambda \cdot \mu) \boxdot f(x, y) = \qquad\qquad\qquad\qquad = \mu \boxdot (\lambda \boxdot f(x, y)) .$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y), \quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. Аксиома 7:

$$(\lambda\cdot\mu)\boxdot f(x,y)=f^{(\lambda\cdot\mu)}(x,y)= \qquad =\mu\boxdot\left(\lambda\boxdot f(x,y)\right).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=(f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. Аксиома 7:

$$(\lambda\cdot\mu)\boxdot f(x,y)=f^{(\lambda\cdot\mu)}(x,y)=\left(f^{\lambda}(x,y)\right)^{\mu}=\mu\boxdot(\lambda\boxdot f(x,y)).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций м $f(x, y) = x^a y^b$, определенных для $x > 0$, $y > 0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x, y) \boxplus g(x, y) = f(x, y) \cdot g(x, y), \quad \lambda \boxdot f(x, y) = f^{\lambda}(x, y) = (f(x, y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. Аксиома 8:

$$1 \boxdot f(x, y) = \qquad\qquad = f(x, y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y) = x^a y^b$, *определенных для* $x > 0$, $y > 0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda\boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y), \quad \lambda \boxdot f(x,y) = f^\lambda(x,y) = (f(x,y))^\lambda . \tag{1}$$

Доказите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством***.

Решение. Аксиома 8:

$$1 \boxdot f(x,y) = f^1(x,y) = f(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество* U *функций м* $f(x,y) = x^a y^b$, *определенных для* $x > 0$, $y > 0$, *с операциями «сложение»* $\boxplus$ *и «умножение на скаляр* λ*»* $\lambda\boxdot$, *введенных формулами:*

$$f(x,y) \boxplus g(x,y) = f(x,y)\cdot g(x,y), \quad \lambda \boxdot f(x,y) = f^{\lambda}(x,y) = (f(x,y))^{\lambda}. \tag{1}$$

Докажите, что U *с этими операциями является* ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 8**:

$$1 \boxdot f(x,y) = f^1(x,y) = f(x,y).$$

Значит, U — линейное пространство.

Вернёмся к лекции?

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение.

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной:

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} & \text{коэффициент при } x^2 \\ & \\ & \end{array}\right.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной:

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon= & \text{коэффициент при } x^2 \\ & \\ & \end{array}\right.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x^2 \\ & \\ & \end{array}\right.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *систе-ма многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы век-торов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x^2 \\ & \text{коэффициент при } x \\ & \end{array}\right.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l}\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x^2\\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x\\ & \end{array}\right.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x^2 \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x \\ & \text{коэффициент при } x^0 \end{array}\right.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l}\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x^2\\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x\\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. & \text{коэффициент при } x^0\end{array}\right.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. Система уравнений

$$\left\{\begin{array}{l|l} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x^2 \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. & \text{коэффициент при } x^0 \end{array}\right.$$

имеет ненулевое решение (которое можно получить, например, **методом Гаусса**).

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. Итак, равенство

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

может выполняться при значениях коэффициентов, не все из которых равны 0.

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. Итак, равенство

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

может выполняться при значениях коэффициентов, не все из которых равны 0.

Значит, система векторов **линейной зависима** по определению.

Вернёмся к лекции?

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение.

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** *U квадратичных форм.*

Решение. **По определению системы порождающих линейного пространства** любой многочлен из линейного пространства квадратичных форм должен раскладываться в линейную комбинацию векторов данной системы.

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U. Обозначим его коэффициенты буквами, например, a, b, c.

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Итак, возьмем произвольный многочлен $ax^2+bxy+cy^2$. Обозначим коэффициенты разложения буквами, например, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$:

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** *U квадратичных форм.*

Решение. Итак, возьмем произвольный многочлен $ax^2+bxy+cy^2$. Обозначим коэффициенты разложения буквами, например, $\alpha,\beta,\gamma,\delta$:

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\left(x+y\right)^2+\delta\left(x-y\right)^2.$$

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение.

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение.

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|}x^2\\ xy\\ y^2\end{array}\qquad\qquad\Rightarrow$$

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение.

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{l|l}
x^2 & \qquad\qquad\qquad = a, \\
xy & \qquad\qquad\qquad\qquad \Rightarrow \\
y^2 &
\end{array}$$

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение.

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l}
x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\
xy & \\
y^2 &
\end{array}\quad\Rightarrow$$

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение.

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{l|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & \qquad\qquad\quad\; =b, \\ y^2 & \end{array} \quad\Rightarrow$$

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение.

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \end{array} \qquad \Rightarrow$$

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение.

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l}
x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\
xy & 2\gamma-2\delta=b, \\
y^2 & \qquad\qquad\qquad\quad =c
\end{array}\quad\Rightarrow$$

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение.

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta=c \end{array} \qquad \Rightarrow$$

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение.

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{l|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta=c \end{array} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases} \alpha=\dfrac{a+c}{2}-2\delta, \\ \gamma=\delta, \\ \beta=\dfrac{a-c}{2} \end{cases}$$

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение.

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta=c \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \alpha=\dfrac{a+c}{2}-2\delta, \\ \gamma=\delta, \\ \beta=\dfrac{a-c}{2} \end{cases}$$

Значит, нужные значения α,β,γ можно найти при любых значениях a,b,c, например, при $\delta=0$. **Вернёмся к лекции?**

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** *U* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2.*

Решение.

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности 2×2.*

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности 2×2.*

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти?

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ?

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности 2×2.*

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности 2×2.*

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные.

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности 2×2.*

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**. Поэтому **обозначим буквами** коэффициенты матрицы из базиса:

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности 2×2.*

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**. Поэтому **обозначим буквами** коэффициенты матрицы из базиса: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности 2×2.*

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**. Поэтому **обозначим буквами** коэффициенты матрицы из базиса: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. По условию эта матрица

должна быть **симметричной**, т.е.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** *U* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2.*

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**. Поэтому **обозначим буквами** коэффициенты матрицы из базиса: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. По условию эта матрица должна быть **симметричной**, т.е.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**. Поэтому **обозначим буквами** коэффициенты матрицы из базиса: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. По условию эта матрица должна быть **симметричной**, т.е.

$$\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** *U* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2.*

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**. Поэтому **обозначим буквами** коэффициенты матрицы из базиса: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. По условию эта матрица должна быть **симметричной**, т.е.

$\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Следовательно, $b = c$.

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности 2×2.*

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Получили, что произвольная матрица из U имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$.

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности 2×2.*

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Получили, что произвольная матрица из U имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$.

Теперь мы доказались в непривычной ситуации «почти абсолютной свободы», так как требуемых базисов бесконечно много. Свобода приносит пользу только в том случае, если мы можем ей с толком распорядиться.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** *U* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2.*

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Получили, что произвольная матрица из U имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$.

Произвольный вектор линейного пространства U определяется тремя *независимыми* параметрами a, b, d.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Получили, что произвольная матрица из U имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$.

Произвольный вектор линейного пространства U определяется тремя *независимыми* параметрами a, b, d. «Протащим единичку через параметры», то есть положим равными нулю все параметры, кроме одного «исключительного», равного 1,

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Получили, что произвольная матрица из U имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$.

Произвольный вектор линейного пространства U определяется тремя *независимыми* параметрами a, b, d. Положим равными нулю все параметры, кроме одного «исключительного», равного 1, и в качестве такого «исключительного параметра» по очереди будем назначать каждый из трех параметров.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a} & b \\ b & d \end{pmatrix} \qquad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \\ & \end{pmatrix}; \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** *U* ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a} & b \\ b & d \end{pmatrix} \qquad \mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** *U* ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

$$\begin{pmatrix} a & \mathbf{b} \\ \mathbf{b} & d \end{pmatrix} \qquad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \end{pmatrix}; \qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

$$\begin{pmatrix} a & \mathbf{b} \\ \mathbf{b} & d \end{pmatrix} \qquad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & 0 \end{pmatrix}; \qquad \qquad \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** *U* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2.*

Решение.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & \mathbf{d} \end{pmatrix} \qquad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} & \\ & \mathbf{1} \end{pmatrix} \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** *U* ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & \mathbf{d} \end{pmatrix} \qquad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix} \qquad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** *U* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2.*

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что векторa упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Базис (или **базу**), полученную таким «протаскиванием единички через параметры» мы будем в дальнейшем называть *естественным базисом* (термин нестандартный).

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности 2×2.*

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система **Б** (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система **Б** (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Во-первых, надо убедиться, что система **Б** **линейно независима**.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система **Б** (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Во-первых, надо убедиться, что система **Б** **линейно независима**.

Во-вторых, следует убедиться, что при добавлении в эту систему хотя бы одного вектора она становится **линейно зависимой**.

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности 2×2.*

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система **Б** (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Докажем, что система **Б** **линейно независима**:

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** *U* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2.*

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система **Б** (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Докажем, что система **Б** **линейно независима**:

$$x \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** *U* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2.*

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система $\mathbf{Б}$ (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Докажем, что система $\mathbf{Б}$ **линейно независима**:

$$x \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** *U* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2.*

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система **Б** (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Докажем, что система **Б** **линейно независима**:

$$x \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

откуда $x = y = z = 0$, что и требовалось доказать.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Теперь докажем **утверждение «во-вторых»**:

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности 2×2.*

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Теперь докажем **утверждение «во-вторых»**: при добавлении в систему $\mathbf{Б}$ хотя бы одного вектора она становится **линейно зависимой**.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что векторa упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Добавим в систему **Б** вектор $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** *U* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2.*

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Получим систему $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \right\}$.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Получим систему $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \right\}$.

$$a \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Получим систему $\mathbf{Б}' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \right\}$.

$$a \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

— нетривиальная линейная комбинация, равная нулевому вектору.

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности 2×2.*

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Получим систему $\mathbf{Б}' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \right\}$.

$$a \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

— нетривиальная линейная комбинация, равная нулевому вектору.

Значит, при добавлении в систему $\mathbf{Б}$ произвольного вектора из U, она становится **линейно зависимой**.

Пример 4. *Найти какой-либо **базис** линейного **пространства** U **симметричных матриц** размерности* 2×2.

Решение. Мы доказали, что система векторов

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

является **базой** (или **базисом**, если считать, что вектора упорядочены) линейного пространства U, состоящего из матриц вида $\begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix}$.

Вернёмся к лекции или рассмотреть **другой пример**?

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение.

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. Произвольный вектор из U: $\quad ax^0 + bx + cx^2 + dx^3$ однозначно определяют четыре параметра a, b, c, d. Эти параметра независимы в том смысле, что значение каждого из них никаким образом не зависит от значения остальных параметров. Кроме того, вектор является линейной функцией от этих параметров, то есть

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. Произвольный вектор из U: $ax^0 + bx + cx^2 + dx^3$ однозначно определяют четыре параметра a, b, c, d. Эти параметра независимы в том смысле, что значение каждого из них никаким образом не зависит от значения остальных параметров. Кроме того, вектор является линейной функцией от этих параметров, то есть если, например, положить $F(a, b, c, d) = ax^0 + bx + cx^2 + dx^3$, то F является **функцией, линейной по каждому из этих параметров**.

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. Произвольный вектор из U: $ax^0 + bx + cx^2 + dx^3$ однозначно определяют четыре параметра a, b, c, d. Эти параметра независимы в том смысле, что значение каждого из них никаким образом не зависит от значения остальных параметров. Кроме того, вектор является линейной функцией от этих параметров, то есть если, например, положить $F(a, b, c, d) = ax^0 + bx + cx^2 + dx^3$, то F является **функцией, линейной по каждому из этих параметров**.

Напомним, что, например, линейность по параметру определяется равенством $F(\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2, b, c, d) = \lambda_1 F(a_1, b, c, d) + \lambda_2 F(a_2, b, c, d)$.

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \{ \qquad\qquad\qquad \}$$

$$\underbrace{\mathbf{a}}_{=1} \cdot x^0 + \underbrace{b}_{=0} \cdot x + \underbrace{c}_{=0} \cdot x^2 + \underbrace{d}_{=0} \cdot x^3$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \{ \qquad \qquad \}$$

$$\mathbf{1} \cdot x^0 \;\; +0 \cdot x \;\; +0 \cdot x^2 \;\; +0 \cdot x^3$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^0, \qquad\qquad \right\}$$
$$\mathbf{1} \cdot x^0 \ +0 \cdot x \ +0 \cdot x^2 \ +0 \cdot x^3 \ = x^0$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \{x^0, \qquad\qquad\}$$

$$1 \cdot x^0 \;\; +0 \cdot x \;\; +0 \cdot x^2 \;\; +0 \cdot x^3 \;\; = x^0$$

$$0 \cdot x^0 \;\; +\mathbf{1} \cdot x \;\; +0 \cdot x^2 \;\; +0 \cdot x^3$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, \qquad \right\}$$

$$1 \cdot x^0 \; +0 \cdot x \; +0 \cdot x^2 \; +0 \cdot x^3 \; = x^0$$

$$0 \cdot x^0 \; +\mathbf{1} \cdot x \; +0 \cdot x^2 \; +0 \cdot x^3 \; = x$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \{x^0, x, \qquad\}$$

$$\begin{array}{lllll} 1 \cdot x^0 & +0 \cdot x & +0 \cdot x^2 & +0 \cdot x^3 & = x^0 \\ 0 \cdot x^0 & +1 \cdot x & +0 \cdot x^2 & +0 \cdot x^3 & = x \\ 0 \cdot x^0 & +0 \cdot x & +\mathbf{1} \cdot x^2 & +0 \cdot x^3 & \end{array}$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2, \quad \right\}$$

$$\begin{array}{lllll} 1 \cdot x^0 & +0 \cdot x & +0 \cdot x^2 & +0 \cdot x^3 & = x^0 \\ 0 \cdot x^0 & +1 \cdot x & +0 \cdot x^2 & +0 \cdot x^3 & = x \\ 0 \cdot x^0 & +0 \cdot x & +\mathbf{1} \cdot x^2 & +0 \cdot x^3 & = x^2 \end{array}$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2, \quad \}$$

$$\begin{array}{lllll} 1 \cdot x^0 & +0 \cdot x & +0 \cdot x^2 & +0 \cdot x^3 & = x^0 \\ 0 \cdot x^0 & +1 \cdot x & +0 \cdot x^2 & +0 \cdot x^3 & = x \\ 0 \cdot x^0 & +0 \cdot x & +1 \cdot x^2 & +0 \cdot x^3 & = x^2 \\ 0 \cdot x^0 & +0 \cdot x & +0 \cdot x^2 & +\mathbf{1} \cdot x^3 & \end{array}$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\text{Б} = \{x^0, x, x^2, x^3\}$$

$$\begin{aligned}
1 \cdot x^0 \ +0 \cdot x \ +0 \cdot x^2 \ +0 \cdot x^3 &= x^0 \\
0 \cdot x^0 \ +1 \cdot x \ +0 \cdot x^2 \ +0 \cdot x^3 &= x \\
0 \cdot x^0 \ +0 \cdot x \ +1 \cdot x^2 \ +0 \cdot x^3 &= x^2 \\
0 \cdot x^0 \ +0 \cdot x \ +0 \cdot x^2 \ +\mathbf{1} \cdot x^3 &= x^3
\end{aligned}$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2, x^3\right\}$$

$$\begin{array}{lllll} 1 \cdot x^0 & +0 \cdot x & +0 \cdot x^2 & +0 \cdot x^3 & = x^0 \\ 0 \cdot x^0 & +1 \cdot x & +0 \cdot x^2 & +0 \cdot x^3 & = x \\ 0 \cdot x^0 & +0 \cdot x & +1 \cdot x^2 & +0 \cdot x^3 & = x^2 \\ 0 \cdot x^0 & +0 \cdot x & +0 \cdot x^2 & +1 \cdot x^3 & = x^3 \end{array}$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получили систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^0, x, x^2, x^3 \right\}.$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получили систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2, x^3\right\}.$$

Линейная независимость этой системы векторов следует из свойств многочленов. Максимальность этой системы среди всех линейно независимых систем векторов очевидна.

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получили систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2, x^3\right\}.$$

Линейная независимость этой системы векторов следует из свойств многочленов. Максимальность этой системы среди всех линейно независимых систем векторов очевидна.

Мы доказали, что система векторов **Б** является **базисом**.

Вернёмся к лекции?

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathrm{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

Пример 6. *Найдите **координаты** вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства **симметричных матриц** в его **естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} =$$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathrm{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} +$$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} +$$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** **Б** $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $\mathbf{Б}$ имеет вид

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \mathbf{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе **Б** имеет вид

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{2} \\ \end{pmatrix}$$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (\mathbf{-1}) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $\mathbf{Б}$ имеет вид

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix}$$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе **Б** имеет вид

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Вернёмся к лекции или рассмотреть **следующий пример**?

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочлена* $3 - 2x + x^3$ *в* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \{x^0, x, x^2, x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3.*

Решение.

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочлена* $3 - 2x + x^3$ *в* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \{x^0, x, x^2, x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3.*

Решение.

$$3 - 2x + x^3 =$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочлена* $3 - 2x + x^3$ *в* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \{x^0, x, x^2, x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3.*

Решение.

$$3 - 2x + x^3 = 3 \cdot x^0 + (-2) \cdot x^1 + 0 \cdot x^2 + 1 \cdot x^3,$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочлена* $3 - 2x + x^3$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2, x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3.*

Решение.

$$3 - 2x + x^3 = 3 \cdot x^0 + (-2) \cdot x^1 + 0 \cdot x^2 + 1 \cdot x^3,$$

поэтому согласно **формуле из определения координат вектора**, столбец координат многочлена $3 - 2x + x^3$ в базисе $= \{x^0, x, x^2, x^3\}$

имеет вид $\left[3 - 2x + x^3\right]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочлена* $3-2x+x^3$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2,x^3\right\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3.*

Решение.

$$3-2x+x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x^1+0\cdot x^2+1\cdot x^3,$$

поэтому согласно **формуле из определения координат вектора**, столбец координат многочлена $3-2x+x^3$ в базисе $=\left\{x^0,x,x^2,x^3\right\}$ имеет вид $\left[3-2x+x^3\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}3\\-2\\0\\1\end{pmatrix}.$

Вернёмся к лекции или **рассмотреть следующий пример**?

Пример 8. U — *линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2. *В системе векторов* $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$ *и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы* $\mathcal{A}$*. Проверить, является ли* $\mathcal{A}$ ***базой*** *линейного* ***пространства*** U.

Решение.

Типовой план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1) ввести базис;

Типовой план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1) ввести базис;

2) переформулировать задачи в терминах арифметического пространства $\mathbb{R}^n$ («пространства координат»), обычно это сведение к анализу системы линейных уравнений или матричного уравнения;

Типовой план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1) ввести базис;

2) переформулировать задачи в терминах арифметического пространства $\mathbb{R}^n$ («пространства координат»), обычно это сведение к анализу системы линейных уравнений или матричного уравнения;

3) решить полученную задачу для $\mathbb{R}^n$ (например, решить уравнения);

Типовой план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1) ввести базис;

2) переформулировать задачи в терминах арифметического пространства $\mathbb{R}^n$ («пространства координат»), обычно это сведение к анализу системы линейных уравнений или матричного уравнения;

3) решить полученную задачу для $\mathbb{R}^n$ (например, решить уравнения);

4) интерпретировать результаты для исходного линейного пространства.

Пример 8. *U — линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2. В системе векторов* $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** *$\mathcal{A}$ и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы $\mathcal{A}$. Проверить, является ли $\mathcal{A}$* ***базой*** *линейного* ***пространства*** *U.*

Решение. Выполним пункт 1) **типового плана**: введем **базис**.

Пример 8. *U — линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2. В системе векторов* $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** *$\mathcal{A}$ и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы $\mathcal{A}$. Проверить, является ли $\mathcal{A}$* ***базой*** *линейного* ***пространства*** *U.*

Решение. **Естественный базис** линейного пространства U мы уже находили при решении **примера 4**:

$$\text{Б} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Пример 8. *U — линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2. В системе векторов* $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$ *и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы $\mathcal{A}$. Проверить, является ли $\mathcal{A}$* ***базой*** *линейного* ***пространства*** *U.*

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$.

Пример 8. *U — линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2. В системе векторов* $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** *$\mathcal{A}$ и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы $\mathcal{A}$. Проверить, является ли $\mathcal{A}$* ***базой*** *линейного* ***пространства*** *U.*

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$. Надо найти максимальную линейно независимую подсистему столбцов координат исходной системы векторов в **естественном базисе**:

Пример 8. U — *линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2. *В системе векторов* $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$ *и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы* $\mathcal{A}$. *Проверить, является ли* $\mathcal{A}$ ***базой*** *линейного* ***пространства*** U.

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$. Надо найти максимальную линейно независимую подсистему столбцов координат исходной системы векторов в **естественном базисе**: $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$,

Пример 8. *U — линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2. В системе векторов* $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** *$\mathcal{A}$ и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы $\mathcal{A}$. Проверить, является ли $\mathcal{A}$* ***базой*** *линейного* ***пространства*** *U.*

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$. Надо найти максимальную линейно независимую подсистему столбцов координат исходной системы векторов в **естественном базисе**: $\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\-3\\2\end{pmatrix},$

Пример 8. U — *линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2. *В системе векторов* $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$ *и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы* $\mathcal{A}$. *Проверить, является ли* $\mathcal{A}$ ***базой*** *линейного* ***пространства*** U.

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$. Надо найти максимальную линейно независимую подсистему столбцов координат исходной системы векторов в **естественном базисе**: $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix},$

Пример 8. *U — линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2. В системе векторов* $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** *$\mathcal{A}$ и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы $\mathcal{A}$. Проверить, является ли $\mathcal{A}$* ***базой*** *линейного* ***пространства*** *U.*

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$. Надо найти максимальную линейно независимую подсистему столбцов координат исходной системы векторов в **естественном базисе**:
$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Пример 8. *U — линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2. В системе векторов* $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** *$\mathcal{A}$ и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы $\mathcal{A}$. Проверить, является ли $\mathcal{A}$* ***базой*** *линейного* ***пространства*** *U.*

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$. Надо найти максимальную линейно независимую подсистему столбцов координат исходной системы векторов в **естественном базисе**:
$$\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\ -3\\ 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\ -1\\ -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4\\ 9\\ -3\end{pmatrix}.$$

Пример 8. *U — линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2. В системе векторов* $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** *$\mathcal{A}$ и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы $\mathcal{A}$. Проверить, является ли $\mathcal{A}$* ***базой*** *линейного* ***пространства*** *U.*

Решение. Результат выполнения пункт 2) **типового плана**: для $\mathbb{R}^3$ исходную задачу можно переформулировать как требование найти максимальную линейно независимую систему столбцов матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Пример 8. *U — линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2. В системе векторов* $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** *$\mathcal{A}$ и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы $\mathcal{A}$. Проверить, является ли $\mathcal{A}$* ***базой*** *линейного* ***пространства*** *U.*

Решение. Выполним пункт 3) **типового плана**: решим задачу в $\mathbb{R}^3$: найдем максимальную линейно независимую систему столбцов матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$. Элементарные преобразования строк не меняют зависимостей между столбцами.

Пример 8. U — *линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2. *В системе векторов* $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$ *и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы* $\mathcal{A}$. *Проверить, является ли* $\mathcal{A}$ ***базой*** *линейного* ***пространства*** U.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 8. U — *линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2. *В системе векторов* $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$ *и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы* $\mathcal{A}$. *Проверить, является ли* $\mathcal{A}$ ***базой*** *линейного* ***пространства*** U.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Пример 8. *U — линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2. В системе векторов* $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** *$\mathcal{A}$ и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы $\mathcal{A}$. Проверить, является ли $\mathcal{A}$* ***базой*** *линейного* ***пространства*** *U.*

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Прямой ход метода Гаусса закончен. Ясно, что **первые три столбца линейно независимы**.

Пример 8. U — *линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2. *В системе векторов* $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$ *и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы* $\mathcal{A}$. *Проверить, является ли* $\mathcal{A}$ ***базой*** *линейного* ***пространства*** U.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Значит, первые три матрицы исходной системы образуют максимальную линейно независимую систему.

Пример 8. U — *линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2. *В системе векторов* $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$ *и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы* $\mathcal{A}$. *Проверить, является ли* $\mathcal{A}$ ***базой*** *линейного* ***пространства*** U.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Найдем разложение четвертого столбца в виде комбинации первых трех.

Пример 8. U — *линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2. *В системе векторов* $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$ *и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы* $\mathcal{A}$. *Проверить, является ли* $\mathcal{A}$ ***базой*** *линейного* ***пространства*** U.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 8. U — *линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2. *В системе векторов* $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$ *и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы* $\mathcal{A}$. *Проверить, является ли* $\mathcal{A}$ ***базой*** *линейного* ***пространства*** U.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Пример 8. U — *линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2. *В системе векторов* $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$ *и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы* $\mathcal{A}$. *Проверить, является ли* $\mathcal{A}$ ***базой*** *линейного* ***пространства*** U.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

В поиске максимальной линейно независимой подсистемы системы $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ получили

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь выполним пункт 4) **типового плана**:

В поиске максимальной линейно независимой подсистемы системы $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ получили

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь выполним пункт 4) **типового плана**:

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 8. *U — линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2. В системе векторов* $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** *$\mathcal{A}$ и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы $\mathcal{A}$. Проверить, является ли $\mathcal{A}$* ***базой*** *линейного* ***пространства*** *U.*

Ответ. Система $\mathcal{A}$ является линейно зависимой, поэтому она не является базисом. Линейно независима система из первых трех матриц, причем

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} = 1\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} - 2\cdot\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} - 1\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$, $\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение.

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \left\{x+1,\ x-1\right\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$,
$\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 =?(x-1)+?(x^2-1), \\ x-1 =?(x-1)+?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$,
$\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$, $\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 =?(x-1)+?(x^2-1), \\ x-1 =?(x-1)+?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1)+\beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1)+0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} & x^2 \\ & x \\ & x^0 \end{array} \right.$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$,
$\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{r|l} & x^2 \\ & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right.$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$,
$\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} & x^2 \\ \alpha = 1 & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right.$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$,
$\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \beta = 0 & x^2 \\ \alpha = 1 & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$,
$\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \beta = 0 & x^2 \\ \alpha = 1 & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = 0, \\ \qquad \stackrel{?}{=} 1 \end{cases}$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \beta = 0 & x^2 \\ \alpha = 1 & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = 0, \\ -1 - 0 \stackrel{?}{=} 1 \end{cases}$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$,
$\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 =?(x-1)+?(x^2-1), \\ x-1 =?(x-1)+?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1)+\beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1)+0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \beta = 0 & x^2 \\ \alpha = 1 & x \\ -\alpha-\beta = 1 & x^0 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = 0, \\ -1-0 \overset{?}{=} 1 \end{cases}$$

Значит, требуемых α и β не существует. Поэтому $\mathcal{A} \overset{?}{\dashv} \mathcal{B}$.

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$,
$\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 =?(x-1)+?(x^2-1), \\ x-1 =?(x-1)+?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1)+\beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1)+0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \beta = 0 & x^2 \\ \alpha = 1 & x \\ -\alpha-\beta = 1 & x^0 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = 0, \\ -1-0 \stackrel{?}{=} 1 \end{cases}$$

Значит, требуемых α и β не существует. Поэтому $\mathcal{A} \not\dashv \mathcal{B}$.

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$, $\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$,
$\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) + ?(x^2+x), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) + ?(x^2+x) \end{cases}$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$,
$\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) + ?(x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$, $\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1) + \gamma(x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$,
$\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1) + \gamma(x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \beta+\gamma=0 & x^2 \\ \alpha+\gamma=1 & x \\ -\alpha-\beta=1 & x^0 \end{array} \right. \quad \Rightarrow$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$*, если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$, $\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1) + \gamma(x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \beta+\gamma = 0 & x^2 \\ \alpha+\gamma = 1 & x \\ -\alpha-\beta = 1 & x^0 \end{array}\right. \quad \Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$, $\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1) + \gamma(x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \beta + \gamma = 0 & x^2 \\ \alpha + \gamma = 1 & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right. \quad \Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1) + \gamma(x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \beta+\gamma = 0 & x^2 \\ \alpha+\gamma = 1 & x \\ -\alpha-\beta = 1 & x^0 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = -1, \\ \gamma = 1. \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$, $\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = 0(x-1) - (x^2-1) + (x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \beta + \gamma = 0 & x^2 \\ \alpha + \gamma = 1 & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = -1, \\ \gamma = 1. \end{cases}$$

Пример 9. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\quad \mathcal{B} = \left\{x-1,\ x^2-1\right\}$,
$\mathcal{C} = \left\{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\right\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = 0(x-1) - (x^2-1) + (x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

Значит, $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$.

Вернёмся к лекции?

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение.

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{\mathit{Б}} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений*
$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \middle| \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\,(x-1) + b\,(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\,(x-1) + b\,(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases}$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений* $\left\{\begin{array}{l} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{array}\right.$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\left(x-1\right)+b\left(x+1\right)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \left\{\begin{array}{l} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{array}\right. \right\} =$$

$$\left\{\begin{array}{l} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{array}\right. \qquad \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\left(x-1\right) + b\left(x+1\right) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{\mathit{Б}} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений*
$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\left(x-1\right)+b\left(x+1\right)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -9 & -5 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений*
$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\,(x-1) + b\,(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -9 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\,(x-1) + b\,(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \\ \end{pmatrix}$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений*
$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\,(x-1) + b\,(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\,(x-1) + b\,(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\,(x-1) + b\,(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{-5} & -3 \\ 0 & 1 & \mathbf{9} & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \mathbf{1} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\,(x-1) + b\,(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{-5} & -3 \\ 0 & 1 & \mathbf{9} & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ \mathbf{1} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\,(x-1) + b\,(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений*
$\left\{\begin{array}{l} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{array}\right.$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\left(x-1\right) + b\left(x+1\right) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \left\{\begin{array}{l} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{array}\right. \right\} =$$

$$\left\{\begin{array}{l} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{array}\right. \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & \mathbf{-3} \\ 0 & 1 & 9 & \mathbf{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений*
$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\,(x-1) + b\,(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & \mathbf{-3} \\ 0 & 1 & 9 & \mathbf{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Пример 10. *Пусть **подпространство** V линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\,(x-1) + b\,(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{\mathit{Б}} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений*
$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\left(x-1\right)+b\left(x+1\right)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} C\left(5\left(x-1\right)-9\left(x+1\right)+\left(x^2-1\right)\right)+ \\ +D\left(3\left(x-1\right)-5\left(x+1\right)+\left(x^3-1\right)\right) \end{array} \;\middle|\; \{C,\ D\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. *Пусть* *подпространство* V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \left\{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\right\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a\,(x-1)+b\,(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} C\left(5\,(x-1)-9\,(x+1)+\left(x^2-1\right)\right)+ \\ +D\left(3\,(x-1)-5\,(x+1)+\left(x^3-1\right)\right) \end{array} \;\middle|\; \{C,\ D\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\langle 5\,(x-1)-9\,(x+1)+\left(x^2-1\right),\ \ 3\,(x-1)-5\,(x+1)+\left(x^3-1\right) \right\rangle .$$

Вернёмся к лекции или **рассмотреть следующий пример?**

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство* U *квадратичных форм* $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. *Доказать, что подпространством является подмножество* V *таких квадратичных форм* $f(x,y)$, *что выполняется тождество* $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. *Задать подпространство* V *системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

Нам надо доказать, что

$$\begin{cases} f(x,y) \in V, \\ g(x,y) \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y), \\ g(x+2y, x-2y) = g(2x+y, 2x-y) \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

Нам надо доказать, что

$$\begin{cases} f(x, y) \in V, \\ g(x, y) \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y), \\ g(x + 2y, x - 2y) = g(2x + y, 2x - y) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha f(x, y) + \beta g(x, y) \in V.$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

$$\begin{cases} f(x, y) \in V, \\ g(x, y) \in V \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

$$\begin{cases} f(x, y) \in V, \\ g(x, y) \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y), \\ g(x + 2y, x - 2y) = g(2x + y, 2x - y) \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

$$\begin{cases} f(x,y) \in V, \\ g(x,y) \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y), \\ g(x+2y, x-2y) = g(2x+y, 2x-y) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha f(x+2y, x-2y) + \beta g(x+2y, x-2y) =$$

$$= \alpha f(2x+y, 2x-y) + \beta g(2x+y, 2x-y) \Rightarrow$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

$$\begin{cases} f(x,y) \in V, \\ g(x,y) \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y), \\ g(x+2y, x-2y) = g(2x+y, 2x-y) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \alpha f(x+2y, x-2y) + \beta g(x+2y, x-2y) =$$

$$= \alpha f(2x+y, 2x-y) + \beta g(2x+y, 2x-y) \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \alpha f(x,y) + \beta g(x,y) \in V.$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Типичный план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.
2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.
3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Типичный план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

2. Свести решение полученной задачи к системе линейных уравнений или матричному уравнению.

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство* U *квадратичных форм* $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. *Доказать, что подпространством является подмножество* V *таких квадратичных форм* $f(x, y)$, *что выполняется тождество* $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. *Задать подпространство* V *системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение.

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Какова стандартная процедура перехода в пространство $\mathbb{R}^n$?

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Какова стандартная процедура перехода в пространство $\mathbb{R}^n$?

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе. Например, для вектора — это столбец координат.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Какова стандартная процедура перехода в пространство $\mathbb{R}^n$?

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе. Например, для вектора — это столбец координат. Для подпространства — система линейных уравнений или задание с помощью базиса.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$a\cdot \quad x^2 \quad +b\cdot \quad xy \quad +c\cdot \quad y^2$$

$$\downarrow$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y,x-2y)=f(2x+y,2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{l} a\cdot \quad x^2 \quad +b\cdot \quad xy \quad +c\cdot \quad y^2 \\ \downarrow \\ 1\cdot \end{array}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{l} a\cdot \quad x^2 \quad +b\cdot \quad xy \quad +c\cdot \quad y^2 \\ \downarrow \\ 1\cdot \quad x^2 \end{array}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llllll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & & \\ 1\cdot & x^2 & & & & \end{array}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & & \\ 1\cdot & x^2 & +0\cdot & & & \end{array}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство* U *квадратичных форм* $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. *Доказать, что подпространством является подмножество* V *таких квадратичных форм* $f(x,y)$, *что выполняется тождество* $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. *Задать подпространство* V *системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & & \\ 1\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & & \end{array}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 1\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & & \end{array}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 1\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & +0\cdot & \end{array}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 1\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & +0\cdot & y^2 \end{array}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 1\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & +0\cdot & y^2 \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$a\cdot \quad x^2 \quad +b\cdot \quad xy \quad +c\cdot \quad y^2$$

$$\downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \mathbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$a\cdot \quad x^2 \quad +b\cdot \quad xy \quad +c\cdot \quad y^2$$

$$\downarrow$$

$$0\cdot$$

$$\mathbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 a) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & & & & \\ 0\cdot & x^2 & & & & \end{array} \qquad \text{Б} = \{x^2,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y,x-2y)=f(2x+y,2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llllll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & & \\ 0\cdot & x^2 & & & & \end{array} \qquad \textbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llllll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & & \\ 0\cdot & x^2 & +1\cdot & & & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llllll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & & \\ 0\cdot & x^2 & +1\cdot & xy & & \end{array} \qquad \textbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +1\cdot & xy & & \end{array} \qquad \textbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +1\cdot & xy & +0\cdot & \end{array} \qquad \text{Б} = \{x^2,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +1\cdot & xy & +0\cdot & y^2 \end{array} \qquad \textbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +1\cdot & xy & +0\cdot & y^2 \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$a \cdot \ \ x^2 \ \ +b \cdot \ \ xy \ \ +c \cdot \ \ y^2$$

$$\downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \text{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как **линейную оболочку** базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{l} a\cdot \;\; x^2 \;\; +b\cdot \;\; xy \;\; +c\cdot \;\; y^2 \\ \downarrow \\ 0\cdot \end{array} \qquad \text{Б} = \{x^2,\; xy,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llllll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & & & & \\ 0\cdot & x^2 & & & & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llllll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & & \\ 0\cdot & x^2 & & & & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llllll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & & \\ 0\cdot & x^2 & +0\cdot & & & \end{array} \qquad \textbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 a) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & & \\ 0\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & +1\cdot & \end{array} \qquad \textbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & +1\cdot & y^2 \end{array} \qquad \textbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & +1\cdot & y^2 \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Надо задать подпространство V системой уравнений.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Надо задать подпространство V системой уравнений.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Что надо найти?

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y,x-2y)=f(2x+y,2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б}=\{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Что надо найти? Подпространство.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Что надо найти? Подпространство. *В каком виде представим ответ?*

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Что надо найти? Подпространство. *В каком виде представим ответ?* Уравнениями.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство* U *квадратичных форм* $f(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$. *Доказать, что подпространством является подмножество* V *таких квадратичных форм* $f(x,y)$, *что выполняется тождество* $f(x+2y,x-2y)=f(2x+y,2x-y)$. *Задать подпространство* V *системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б}=\{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Система уравнений, задающая подпространство — это

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Система уравнений, задающая подпространство — это утверждение о

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Система уравнений, задающая подпространство — это утверждение о ***координатах*** *произвольного вектора из V.*

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Система уравнений, задающая подпространство — это утверждение о ***координатах*** *произвольного вектора из V.*

Обозначим буквами

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Система уравнений, задающая подпространство — это утверждение о ***координатах*** *произвольного вектора из V.*

Обозначим буквами **координаты** вектора из V: $\quad ax^2 + bxy + cy^2$.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим буквами координаты вектора из V:

$$\left[ax^2 + bxy + cy^2\right]_{\{x^2,\ xy,\ y^2\}} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}.$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

$$ax^2 + bxy + cy^2 \in V.$$

Составим уравнение.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

$$ax^2 + bxy + cy^2 \in V.$$

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся характеристическим свойством подпространства V:

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

$$ax^2 + bxy + cy^2 \in V.$$

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? $a(x+2y)^2 + b(x+2y)(x-2y) + c(x-2y)^2 =$

$$= a(2x+y)^2 + b(2x+y)(2x-y) + c(2x-y)^2.$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

$$a(x + 2y)^2 + b(x + 2y)(x - 2y) + c(x - 2y)^2 =$$
$$= a(2x + y)^2 + b(2x + y)(2x - y) + c(2x - y)^2.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами? Двумя способами вычислим коэффициенты перед x^2 (первое уравнение):

$$\begin{cases} a + b + c = 4a + 4b + 4c, \\ \\ \end{cases}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

$$a(x+2y)^2 + b(x+2y)(x-2y) + c(x-2y)^2 =$$
$$= a(2x+y)^2 + b(2x+y)(2x-y) + c(2x-y)^2$$

Значение какой величины вычислим двумя способами? Двумя способами вычислим коэффициенты перед xy (второе уравнение):

$$\begin{cases} a+b+c = 4a+4b+4c, \\ 4a-4c = 4a-4c, \\ \end{cases}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство* U *квадратичных форм* $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. *Доказать, что подпространством является подмножество* V *таких квадратичных форм* $f(x, y)$, *что выполняется тождество* $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. *Задать подпространство* V *системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

$$a(x + 2y)^2 + b(x + 2y)(x - 2y) + c(x - 2y)^2 =$$
$$= a(2x + y)^2 + b(2x + y)(2x - y) + c(2x - y)^2$$

Значение какой величины вычислим двумя способами? Двумя способами вычислим коэффициенты перед y^2 (третье уравнение):

$$\begin{cases} a + b + c = 4a + 4b + 4c, \\ 4a - 4c = 4a - 4c, \\ 4a - 4b + 4c = a - b + c. \end{cases}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$V = \left\{ ax^2 + bxy + cy^2 \;\middle|\; \begin{cases} a + b + c = 4a + 4b + 4c, \\ 4a - 4c = 4a - 4c, \\ 4a - 4b + 4c = a - b + c. \end{cases} \right\}.$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

$$\begin{cases} a + b + c = 4a + 4b + 4c, \\ 4a - 4c = 4a - 4c, \\ 4a - 4b + 4c = a - b + c. \end{cases}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{cases} -3a - 3b - 3c = 0, \\ 0 = 0, \\ 3a - 3b + 3c = 0. \end{cases}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{pmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 3 & -3 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} -1 \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \mathbf{0} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли фундаментальную систему решений полученной системы уравнений.

$$\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли фундаментальную систему решений полученной системы уравнений.

$$\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли фундаментальную систему решений полученной системы уравнений.

$$\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве. Используем определение столбца координат вектора.

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли ФСР полученной системы уравнений.

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве. По определению столбца координат вектора в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$:

$$\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \to$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x, y)$, что выполняется тождество $f(x + 2y, x - 2y) = f(2x + y, 2x - y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли ФСР полученной системы уравнений.

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве. По определению столбца координат вектора в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$:

$$\left\{\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right\} \to (-1) \cdot x^2 +$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство* U *квадратичных форм* $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$*. Доказать, что подпространством является подмножество* V *таких квадратичных форм* $f(x,y)$*, что выполняется тождество* $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$*. Задать подпространство* V *системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли ФСР полученной системы уравнений.

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве. По определению столбца координат вектора в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$:

$$\left\{\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right\} \to (-1)\cdot x^2 + 0\cdot xy +$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли ФСР полученной системы уравнений.

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве. По определению столбца координат вектора в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$:

$$\left\{\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right\} \to (-1)\cdot x^2 + 0\cdot xy + 1\cdot y^2.$$

Пример 11. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y,x-2y)=f(2x+y,2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как линейную оболочку базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли ФСР полученной системы уравнений.

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

$$V=\left\{ax^2+bxy+cy^2 \,\middle|\, \begin{cases} a+b+c=4a+4b+4c, \\ 4a-4b+4c=a-b+c \end{cases}\right\}=\left\langle -x^2+y^2\right\rangle.$$

Вернёмся к лекции или **рассмотрим следующий пример?**

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. Типовой план решения задачи по линейной алгебре:

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. Типовой план решения задачи по линейной алгебре:

1) переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$;

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. Типовой план решения задачи по линейной алгебре:

1) переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$;

2) решить задачу для пространства $\mathbb{R}^n$;

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. Типовой план решения задачи по линейной алгебре:

1) переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$;

2) решить задачу для пространства $\mathbb{R}^n$;

3) интерпретировать полученный результат для исходного линейного пространства.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle .$$

Первое решение. 1) Переформулируем задачу для $\mathbb{R}^n$:

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 1) Переформулируем задачу для $\mathbb{R}^n$:

а) введём базис;

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 1) Переформулируем задачу для $\mathbb{R}^n$:

а) введём базис;

б) каждый объект заменим на его типовой образ в $\mathbb{R}^n$;

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 1) Переформулируем задачу для $\mathbb{R}^n$:

а) введём базис;

б) каждый объект заменим на его типовой образ в $\mathbb{R}^n$;

в) отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$\mathbf{Б} =$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3*. Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) объекты представим типовыми образами в $\mathbb{R}^n$:

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle .$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) объекты представим типовыми образами в $\mathbb{R}^n$:

Искомая система — это *утверждение о координатах произвольного вектора из* V.

Поэтому

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3*. Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle .$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) объекты представим типовыми образами в $\mathbb{R}^n$:
Искомая система — это *утверждение о координатах произвольного вектора из* V*.*

Поэтому возьмём произвольный вектор из V и обозначим буквами его координаты и

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle .$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) объекты представим типовыми образами в $\mathbb{R}^n$:
Искомая система — это *утверждение о координатах произвольного вектора из V.*

Поэтому возьмём произвольный вектор из V и обозначим буквами его координаты и коэффициенты уравнения.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3*. Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle .$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} .$$

1 б) объекты представили типовыми образами в $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} \in V, \quad \alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \varphi f = 0.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) объекты представили типовыми образами в $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} \in V, \quad \alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \varphi f = 0.$$

1 в) отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$:

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) объекты представили типовыми образами в $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} \in V, \quad \alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \varphi f = 0.$$

1 в) отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$:

уравнению удовлетворяют координаты векторов, порождающих V.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) объекты представили типовыми образами в $\mathbb{R}^n$.

1 в) отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Уравнению удовлетворяют координаты векторов, порождающих V.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) объекты представили типовыми образами в $\mathbb{R}^n$.

1 в) отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ \\ \end{cases}$$

Уравнению удовлетворяют координаты векторов, порождающих V.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) объекты представили типовыми образами в $\mathbb{R}^n$.

1 в) отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ \end{cases}$$

Уравнению удовлетворяют координаты векторов, порождающих V.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) объекты представили типовыми образами в $\mathbb{R}^n$.

1 в) отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ 3\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - 3\varepsilon + \varphi = 0. \end{cases}$$

Уравнению удовлетворяют координаты векторов, порождающих V.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 1 а) введём базис:

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) объекты представили типовыми образами в $\mathbb{R}^n$.

1 в) отношения представили в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ 3\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - 3\varepsilon + \varphi = 0, \end{cases}$$

где $\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \varphi f = 0$ — искомое уравнение.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 2) Решим задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ 3\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - 3\varepsilon + \varphi = 0. \end{cases}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 2) Решим задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ 3\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - 3\varepsilon + \varphi = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -4 & 2 & 8 \\ -5 & -1 & -2 & -8 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 6 & -4 & -5 \\ 3 & 2 & 4 & 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 2) Решим задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} \alpha+\beta+2\gamma-4\delta+2\varepsilon+8\varphi=0, \\ -5\alpha-\beta-2\gamma-8\delta+4\varepsilon+4\varphi=0, \\ 2\alpha+\beta+2\gamma+6\delta-4\varepsilon-5\varphi=0, \\ 3\alpha+2\beta+4\gamma+2\delta-3\varepsilon+\varphi=0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -4 & 2 & 8 \\ -5 & -1 & -2 & -8 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 6 & -4 & -5 \\ 3 & 2 & 4 & 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 21 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 14 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 2) Решим задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ 3\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - 3\varepsilon + \varphi = 0. \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -4 & 2 & 8 \\ -5 & -1 & -2 & -8 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 6 & -4 & -5 \\ 3 & 2 & 4 & 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 21 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 14 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \\ \varepsilon \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -21 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -14 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix}.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 2) Решили задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \\ \varepsilon \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -21 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -14 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix}.$$

3) Интерпретируем полученный результат для исходного линейного пространства:

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 2) Решили задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \\ \varepsilon \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -21 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -14 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix}.$$

3) Интерпретируем полученный результат для исходного линейного пространства: $\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \varphi f = 0$ — искомое уравнение в **Б**.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. 2) Решили задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \\ \varepsilon \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -21 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -14 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix}.$$

3) Интерпретируем полученный результат для исходного линейного пространства: $\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \varphi f = 0$ — искомое уравнение в **Б**.

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0 \end{cases} \right\}.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. Типовой план, естественно, тот же:

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. Типовой план, естественно, тот же:

1) Переформулируем задачу для $\mathbb{R}^n$.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. Типовой план, естественно, тот же:

1) Переформулируем задачу для $\mathbb{R}^n$.

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. Типовой план, естественно, тот же:

1) Переформулируем задачу для $\mathbb{R}^n$.

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

3) Интерпретируем полученный результат для исходного линейного пространства.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) Переформулируем задачу для $\mathbb{R}^n$:

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) Переформулируем задачу для $\mathbb{R}^n$:
а) введём базис;

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle .$$

Второе решение. 1) Переформулируем задачу для $\mathbb{R}^n$:

а) введём базис;

б) каждый объект заменим на его типовой образ в $\mathbb{R}^n$;

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) Переформулируем задачу для $\mathbb{R}^n$:

а) введём базис;

б) каждый объект заменим на его типовой образ в $\mathbb{R}^n$;

в) отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) а) Мы ввели **базис Б**:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3*. Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) а) Мы ввели **базис Б**.

1 б) Объекты представим типовыми образами в $\mathbb{R}^n$:

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) а) Мы ввели **базис Б**.

1 б) Объекты представим типовыми образами в $\mathbb{R}^n$:

Искомая система — это *утверждение о координатах произвольного вектора из* V.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) а) Мы ввели **базис Б**.
1 б) Объекты представим типовыми образами в $\mathbb{R}^n$:
Искомая система — это *утверждение о координатах произвольного вектора из* V.

Поэтому возьмём произвольный вектор из V и обозначим буквами его координаты:

$$a\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \ldots + f\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in V$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) а) Мы ввели **базис Б**.

$$[X]_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}.$$

1 б) $X \in V$ представим типовым образом в $\mathbb{R}^n$:

1 в) Отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$:

по **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) а) Мы ввели **базис Б**.

$$[X]_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}.$$

1 б) $X \in V$ представим типовым образом в $\mathbb{R}^n$:

1 в) Отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$:

по **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$X = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) а) Мы ввели **базис Б**.

$$[X]_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}.$$

1 б) $X \in V$ представим типовым образом в $\mathbb{R}^n$:

1 в) Отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$:

по **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{rrrr|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 & 2 & b \\ 2 & -2 & 2 & 4 & c \\ -4 & -8 & 6 & 2 & d \\ 2 & 4 & -4 & -3 & e \\ 8 & 4 & -5 & 1 & f \end{array}\right) \sim$$

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{rrrr|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 & 2 & b \\ 2 & -2 & 2 & 4 & c \\ -4 & -8 & 6 & 2 & d \\ 2 & 4 & -4 & -3 & e \\ 8 & 4 & -5 & 1 & f \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 8 & -2 & -2 & -2a+c \\ 0 & -28 & 14 & 14 & 4a+d \\ 0 & 14 & -8 & -9 & -2a+e \\ 0 & 44 & -21 & -23 & -8a+f \end{array}\right) \sim$$

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{pmatrix} a\\ b\\ c\\ d\\ e\\ f \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1\\ 1\\ 2\\ -4\\ 2\\ 8 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5\\ -1\\ -2\\ -8\\ 4\\ 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2\\ 1\\ 2\\ 6\\ -4\\ -5 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 3\\ 2\\ 4\\ 2\\ -3\\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{rrrr|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a\\ 1 & -1 & 1 & 2 & b\\ 2 & -2 & 2 & 4 & c\\ -4 & -8 & 6 & 2 & d\\ 2 & 4 & -4 & -3 & e\\ 8 & 4 & -5 & 1 & f \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -5 & 2 & 3 & a\\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b\\ 0 & 8 & -2 & -2 & -2a+c\\ 0 & -28 & 14 & 14 & 4a+d\\ 0 & 14 & -8 & -9 & -2a+e\\ 0 & 44 & -21 & -23 & -8a+f \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -5 & 2 & 3 & a\\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c\\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d\\ 0 & 0 & -9 & -11 & 3a-7b+2e\\ 0 & 0 & -10 & -12 & 3a-11b+f \end{array}\right) \sim$$

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 & 2 & b \\ 2 & -2 & 2 & 4 & c \\ -4 & -8 & 6 & 2 & d \\ 2 & 4 & -4 & -3 & e \\ 8 & 4 & -5 & 1 & f \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 8 & -2 & -2 & -2a+c \\ 0 & -28 & 14 & 14 & 4a+d \\ 0 & 14 & -8 & -9 & -2a+e \\ 0 & 44 & -21 & -23 & -8a+f \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & -9 & -11 & 3a-7b+2e \\ 0 & 0 & -10 & -12 & 3a-11b+f \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -6a+14b+9d+14e \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -9a-7b+10d+7f \end{array}\right) \sim$$

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & -9 & -11 & 3a-7b+2e \\ 0 & 0 & -10 & -12 & 3a-11b+f \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -6a+14b+9d+14e \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -9a-7b+10d+7f \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -6a+14b+9d+14e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3a-21b+d-14e+7f \end{array}\right) \mapsto$$

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & -9 & -11 & 3a-7b+2e \\ 0 & 0 & -10 & -12 & 3a-11b+f \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -6a+14b+9d+14e \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -9a-7b+10d+7f \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -6a+14b+9d+14e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3a-21b+d-14e+7f \end{array}\right) \mapsto \begin{cases} -2b+c=0, \\ -3a-21b+d-14e+7f=0. \end{cases}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) а) Мы ввели **базис Б**.

$$[X]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}.$$

1 б) $X \in V$ представим типовым образом в $\mathbb{R}^n$:

1 в) Отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$.

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0. \end{cases}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) а) Мы ввели **базис Б**.

1 б) $X \in V$ представим типовым образом в $\mathbb{R}^n$:

$$[X]_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}.$$

1 в) Отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$.

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0. \end{cases}$$

3) Интерпретируем результат для исходного пространства:

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) а) Мы ввели **базис Б**.

$$[X]_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}.$$

1 б) $X \in V$ представим типовым образом в $\mathbb{R}^n$:

1 в) Отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$.

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0. \end{cases}$$

3) Интерпретируем результат для исходного пространства:

$$V =$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) а) Мы ввели **базис Б**.

$$[X]_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}.$$

1 б) $X\in V$ представим типовым образом в $\mathbb{R}^n$:

1 в) Отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$.

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} -2b+c=0, \\ -3a-21b+d-14e+7f=0. \end{cases}$$

3) Интерпретируем результат для исходного пространства:

$$V = \left\{ \quad \middle| \quad \right\}.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) а) Мы ввели **базис Б**.

$$[X]_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}.$$

1 б) $X \in V$ представим типовым образом в $\mathbb{R}^n$:

1 в) Отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$.

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0. \end{cases}$$

3) Интерпретируем результат для исходного пространства:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} \middle| \qquad\qquad \right\}.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство* SM_3 *симметричных матриц размерности* 3×3. *Задайте системой уравнений подпространство* V

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение. 1) а) Мы ввели **базис Б**.

$$[X]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}.$$

1 б) $X \in V$ представим типовым образом в $\mathbb{R}^n$:

1 в) Отношения представим в форме, типовой для $\mathbb{R}^n$.

2) Решим полученную задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0. \end{cases}$$

3) Интерпретируем результат для исходного пространства:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0 \end{cases} \right\}.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство SM_3 симметричных матриц размерности 3×3. Задайте системой уравнений подпространство V*

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Ответ.

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} \,\middle|\, \begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0 \end{cases} \right\}.$$

В данном примере системы уравнений, полученные **первым** и вторым способами оказались не просто равносильны, но даже полностью совпали!

Вернёмся к лекции?

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. Типичный план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.
2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.
3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. Типичный план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.
2. Свести решение полученной задачи к системе линейных уравнений или матричному уравнению.
3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение.

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Какова стандартная процедура перехода в пространство $\mathbb{R}^n$?

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Какова стандартная процедура перехода в пространство $\mathbb{R}^n$?

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе. Например, для вектора — это столбец координат.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V+W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Какова стандартная процедура перехода в пространство $\mathbb{R}^n$?

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе. Например, для вектора — это столбец координат. Для подпространства — система линейных уравнений или задание с помощью базиса.

Пример 13. *В линейном пространстве* U *матриц размерности* 2×2 *над* $\mathbb{R}$ *заданы подпространства*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ *и* $V\cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle .$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Пример 13. *В линейном пространстве* U *матриц размерности* 2×2 *над* $\mathbb{R}$ *заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

Пример 13. *В линейном пространстве* U *матриц размерности* 2×2 *над* $\mathbb{R}$ *заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Каковы стандартные способы задания подпространства?

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Какой из стандартных способов задания подпространства выбрать: системой линейных уравнений или задание с помощью базиса?

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Какой из стандартных способов задания подпространства выбрать: системой линейных уравнений или задание с помощью базиса?

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ и $V\cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Какой из стандартных способов задания подпространства выбрать: системой линейных уравнений или задание с помощью базиса? Для отыскания пересечения удобнее использовать задание подпространства системой уравнений, а для нахождения суммы — как **линейную оболочку** базиса.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ и $V\cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Какой из стандартных способов задания подпространства выбрать: системой линейных уравнений или задание с помощью базиса? Придется использовать оба способа!

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Начнем с поиска суммы подпространств.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle .$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Начнем с поиска суммы подпространств. *Что надо найти?*

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Начнем с поиска суммы подпространств. *Что надо найти?* Сумму подпространств.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Начнем с поиска суммы подпространств. *Что надо найти?* Сумму подпространств. *В каком виде запишем ответ?*

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Начнем с поиска суммы подпространств. *Что надо найти?* Сумму подпространств. *В каком виде запишем ответ?* Сумма подпространств — это подпространство.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Начнем с поиска суммы подпространств. *Что надо найти?* Сумму подпространств. *В каком виде запишем ответ?* Сумма подпространств — это подпространство. Подпространства стандартно задаются как линейная оболочка базиса (или другой системы образующих) или с помощью системы линейных уравнений.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Ищем сумму подпространств. Очевидно, что объединение базисов подпространств V и W является системой порождающих суммы подпространств $V + W$.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Ищем сумму подпространств. Очевидно, что объединение базисов подпространств V и W является системой порождающих суммы подпространств $V + W$. Система порождающих (даже базис) для подпространства W нам дана в условии.

Пример 13. *В линейном пространстве* U *матриц размерности* 2×2 *над* $\mathbb{R}$ *заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$*.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Ищем сумму подпространств. Очевидно, что объединение базисов подпространств V и W является системой порождающих суммы подпространств $V + W$. Система порождающих (даже базис) для подпространства W нам дана в условии. Поэтому осталось найти систему порождающих для V.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Ищем сумму подпространств, надо задать подпространство V системой уравнений.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Ищем сумму подпространств, надо задать подпространство V системой уравнений.

Уравнения — это *стандартная форма* фиксации отношений между

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Ищем сумму подпространств, надо задать подпространство V системой уравнений.

Уравнения — это *стандартная форма* фиксации отношений между *координатами вектора из V.*

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Уравнения — это *стандартная форма* фиксации отношений между *координатами вектора из V.*

Введем переменные.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Уравнения — это *стандартная форма* фиксации отношений между *координатами вектора из V.*

Возьмем произвольный вектор из V и обозначим буквами коэффициенты его разложения по базису **Б**:

$$a \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами?

Пример 13. *В линейном пространстве* U *матриц размерности* 2×2 *над* $\mathbb{R}$ *заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Воспользуемся характеристическим свойством, с помощью которого задано V:

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$*.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Воспользуемся характеристическим свойством, с помощью которого задано V:

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ *и* $V\cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

$$\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

Пример 13. *В линейном пространстве* U *матриц размерности* 2×2 *над* $\mathbb{R}$ *заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2c = 0, \\ b + 2d = 0, \\ 2a + 4c = 0, \\ 2b + 4d = 0. \end{cases}$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Получили задание V в одной из стандартных форм:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \,\middle|\, \begin{cases} a + 2c = 0, \\ b + 2d = 0, \\ 2a + 4c = 0, \\ 2b + 4d = 0. \end{cases} \right\}$$

Пример 13. *В линейном пространстве* U *матриц размерности* 2×2 *над* $\mathbb{R}$ *заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввели *естественный базис* линейного пространства U.

1 б) Получили задание V в одной из стандартных форм:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \,\middle|\, \begin{cases} a + 2c = 0, \\ b + 2d = 0, \\ 2a + 4c = 0, \\ 2b + 4d = 0. \end{cases} \right\}$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, надо найти фундаментальную систему решений полученной системы.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ и $V\cap W$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Найти фундаментальную систему решений полученной системы.

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0.\end{cases}\right\}$$

Пример 13. *В линейном пространстве* U *матриц размерности* 2×2 *над* $\mathbb{R}$ *заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Решим систему методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}.$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ и $V\cap W$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

$$\begin{cases}a+2c=0,\\ b+2d=0,\\ 2a+4c=0,\\ 2b+4d=0.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&0\\0&-2\\1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C\\D\end{pmatrix}.$$

Прообразы векторов найденной фундаментальной системы решений найдем по соответствующей формуле:

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \left[-2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

$$= \left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \left[+0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

$$= \left[\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}.$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \,\middle|\, \begin{cases} a + 2c = 0, \\ b + 2d = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Пример 13. *В линейном пространстве* U *матриц размерности* 2×2 *над* $\mathbb{R}$ *заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

$$V + W = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ и $V\cap W$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Полученная система порождающих на является базисом. Для получения стандартного задания суммы подпространств надо из полученной системы порождающих выбрать максимальную линейно независимую подсистему.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

$$V + W = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

$$V + W = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Каждый вектор заменим столбцом координат в *естественном базисе*, и «сошъем» их в одну матрицу.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Каждый вектор заменим столбцом координат в *естественном базисе* по определению столбца координат:

$$\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\text{Б}} \quad \left[\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\text{Б}} \quad \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\text{Б}} \quad \left[\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\right]_{\text{Б}}$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Каждый вектор заменим столбцом координат в *естественном базисе* по определению столбца координат:

$$\begin{array}{c|c|c|c} \left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} & \left[\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} & \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} & \left[\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} \\ \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} & & & \end{array}$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Каждый вектор заменим столбцом координат в *естественном базисе* по определению столбца координат:

$\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}$	$\left[\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}$	$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}$	$\left[\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}$
$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$		

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Каждый вектор заменим столбцом координат в *естественном базисе* по определению столбца координат:

$\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}$	$\left[\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}$	$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}$	$\left[\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}$
$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ *и* $V\cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Каждый вектор заменим столбцом координат в *естественном базисе* по определению столбца координат:

$$\left[\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\text{Б}}\;\Bigg|\;\left[\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\text{Б}}\;\Bigg|\;\left[\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix}\right]_{\text{Б}}\;\Bigg|\;\left[\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right]_{\text{Б}}$$

$$\begin{pmatrix}-2\\0\\1\\0\end{pmatrix}\;\Bigg|\;\begin{pmatrix}0\\-2\\0\\1\end{pmatrix}\;\Bigg|\;\begin{pmatrix}1\\2\\2\\1\end{pmatrix}\;\Bigg|\;\begin{pmatrix}3\\-2\\1\\3\end{pmatrix}$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Каждый вектор заменим столбцом координат в *естественном базисе* по определению столбца координат и «сошъем» их в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Каждый вектор заменим столбцом координат в *естественном базисе* по определению столбца координат и «сошъем» их в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Элементарные преобразования строк не меняют линейных соотношений между столбцами, поэтому найдем максимальнуую линейно независимую систему столбцов, проводя элементарные преобразования строк:

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Элементарные преобразования строк не меняют линейных соотношений между столбцами, поэтому найдем максимальнуую линейно независимую систему столбцов, проводя элементарные преобразования строк:

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V=\left\{X \,\middle|\, \begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ *и* $V\cap W$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{pmatrix}-2&0&1&3\\0&-2&2&-2\\1&0&2&1\\0&1&1&3\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2&1\\0&1&1&3\\0&0&1&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&-1\\0&1&0&2\\0&0&1&1\end{pmatrix}.$$

Значит, линейно независимой является система из первых трех векторов.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Значит, линейно независимой является система из первых трех векторов. Поэтому в качестве базиса пространства $V + W$ можно взять систему из первых трех векторов:

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Значит, линейно независимой является система из первых трех векторов. Поэтому в качестве базиса пространства $V + W$ можно взять систему из первых трех векторов:

$$V + W = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle, \text{ причем}$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V=\left\{X \,\middle|\, \begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ и $V\cap W$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Значит, линейно независимой является система из первых трех векторов. Поэтому в качестве базиса пространства $V+W$ можно взять систему из первых трех векторов:

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix}\right\rangle,\ \text{причем}$$

$$\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}=-1\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix}.$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. Осталось найти пересечение $V \cap W$.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. Осталось найти пересечение $V \cap W$.

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. Осталось найти пересечение $V \cap W$.

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Зададим оба подпространства системой линейных уравнений. Для V мы это уже сделали. Найдем систему для W.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. *Что надо найти?*

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Что надо найти? Систему уравнений.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Что надо найти? Систему уравнений.

В каком виде представим ответ?

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Что надо найти? Систему уравнений.

В каком виде представим ответ? Формулой.

Пример 13. *В линейном пространстве* U *матриц размерности* 2×2 *над* $\mathbb{R}$ *заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Что надо найти? Систему уравнений.

В каком виде представим ответ? Формулой.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Что надо найти? Систему уравнений.

В каком виде представим ответ? Формулой.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Возьмем произвольный вектор из W и обозначим его **координаты** в базисе **Б** буквами:

$$x \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}.$$

Пример 13. *В линейном пространстве* U *матриц размерности* 2×2 *над* $\mathbb{R}$ *заданы подпространства*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ *и* $V\cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Возьмем произвольный вектор из W и обозначим его **координаты** в базисе **Б** буквами:

$$x\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+z\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x&y\\z&t\end{pmatrix}.$$

Нам надо найти уравнение, поэтому обозначим буквами его коэффициенты.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ и $V\cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* В виде $\alpha x+\beta y+\gamma z+\delta t=0$ мы ищем уравнение, которому удовлетворяют **координаты** любых векторов подпространства W.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* В виде $\alpha x + \beta y + \gamma z + \delta t = 0$ мы ищем уравнение, которому удовлетворяют **координаты** любых векторов подпространства W. Подставляя **координаты** векторов системы образующих (из условия), получаем

$$\begin{cases} \alpha + 2\beta + 2\gamma + \delta = 0, \\ 3\alpha - 2\beta + \gamma + 3\delta = 0, \end{cases}$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Решим систему

$$\begin{cases} \alpha + 2\beta + 2\gamma + \delta = 0, \\ 3\alpha - 2\beta + \gamma + 3\delta = 0, \end{cases}$$

методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & -8 & -5 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1{,}6 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & -8 & -5 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1,6 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1,2 & 0 & 1 \\ 0 & 1,6 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mapsto$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ и $V\cap W$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{pmatrix}1&2&2&1\\3&-2&1&3\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&2&1\\0&-8&-5&0\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&2&1\\0&1,6&1&0\end{pmatrix}\sim$$

$$\sim\begin{pmatrix}1&-1,2&0&1\\0&1,6&1&0\end{pmatrix}\quad\mapsto\quad\begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\\\delta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1,2&-1\\1&0\\-1,6&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C\\D\end{pmatrix}.$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ и $V\cap W$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Вектор $\begin{pmatrix}x&y\\z&t\end{pmatrix}$ принадлежит W тогда и только тогда, когда

$\alpha x+\beta y+\gamma z+\delta t=0$, где $\begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\\\delta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1,2&-1\\1&0\\-1,6&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C\\D\end{pmatrix}.$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Вектор $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ принадлежит W тогда и только тогда, когда $\begin{cases} 1,2x + y - 1,6z = 0, \\ -x + t = 0, \end{cases}$ то есть (первое уравнение умножим на 5, чтобы избавиться от дробей)

$$W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle =$$

Пример 13. *В линейном пространстве* U *матриц размерности* 2×2 *над* $\mathbb{R}$ *заданы подпространства*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ *и* $V\cap W$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Иными словами (первое уравнение системы $\begin{cases}1,2x+y-1,6z=0,\\-x+t=0,\end{cases}$ умножим на 5, чтобы избавиться от дробей)

$$W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle=$$

$$=\left\{x\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+z\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}6x+5y-8z=0,\\-x+t=0,\end{cases}\right\}.$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Решение. Вектор из U попадает в $V \cap W$ тогда и только тогда, когда он содержится и в V, и в W.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. Вектор из U попадает в $V \cap W$ тогда и только тогда, когда он содержится и в V, и в W. Таким образом его **координаты** удовлетворяют обоим системам уравнений.

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Найдите $V+W$ *и* $V\cap W$.

Решение. Вектор из U попадает в $V\cap W$ тогда и только тогда, когда он содержится и в V, и в W. Таким образом его **координаты** удовлетворяют обоим системам уравнений. Значит, $V\cap W=$

$$=\left\{p\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+q\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\;\middle|\;\left\{\begin{array}{l}p+2r=0,\\q+2s=0,\\6p+5q-8r=0,\\-p+s=0\end{array}\right.\right\}.$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*
$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$
Найдите $V + W$ и $V \cap W$.

Решение. Вектор из U попадает в $V \cap W$ тогда и только тогда, когда он содержится и в V, и в W. Таким образом его **координаты** удовлетворяют обоим системам уравнений. Значит, $V \cap W =$
$$= \left\{ p \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + q \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \,\middle|\, \begin{cases} p + 2r = 0, \\ q + 2s = 0, \\ 6p + 5q - 8r = 0, \\ -p + s = 0 \end{cases} \right\}.$$
Решая последнюю систему, находим пересечение
$$V \cap W = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Пример 13. *В линейном пространстве U матриц размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ заданы подпространства*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Найдите $V + W$ *и* $V \cap W$.

Замечание. Так как это пересечение — не нулевое, то сумма $U + V$ не является прямой суммой пространств U и V.

Вернёмся к лекции?

Пример 14. *Пусть* V *и* W *— подпространства линейного пространства* U. *В каком случае* $V \cap W = V$, *а в каком —* $V + W = V$*?*

Решение.

Пример 14. *Пусть* V *и* W *— подпространства линейного пространства* U. *В каком случае* $V \cap W = V$, *а в каком —* $V + W = V$?

Решение. Ясно, что $V \cap W = V \;\Leftrightarrow\; V \subseteq W$.

Пример 14. *Пусть* V *и* W *— подпространства линейного пространства* U. *В каком случае* $V \cap W = V$, *а в каком —* $V + W = V$?

Решение. Ясно, что $V \cap W = V \Leftrightarrow V \subseteq W$. Действительно,

$$V \cap W = V \Rightarrow$$

Пример 14. *Пусть* V *и* W *— подпространства линейного пространства* U. *В каком случае* $V \cap W = V$, *а в каком —* $V + W = V$?

Решение. Ясно, что $V \cap W = V \ \Leftrightarrow\ V \subseteq W$. Действительно,

$$V \cap W = V \ \Rightarrow\ (x \in V \ \Rightarrow\ x \in V \cap W) \ \Rightarrow$$

Пример 14. *Пусть V и W — подпространства линейного пространства U. В каком случае $V \cap W = V$, а в каком — $V + W = V$?*

Решение. Ясно, что $V \cap W = V \;\Leftrightarrow\; V \subseteq W$. Действительно,

$$V \cap W = V \;\Rightarrow\; \big(x \in V \;\Rightarrow\; x \in V \cap W\big) \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \big(x \in V \;\Rightarrow\; x \in W\big) \;\Rightarrow$$

Пример 14. *Пусть* V *и* W *— подпространства линейного пространства* U. *В каком случае* $V \cap W = V$, *а в каком —* $V + W = V$?

Решение. Ясно, что $V \cap W = V \;\Leftrightarrow\; V \subseteq W$. Действительно,

$$V \cap W = V \;\Rightarrow\; (x \in V \;\Rightarrow\; x \in V \cap W) \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; (x \in V \;\Rightarrow\; x \in W) \;\Rightarrow\; V \subseteq W.$$

Пример 14. *Пусть* V *и* W *— подпространства линейного пространства* U. *В каком случае* $V \cap W = V$, *а в каком —* $V + W = V$?

Решение. Ясно, что $V + W = V \ \Leftrightarrow\ W \subseteq V$.

Пример 14. *Пусть* V *и* W *— подпространства линейного пространства* U. *В каком случае* $V \cap W = V$, *а в каком —* $V + W = V$*?*

Решение. Ясно, что $V + W = V \Leftrightarrow W \subseteq V$. Действительно,

$$V + W = V \Rightarrow$$

Пример 14. *Пусть* V *и* W *— подпространства линейного пространства* U. *В каком случае* $V \cap W = V$, *а в каком —* $V + W = V$*?*

Решение. Ясно, что $V + W = V \;\Leftrightarrow\; W \subseteq V$. Действительно,

$$V + W = V \;\Rightarrow\; \left(\forall v, w \; \exists v' \; \left(\left\{ \begin{array}{l} v \in V, \\ w \in W, \\ v' \in V \end{array} \right. \Rightarrow\; v + w = v' \right)\right) \;\Rightarrow$$

Пример 14. *Пусть* V *и* W *— подпространства линейного пространства* U. *В каком случае* $V \cap W = V$, *а в каком —* $V + W = V$*?*

Решение. Ясно, что $V + W = V \;\Leftrightarrow\; W \subseteq V$. Действительно,

$$V + W = V \;\Rightarrow\; \left(\forall v, w\ \exists v' \ \left(\begin{cases} v \in V, \\ w \in W, \\ v' \in V \end{cases} \Rightarrow\; v + w = v'\right)\right) \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; w = v' - v \in V \;\Rightarrow$$

Пример 14. *Пусть* V *и* W *— подпространства линейного пространства* U. *В каком случае* $V \cap W = V$, *а в каком —* $V + W = V$?

Решение. Ясно, что $V + W = V \Leftrightarrow W \subseteq V$. Действительно,

$$V + W = V \;\Rightarrow\; \left(\forall v, w \;\exists v' \left(\begin{cases} v \in V, \\ w \in W, \\ v' \in V \end{cases} \Rightarrow\; v + w = v'\right)\right) \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; w = v' - v \in V \;\Rightarrow\; W \subseteq V.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 15. *Рассмотрим линейные пространства U и V над полем действительных чисел, где U — линейное пространство многочленов степени не выше 1 от переменной t, а V — линейное пространство диагональных матриц размерности 2×2. Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textbf{многочлен } a + bt \textbf{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

то получим формулу, верную для V.

Пример 15. *Рассмотрим линейные пространства U и V над полем действительных чисел, где U — линейное пространство многочленов степени не выше 1 от переменной t, а V — линейное пространство диагональных матриц размерности 2×2. Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textbf{многочлен } a + bt \textbf{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \tag{2}$$

то получим формулу, верную для V.

Доказывать это утверждение мы не будем, а только проверим на конкретной формуле.

Пример 15. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\text{многочлен } a + bt \text{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \tag{2}$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$2\cdot \quad (2-t) \quad +3\cdot \quad (2+4t) \;=\; 10\cdot \quad (1+t)$$

Пример 15. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \tag{2}$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$2\cdot \quad (2-t) \quad +3\cdot \quad (2+4t) \;=\; 10\cdot \quad (1+t)$$

$$2\cdot$$

Пример 15. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \tag{2}$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{cccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & & & & \\ 2\cdot & & & & & & \end{array}$$

Пример 15. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\text{\textit{многочлен }} a+bt \text{\textit{ заменим на матрицу }} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \tag{2}$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{ccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & & & & \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & & & & & \end{array}$$

Пример 15. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\text{\textit{многочлен } } a+bt \text{ \textit{заменим на матрицу} } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \tag{2}$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{cccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & & & & \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & & & & \end{array}$$

Пример 15. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\text{многочлен } a+bt \text{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \tag{2}$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{cccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & & & & \end{array}$$

Пример 15. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\text{\textit{многочлен} } a+bt \text{ \textit{заменим на матрицу} } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \tag{2}$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{cccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = \; 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & & \end{array}$$

Пример 15. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\text{многочлен } a+bt \text{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \tag{2}$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{cccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot \quad (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & = & \end{array}$$

Пример 15. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\text{многочлен } a+bt \text{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \tag{2}$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{cccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & = & 10\cdot & \end{array}$$

Пример 15. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\text{многочлен } a+bt \text{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \tag{2}$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{ccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \downarrow \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & = & 10\cdot & \end{array}$$

Пример 15. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\text{многочлен } a + bt \text{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \tag{2}$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{ccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \downarrow \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & = & 10\cdot & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Пример 15. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\text{многочлен } a + bt \text{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{ccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \downarrow \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & = & 10\cdot & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

получим верную формулу.

Вернёмся к лекции?

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение.

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**.

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U:
$a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2, \qquad \mathbf{Б} = \{$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U:
$\mathbf{a}\,x^2 + b\,xy + c\,y^2, \qquad \mathbf{Б} = \{\mathbf{1}\,x^2 + 0\,xy + 0\,y^2,$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U:

$\mathbf{a}\,x^2 + b\,xy + c\,y^2, \qquad \text{Б} = \{x^2,$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x, y) = a\, x^2 + b\, xy + c\, y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U:
$a\, x^2 + \mathbf{b}\, xy + c\, y^2, \qquad Б = \{x^2,\ 0\, x^2 + \mathbf{1}\, xy + 0\, y^2,$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U:

$a\,x^2 + \mathbf{b}\,xy + c\,y^2, \qquad \text{Б} = \{x^2,\ xy,$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U:
$a\,x^2 + b\,xy + \mathbf{c}\,y^2, \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ 0\,x^2 + 0\,xy + \mathbf{1}\,y^2,$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U:
$a\,x^2 + b\,xy + \mathbf{c}\,y^2, \qquad \text{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}.$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U: $\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}$.

Выберем естественный **базис** пространства V:

$$\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}$$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U: $\text{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}$.

Выберем естественный **базис** пространства V:

$$\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{a} & b \\ -\mathbf{a} & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} \quad \mathrm{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & 0 \\ -\mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \qquad \qquad \right\}$$

Пример 16. *Докажите **изоморфность** линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V **кососимметричных матриц** размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U: $\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}$.

Выберем естественный **базис** пространства V:

$$\begin{pmatrix} 0 & a & \mathbf{b} \\ -a & 0 & c \\ -\mathbf{b} & -c & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{1} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\}$$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U: $\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}$.

Выберем естественный **базис** пространства V:

$$\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & \mathbf{c} \\ -b & -\mathbf{c} & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & -\mathbf{1} & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U: $\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}$.

Выберем естественный **базис** пространства V:

$$\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}\,,\ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}\,,\ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Как зададим изоморфизм?

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}\,, \ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Как зададим изоморфизм? Для этого надо ответить на вопрос:

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}\,,\ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Как зададим изоморфизм? Для этого надо ответить на вопрос: что такое изоморфизм?

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\right\}$$

Как зададим изоморфизм? Для этого надо ответить на вопрос: что такое изоморфизм? Изоморфизм — это функция.

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\}, \; \mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Как зададим изоморфизм? Для этого надо ответить на вопрос:
что такое изоморфизм? Изоморфизм — это функция.
Наиболее применяемый способ задания функции —

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\}, \; \mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Как зададим изоморфизм? Для этого надо ответить на вопрос:
что такое изоморфизм? Изоморфизм — это функция.
Наиболее применяемый способ задания функции — формула.

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\}, \; \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) =$$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\}, \ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\}, \; \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\}, \ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$
$$= a\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} +$$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\}, \ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$

$$= a\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} +$$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\}, \ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$
$$= a \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\}, \ \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$
$$= a\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 16. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\}, \; \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$

$$= a \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 17. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ *— базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение.

Пример 17. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ *— базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n.$

По определению матрицы перехода имеем

Пример 17. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ *— базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n.$

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i =$$

Пример 17. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ *— базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2}e_i = t_{12}e_1 + t_{22}e_2 =$$

Пример 17. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ *— базисы линейного пространства* U*, и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$*. Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$*.*

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n.$

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i = t_{12} e_1 + t_{22} e_2 = t_{12} m + t_{22} n$$

Пример 17. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ *— базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n.$

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i = t_{12} e_1 + t_{22} e_2 = t_{12} m + t_{22} n =$$

Пример 17. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ *— базисы линейного пространства* U*, и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$*. Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$*.*

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i = t_{12} e_1 + t_{22} e_2 = t_{12} m + t_{22} n = (-1) m +$$

Пример 17. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ — *базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i = t_{12} e_1 + t_{22} e_2 = t_{12} m + t_{22} n = (-1) m +$$

Пример 17. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ *— базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2}e_i = t_{12}e_1 + t_{22}e_2 = t_{12}m + t_{22}n = (-1)m + 5n.$$

Пример 17. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ *— базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i = t_{12}e_1 + t_{22}e_2 = t_{12}m + t_{22}n = (-1)m + 5n.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *—* ***базис*** *линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение.

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{B} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. Применим типовой план решения задач по линейной алгебре:

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.
2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.
3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Формулирование начинается со введения базиса. Это уже сделано.

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U*, и* $s = p - q$*,* $t = q - 2p$*. Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$*,* $q - p$*,* $p + q$*.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Вектору сопоставляем столбец координат. Паре базисов сопоставляется матрица перехода:

$s = p - q =$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Вектору сопоставляем столбец координат. Паре базисов сопоставляется матрица перехода:

$s = p - q = 1p + (-1)q,$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U*, и* $s = p - q$*,* $t = q - 2p$*. Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$*,* $q - p$*,* $p + q$*.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Вектору сопоставляем столбец координат. Паре базисов сопоставляется матрица перехода:

$$s = p - q = 1p + (-1)q, \qquad \mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ -1 & \end{pmatrix}$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Вектору сопоставляем столбец координат. Паре базисов сопоставляется матрица перехода:

$$s = p - q = 1p + (-1)q,$$
$$t = q - 2p =$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Вектору сопоставляем столбец координат. Паре базисов сопоставляется матрица перехода:

$$s = p - q = 1p + (-1)q, \qquad \mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$t = q - 2p = -2p + 1q$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *—* ***базис*** *линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{B} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Вектору сопоставляем столбец координат. Паре базисов сопоставляется матрица перехода:

$$s = p - q = 1p + (-1)q,$$
$$t = q - 2p = -2p + 1q$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *—* ***базис*** *линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.
Согласно теореме о координатах вектора в разных базисах имеем $[x]_{\mathbf{В}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$, откуда

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U*, и* $s = p - q$, $t = q - 2p$*. Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$*.*

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Согласно теореме о координатах вектора в разных базисах имеем $[x]_{\mathbf{В}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$, откуда

$$\begin{pmatrix} [2p+q]_{\mathbf{В}} & [q-p]_{\mathbf{В}} & [p+q]_{\mathbf{В}} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} [2p+q]_{\mathbf{Б}} & [q-p]_{\mathbf{Б}} & [p+q]_{\mathbf{Б}} \end{pmatrix} =$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *—* ***базис*** *линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Согласно теореме о координатах вектора в разных базисах имеем $[x]_{\mathbf{В}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$, откуда

$$\left([2p+q]_{\mathbf{В}} \;\; [q-p]_{\mathbf{В}} \;\; [p+q]_{\mathbf{В}} \right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \left([2p+q]_{\mathbf{Б}} \;\; [q-p]_{\mathbf{Б}} \;\; [p+q]_{\mathbf{Б}} \right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U*, и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{B} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Согласно теореме о координатах вектора в разных базисах имеем $[x]_{\mathbf{B}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$, откуда

$$\left([2p+q]_{\mathbf{B}} \;\; [q-p]_{\mathbf{B}} \;\; [p+q]_{\mathbf{B}} \right) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *—* ***базис*** *линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{B} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Согласно теореме о координатах вектора в разных базисах имеем $[x]_{\mathbf{B}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$, откуда

$$\left([2p+q]_{\mathbf{B}} \;\; [q-p]_{\mathbf{B}} \;\; [p+q]_{\mathbf{B}} \right) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{rr|rr} 1 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *—* ***базис*** *линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{B} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Согласно теореме о координатах вектора в разных базисах имеем $[x]_{\mathbf{B}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$, откуда

$$\begin{pmatrix} [2p+q]_{\mathbf{B}} & [q-p]_{\mathbf{B}} & [p+q]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{rr|rr} 1 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *—* ***базис*** *линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{B} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Согласно теореме о координатах вектора в разных базисах имеем $[x]_{\mathbf{B}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$, откуда

$$\left([2p+q]_{\mathbf{B}} \;\; [q-p]_{\mathbf{B}} \;\; [p+q]_{\mathbf{B}} \right) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{rr|rr} 1 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right).$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Согласно теореме о координатах вектора в разных базисах имеем $[x]_{\mathbf{В}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$, откуда

$$\Big([2p+q]_{\mathbf{В}} \;\; [q-p]_{\mathbf{В}} \;\; [p+q]_{\mathbf{В}} \Big) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{rr|rr} 1 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right).$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.
Согласно теореме о координатах вектора в разных базисах имеем $[x]_{\mathbf{В}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$, откуда

$$\left([2p+q]_{\mathbf{В}} \;\; [q-p]_{\mathbf{В}} \;\; [p+q]_{\mathbf{В}} \right) = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{B} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.
Согласно теореме о координатах вектора в разных базисах имеем $[x]_{\mathbf{B}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$, откуда

$$\begin{pmatrix} [2p+q]_{\mathbf{B}} & [q-p]_{\mathbf{B}} & [p+q]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* **Б** *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

$$\left(\; [2p+q]_{\mathbf{В}} \;\; [q-p]_{\mathbf{В}} \;\; [p+q]_{\mathbf{В}} \; \right) = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *—* ***базис*** *линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{B} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

$$\left([2p+q]_{\mathbf{B}} \;\; [q-p]_{\mathbf{B}} \;\; [p+q]_{\mathbf{B}} \right) = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Значит,

$[2p+q]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$,

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *—* ***базис*** *линейного пространства* U*, и* $s = p - q$*,* $t = q - 2p$*. Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{B} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите* ***координаты*** *векторов* $2p + q$*,* $q - p$*,* $p + q$*.*

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

$$\begin{pmatrix} [2p+q]_{\mathbf{B}} & [q-p]_{\mathbf{B}} & [p+q]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Значит,

$$[2p+q]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad [q-p]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Пример 18. *Известно, что* **Б** $= \{p, q\}$ — ***базис*** *линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* **Б** *в* **В** $= \{s, t\}$ *и обратно. Найдите* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение. 3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

$$\left([2p+q]_{\mathbf{B}} \;\; [q-p]_{\mathbf{B}} \;\; [p+q]_{\mathbf{B}} \right) = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Значит,

$$[2p+q]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad [q-p]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad [p+q]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U, *и* $s = p - q, \quad t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$.

Решение.

$$[2p+q]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad [q-p]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad [p+q]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Проверка:

Пример 18. *Известно, что* **Б** $= \{p, q\}$ — ***базис*** *линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* **Б** *в* **В** $= \{s, t\}$ *и обратно. Найдите* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение.

$$[2p+q]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad [q-p]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad [p+q]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Проверка:

$$(-4)(p-q) - 3(q-2p) = 2p + q.$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ — ***базис*** *линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{B} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение.

$$[2p+q]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad [q-p]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad [p+q]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Проверка:

$$(-1)(p-q) + 0(q-2p) = -p + q = q - p.$$

Пример 18. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *— **базис** линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите матрицы перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите **координаты** векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Решение.

$$[2p + q]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad [q - p]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad [p + q]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Проверка:

$$(-3)(p - q) - 2(q - 2p) = p + q.$$

Вернёмся к лекции или рассмотреть **другой пример?**

Пример 19. *Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* **базис** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \qquad (3)$$

Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их **координаты** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение.

Пример 19. *Пусть* U *— линейное пространство матриц размерности* 2×2. *Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V=\left\{X\in U\;\middle|\;X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}. \qquad (3)$$

Среди векторов

$$\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix},\;\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix},\;\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix},\;\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix},\;\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V *и найдите их* ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства* V.

Решение. В задаче сформулированы следующие требования:

Пример 19. *Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}. \tag{3}$$

Среди векторов

$$\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. В задаче сформулированы следующие требования:

1) найти базис $\mathbf{B}$ подпространства V; 2) выбрать векторы из V и 3) найти координаты отобранных векторов из V в базисе $\mathbf{B}$.

Пример 19. *Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}. \tag{3}$$

Среди векторов

$$\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. Для ответа на каждое из требований применим типовой план решения задач по линейной алгебре:

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.
2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.
3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 19. *Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Пример 19. *Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе. Например, для вектора — это столбец координат.

Пример 19. *Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Нам известны и стандартные способы задания подпространства.

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}. \tag{3}$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Нам известны и стандартные способы задания подпространства.

Пример 19. *1) Пусть* U *— линейное пространство матриц размерности* 2×2*. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \;\middle|\; X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. 1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. 1 a) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный **базис** пространства U:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a} & b \\ c & d \end{pmatrix} \qquad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. 1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный **базис** пространства U:

$$\begin{pmatrix} a & \mathbf{b} \\ c & d \end{pmatrix} \quad \mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. 1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный **базис** пространства U:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ \mathbf{c} & d \end{pmatrix} \quad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \mathbf{1} & 0 \end{pmatrix}, \right.$$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. 1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный **базис** пространства U:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & \mathbf{d} \end{pmatrix} \quad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \right\}.$$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный базис пространства U:

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \qquad (3)$$

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Возьмем произвольный вектор из V и разложим его по базису **Б**:

$$x \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \qquad (3)$$

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Возьмем произвольный вектор из V и разложим его по базису **Б**:

$$x \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}.$$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \qquad (3)$$

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Вектор $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ принадлежит V, поэтому удовлетворяет условию (3):

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Вектор $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ принадлежит V, поэтому удовлетворяет условию (3): $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$, т.е.

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Вектор $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ принадлежит V, поэтому удовлетворяет условию (3): $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{cases} 4y - 4z = 0, \\ x - 4t = 0, \\ 4t - x = 0, \\ z - y = 0. \end{cases}$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Итак, вектор $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ принадлежит V тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} 4y - 4z = 0, \\ x - 4t = 0, \\ 4t - x = 0, \\ z - y = 0. \end{cases}$$

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \qquad (3)$$

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Итак, вектор $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ принадлежит V тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} 4y - 4z = 0, \\ x - 4t = 0, \\ 4t - x = 0, \\ z - y = 0. \end{cases}$$

Найдем **базис** пространства решений — фундаментальную систему решений:

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \;\middle|\; X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Итак, вектор $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ принадлежит V тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} 4y - 4z = 0, \\ x - 4t = 0, \\ 4t - x = 0, \\ z - y = 0. \end{cases}$$

Найдем **базис** пространства решений — фундаментальную систему решений: $\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}.$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. $\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{cases} 4y - 4z = 0, \\ x - 4t = 0, \\ 4t - x = 0, \\ z - y = 0. \end{cases}$$

Найдем **базис** пространства решений — фундаментальную систему решений: $\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}.$

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + .$$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \qquad (3)$$

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + .$$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. $Б = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + .$$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \right.$$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}. \tag{3}$$

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве:

$$\left\{\begin{pmatrix}4\\0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}\right\}$$

$$\left\{\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Пример 19. *1) Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{3}$$

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}..$

В качестве ответа на первое требование исходной задачи получен следующий базис подпространства V: $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$

Перейдем к поиску ответа на второе из требований.

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \;\middle|\; X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V.

Решение. В данном случае можно подставить каждый из векторов в равенство из характеристического свойства векторов из V:

$$X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X.$$

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V.

Решение. Например,

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix},$$

поэтому $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \notin V$ и т.д.

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V.

Решение. Можно совместить ответ на второе и третье требования и попытаться разложить эти векторы по базису **B**, т.е. решить уравнения

$x \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ и т.д.

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V.

Решение. Можно совместить ответ на второе и третье требования и попытаться разложить эти векторы по базису **B**, т.е. решить уравнения

$x \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ и т.д.

Хлопотно!

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V.

Решение. Применим другую идею: дополним базис **В** до базиса **Б'** всего пространства и найдем **координаты** данных векторов в базисе **Б'**. Таким образом мы совместим ответ на второе и третье требования задачи, поскольку

Пример 19. $$V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}.$$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V.

Решение. Применим другую идею: дополним базис **B** до базиса **Б’** всего пространства и найдем **координаты** данных векторов в базисе **Б’**. Таким образом мы совместим ответ на второе и третье требования задачи, поскольку у векторов из V в разложении по **Б’** коэффициенты перед «добавленными» векторами будут нулевыми.

Пример 19. $\qquad V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. Для реализации каждого этого плана, естественно, вновь применим типовой план решения задач по линейной алгебре:

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.
2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.
3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 19. $$V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}.$$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. Дополним **В** векторами из **Б**:

$$\left\{\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

и выберем максимальную линейно независимую подсистему, содержащую два первых вектора (такую задачу мы уже решали).

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. Дополним **В** векторами из **Б**:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Решение. Дополним $\mathbf{B}$ векторами из $\mathbf{Б}$:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Выберем максимальную линейно независимую подсистему, содержащую два первых вектора (такую задачу мы уже решали). Каждый вектор заменим столбцом его координат и соберем эти столбцы в матрицу. Элементарные преобразования строк не меняют линейных зависимостей между столбцами. Поэтому применим метод Гаусса так, чтобы первые два из 6 столбцов входили во фрагмент единичной матрицы:

Решение. Дополним $\mathbf{B}$ векторами из $\mathbf{Б}$:

$$\left\{\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Выберем максимальную линейно независимую подсистему, содержащую два первых вектора (такую задачу мы уже решали). Каждый вектор заменим столбцом его координат и соберем эти столбцы в матрицу. Элементарные преобразования строк не меняют линейных зависимостей между столбцами. Поэтому применим метод Гаусса так, чтобы первые два из 6 столбцов входили во фрагмент единичной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Решение. Дополним **В** векторами из **Б**:
$$\left\{\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$
Выберем максимальную линейно независимую подсистему, содержащую два первых вектора (такую задачу мы уже решали). Каждый вектор заменим столбцом его координат и соберем эти столбцы в матрицу. Элементарные преобразования строк не меняют линейных зависимостей между столбцами. Поэтому применим метод Гаусса так, чтобы первые два из 6 столбцов входили во фрагмент единичной матрицы:
$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. Значит, в качестве **Б'** можно взять систему:
$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$
Первый пункт нашего плана выполнен.

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

*выберите все векторы из V и найдите их **координаты** в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. Значит, в качестве **Б'** можно взять систему:
$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Найдем матрицу перехода из **Б** в **Б'**:

$$Б\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},$$

$$Б'\left\{\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Найдем матрицу перехода из **Б** в **Б'**:

$$\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix} = 4\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \left(\begin{matrix}4\\0\\0\\1\end{matrix}\right.$$

$$Б \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$Б' \left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Найдем матрицу перехода из **Б** в **Б'**:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}} = \left(\begin{matrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix} \right.$$

$$\text{Б}\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\},$$

$$\text{Б'}\left\{\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right\}.$$

Найдем матрицу перехода из **Б** в **Б'**:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \left(\begin{matrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{matrix}\right.$$

$$Б\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\},$$

$$Б'\left\{\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right\}.$$

Найдем матрицу перехода из **Б** в **Б'**:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 19. $$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. Значит, в качестве **Б'** можно взять систему:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Мы нашли матрицу перехода из **Б** в **Б'**:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \;\middle|\; X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. Мы нашли матрицу перехода из базиса **Б** в базис **Б'**:
$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Согласно теореме о координатах вектора в разных базисах имеем $[x]_{\mathbf{Б'}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. Согласно теореме о координатах вектора в разных базисах имеем $[x]_{\mathbf{Б'}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$. Мы нашли матрицу перехода из базиса **Б** в базис **Б'**:

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Найдем обратную матрицу:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$ Найдем обратную матрицу:

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim$$

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Найдем обратную матрицу:

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$. Найдем обратную матрицу:

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right) \sim$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$ Найдем обратную матрицу:

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right) \sim$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$ Найдем обратную матрицу:

$$\ldots \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right) \sim$$

$$\ldots \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$ Найдем обратную матрицу:

$$\ldots \sim \left(\begin{array}{cccc|cccr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccr|crcr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right) \sim$$

$$\ldots \sim \left(\begin{array}{cccc|ccrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|ccrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. Согласно теореме о координатах вектора в разных базисах имеем $[x]_{\mathbf{Б'}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$. Мы нашли матрицы перехода из базиса **Б** в базис **Б'** и обратно:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \mathbf{T}_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 19. $$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

*выберите все векторы из V и найдите их **координаты** в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. $[x]_{\mathbf{Б}'} = T_{\mathbf{Б}' \to \mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Пример 19. $$V=\left\{X\in U\;\middle|\; X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}.$$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V *и найдите их* ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства* V.

Решение. $[x]_{\mathbf{Б}'}=T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}}\cdot[x]_{\mathbf{Б}}$:

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4\\2&1\\2&1\\-4&1\end{pmatrix}$$

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}$.

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. $[x]_{\text{Б}'} = T_{\text{Б}' \to \text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 4 & -8 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \;\middle|\; X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

*выберите все векторы из V и найдите их **координаты** в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. $[x]_{\mathbf{Б}'} = T_{\mathbf{Б}' \to \mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \left(\begin{matrix} -1 & 4 & -8 & -8 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ -4 & 1 & -2 & -1 \end{matrix} \right.$$

Пример 19. $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. $[x]_{\mathbf{Б}'}=T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}}\cdot[x]_{\mathbf{Б}}$:

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4&1&-2&-1&-2\\2&1&1&4&4\\15&0&0&-4&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Пример 19. $V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}.$

2) Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Решение. $[x]_{\text{Б}'} = T_{\text{Б}' \to \text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 4 & -8 & -8 & -4 \\ 2 & 1 & 1 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 4 & 4 \\ -4 & 1 & -2 & -1 & -2 \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{r|r|r|rr} -4 & 1 & -2 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 4 & 4 \\ 15 & 0 & 0 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

$$\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

$$\left(\begin{array}{r|rr|rr} -4 & 1 & -2 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 4 & 4 \\ 15 & 0 & 0 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right), \qquad \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

$$\textbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

$$\left(\begin{array}{r|rr|rr} -4 & 1 & -2 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 4 & 4 \\ 15 & 0 & 0 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right), \quad \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

$$\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

$$\begin{pmatrix} -4 & \boxed{\begin{matrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}} & \begin{matrix} -1 \\ 4 \\ -4 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} -2 \\ 4 \\ 4 \\ 0 \end{matrix} \\ 2 & & & \\ 15 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вернёмся к лекции или рассмотреть **другой пример?**

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $\quad f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. Типичный план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.
2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.
3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. Типичный план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.
2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.
3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение.

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.
Какова стандартная процедура перехода в пространство $\mathbb{R}^n$?

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Какова стандартная процедура перехода в пространство $\mathbb{R}^n$?

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе. Например, для вектора — это столбец координат.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Какова стандартная процедура перехода в пространство $\mathbb{R}^n$?

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе. Например, для вектора — это столбец координат. Для подпространства — система линейных уравнений или задание с помощью базиса.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный **базис** пространства многочленов $ax^0 + bx + cx^2$

$$1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный **базис** пространства многочленов $ax^0 + bx + cx^2$

$$1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2 \ \rightarrow$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{ x-1, x+1, x^2-1 \right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный **базис** пространства многочленов $ax^0 + bx + cx^2$

$$1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2 \ \rightarrow \ x^0$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный **базис** пространства многочленов $ax^0 + bx + cx^2$

$$1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2 \;\rightarrow\; x^0$$
$$0 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный **базис** пространства многочленов $ax^0 + bx + cx^2$

$$1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2 \;\rightarrow\; x^0$$

$$0 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \;\rightarrow$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный **базис** пространства многочленов $ax^0 + bx + cx^2$

$$1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2 \ \rightarrow \ x^0$$

$$0 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \ \rightarrow \ x$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный **базис** пространства многочленов $ax^0 + bx + cx^2$

$$1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2 \;\rightarrow\; x^0$$
$$0 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \;\rightarrow\; x$$
$$0 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 1 \cdot x^2$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный **базис** пространства многочленов $ax^0 + bx + cx^2$

$$\begin{array}{lcl} 1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2 & \to & x^0 \\ 0 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 & \to & x \\ 0 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 1 \cdot x^2 & \to & \end{array}$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный **базис** пространства многочленов $ax^0 + bx + cx^2$

$$\begin{array}{l} 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \;\rightarrow\; x^0 \\ 0\cdot x^0 + 1\cdot x + 0\cdot x^2 \;\rightarrow\; x \\ 0\cdot x^0 + 0\cdot x + 1\cdot x^2 \;\rightarrow\; x^2 \end{array}$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** пространства многочленов $ax^0 + bx + cx^2$ степени не выше 2:

$$\text{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}.$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный базис:

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}.$$

В условии все многочлены представлены разложением по степеням $(x+2)$: $p + q(x+2) + r(x+2)^2$. Поэтому рационально построить базис, обусловленный этим представлением:

$$1 \cdot (x+2)^0 + 0 \cdot (x+2) + 0 \cdot (x+2)^2$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный базис:

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}.$$

В условии все многочлены представлены разложением по степеням $(x+2)$: $p + q(x+2) + r(x+2)^2$. Поэтому рационально построить базис, обусловленный этим представлением:

$$1 \cdot (x+2)^0 + 0 \cdot (x+2) + 0 \cdot (x+2)^2 \ \rightarrow$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный базис:

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}.$$

В условии все многочлены представлены разложением по степеням $(x+2)$: $p + q(x+2) + r(x+2)^2$. Поэтому рационально построить базис, обусловленный этим представлением:

$$1 \cdot (x+2)^0 + 0 \cdot (x+2) + 0 \cdot (x+2)^2 \ \rightarrow \ (x+2)^0$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный базис:

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}.$$

В условии все многочлены представлены разложением по степеням $(x+2)$: $p + q(x+2) + r(x+2)^2$. Поэтому рационально построить базис, обусловленный этим представлением:

$$1\cdot(x+2)^0 + 0\cdot(x+2) + 0\cdot(x+2)^2 \ \rightarrow\ (x+2)^0$$
$$0\cdot(x+2)^0 + 1\cdot(x+2) + 0\cdot(x+2)^2$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный базис:

$$\text{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}.$$

В условии все многочлены представлены разложением по степеням $(x+2)$: $p + q(x+2) + r(x+2)^2$. Поэтому рационально построить базис, обусловленный этим представлением:

$$1 \cdot (x+2)^0 + 0 \cdot (x+2) + 0 \cdot (x+2)^2 \ \rightarrow \ (x+2)^0$$
$$0 \cdot (x+2)^0 + 1 \cdot (x+2) + 0 \cdot (x+2)^2 \ \rightarrow$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\textbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный базис:

$$\textbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}.$$

В условии все многочлены представлены разложением по степеням $(x+2)$: $\quad p + q(x+2) + r(x+2)^2$. Поэтому рационально построить базис, обусловленный этим представлением:

$$1 \cdot (x+2)^0 + 0 \cdot (x+2) + 0 \cdot (x+2)^2 \ \rightarrow\ (x+2)^0$$
$$0 \cdot (x+2)^0 + 1 \cdot (x+2) + 0 \cdot (x+2)^2 \ \rightarrow\ (x+2)$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.
1 а) Получили естественный базис:

$$\text{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}.$$

В условии все многочлены представлены разложением по степеням $(x+2)$: $p + q(x+2) + r(x+2)^2$. Поэтому рационально построить базис, обусловленный этим представлением:

$$\begin{array}{lcl}
1\cdot(x+2)^0 + 0\cdot(x+2) + 0\cdot(x+2)^2 & \to & (x+2)^0 \\
0\cdot(x+2)^0 + 1\cdot(x+2) + 0\cdot(x+2)^2 & \to & (x+2) \\
0\cdot(x+2)^0 + 0\cdot(x+2) + 1\cdot(x+2)^2 & &
\end{array}$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный базис:

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}.$$

В условии все многочлены представлены разложением по степеням $(x+2)$: $p + q(x+2) + r(x+2)^2$. Поэтому рационально построить базис, обусловленный этим представлением:

$$\begin{array}{ll}
1 \cdot (x+2)^0 + 0 \cdot (x+2) + 0 \cdot (x+2)^2 & \to \ (x+2)^0 \\
0 \cdot (x+2)^0 + 1 \cdot (x+2) + 0 \cdot (x+2)^2 & \to \ (x+2) \\
0 \cdot (x+2)^0 + 0 \cdot (x+2) + 1 \cdot (x+2)^2 & \to
\end{array}$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\textbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный базис:

$$\textbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}.$$

В условии все многочлены представлены разложением по степеням $(x+2)$: $p + q(x+2) + r(x+2)^2$. Поэтому рационально построить базис, обусловленный этим представлением:

$$1\cdot(x+2)^0 + 0\cdot(x+2) + 0\cdot(x+2)^2 \ \to\ (x+2)^0$$
$$0\cdot(x+2)^0 + 1\cdot(x+2) + 0\cdot(x+2)^2 \ \to\ (x+2)$$
$$0\cdot(x+2)^0 + 0\cdot(x+2) + 1\cdot(x+2)^2 \ \to\ (x+2)^2$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса:

$$\text{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \text{Б''} = \left\{(x+2)^0,\ (x+2),\ (x+2)^2\right\}.$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса:

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б''} = \left\{(x+2)^0,\ (x+2),\ (x+2)^2\right\}.$$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Найдем матрицы перехода $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}}$.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса:

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б''} = \left\{(x+2)^0,\ (x+2),\ (x+2)^2\right\}.$$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Найдем матрицы перехода $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}}$.

Столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового» базиса в «старом» базисе.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса:

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б''} = \left\{(x+2)^0,\ (x+2),\ (x+2)^2\right\}.$$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Найдем матрицы перехода $T_{\mathbf{Б'} \to \mathbf{Б}}$ и $T_{\mathbf{Б'} \to \mathbf{Б''}}$.

Столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового» базиса в «старом» базисе.

Поэтому

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\},$$

$$T_{\mathbf{Б'} \to \mathbf{Б}} =$$

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\},$$

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} =$$

$$x - 1 = -1 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\},$$

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = \left(\begin{matrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} \right.$$

$$x - 1 = -1 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\},$$

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x - 1 = -1 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x + 1 = 1 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\},$$

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = \left(\begin{matrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right.$$

$$x - 1 = -1 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x + 1 = 1 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\},$$

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = \left(\begin{matrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right.$$

$$x - 1 = -1 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x + 1 = 1 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x^2 - 1 = -1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 1 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\},$$

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x - 1 = -1\cdot x^0 + 1\cdot x + 0\cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x + 1 = 1\cdot x^0 + 1\cdot x + 0\cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x^2 - 1 = -1\cdot x^0 + 0\cdot x + 1\cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\textbf{Б} = \left\{ x - 1, x + 1, x^2 - 1 \right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса:

$$\textbf{Б'} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\}, \quad \textbf{Б''} = \left\{ (x+2)^0,\ (x+2),\ (x+2)^2 \right\}.$$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Итак, $T_{\textbf{Б'} \to \textbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{ x-1, x+1, x^2-1 \right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса:

$$\mathbf{Б'} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\}, \quad \mathbf{Б''} = \left\{ (x+2)^0,\ (x+2),\ (x+2)^2 \right\}.$$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Итак, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Аналогично найдем $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}}$.

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б} = \left\{(x+2)^0, (x+2), (x+2)^2\right\},$$

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} =$$

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\},$$

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} =$$

$$(x+2)^0 = 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б} = \left\{(x+2)^0, (x+2), (x+2)^2\right\},$$

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = \left(\begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right.$$

$$(x+2)^0 = 1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б} = \left\{(x+2)^0, (x+2), (x+2)^2\right\},$$

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix.$$

$$(x+2)^0 = 1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x + 2 = 2 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б} = \left\{(x+2)^0, (x+2), (x+2)^2\right\},$$

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(x+2)^0 = 1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x + 2 = 2 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\textbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \textbf{Б} = \left\{(x+2)^0, (x+2), (x+2)^2\right\},$$

$$T_{\textbf{Б'}\to\textbf{Б''}} = \left(\begin{matrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right.$$

$$(x+2)^0 = 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x+2 = 2\cdot x^0 + 1\cdot x + 0\cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 = 4\cdot x^0 + 4\cdot x + 1\cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Б'} = \{x^0,\ x,\ x^2\}, \quad \text{Б} = \{(x+2)^0, (x+2), (x+2)^2\},$$

$$T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(x+2)^0 = 1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x + 2 = 2 \cdot x^0 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2 \quad \mapsto \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 = 4 \cdot x^0 + 4 \cdot x + 1 \cdot x^2 \quad \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса:

$$\mathbf{Б'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б''} = \left\{(x+2)^0,\ (x+2),\ (x+2)^2\right\}.$$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

$$\text{Итак, } T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса:

$$\mathbf{Б}\text{'} = \left\{x^0,\ x,\ x^2\right\}, \quad \mathbf{Б}\text{''} = \left\{(x+2)^0,\ (x+2),\ (x+2)^2\right\}.$$

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Итак, $T_{\mathbf{Б}\text{'}\to\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $T_{\mathbf{Б}\text{'}\to\mathbf{Б}\text{''}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Теперь найдем матрицу перехода $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}\text{''}}$.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса: базисы **Б** и **Б”**.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Мы получили матрицы перехода $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}}$.

Теперь найдем матрицу перехода $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$. Введем следующие обозначения: **Б’** $= \{u_1, u_2, u_3\}$, **Б** $= \{v_1, v_2, v_3\}$, **Б”** $= \{w_1, w_2, w_3\}$.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса: базисы **Б** и **Б"**.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Мы получили матрицы перехода $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}}$.

Теперь найдем матрицу перехода $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$. Введем следующие обозначения: $\mathbf{Б'} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, v_3\}$, $\mathbf{Б''} = \{w_1, w_2, w_3\}$. Мы ищем коэффициенты матрицы, определяемой, равенствами $w_i = C_{1i}v_1 + C_{2i}v_2 + C_{3i}v_3$.

Мы ищем коэффициенты матрицы, определяемой, равенствами $w_i = C_{1i}v_1 + C_{2i}v_2 + C_{3i}v_3$. Переходя к столбцам координат в базисе **Б'**, получаем с помощью умножения матриц «на макроуровне»

$$[w_i]_{\mathbf{Б'}} = C_{1i}\,[v_1]_{\mathbf{Б'}} + C_{2i}\,[v_2]_{\mathbf{Б'}} + C_{3i}\,[v_3]_{\mathbf{Б'}} =$$

$$= \left([v_1]_{\mathbf{Б'}}\ \ [v_2]_{\mathbf{Б'}}\ \ [v_3]_{\mathbf{Б'}}\right)\begin{pmatrix} C_{1i} \\ C_{2i} \\ C_{3i} \end{pmatrix} = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}\begin{pmatrix} C_{1i} \\ C_{2i} \\ C_{3i} \end{pmatrix}.$$

Мы ищем коэффициенты матрицы, определяемой, равенствами $w_i = C_{1i}v_1 + C_{2i}v_2 + C_{3i}v_3$. Переходя к столбцам координат в базисе **Б'**, получаем с помощью умножения матриц «на макроуровне»

$$[w_i]_{\mathbf{Б'}} = C_{1i}\,[v_1]_{\mathbf{Б'}} + C_{2i}\,[v_2]_{\mathbf{Б'}} + C_{3i}\,[v_3]_{\mathbf{Б'}} =$$

$$= \left([v_1]_{\mathbf{Б'}}\ \ [v_2]_{\mathbf{Б'}}\ \ [v_3]_{\mathbf{Б'}}\right) \begin{pmatrix} C_{1i} \\ C_{2i} \\ C_{3i} \end{pmatrix} = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} C_{1i} \\ C_{2i} \\ C_{3i} \end{pmatrix}.$$

$[w_i]_{\mathbf{Б'}}$ являются столбцами матрицы $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}}$, поэтому

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = \left([w_1]_{\mathbf{Б'}}\ \ [w_2]_{\mathbf{Б'}}\ \ [w_3]_{\mathbf{Б'}}\right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix} =$$

$$= T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}.$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса: базисы **Б** и **Б"**.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Мы получили матрицы перехода $T_{\text{Б'}\to\text{Б}}$ и $T_{\text{Б'}\to\text{Б"}}$.

Теперь найдем матрицу перехода $T_{\text{Б}\to\text{Б"}}$. Введем следующие обозначения: **Б'** $= \{u_1, u_2, u_3\}$, **Б** $= \{v_1, v_2, v_3\}$, **Б"** $= \{w_1, w_2, w_3\}$.

Мы получили полезную формулу:

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса: базисы **Б** и **Б"**.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Мы получили матрицы перехода $T_{\text{Б'}\to\text{Б}}$ и $T_{\text{Б'}\to\text{Б"}}$.

Теперь найдем матрицу перехода $T_{\text{Б}\to\text{Б"}}$. Введем следующие обозначения: **Б'** $= \{u_1, u_2, u_3\}$, **Б** $= \{v_1, v_2, v_3\}$, **Б"** $= \{w_1, w_2, w_3\}$.

Мы получили полезную формулу:

$$T_{\text{Б'}\to\text{Б"}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б"}}. \tag{4}$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\textbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса: базисы **Б** и **Б”**.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

$$T_{\textbf{Б'}\to\textbf{Б''}} = T_{\textbf{Б'}\to\textbf{Б}} T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б''}}. \qquad (4)$$

В нашем случае

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса: базисы **Б** и **Б"**.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

$$T_{\text{Б'}\to\text{Б"}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б"}}. \tag{4}$$

В нашем случае $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} T_{\text{Б}\to\text{Б"}}.$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса: базисы **Б** и **Б"**.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Отсюда

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б"}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\text{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса: базисы **Б** и **Б"**.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Отсюда

$$T_{\text{Б}\to\text{Б"}} = \begin{pmatrix} -0.5 & 0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.5 & -0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 1.5 & 4.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса: базисы **Б** и **Б"**.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б"}} = \begin{pmatrix} -0.5 & -0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 1.5 & 4.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Согласно формуле, имеем $[f_i(x)]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б"}}\,[f_i(x)]_{\mathbf{Б"}}$.

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{ x - 1, x + 1, x^2 - 1 \right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса: базисы **Б** и **Б"**.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б"}} = \begin{pmatrix} -0.5 & -0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 1.5 & 4.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Согласно формуле, имеем $[f_i(x)]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б"}} [f_i(x)]_{\mathbf{Б"}}$.

Используя умножение матриц «на макроуровне», получаем

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса: базисы **Б** и **Б''**.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Согласно формуле, имеем $[f_i(x)]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б''}} [f_i(x)]_{\mathbf{Б''}}$.

Используя умножение матриц «на макроуровне», получаем

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{x - 1, x + 1, x^2 - 1\right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса: базисы **Б** и **Б"**.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Согласно формуле, имеем $[f_i(x)]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б"}} [f_i(x)]_{\mathbf{Б"}}$.

Используя умножение матриц «на макроуровне», получаем

Пример 20. *С помощью матрицы перехода найти разложения многочленов* $f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2$, $f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2$, $f_4(x) = 1 - (x+2)^2$ *по базису*

$$\mathbf{Б} = \left\{ x-1, x+1, x^2-1 \right\}.$$

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили два естественных базиса: базисы **Б** и **Б"**.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Согласно формуле, имеем $[f_i(x)]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}"} [f_i(x)]_{\mathbf{Б}"}$.

Используя умножение матриц «на макроуровне», получаем

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}} \;\; [f_2(x)]_{\mathbf{Б}} \;\; [f_3(x)]_{\mathbf{Б}} \;\; [f_4(x)]_{\mathbf{Б}} \right) =$$

$$= T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}"} \left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}"} \;\; [f_2(x)]_{\mathbf{Б}"} \;\; [f_3(x)]_{\mathbf{Б}"} \;\; [f_4(x)]_{\mathbf{Б}"} \right) =$$

$f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2, \quad f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2,$
$f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2, \quad f_4(x) = 1 - (x+2)^2.$

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Согласно формуле, имеем $[f_i(x)]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}"}[f_i(x)]_{\mathbf{Б}"}$. Используя умножение матриц «на макроуровне», получаем

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}} \;\; [f_2(x)]_{\mathbf{Б}} \;\; [f_3(x)]_{\mathbf{Б}} \;\; [f_4(x)]_{\mathbf{Б}} \right) =$$

$$= T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}"} \left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}"} \;\; [f_2(x)]_{\mathbf{Б}"} \;\; [f_3(x)]_{\mathbf{Б}"} \;\; [f_4(x)]_{\mathbf{Б}"} \right) =$$

$$= \begin{pmatrix} -0.5 & -0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 1.5 & 4.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0.5 & -2 & 0 \\ 8 & 4.5 & 7 & -4 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Согласно формуле, имеем $[f_i(x)]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}''}[f_i(x)]_{\mathbf{Б}''}$. Используя умножение матриц «на макроуровне», получаем

$$\left(\, [f_1(x)]_{\mathbf{Б}} \;\; [f_2(x)]_{\mathbf{Б}} \;\; [f_3(x)]_{\mathbf{Б}} \;\; [f_4(x)]_{\mathbf{Б}} \,\right) = \begin{pmatrix} -1 & 0.5 & -2 & 0 \\ 8 & 4.5 & 7 & -4 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом,

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Согласно формуле, имеем $[f_i(x)]_{\textbf{Б}} = T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б}''}[f_i(x)]_{\textbf{Б}''}$. Используя умножение матриц «на макроуровне», получаем

$$\left(\, [f_1(x)]_{\textbf{Б}} \;\; [f_2(x)]_{\textbf{Б}} \;\; [f_3(x)]_{\textbf{Б}} \;\; [f_4(x)]_{\textbf{Б}} \,\right) = \begin{pmatrix} -1 & 0.5 & -2 & 0 \\ 8 & 4.5 & 7 & -4 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом,

$$f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2 = -1(x-1) + 8(x+1) + 2(x^2-1),$$

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Согласно формуле, имеем $[f_i(x)]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}''}[f_i(x)]_{\mathbf{Б}''}$. Используя умножение матриц «на макроуровне», получаем

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}} \;\; [f_2(x)]_{\mathbf{Б}} \;\; [f_3(x)]_{\mathbf{Б}} \;\; [f_4(x)]_{\mathbf{Б}} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 0.5 & -2 & 0 \\ 8 & 4.5 & 7 & -4 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом,

$$f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2 = -1(x-1) + 8(x+1) + 2(x^2-1),$$

$$f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2 = 0.5(x-1) + 4.5(x+1) + 1(x^2-1),$$

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Согласно формуле, имеем $[f_i(x)]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}''}[f_i(x)]_{\mathbf{Б}''}$. Используя умножение матриц «на макроуровне», получаем

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}} \ \ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}} \ \ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}} \ \ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 0.5 & -2 & 0 \\ 8 & 4.5 & 7 & -4 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом,

$$f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2 = -1(x-1) + 8(x+1) + 2(x^2-1),$$

$$f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2 = 0.5(x-1) + 4.5(x+1) + 1(x^2-1),$$

$$f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2 = -2(x-1) + 7(x+1) + 1(x^2-1),$$

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

Согласно формуле, имеем $[f_i(x)]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}''}[f_i(x)]_{\mathbf{Б}''}$. Используя умножение матриц «на макроуровне», получаем

$$\begin{pmatrix} [f_1(x)]_{\mathbf{Б}} & [f_2(x)]_{\mathbf{Б}} & [f_3(x)]_{\mathbf{Б}} & [f_4(x)]_{\mathbf{Б}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0.5 & -2 & 0 \\ 8 & 4.5 & 7 & -4 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом,

$$f_1(x) = 1 - (x+2) + 2(x+2)^2 = -1(x-1) + 8(x+1) + 2(x^2-1),$$

$$f_2(x) = (x+2) - 3 + (x+2)^2 = 0.5(x-1) + 4.5(x+1) + 1(x^2-1),$$

$$f_3(x) = 2 + (x+2) + (x+2)^2 = -2(x-1) + 7(x+1) + 1(x^2-1),$$

$$f_4(x) = 1 - (x+2)^2 = 0(x-1) - 4(x+1) - 1(x^2-1).$$

Вернёмся к лекции?

Задания для самостоятельного выполнения

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.714.) На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda\boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda\boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Задача II.2. (Ответ приведен на стр.742.) Утверждение, что $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ является **линейно независимой системой векторов** означает по определению, что...

Задача II.3. (Ответ приведен на стр.746.) Система векторов $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ является **линейно зависимой** по определению означает, что...

Задача II.4. (Ответ приведен на стр.750.) Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Задача II.5. (Ответ приведен на стр.765.) Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Задача III.6. (Ответ приведен на стр.778.) Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Задача III.7. (Ответ приведен на стр.784.) Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц
$$\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Задача IV.8. (Ответ приведен на стр.790.) Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Задача IV.9. (Ответ приведен на стр.798.) Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Задача IV.10. (Ответ приведен на стр.806.) На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу I.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Задача V.11. (Ответ приведен на стр.811.) Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$ в базисах

$$\textbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$ в базисах

$$\textbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Задача V.12. (Ответ приведен на стр.823.) Найдите **координаты** многочлена $\left(x^2 - x\right)$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x - 1, x^2 - 1\right\}$.

Задача VI.13. (Ответ приведен на стр.833.) Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \left\{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x - 1)^2,\ (x + 1)^2\right\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Задача VII.14. (Ответ приведен на стр.847.) Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Задача VII.15. (Ответ приведен на стр.870.) Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Задача VII.16. (Ответ приведен на стр.876.) Пусть $X =$
$$= \left\langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \right\rangle.$$
Тогда $X = \{\ldots\}$.

Задача VII.17. (Ответ приведен на стр.905.) Подпространство $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ задайте системой линейных уравнений.

Задача VII.18. (Ответ приведен на стр.909.) Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Задача VII.19. (Ответ приведен на стр.945.) В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \left\langle (x+y)^2 \right\rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\}$.

Задача VII.20. (Ответ приведен на стр.966.) В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Задача VII.21. (Ответ приведен на стр.989.) В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\,\rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Задача VIII.22. (Ответ приведен на стр.1007.) Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \,\middle|\, \ldots \right\}$.

Задача VIII.23. (Ответ приведен на стр.1016.) Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P + Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P + Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Задача VIII.24. (Ответ приведен на стр.1027.) Докажите, что в линейном пространстве U многочленов степени не выше 4 подпространствами являются подмножества

$$V = \left\{ f(x) \;\middle|\; \begin{cases} f(x) \in U, \\ f(-1) = f'(-1) = 0 \end{cases} \right\},$$

$$W = \left\langle 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4, \quad 6 + 7x - 6x^2 - 3x^3 + x^4 \right\rangle.$$

Найдите сумму и пересечение этих подпространств.

Задача IX.25. (Ответ приведен на стр.1031.) **Постройте** «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Задача IX.26. (Ответ приведен на стр.1043.) Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Задача IX.27. (Ответ приведен на стр.1058.) Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x, y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x, y)$, где

$$p(x, y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \frac{\partial}{\partial x} p(x, x^2).$$

Задача IX.28. (Ответ приведен на стр.1084.) В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x, y, z) \boxplus g(x, y, z) = f(x, y, z) \cdot g(x, y, z)$ и $\lambda \boxdot f(x, y, z) = f(x, y, z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Задача X.29. (Ответ приведен на стр.1118.) Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Задача X.30. (Ответ приведен на стр.1131.) Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Задача X.31. (Ответ приведен на стр.1164.) Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Задача XI.32. (Ответ приведен на стр.1180.) Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Задача XI.33. (Ответ приведен на стр.1186.) Как найти координаты вектора в базисе **В**, отличном от естественного **Б**.

Задача XI.34. (Ответ приведен на стр.1191.) Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Задача XI.35. (Ответ приведен на стр.1201.) Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda\boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda\boxed{\cdot}f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x)\boxed{+}f(x)$,

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\frac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.
В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.
В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\quad \lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.
В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.
Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda\boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda\boxed{\cdot}f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x)\boxed{+}f(x)$,
$\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.
В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.
Аксиома 5: $\lambda\boxed{\cdot}\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\lambda\boxed{\cdot}g(x))$.
Аксиома 6: $(\lambda + \mu)\boxed{\cdot}f(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda\boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda\boxed{\cdot}f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x)\boxed{+}f(x)$,
$\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.
В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\quad \lambda\boxed{\cdot}\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\lambda\boxed{\cdot}g(x))\,.$
Аксиома 6: $\quad (\lambda + \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.
В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\quad \lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.
Аксиома 6: $\quad (\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\quad \lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.
Аксиома 6: $\quad (\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\mu \boxed{\cdot} f(x))$.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.
В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.
Аксиома 6: $(\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\mu \boxed{\cdot} f(x))$.
Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu) \boxed{\cdot} f(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda\boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda\boxed{\cdot}f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x)\boxed{+}f(x)$,
$\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\quad \lambda\boxed{\cdot}\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\lambda\boxed{\cdot}g(x))$.
Аксиома 6: $\quad (\lambda + \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\mu\boxed{\cdot}f(x))$.
Аксиома 7: $\quad (\lambda \cdot \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda\cdot\mu)}(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda\boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda\boxed{\cdot}f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x)\boxed{+}f(x)$,
$\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.
В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda\boxed{\cdot}\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\lambda\boxed{\cdot}g(x))$.
Аксиома 6: $(\lambda + \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\mu\boxed{\cdot}f(x))$.
Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda\cdot\mu)}(x) = \big(f^{\lambda}(x)\big)^{\mu} =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda\boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda\boxed{\cdot}f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x)\boxed{+}f(x)$,
$\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\ \boxed{+}h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\ \boxed{+}h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.
В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\quad \lambda\boxed{\cdot}\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\ \boxed{+}\ (\lambda\boxed{\cdot}g(x))\,.$
Аксиома 6: $\quad (\lambda + \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\ \boxed{+}\ (\mu\boxed{\cdot}f(x))\,.$
Аксиома 7: $\quad (\lambda \cdot \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda\cdot\mu)}(x) = \big(f^{\lambda}(x)\big)^{\mu} = \mu\boxed{\cdot}(\lambda\boxed{\cdot}f(x))\,.$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda\boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda\boxed{\cdot}f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x)\boxed{+}f(x)$,
$\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.
В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\frac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda\boxed{\cdot}\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\lambda\boxed{\cdot}g(x))$.
Аксиома 6: $(\lambda + \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\mu\boxed{\cdot}f(x))$.
Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda \cdot \mu)}(x) = \big(f^{\lambda}(x)\big)^{\mu} = \mu\boxed{\cdot}(\lambda\boxed{\cdot}f(x))$.
Аксиома 8: $1\boxed{\cdot}f(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda\boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda\boxed{\cdot}f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x)\boxed{+}f(x)$,
$\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda\boxed{\cdot}\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\lambda\boxed{\cdot}g(x))$.
Аксиома 6: $(\lambda + \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\mu\boxed{\cdot}f(x))$.
Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda\cdot\mu)}(x) = \big(f^{\lambda}(x)\big)^{\mu} = \mu\boxed{\cdot}(\lambda\boxed{\cdot}f(x))$.
Аксиома 8: $1\boxed{\cdot}f(x) = f^{1}(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda\boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda\boxed{\cdot}f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x)\boxed{+}f(x)$,
$\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.
В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\frac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda\boxed{\cdot}\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\lambda\boxed{\cdot}g(x))$.
Аксиома 6: $(\lambda + \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\mu\boxed{\cdot}f(x))$.
Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda\cdot\mu)}(x) = \big(f^{\lambda}(x)\big)^{\mu} = \mu\boxed{\cdot}(\lambda\boxed{\cdot}f(x))$.
Аксиома 8: $1\boxed{\cdot}f(x) = f^{1}(x) = f(x)$.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda\boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda\boxed{\cdot}f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x)\boxed{+}g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x)\boxed{+}f(x)$,
$\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x)\boxed{+}g(x)\big)\boxed{+}h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.
В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.
Аксиома 5: $\lambda\boxed{\cdot}\big(f(x)\boxed{+}g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\lambda\boxed{\cdot}g(x))$.
Аксиома 6: $(\lambda + \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda\boxed{\cdot}f(x))\boxed{+}(\mu\boxed{\cdot}f(x))$.
Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu)\boxed{\cdot}f(x) = f^{(\lambda\cdot\mu)}(x) = \big(f^{\lambda}(x)\big)^{\mu} = \mu\boxed{\cdot}(\lambda\boxed{\cdot}f(x))$.
Аксиома 8: $1\boxed{\cdot}f(x) = f^{1}(x) = f(x)$.
Значит, V — линейное пространство.

Решение задачи 2.

Задача 2. Утверждение, что $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ является **линейно независимой системой векторов** означает по определению, что...

Задача 2. Утверждение, что $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ является **линейно независимой системой векторов** означает по определению, что...

Ответ. Система $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ **линейно независима** тогда и только тогда, когда

Задача 2. Утверждение, что $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ является **линейно независимой системой векторов** означает по определению, что...

Ответ. Система $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ **линейно независима** тогда и только тогда, когда

$$\alpha p + \beta q + \gamma r + \delta t = \mathbf{0} \ \Rightarrow$$

Задача 2. Утверждение, что $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ является **линейно независимой системой векторов** означает по определению, что...

Ответ. Система $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ **линейно независима** тогда и только тогда, когда

$$\alpha p + \beta q + \gamma r + \delta t = \mathbf{0} \ \Rightarrow\ \alpha = \beta = \gamma = \delta = 0.$$

Решение задачи 3.

Задача 3. Система векторов $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ является **линейно зависимой** по определению означает, что...

Задача 3. Система векторов $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ является **линейно зависимой** по определению означает, что...

Ответ. Система $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ **линейно зависима** тогда и только тогда, когда

Задача 3. Система векторов $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ является **линейно зависимой** по определению означает, что...

Ответ. Система $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ **линейно зависима** тогда и только тогда, когда

$$\exists\mu_1\ \exists\mu_2\ \exists\mu_3\ \exists\mu_4\ \exists\mu_5\ \left\{\begin{array}{l} \\ \mu_1 A + \mu_2 Bx + \mu_3 By + \mu_3 Bz + \mu_3 C = \mathbf{0}. \end{array}\right.$$

Задача 3. Система векторов $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ является **линейно зависимой** по определению означает, что...

Ответ. Система $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ **линейно зависима** тогда и только тогда, когда

$$\exists\mu_1\ \exists\mu_2\ \exists\mu_3\ \exists\mu_4\ \exists\mu_5\ \begin{cases} \exists k \quad \mu_k \neq 0, \\ \mu_1 A + \mu_2 Bx + \mu_3 By + \mu_3 Bz + \mu_3 C = \mathbf{0}. \end{cases}$$

Решение задачи 4.

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x - 1;\ x + 1;\ x^2 - 1\}$.

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow$$

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0 \ \Rightarrow \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\left(x-1\right)+\beta\left(x+1\right)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l}\gamma=0, & x^2\\ \alpha+\beta=0, & x\\ -\alpha+\beta=0 & x^0\end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=$$

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2\\ \alpha+\beta=0, & x\\ -\alpha+\beta=0 & x^0\end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 1 & 0\end{vmatrix}=2,$$

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2\\ \alpha+\beta=0, & x\\ -\alpha+\beta=0 & x^0\end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 1 & 0\end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0\ \Rightarrow$$

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l} \alpha= \\ \beta= \\ \gamma= \end{array}\right.$$

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\left(x-1\right)+\beta\left(x+1\right)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l} \alpha=\Delta_\alpha/\Delta= \\ \beta= \\ \gamma= \end{array}\right.$$

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0\ \Rightarrow\ \begin{cases} \alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0, \\ \beta= \\ \gamma= \end{cases}$$

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\left(x-1\right)+\beta\left(x+1\right)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2\\ \alpha+\beta=0, & x\\ -\alpha+\beta=0 & x^0\end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 1 & 0\end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l}\alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0,\\ \beta=\Delta_\beta/\Delta=\\ \gamma=\end{array}\right.$$

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\;\Rightarrow\;\left\{\begin{array}{l|l}\gamma=0, & x^2\\ \alpha+\beta=0, & x\\ -\alpha+\beta=0 & x^0\end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix}0&0&1\\1&1&0\\-1&1&0\end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0\;\Rightarrow\;\begin{cases}\alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0,\\ \beta=\Delta_\beta/\Delta=0,\\ \gamma=\end{cases}$$

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l} \alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0, \\ \beta=\Delta_\beta/\Delta=0, \\ \gamma=\Delta_\gamma/\Delta= \end{array}\right.$$

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l} \alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0, \\ \beta=\Delta_\beta/\Delta=0, \\ \gamma=\Delta_\gamma/\Delta=0. \end{array}\right.$$

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2\\ \alpha+\beta=0, & x\\ -\alpha+\beta=0 & x^0\end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 1 & 0\end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l} \alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0,\\ \beta=\Delta_\beta/\Delta=0,\\ \gamma=\Delta_\gamma/\Delta=0.\end{array}\right.$$

Следовательно, исходная система является **линейно независимой**:

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow$$

Задача 4. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l}\gamma=0, & x^2\\ \alpha+\beta=0, & x\\ -\alpha+\beta=0 & x^0\end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix}0&0&1\\1&1&0\\-1&1&0\end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0\ \Rightarrow\ \begin{cases}\alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0,\\ \beta=\Delta_\beta/\Delta=0,\\ \gamma=\Delta_\gamma/\Delta=0.\end{cases}$$

Следовательно, исходная система является **линейно независимой**:

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \alpha=\beta=\gamma=0.$$

Решение задачи 5.

Задача 5. Проверьте, является ли система матриц **линейно зависимой** или **независимой** система матриц

$$\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Задача 5. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

Задача 5. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

Задача 5. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{pmatrix} p + 2q + 2r + 3s + t & -p + 3q + 3r + s \\ p + q + r + 3s & 2p + 2q - 2r + s + t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 5. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{pmatrix} p+2q+2r+3s+t & -p+3q+3r+s \\ p+q+r+3s & 2p+2q-2r+s+t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

получим систему уравнений

$$\begin{cases} p+2q+2r+3s+t=0, \\ \\ \\ \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 5. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{pmatrix} p + 2q + 2r + 3s + t & -p + 3q + 3r + s \\ p + q + r + 3s & 2p + 2q - 2r + s + t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

получим систему уравнений

$$\begin{cases} p + 2q + 2r + 3s + t = 0, \\ -p + 3q + 3r + s = 0, \\ \\ \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 5. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{pmatrix} p+2q+2r+3s+t & -p+3q+3r+s \\ p+q+r+3s & 2p+2q-2r+s+t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

получим систему уравнений

$$\begin{cases} p+2q+2r+3s+t=0, \\ -p+3q+3r+s=0, \\ p+q+r+3s=0, \\ \end{cases} \qquad \Rightarrow$$

Задача 5. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{pmatrix} p+2q+2r+3s+t & -p+3q+3r+s \\ p+q+r+3s & 2p+2q-2r+s+t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

получим систему уравнений

$$\begin{cases} p+2q+2r+3s+t=0, \\ -p+3q+3r+s=0, \\ p+q+r+3s=0, \\ 2p+2q-2r+s+t=0. \end{cases} \quad \Rightarrow$$

Задача 5. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{pmatrix} p+2q+2r+3s+t & -p+3q+3r+s \\ p+q+r+3s & 2p+2q-2r+s+t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

получим систему уравнений

$$\begin{cases} p+2q+2r+3s+t=0, \\ -p+3q+3r+s=0, \\ p+q+r+3s=0, \\ 2p+2q-2r+s+t=0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p=-2t, \\ q=0, \\ r=-t, \\ s=t. \end{cases}$$

Задача 5. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{cases} p + 2q + 2r + 3s + t = 0, \\ -p + 3q + 3r + s = 0, \\ p + q + r + 3s = 0, \\ 2p + 2q - 2r + s + t = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2t, \\ q = 0, \\ r = -t, \\ s = t. \end{cases}$$

Например, при $t = 1$ получаем ненулевой набор искомых значений переменных

Задача 5. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{cases} p + 2q + 2r + 3s + t = 0, \\ -p + 3q + 3r + s = 0, \\ p + q + r + 3s = 0, \\ 2p + 2q - 2r + s + t = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2t, \\ q = 0, \\ r = -t, \\ s = t. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2, \\ q = 0, \\ r = -1, \\ s = 1. \end{cases}$$

Например, при $t = 1$ получаем ненулевой набор искомых значений переменных

Задача 5. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{cases} p + 2q + 2r + 3s + t = 0, \\ -p + 3q + 3r + s = 0, \\ p + q + r + 3s = 0, \\ 2p + 2q - 2r + s + t = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2t, \\ q = 0, \\ r = -t, \\ s = t. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2, \\ q = 0, \\ r = -1, \\ s = 1. \end{cases}$$

Например, при $t = 1$ получаем ненулевой набор искомых значений переменных, в итоге получаем нетривиальную линейную комбинацию, равную нулевому вектору:

Задача 5. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{cases} p + 2q + 2r + 3s + t = 0, \\ -p + 3q + 3r + s = 0, \\ p + q + r + 3s = 0, \\ 2p + 2q - 2r + s + t = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2t, \\ q = 0, \\ r = -t, \\ s = t. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2, \\ q = 0, \\ r = -1, \\ s = 1. \end{cases}$$

Например, при $t = 1$ получаем ненулевой набор искомых значений переменных, в итоге получаем нетривиальную линейную комбинацию, равную нулевому вектору:

$$-2\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 6.

Задача 6. Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц
$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Задача 6. Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц
$$\left\{\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}\right\}.$$

Ответ. $\alpha\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ -x & 0 & z \\ -y & -z & 0 \end{pmatrix},$

Задача 6. Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ -x & 0 & z \\ -y & -z & 0 \end{pmatrix}$,

$$\begin{cases} -\alpha + 3\beta + 2\gamma = x, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma = y, \\ -\alpha + \beta + \gamma = z \end{cases}$$

Задача 6. Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ -x & 0 & z \\ -y & -z & 0 \end{pmatrix}$,

$$\begin{cases} -\alpha + 3\beta + 2\gamma = x, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma = y, \\ -\alpha + \beta + \gamma = z \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{rrr|c} -1 & 3 & 2 & x \\ 2 & 1 & 2 & y \\ -1 & 1 & 1 & z \end{array} \right) \sim$$

Задача 6. Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ -x & 0 & z \\ -y & -z & 0 \end{pmatrix}$,

$$\begin{cases} -\alpha + 3\beta + 2\gamma = x, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma = y, \\ -\alpha + \beta + \gamma = z \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 2 & x \\ 2 & 1 & 2 & y \\ -1 & 1 & 1 & z \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|r} 1 & 0 & 0 & (x+y-4z)/5 \\ 0 & 1 & 0 & (4x-y-6z)/5 \\ 0 & 0 & 1 & (-3x+2y+7z)/5 \end{array}\right)$$

Задача 6. Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц

$$\left\{\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}\right\}.$$

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ -x & 0 & z \\ -y & -z & 0 \end{pmatrix},$

$$\begin{cases} -\alpha + 3\beta + 2\gamma = x, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma = y, \\ -\alpha + \beta + \gamma = z \end{cases} \quad \left(\begin{array}{rrr|c} -1 & 3 & 2 & x \\ 2 & 1 & 2 & y \\ -1 & 1 & 1 & z \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|r} 1 & 0 & 0 & (x+y-4z)/5 \\ 0 & 1 & 0 & (4x-y-6z)/5 \\ 0 & 0 & 1 & (-3x+2y+7z)/5 \end{array}\right)$$

Следовательно, исходное множество является системой порождающих для линейного пространства кососимметричных матриц.

Решение задачи 7.

Задача 7. Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Задача 7. Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Задача 7. Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} 3\alpha + \beta + 3\gamma + 3\varepsilon = a, \\ -\alpha + 2\beta + \delta + 3\varepsilon = b, \\ 2\alpha - \beta + \gamma - \delta + 4\varepsilon = c, \\ 2\alpha + \beta + 3\gamma + 2\delta + \varepsilon = d \end{cases}$$

Задача 7. Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} 3\alpha + \beta + 3\gamma + 3\varepsilon = a, \\ -\alpha + 2\beta + \delta + 3\varepsilon = b, \\ 2\alpha - \beta + \gamma - \delta + 4\varepsilon = c, \\ 2\alpha + \beta + 3\gamma + 2\delta + \varepsilon = d \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{rrrrr|c} 3 & 1 & 3 & 0 & 3 & a \\ -1 & 2 & 0 & 1 & 3 & b \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 4 & c \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & d \end{array} \right)$$

Задача 7. Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц $\left\{\begin{pmatrix} 3 & -1\\ 2 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0\\ 1 & 3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3\\ 4 & 1\end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. $\alpha\begin{pmatrix} 3 & -1\\ 2 & 2\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix} 1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}+\gamma\begin{pmatrix} 3 & 0\\ 1 & 3\end{pmatrix}+\delta\begin{pmatrix} 0 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}+\varepsilon\begin{pmatrix} 3 & 3\\ 4 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a & b\\ c & d\end{pmatrix}$

$$\begin{cases} 3\alpha+\beta+3\gamma+3\varepsilon=a,\\ -\alpha+2\beta+\delta+3\varepsilon=b,\\ 2\alpha-\beta+\gamma-\delta+4\varepsilon=c,\\ 2\alpha+\beta+3\gamma+2\delta+\varepsilon=d \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{rrrrr|c} 3 & 1 & 3 & 0 & 3 & a\\ -1 & 2 & 0 & 1 & 3 & b\\ 2 & -1 & 1 & -1 & 4 & c\\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & d \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrrr|r} 1 & 0 & 0 & 0 & 28 & -3a+4b+6c+d\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 18 & (-a+3b+3c)/2\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 30 & 7a-9b-13c-2d\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -13 & -4a+4b+6c+2d \end{array}\right)$$

Задача 7. Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} 3\alpha + \beta + 3\gamma + 3\varepsilon = a, \\ -\alpha + 2\beta + \delta + 3\varepsilon = b, \\ 2\alpha - \beta + \gamma - \delta + 4\varepsilon = c, \\ 2\alpha + \beta + 3\gamma + 2\delta + \varepsilon = d \end{cases} \quad \left(\begin{array}{rrrrr|c} 3 & 1 & 3 & 0 & 3 & a \\ -1 & 2 & 0 & 1 & 3 & b \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 4 & c \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & d \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrrr|r} 1 & 0 & 0 & 0 & 28 & -3a + 4b + 6c + d \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 18 & (-a + 3b + 3c)/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 30 & 7a - 9b - 13c - 2d \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -13 & -4a + 4b + 6c + 2d \end{array}\right)$$

Значит, исходное множество является системой образующих.

Решение задачи 8.

Задача 8. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Задача 8. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Задача 8. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единицы через параметры» получаем базис

Задача 8. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единицы через параметры» получаем базис

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Задача 8. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.
«Протаскиванием единицы через параметры» получаем базис

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Задача 8. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единицы через параметры» получаем базис

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad \right\}.$$

Задача 8. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.
«Протаскиванием единицы через параметры» получаем базис

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Задача 8. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.
«Протаскиванием единицы через параметры» получаем базис

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Задача решена.

Решение задачи 9.

Задача 9. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Задача 9. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по **определению кососимметричных матриц** имеем

Задача 9. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по **определению кососимметричных матриц** имеем $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}^t = -\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, т.е.

Задача 9. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по **определению кососимметричных матриц** имеем $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}^t = -\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$. Следовательно, векторы из U имеют вид

Задача 9. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по **определению кососимметричных матриц** имеем $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}^t = -\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$. Следовательно, векторы из U имеют вид $\begin{pmatrix} 0 & b_1 & c_1 \\ -b_1 & 0 & c_2 \\ -c_1 & -c_2 & 0 \end{pmatrix}$. «Протаскивая единичку через параметры» b_1, c_1, c_2, получаем искомый базис:

Задача 9. Найдите базис линейного пространства U кососимметричных матриц с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по определению кососимметричных матриц имеем $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}^t = -\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$. Следовательно, векторы из U имеют вид $\begin{pmatrix} 0 & b_1 & c_1 \\ -b_1 & 0 & c_2 \\ -c_1 & -c_2 & 0 \end{pmatrix}$. «Протаскивая единичку через параметры» b_1, c_1, c_2, получаем искомый базис: $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\}$.

Задача 9. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по **определению кососимметричных матриц** имеем $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}^t = -\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$. Следовательно, векторы из U имеют вид $\begin{pmatrix} 0 & b_1 & c_1 \\ -b_1 & 0 & c_2 \\ -c_1 & -c_2 & 0 \end{pmatrix}$. «Протаскивая единичку через параметры» b_1, c_1, c_2, получаем искомый базис: $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\}$.

Задача 9. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по **определению кососимметричных матриц** имеем $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}^t = -\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$. Следовательно, векторы из U имеют вид $\begin{pmatrix} 0 & b_1 & c_1 \\ -b_1 & 0 & c_2 \\ -c_1 & -c_2 & 0 \end{pmatrix}$. «Протаскивая единичку через параметры» b_1, c_1, c_2, получаем искомый базис: $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение задачи 10.

Задача 10. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу I.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Задача 10. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу I.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.

Задача 10. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу I.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$. Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»:

Задача 10. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу I.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$. Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; \quad \}$.

Задача 10. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу I.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$. Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2;\ 10^x\}$.

Решение задачи 11.

Задача 11. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Задача 11. Найдите координаты матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По определению столбца координат из равенства

Задача 11. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Задача 11. Найдите координаты матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По определению столбца координат из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

следует $\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$

Задача 11. Найдите координаты матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По определению столбца координат из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

следует $\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$

Задача 11. Найдите координаты матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По определению столбца координат для базиса **Б'** из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} =$$

Задача 11. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** для базиса **Б'** из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Задача 11. Найдите координаты матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По определению столбца координат для базиса **Б'** из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

следует $\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Задача 11. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** для базиса $\mathbf{B}$ из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} =$$

Задача 11. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** для базиса **В** из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Задача 11. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** для базиса $\mathbf{B}$ из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

следует $\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} =$

Задача 11. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** для базиса $\mathbf{B}$ из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

следует $\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Решение задачи 12.

Задача 12. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x - 1, x^2 - 1\}$.

Задача 12. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x-1, x^2-1\}$.
Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

Задача 12. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x-1, x^2-1\}$.
Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 - 1 \cdot (x-1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

Задача 12. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x-1, x^2-1\}$.
Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x-1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 12. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x-1, x^2-1\}$.
Ответ.

$$[x^2 - x]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x-1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ \\ \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 12. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x-1, x^2-1\}$.
Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x-1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 12. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x-1, x^2-1\}$.
Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x - 1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ \ \end{pmatrix}.$$

Задача 12. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x-1, x^2-1\}$.
Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x-1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 12. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x-1, x^2-1\}$.
Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x-1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 12. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x-1, x^2-1\}$.
Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x-1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 13.

Задача 13. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Задача 13. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2:

Задача 13. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

Задача 13. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) =$$

Задача 13. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\quad \mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left([x^2-1]_{\mathbf{B}}\ [x^2+1]_{\mathbf{B}}\ [(x-1)^2]_{\mathbf{B}}\ [(x+1)^2]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 13. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\quad \mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 13. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2-1,\ x^2+1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 13. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x - 1)^2,\ (x + 1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left([x^2 - 1]_{\mathbf{B}}\ [x^2 + 1]_{\mathbf{B}}\ [(x - 1)^2]_{\mathbf{B}}\ [(x + 1)^2]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 13. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2-1,\ x^2+1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left([x^2-1]_{\mathbf{B}}\ [x^2+1]_{\mathbf{B}}\ [(x-1)^2]_{\mathbf{B}}\ [(x+1)^2]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Задача 13. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left([x^2-1]_{\mathbf{B}}\ [x^2+1]_{\mathbf{B}}\ [(x-1)^2]_{\mathbf{B}}\ [(x+1)^2]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Следовательно, первые три многочлена образуют линейно независимую систему $\{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2\}$ и, поскольку

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

то .

Задача 13. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\quad \mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left([x^2-1]_{\mathbf{B}}\ [x^2+1]_{\mathbf{B}}\ [(x-1)^2]_{\mathbf{B}}\ [(x+1)^2]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Следовательно, первые три многочлена образуют линейно независимую систему $\{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2\}$ и, поскольку

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

то $(x+1)^2 =$

Задача 13. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B}=\{x^2-1,\ x^2+1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\quad \mathbf{B}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left([x^2-1]_{\mathbf{B}}\ [x^2+1]_{\mathbf{B}}\ [(x-1)^2]_{\mathbf{B}}\ [(x+1)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\begin{pmatrix}-1&1&1&1\\0&0&-2&2\\1&1&1&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&-1&-1&-1\\0&0&-2&2\\0&2&2&2\end{pmatrix}\sim$$

$$\sim\begin{pmatrix}1&-1&-1&-1\\0&1&1&1\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&-1&0&-2\\0&1&0&2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}$$

Следовательно, первые три многочлена образуют линейно независимую систему $\{x^2-1,\ x^2+1,\ (x-1)^2\}$ и, поскольку

$$\begin{pmatrix}0\\2\\-1\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+(-1)\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix},$$

то $(x+1)^2=x^2+2x+1=$

Задача 13. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2-1,\ x^2+1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\quad \mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left([x^2-1]_{\mathbf{B}}\ [x^2+1]_{\mathbf{B}}\ [(x-1)^2]_{\mathbf{B}}\ [(x+1)^2]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Следовательно, первые три многочлена образуют линейно независимую систему $\{x^2-1,\ x^2+1,\ (x-1)^2\}$ и, поскольку

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

то $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 = 2\,(x^2+1) + (-1)(x-1)^2 =$

Задача 13. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2-1,\ x^2+1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left([x^2-1]_{\mathbf{B}}\ [x^2+1]_{\mathbf{B}}\ [(x-1)^2]_{\mathbf{B}}\ [(x+1)^2]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Следовательно, первые три многочлена образуют линейно независимую систему $\{x^2-1,\ x^2+1,\ (x-1)^2\}$ и, поскольку

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

то $(x+1)^2 = x^2+2x+1 = 2\,(x^2+1) + (-1)(x-1)^2 = 2\,(x^2+1) + (-1)\,(x^2-2x+1)$.

Решение задачи 14.

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$V =$

Подпространство — это множество. Значит, для задания $\mathcal{Q}$ надо описать

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$V =$

Подпространство — это множество. Значит, для задания $\mathcal{Q}$ надо описать *его элементы*.

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$V =$

Подпространство — это множество. Значит, для задания $\mathcal{Q}$ надо описать *его элементы*.
$\mathcal{Q}$ состоит из векторов, координаты которых

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Подпространство — это множество. Значит, для задания $\mathcal{Q}$ надо описать *его элементы*.
$\mathcal{Q}$ состоит из векторов, координаты которых

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \,\middle|\, \qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Подпространство — это множество. Значит, для задания $\mathcal{Q}$ надо описать *его элементы*.
$\mathcal{Q}$ состоит из векторов, координаты которых удовлетворяют данной ОСЛУ.

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Подпространство — это множество. Значит, для задания $\mathcal{Q}$ надо описать *его элементы.*
$\mathcal{Q}$ состоит из векторов, координаты которых удовлетворяют данной ОСЛУ.

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\left\{\begin{array}{l} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{array}\right.$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \left\{\begin{array}{l} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{array}\right. \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$,

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\left\{\begin{array}{l} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{array}\right.$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \left\{\begin{array}{l} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{array}\right. \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \,\middle|\, \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to$$

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{-3} & 4 \\ 0 & 1 & \mathbf{4} & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{-3} & 4 \\ 0 & 1 & \mathbf{4} & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \bullet \\ \mathbf{-4} & \bullet \\ \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & \bullet \\ -4 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & \mathbf{4} \\ 0 & 1 & 4 & \mathbf{-2} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & \bullet \\ -4 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \,\middle|\, \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & \mathbf{4} \\ 0 & 1 & 4 & \mathbf{-2} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{-4} \\ -4 & \mathbf{2} \\ 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \qquad\qquad\qquad\qquad \right\rangle.$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \qquad\qquad\qquad\qquad \right\rangle.$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \mathbf{3} & -4 \\ \mathbf{-4} & 2 \\ \mathbf{1} & 0 \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 3\mathbf{a} - 4\mathbf{b} + \mathbf{c}; \qquad \right\rangle .$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \mathbf{3} & -4 \\ \mathbf{-4} & 2 \\ \mathbf{1} & 0 \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \langle 3\mathbf{a} - 4\mathbf{b} + \mathbf{c}; \qquad \rangle .$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{-4} \\ -4 & \mathbf{2} \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 14. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle \ldots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 3\mathbf{a} - 4\mathbf{b} + \mathbf{c};\ \ -4\mathbf{a} + 2\mathbf{b} + \mathbf{d} \right\rangle.$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{-4} \\ -4 & \mathbf{2} \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Решение задачи 15.

Задача 15. Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Задача 15. Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Ответ.

$$B =$$

Задача 15. Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Ответ.

$$B = \left\{ xp_1 + yp_2 + zp_3 \,\middle|\, \qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Задача 15. Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Ответ.

$$B = \left\{ xp_1 + yp_2 + zp_3 \,\middle|\, 2x - y - 3z = 0 \right\} = \langle \qquad\qquad\qquad\qquad \rangle\,.$$

Задача 15. Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Ответ.

$$B = \left\{ xp_1 + yp_2 + zp_3 \,\middle|\, 2x - y - 3z = 0 \right\} = \langle p_1 + 2p_2; \qquad\qquad \rangle\,.$$

Задача 15. Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Ответ.

$$B = \left\{ xp_1 + yp_2 + zp_3 \,\middle|\, 2x - y - 3z = 0 \right\} = \langle p_1 + 2p_2;\ 3p_2 - p_3 \rangle\,.$$

Решение задачи 16.

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Задача 16. Пусть $X =$
$= \left\langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \right\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \left\langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \right\rangle =$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha \left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3 \right) + \beta \left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3 \right) + \gamma \left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$
$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*):

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\dots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \phantom{\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}} \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*):

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \phantom{\begin{array}{c} a \\ b \\ c \end{array}} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases}$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \,\middle|\, \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R}\right\} =$$

$$= \left\{ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \,\middle|\, \phantom{\begin{array}{c}a\\b\\c\end{array}} \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \phantom{\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}} \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$
$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$
$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \phantom{\begin{matrix}a\\b\\c\end{matrix}} \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:
$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{3} & -3 \\ 0 & 1 & \mathbf{5} & -4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \,\middle|\, \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \,\middle|\, \phantom{\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}} \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{3} & -3 \\ 0 & 1 & \mathbf{5} & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{-3} & \bullet \\ \mathbf{-5} & \bullet \\ \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R}\right\} =$$

$$= \left\{ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \phantom{\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & \mathbf{-3} \\ 0 & 1 & 5 & \mathbf{-4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & \bullet \\ -5 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \phantom{\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}} \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & \mathbf{-3} \\ 0 & 1 & 5 & \mathbf{-4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & \mathbf{3} \\ -5 & \mathbf{4} \\ 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \left\langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \right\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \left\langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \right\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \,\middle|\, \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \,\middle|\, \qquad \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -5 & 4 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \left\langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \right\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \left\langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \right\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \phantom{\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{-3} & 3 \\ \mathbf{-5} & 4 \\ \mathbf{1} & 0 \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$
$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$
$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{-3}a + (\mathbf{-5})b + \mathbf{1}c = 0, \\ \end{array} \right. \right\}.$$
Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:
$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{-3} & 3 \\ \mathbf{-5} & 4 \\ \mathbf{1} & 0 \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} -3a - 5b + c = 0, \\ \end{array} \right. \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & \mathbf{3} \\ -5 & \mathbf{4} \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} -3a - 5b + c = 0, \\ \mathbf{3}a + \mathbf{4}b + \mathbf{1}d = 0 \end{array} \right. \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & \mathbf{3} \\ -5 & \mathbf{4} \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*):

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \,\middle|\, \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \,\middle|\, \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.
По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$
$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \,\middle|\, \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$
$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{array} \right. \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.
По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \Rightarrow$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{\alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3)\;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R}\right\} =$$

$$= \left\{ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \left\{\begin{array}{l} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{array}\right.\right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.
По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \alpha\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$
$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$
$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{array} \right. \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.
По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{rrr|c} 1 & 2 & 5 & a \\ -1 & -1 & -3 & b \\ -2 & 1 & 0 & c \\ 1 & -2 & -3 & d \end{array} \right) \sim$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \,\middle|\, \{\alpha,\beta,\gamma\} \subseteq \mathbb{R}\right\} =$$

$$= \left\{ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \,\middle|\, \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{cases}\right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.
По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 2 & 5 & a \\ -1 & -1 & -3 & b \\ -2 & 1 & 0 & c \\ 1 & -2 & -3 & d \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 2 & 5 & a \\ 0 & 1 & 1 & a+b \\ 0 & 5 & 10 & 2a+c \\ 0 & -4 & -8 & -a+d \end{array}\right) \sim$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.
По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \ \Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 2 & 5 & a \\ -1 & -1 & -3 & b \\ -2 & 1 & 0 & c \\ 1 & -2 & -3 & d \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 2 & 5 & a \\ 0 & 1 & 1 & a+b \\ 0 & 5 & 10 & 2a+c \\ 0 & -4 & -8 & -a+d \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 2 & 5 & a \\ 0 & 1 & 1 & a+b \\ 0 & 0 & 0 & -3a-5b+c \\ 0 & 0 & 0 & 3a+4b+d \end{array}\right).$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\; 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\; 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\; 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\; 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$. По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0. \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{rrr|c} 1 & 2 & 5 & a \\ -1 & -1 & -3 & b \\ -2 & 1 & 0 & c \\ 1 & -2 & -3 & d \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 2 & 5 & a \\ 0 & 1 & 1 & a+b \\ 0 & 5 & 10 & 2a+c \\ 0 & -4 & -8 & -a+d \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 2 & 5 & a \\ 0 & 1 & 1 & a+b \\ 0 & 0 & 0 & -3a-5b+c \\ 0 & 0 & 0 & 3a+4b+d \end{array}\right).$$

Задача 16. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} \mathbf{-3a - 5b + c = 0}, \\ \mathbf{3a + 4b + d = 0} \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.
По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; \begin{cases} \mathbf{-3a - 5b + c = 0}, \\ \mathbf{3a + 4b + d = 0}. \end{cases}$$

В данном случае получили ту же систему уравнений, хотя могли получить и другую систему. Другую, но равносильную!

Решение задачи 17.

Задача 17. Подпространство $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ задайте системой линейных уравнений.

Задача 17. Подпространство $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ задайте системой линейных уравнений.

Ответ. $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle =$

Задача 17. Подпространство $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ задайте системой линейных уравнений.

Ответ. $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle =$

$$= \left\{ \lambda \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \,\middle|\, \{\lambda; \mu; \} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

Задача 17. Подпространство $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ задайте системой линейных уравнений.

Ответ. $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle =$

$$= \left\{ \lambda \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \;\middle|\; \{\lambda; \mu; \} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4d - 3f = 0, \\ b + 3d - f = 0, \\ c + d - 2f = 0, \\ e = 0 \end{cases} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a - b - c = 0, \\ a - 3b - 5d = 0, \\ e = 0, \\ 3a - 4b - 5f = 0 \end{cases} \right\}.$$

Решение задачи 18.

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

По свойствам **транспонирования матриц**

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

По свойствам **транспонирования матриц**

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 18. Докажите, что в линейном пространстве $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех симметричных матриц с нулевым следом является подпространством. Задайте его системой линейных уравнений и как линейную оболочку его базиса.

Ответ. По критерию подпространства надо проверить, что

$$\left\{\begin{array}{l}\mathbf{A}\in V,\\ \mathbf{B}\in V\end{array}\right. \Rightarrow \lambda\mathbf{A}+\mu\mathbf{B}\in V.$$

По свойствам транспонирования матриц

$$\left\{\begin{array}{l}\mathbf{A}\in V,\\ \mathbf{B}\in V\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\mathbf{A}^t=\mathbf{A},\\ \operatorname{tr}(\mathbf{A})=0,\\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A}\in V, \\ \mathbf{B}\in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A}+\mu\mathbf{B}\in V.$$

По свойствам **транспонирования матриц**

$$\begin{cases} \mathbf{A}\in V, \\ \mathbf{B}\in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t=\mathbf{A}, \\ \mathrm{tr}\,(\mathbf{A})=0, \\ \mathbf{B}^t=\mathbf{B}, \\ \mathrm{tr}\,(\mathbf{B})=0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

По свойствам **транспонирования матриц**

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0, \\ \mathbf{B}^t = \mathbf{B}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{B}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B})^t = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B}, \\ \operatorname{tr}(\lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B}) = \lambda \operatorname{tr}(\mathbf{A}) + \mu \operatorname{tr}(\mathbf{B}) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A}\in V, \\ \mathbf{B}\in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A}+\mu\mathbf{B}\in V.$$

По свойствам **транспонирования матриц**

$$\begin{cases} \mathbf{A}\in V, \\ \mathbf{B}\in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t=\mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A})=0, \\ \mathbf{B}^t=\mathbf{B}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{B})=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\lambda\mathbf{A}+\mu\mathbf{B})^t=\lambda\mathbf{A}+\mu\mathbf{B}, \\ \operatorname{tr}(\lambda\mathbf{A}+\mu\mathbf{B})=\lambda\operatorname{tr}(\mathbf{A})+\mu\operatorname{tr}(\mathbf{B})=0 \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A}+\mu\mathbf{B}\in V.$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

По свойствам **транспонирования матриц**

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0, \\ \mathbf{B}^t = \mathbf{B}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{B}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B})^t = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B}, \\ \operatorname{tr}(\lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B}) = \lambda \operatorname{tr}(\mathbf{A}) + \mu \operatorname{tr}(\mathbf{B}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

Следовательно, V — это подпространство.

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2:

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \quad \Rightarrow$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \;\Rightarrow\; \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \mathrm{tr}\,(\mathbf{A}) = 0 \end{cases} \;\Rightarrow$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \;\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0 \end{array} \right. \;\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b = c, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \;\Rightarrow$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$. Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \;\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} b = c, \\ a + d = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0. \end{array}\right.$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \;\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = c, \\ a + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0. \end{cases}$$

$$V = \left\{ \qquad\qquad \middle| \qquad\qquad \right\}.$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \;\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = c, \\ a + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0. \end{cases}$$

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \qquad\qquad \right\}.$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \;\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = c, \\ a + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0. \end{cases}$$

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \middle| \left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса,

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases}$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix}\right)$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{|cc|cc} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \qquad \Phi =$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\left\{\begin{array}{l}b-c=0,\\a+d=0\end{array}\right.\right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\left\{\begin{array}{l}b-c=0,\\a+d=0\end{array}\right.\qquad \begin{pmatrix}0&1&-1&0\\1&0&0&1\end{pmatrix}\sim\left(\boxed{\begin{array}{cc}1&0\\0&1\end{array}}\begin{array}{cc}\mathbf{0}&1\\\mathbf{-1}&0\end{array}\right)\qquad \Phi=\begin{pmatrix} & \\ & \\ \mathbf{1} & \\ \mathbf{0} & \end{pmatrix}$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b-c=0, \\ a+d=0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b-c=0, \\ a+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} \mathbf{0} & 1 \\ \mathbf{-1} & 0 \end{matrix}\right) \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как линейную оболочку базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} 0 & \mathbf{1} \\ -1 & \mathbf{0} \end{matrix}\right) \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & \\ 0 & \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} b-c=0, \\ a+d=0 \end{array} \right. \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} b-c=0, \\ a+d=0 \end{array} \right. \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} 0 & \mathbf{1} \\ -1 & \mathbf{0} \end{matrix}\right) \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix}\right) \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \,\middle|\, \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix}\right) \qquad \Phi = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \,\middle|\, \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \\ & \end{pmatrix}, \qquad \right\rangle.$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix}\right) \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \right\rangle.$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix}\right) \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \end{pmatrix}, \qquad\qquad \right\rangle.$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\boxed{\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}} \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{array} \right) \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad \right\rangle.$$

Задача 18. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\boxed{\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}} \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{array}\right) \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{array} \right. \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение задачи 19.

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ?

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные.

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.
В каком виде представим ответ? Равенством.
Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.
В каком виде представим ответ? Равенством.
Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 =$

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.
Найдем фундаментальную систему решений:

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.

Найдем фундаментальную систему решений:

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & \mathbf{2} & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \\ \mathbf{1} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.

Найдем фундаментальную систему решений:

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & \mathbf{2} & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \mathbf{-2} \\ \mathbf{1} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0.$

Найдем фундаментальную систему решений:

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.

Найдем фундаментальную систему решений:

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{-1} \\ 0 \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\quad \alpha + 2\beta + \gamma = 0.$

Найдем фундаментальную систему решений:

$$(1\ 2\ 1) \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \langle (x+y)^2 \rangle = \left\{ \qquad\qquad \middle| \qquad\qquad \right\}$$

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.

Найдем фундаментальную систему решений:

$$(1\ 2\ 1) \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \langle (x+y)^2 \rangle = \left\{ ax^2 + bxy + cy^2 \middle| \qquad \right\}$$

Задача 19. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\quad \alpha + 2\beta + \gamma = 0.$
Найдем фундаментальную систему решений:

$$(1\ 2\ 1) \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \langle (x+y)^2 \rangle = \left\{ ax^2 + bxy + cy^2 \,\middle|\, \begin{cases} -2a + b = 0, \\ -a + c = 0 \end{cases} \right\}.$$

Решение задачи 20.

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ.

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство W:

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство W:

$$x^2 - y^2 \to \qquad\qquad (x-y)^2 \to$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2+bxy+cy^2)$ задано подпространство $W=\langle x^2-y^2,(x-y)^2\rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б}=\left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство W:

$$x^2-y^2\to\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix};\ (x-y)^2\to\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2+bxy+cy^2)$ задано подпространство $W=\langle x^2-y^2,(x-y)^2\rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б}=\left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство W:

$$x^2-y^2\to\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix};\ (x-y)^2\to\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$$

Уравнение, задающее подпространство, это утверждение о координатах вектора из этого подпространства, поэтому выберем произвольный вектор из подпространства W с координатами $\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство W:

$$x^2 - y^2 \to \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix};\ (x-y)^2 \to \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Уравнение, задающее подпространство, это утверждение о координатах вектора из этого подпространства, поэтому выберем произвольный вектор из подпространства W с координатами $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство W:

$$x^2 - y^2 \to \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix};\ (x-y)^2 \to \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Уравнение, задающее подпространство, это утверждение о координатах вектора из этого подпространства, поэтому выберем произвольный вектор из подпространства W с координатами $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов: $\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

Решим методом Гаусса:

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

Решим методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

Решим методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

Решим методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

Решим методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\textbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

Решим методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} -1 \\ -1 \end{matrix} \right)$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2+bxy+cy^2)$ задано подпространство $W=\langle x^2-y^2,(x-y)^2\rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б}=\left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a+\beta b+\gamma c=0$$

$$\begin{cases}\alpha-\gamma=0,\\ \alpha-2\beta+\gamma=0\end{cases}$$

$$\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&-1\end{pmatrix}\sim\left(\boxed{\begin{matrix}1&0\\0&1\end{matrix}}\begin{matrix}-1\\-1\end{matrix}\right)$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases} \qquad \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} -1 \\ -1 \end{matrix} \right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases} \qquad \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} -1 \\ -1 \end{matrix}\right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases} \qquad \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} -1 \\ -1 \end{matrix} \right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\text{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases} \qquad \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} -1 \\ -1 \end{matrix} \right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\textbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases} \qquad \left(\boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} \begin{matrix} -1 \\ -1 \end{matrix}\right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 20. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ответ: $W = \left\{ax^2 + bxy + cy^2 \,\middle|\, \alpha + \beta + \gamma = 0\right\}.$

Решение задачи 21.

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\ \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\ \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ.

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\ \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\,\rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство A:

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\,\rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство A:

$$x-1 \rightarrow \qquad\qquad x^2-1 \rightarrow \qquad\qquad x^4-1 \rightarrow$$

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\,\rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\textbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство A:

$$x-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad x^2-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad x^4-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\,\rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\textbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство A:

$$x-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad x^2-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad x^4-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Уравнение, задающее подпространство, это утверждение о координатах вектора из этого подпространства. Поэтому возьмем произвольный вектор с координатами $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ из подпространства A. Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x - 1,\ x^2,\ x^4 - 1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\textbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство A:

$$x - 1 \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad x^2 - 1 \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad x^4 - 1 \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Уравнение, задающее подпространство, это утверждение о координатах вектора из этого подпространства. Поэтому возьмем произвольный вектор с координатами $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ из подпространства A. Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\,\rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\textbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases}$$

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\,\rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\textbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\,\rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\text{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{c|cc|c|c|} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\,\rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{c|cc|c|c|} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \\ \bullet & \bullet \end{pmatrix}$$

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\ \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{c|cc|c|c|} \cline{2-3}\cline{5-5} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \cline{2-3}\cline{5-5} \end{array}\right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \\ \bullet & \bullet \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ \gamma \\ 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\text{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{c|cc|c|c|} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \\ \bullet & \bullet \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ \gamma \\ 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 1 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\ \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\text{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{c|cc|c|c|} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & \bullet \\ 1 & \bullet \\ 0 & 1 \\ 1 & \bullet \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ \gamma \\ 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 1 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\textbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{c|cc|c|c|} \cline{2-3}\cline{5-5} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \cline{2-3}\cline{5-5} \end{array}\right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 21. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1\,\rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\left\{\begin{array}{r} -\alpha+\beta=0, \\ -\alpha+\gamma=0, \\ -\alpha+\varepsilon=0. \end{array}\right. \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{c|cc|c|c|} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ.

$$A = \left\{ax^0 + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 \;\middle|\; \left\{\begin{array}{l} a+b+c+e=0, \\ d=0. \end{array}\right.\right\}.$$

Решение задачи 22.

Задача 22. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \ \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \mid \ldots \right\}$.

Задача 22. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \Big\{ \ldots \;\Big|\; \ldots \Big\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow$

Задача 22. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \Big\{ \ldots \;\Big|\; \ldots \Big\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \Bigg\{$

Задача 22. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} x \in P, \\ \end{array} \right.$

Задача 22. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \ \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \mid \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} x \in P, \\ x \in Q. \end{array} \right.$

Задача 22. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \Big\{ \ldots \;\Big|\; \ldots \Big\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} x \in P, \\ x \in Q. \end{array} \right.$

$$P \cap Q = \left\{ x \;\middle|\; \vphantom{\begin{array}{l} a \\ b \\ c \end{array}} \qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Задача 22. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \in P, \\ x \in Q. \end{cases}$

$$P \cap Q = \left\{ x \;\middle|\; \begin{cases} \\ \\ \end{cases} \right\}.$$

Задача 22. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \Big\{ \ldots \;\Big|\; \ldots \Big\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \in P, \\ x \in Q. \end{cases}$

$$P \cap Q = \left\{ x \;\middle|\; \begin{cases} x \in P, \\ \end{cases} \right\}.$$

Задача 22. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \Big\{ \ldots \;\Big|\; \ldots \Big\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \in P, \\ x \in Q. \end{cases}$

$$P \cap Q = \left\{ x \;\middle|\; \begin{cases} x \in P, \\ x \in Q \end{cases} \right\}.$$

Решение задачи 23.

Задача 23. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P + Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P + Q = \left\{ \ldots \mid \ldots \right\}$.

Задача 23. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P + Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P + Q = \Big\{ \ldots \;\Big|\; \ldots \Big\}$.

Ответ. $x \in P + Q \quad \Leftrightarrow$

Задача 23. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P + Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P + Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P + Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$

Задача 23. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P + Q \;\Leftrightarrow \dots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P + Q = \Big\{ \dots \;\Big|\; \dots \Big\}$.

Ответ. $x \in P + Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \left\{ \begin{array}{l} p \in P, \\ \\ \\ \end{array} \right.$

Задача 23. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P + Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P + Q = \Big\{ \ldots \;\Big|\; \ldots \Big\}$.

Ответ. $x \in P + Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \left\{ \begin{array}{l} p \in P, \\ q \in Q, \\ \end{array} \right.$

Задача 23. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P + Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P + Q = \Big\{ \ldots \;\Big|\; \ldots \Big\}$.

Ответ. $x \in P + Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p + q. \end{cases}$

Задача 23. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P + Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P + Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P + Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p + q. \end{cases}$

$$P + Q = \left\{ x \;\middle|\; \vphantom{\begin{cases} a \\ b \\ c \\ d \end{cases}} \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Задача 23. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P + Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P + Q = \Big\{ \ldots \;\Big|\; \ldots \Big\}$.

Ответ. $x \in P + Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p + q. \end{cases}$

$$P + Q = \left\{ x \;\middle|\; \exists p \quad \exists q \quad \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right. \qquad\qquad \right\}.$$

Задача 23. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P + Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P + Q = \left\{ \ldots \,\middle|\, \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P + Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p + q. \end{cases}$

$$P + Q = \left\{ x \,\middle|\, \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ \\ \\ \end{cases} \right\}.$$

Задача 23. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P + Q \ \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P + Q = \Big\{ \ldots \ \Big| \ \ldots \Big\}$.

Ответ. $x \in P + Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p + q. \end{cases}$

$$P + Q = \left\{ x \;\middle|\; \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ \end{cases} \right\}.$$

Задача 23. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P + Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P + Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}.$

Ответ. $x \in P + Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p + q. \end{cases}$

$$P + Q = \left\{ x \;\middle|\; \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p + q. \end{cases} \right\}.$$

Решение задачи 24.

Задача 24. Докажите, что в линейном пространстве U многочленов степени не выше 4 подпространствами являются подмножества

$$V = \left\{ f(x) \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} f(x) \in U, \\ f(-1) = f'(-1) = 0 \end{array} \right. \right\},$$

$$W = \left\langle 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4, \quad 6 + 7x - 6x^2 - 3x^3 + x^4 \right\rangle.$$

Найдите сумму и пересечение этих подпространств.

Задача 24. Докажите, что в линейном пространстве U многочленов степени не выше 4 подпространствами являются подмножества

$$V = \left\{ f(x) \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} f(x) \in U, \\ f(-1) = f'(-1) = 0 \end{array} \right. \right\},$$

$$W = \left\langle 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4, \quad 6 + 7x - 6x^2 - 3x^3 + x^4 \right\rangle .$$

Найдите сумму и пересечение этих подпространств.

Ответ.

$$V = \left\langle 1 + 2x + x^2, \quad -2 - 3x + x^2, \quad 3 + 4x + x^4 \right\rangle .$$

Задача 24. Докажите, что в линейном пространстве U многочленов степени не выше 4 подпространствами являются подмножества

$$V = \left\{ f(x) \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} f(x) \in U, \\ f(-1) = f'(-1) = 0 \end{array} \right. \right\},$$

$$W = \left\langle 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4, \quad 6 + 7x - 6x^2 - 3x^3 + x^4 \right\rangle.$$

Найдите сумму и пересечение этих подпространств.

Ответ.

$$V = \left\langle 1 + 2x + x^2, \quad -2 - 3x + x^2, \quad 3 + 4x + x^4 \right\rangle.$$

$$V + W = \langle 1 + 2x + x^2, \quad -2 - 3x + x^2, \quad 3 + 4x + x^4,$$

$$= 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4 \rangle.$$

Задача 24. Докажите, что в линейном пространстве U многочленов степени не выше 4 подпространствами являются подмножества

$$V = \left\{ f(x) \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} f(x) \in U, \\ f(-1) = f'(-1) = 0 \end{array} \right. \right\},$$

$$W = \left\langle 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4, \quad 6 + 7x - 6x^2 - 3x^3 + x^4 \right\rangle.$$

Найдите сумму и пересечение этих подпространств.

Ответ.

$$V = \left\langle 1 + 2x + x^2, \quad -2 - 3x + x^2, \quad 3 + 4x + x^4 \right\rangle.$$

$$V + W = \left\langle 1 + 2x + x^2, \quad -2 - 3x + x^2, \quad 3 + 4x + x^4, \right.$$

$$\left. = 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4 \right\rangle.$$

$$V \cap W = \left\langle 13 + 16x - 4x^2 - 4x^3 + 3x^4 \right\rangle.$$

Решение задачи 25.

Задача 25. **Постройте** «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Задача 25. **Постройте** «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в** $\mathbb{R}^n$**.**

Задача 25. **Постройте** «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\},$$

Задача 25. **Постройте** «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\text{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad\qquad\qquad \right\},$$

Задача 25. Постройте «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\text{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad \right\},$$

Задача 25. **Постройте** «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Задача 25. Постройте «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\text{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\text{Б}_{\mathbb{R}^4} = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \right\},$$

Задача 25. **Постройте** «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^4} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad\qquad\qquad \right\},$$

Задача 25. **Постройте** «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\text{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\text{Б}_{\mathbb{R}^4} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad\qquad \right\},$$

Задача 25. **Постройте** «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\text{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\text{Б}_{\mathbb{R}^4} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad \right\},$$

Задача 25. **Постройте** «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^4} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Задача 25. **Постройте** «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\text{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\text{Б}_{\mathbb{R}^4} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$f \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 26.

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\textbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\},$$

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad\qquad\qquad \right\},$$

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.

$$\text{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\text{Б}_{\mathcal{P}_2(x)} = \left\{ x^0, \qquad\qquad \right\},$$

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\textbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\textbf{Б}_{\mathcal{P}_2(x)} = \left\{ x^0,\ x, \qquad \right\},$$

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\mathbf{Б}_{\mathcal{P}_2(x)} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\},$$

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\mathbf{Б}_{\mathcal{P}_4(x)} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\},$$

По **теореме о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$**

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.

$$\text{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\text{Б}_{\mathcal{P}_4(x)} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\},$$

По **теореме о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$**

$$g \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} =$$

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\text{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\text{Б}_{\mathcal{P}_4(x)} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\},$$

По **теореме о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$**

$$g\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = g\left(\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \qquad\qquad\qquad\qquad \right) =$$

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.

$$\textbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\textbf{Б}_{\mathcal{P}_4(x)} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\},$$

По **теореме о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$**

$$g\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = g\left(\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \qquad\qquad \right) =$$

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\text{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\text{Б}_{\mathcal{P}_4(x)} = \left\{ x^0, \ x, \ x^2 \right\},$$

По **теореме о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$**

$$g \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = g \left(\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) =$$

Задача 26. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.

$$\text{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\text{Б}_{\mathcal{P}_4(x)} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\},$$

По **теореме о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$**

$$g\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = g\left(\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \alpha + \beta x + \gamma x^2.$$

Решение задачи 27.

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \ \Leftrightarrow\ \frac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \frac{\partial}{\partial x} p(x, x^2).$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x, y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x, y)$, где

$$p(x, y) \in \mathcal{Q} \iff \frac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \frac{\partial}{\partial x} p(x, x^2).$$

Ответ.

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \frac{\partial}{\partial x} p(x, x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \frac{\partial}{\partial x} p(x, x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \Big\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \Big\},$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \frac{\partial}{\partial x} p(x, x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\textbf{Б} = \left\{x^3,\; x^2y,\; xy^2,\; y^3\right\},$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \frac{\partial}{\partial x} p(x, x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{ \phantom{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где
$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \dfrac{\partial}{\partial x} p(x, x^2)$.

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \dfrac{\partial}{\partial x} p(x, x^2).$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{B} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x,y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q}<\mathcal{P}_3(x,y)$, где
$p(x,y)\in\mathcal{Q} \Leftrightarrow \dfrac{\partial}{\partial x}p(x^2,x)=\dfrac{\partial}{\partial x}p(x,x^2)$.

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б}=\left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\},\quad \mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right)=$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x, y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x, y)$, где

$p(x, y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \dfrac{\partial}{\partial x} p(x, x^2).$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3\right) = a\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}.$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где
$p(x,y) \in \mathcal{Q} \ \Leftrightarrow\ \dfrac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \dfrac{\partial}{\partial x} p(x, x^2)$.

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{B} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3\right) = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где
$p(x,y) \in \mathcal{Q} \Leftrightarrow \dfrac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \dfrac{\partial}{\partial x} p(x, x^2)$.

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{B} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3\right) = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом:

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x, y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x, y)$, где

$p(x, y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \dfrac{\partial}{\partial x} p(x, x^2).$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3\right) = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом:
— с помощью системы уравнений, т.е.

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x, y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x, y)$, где

$p(x, y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \dfrac{\partial}{\partial x} p(x, x^2).$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{B} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3\right) = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом:
— с помощью системы уравнений, т.е.
утверждения о координатах произвольного вектора из $\mathcal{Q}$;

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где
$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \dfrac{\partial}{\partial x} p(x, x^2)$.

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3\right) = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом:
— с помощью системы уравнений;
— как **линейную оболочку** базиса.

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где
$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \dfrac{\partial}{\partial x}p(x,x^2)$.

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{B} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(a\left(x^2\right)^3 + b\left(x^2\right)^2 x + cx^2x^2 + dx^3\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(ax^3 + bx^2x^2 + c\left(x^2\right)^2 x + d\left(x^2\right)^3\right) \;\Rightarrow$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \dfrac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{B} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3\right) = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(a\left(x^2\right)^3 + b\left(x^2\right)^2 x + cx^2x^2 + dx^3\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(ax^3 + bx^2x^2 + c\left(x^2\right)^2 x + d\left(x^2\right)^3\right) \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 6ax^5 + 5bx^4 + 4cx^3 + 3dx^2 = 3ax^2 + 4bx^3 + 5cx^4 + 6dx^5 \;\Rightarrow$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где
$p(x,y)\in\mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \dfrac{\partial}{\partial x}p(x,x^2)$.

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{B} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(a\left(x^2\right)^3 + b\left(x^2\right)^2x + cx^2x^2 + dx^3\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(ax^3 + bx^2x^2 + c\left(x^2\right)^2x + d\left(x^2\right)^3\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 6ax^5+5bx^4+4cx^3+3dx^2 = 3ax^2+4bx^3+5cx^4+6dx^5 \ \Rightarrow \begin{cases} a-d=0, \\ b-c=0. \end{cases}$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \dfrac{\partial}{\partial x} p(x, x^2).$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3\right) = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q} = \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} a - d = 0, \\ b - c = 0. \end{array} \right. \right\} \Rightarrow$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$p(x,y)\in\mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x}p(x^2,x)=\dfrac{\partial}{\partial x}p(x,x^2)$.

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\textbf{Б}=\left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\},\quad \textbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right)=a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q}=\left\{ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\;\middle|\;\left\{\begin{array}{l}a-d=0,\\ b-c=0.\end{array}\right.\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \mathcal{Q}'=\left\{a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\;\middle|\;\left\{\begin{array}{l}a-d=0,\\ b-c=0.\end{array}\right.\right\}.$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где
$p(x,y) \in \mathcal{Q} \Leftrightarrow \dfrac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \dfrac{\partial}{\partial x}p(x,x^2)$.

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3\right) = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q} = \left\{ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \,\middle|\, \left\{\begin{array}{l} a - d = 0, \\ b - c = 0. \end{array}\right.\right\} \Rightarrow \mathcal{Q}' = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \,\middle|\, \left\{\begin{array}{l} a - d = 0, \\ b - c = 0. \end{array}\right.\right\}.$$

$$\mathcal{Q}' = \left\{a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \,\middle|\, \left\{\begin{array}{l} a - d = 0, \\ b - c = 0. \end{array}\right.\right\}$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x} p(x^2, x) = \dfrac{\partial}{\partial x} p(x, x^2).$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{B} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построен с помощью правила: $\quad f\left(ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3\right) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q} = \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \left\{\begin{array}{l} a - d = 0, \\ b - c = 0. \end{array}\right. \right\} = \left\langle \qquad\qquad\qquad\qquad \right\rangle,$$

$$\mathcal{Q}' = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \left\{\begin{array}{l} a - d = 0, \\ b - c = 0. \end{array}\right. \right\} = \left\langle \qquad\qquad\qquad\qquad \right\rangle.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \mapsto$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x,y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где
$p(x,y)\in\mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \dfrac{\partial}{\partial x}p(x,x^2)$.

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{B} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построен с помощью правила: $\quad f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = \begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q} = \left\{ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3 \;\middle|\; \left\{\begin{array}{l} a-d=0, \\ b-c=0. \end{array}\right.\right\} = \left\langle \qquad\qquad\qquad\qquad \right\rangle,$$

$$\mathcal{Q}' = \left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix} \;\middle|\; \left\{\begin{array}{l} a-d=0, \\ b-c=0. \end{array}\right.\right\} = \left\langle \qquad\qquad\qquad\qquad \right\rangle.$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-1\\0&1&-1&0\end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix}\bullet&\bullet\\\bullet&\bullet\\1&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где
$p(x,y)\in\mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \dfrac{\partial}{\partial x}p(x,x^2)$.

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{B} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построен с помощью правила: $\quad f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q} = \left\{ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3 \;\middle|\; \left\{\begin{array}{l} a-d=0, \\ b-c=0. \end{array}\right.\right\} = \left\langle \qquad\qquad\qquad\qquad \right\rangle,$$

$$\mathcal{Q}' = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \left\{\begin{array}{l} a-d=0, \\ b-c=0. \end{array}\right.\right\} = \left\langle \qquad\qquad\qquad\qquad \right\rangle.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 0 & \bullet \\ 1 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x,y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q}<\mathcal{P}_3(x,y)$, где
$p(x,y)\in\mathcal{Q} \Leftrightarrow \dfrac{\partial}{\partial x}p(x^2,x)=\dfrac{\partial}{\partial x}p(x,x^2)$.

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б}=\left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\},\quad \mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построен с помощью правила: $\quad f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right)=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}.$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q}=\left\{ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\,\middle|\,\begin{cases}a-d=0,\\b-c=0.\end{cases}\right\}=\left\langle\qquad\qquad\qquad\qquad\right\rangle,$$

$$\mathcal{Q}'=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a-d=0,\\b-c=0.\end{cases}\right\}=\left\langle\qquad\qquad\qquad\qquad\right\rangle.$$

$$\left(\begin{array}{cccc}1&0&0&-1\\0&1&-1&0\end{array}\right)\mapsto\begin{pmatrix}0&1\\1&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Задача 27. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где
$p(x,y)\in\mathcal{Q} \Leftrightarrow \dfrac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \dfrac{\partial}{\partial x}p(x,x^2)$.

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{B} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построен с помощью правила: $\quad f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q} = \left\{ ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} a-d=0, \\ b-c=0. \end{cases} \right\} = \left\langle x^2y+xy^2,\ x^3+y^3 \right\rangle,$$

$$\mathcal{Q}' = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a-d=0, \\ b-c=0. \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \mapsto \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 28.

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ.

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^{\alpha}y^{\beta}z^{\gamma}$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^{\lambda}$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \qquad\qquad \right\}, \quad \mathbf{В} = \{ \qquad \}.$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь **зададим** V

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е.

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е.

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \textbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \;\Leftrightarrow$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\quad\mathbf{В}=\{x,y,z\}$.

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow$$

$$\begin{pmatrix}a+b&b+c\\a+b&b+c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \textbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{pmatrix} a+b & b+c \\ a+b & b+c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a+2b+c & a+2b+c \\ a+2b+c & a+2b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a + 2b + c = 0.$$

$$\begin{pmatrix} a+b & b+c \\ a+b & b+c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a+2b+c & a+2b+c \\ a+2b+c & a+2b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \mathbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow\ a+2b+c=0.$$

$$a+2b+c=0\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=$$

$$(1\ 2\ 1)\qquad \begin{pmatrix}\ \\ \ \\ \ \end{pmatrix},\begin{pmatrix}\ \\ \ \\ \ \end{pmatrix}.$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \mathbf{В}=\{x,y,z\}.$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\Leftrightarrow a+2b+c=0.$$

$$a+2b+c=0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=$$

$$(1\ 2\ 1) \qquad \begin{pmatrix}\bullet\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\bullet\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a + 2b + c = 0.$$

$$a + 2b + c = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} =$$

$$(1\ 2\ 1) \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \;\Leftrightarrow\; \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \;\Leftrightarrow\; a + 2b + c = 0.$$

$$a + 2b + c = 0 \;\Leftrightarrow\; \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} =$$

$$(1\;2\;1) \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}$.

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \;\Leftrightarrow\; \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \;\Leftrightarrow\; a + 2b + c = 0.$$

$$a + 2b + c = 0 \;\Leftrightarrow\; \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}.$$

$$(1\ 2\ 1) \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a + 2b + c = 0.$$

$$a + 2b + c = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}.$$

$$V =$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{B} = \{x, y, z\}.$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a + 2b + c = 0.$$

$$a + 2b + c = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}.$$

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| \qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a + 2b + c = 0.$$

$$a + 2b + c = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}.$$

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| a + 2b + c = 0 \right\} =$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{B}=\{x,y,z\}$.

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\Leftrightarrow a+2b+c=0.$$

$$a+2b+c=0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&-1\\1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C\\D\end{pmatrix}.$$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\middle|\, a+2b+c=0\right\}=\left\langle \qquad\qquad , \qquad\qquad \right\rangle \Rightarrow$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a + 2b + c = 0.$$

$$a + 2b + c = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}.$$

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| a + 2b + c = 0 \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle \Rightarrow$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| a + 2b + c = 0 \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Построим изоморфизм:

$$\varphi \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} =$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}$.

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| a + 2b + c = 0 \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Построим изоморфизм:

$$\varphi \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \varphi \left(a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:
$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}$.
Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| a + 2b + c = 0 \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Построим изоморфизм:

$$\varphi \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \varphi \left(a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = a \boxdot x \boxplus b \boxdot y \boxplus c \boxdot z =$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| a + 2b + c = 0 \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \varphi \left(a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = a \boxdot x \boxplus b \boxdot y \boxplus c \boxdot z = x^a y^b z^c.$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}$.

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| a + 2b + c = 0 \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Построим изоморфизм:

$$\varphi \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \varphi \left(a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = a \boxdot x \boxplus b \boxdot y \boxplus c \boxdot z = x^a y^b z^c.$$

$$Q = \left\{ \varphi \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \right\} =$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{B} = \{x, y, z\}.$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b\\ b & c\end{pmatrix} \middle| \mathbf{a+2b+c=0} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} \right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi\begin{pmatrix} a & b\\ b & c\end{pmatrix} = \varphi\left(a\begin{pmatrix} 1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right) = a\boxdot x \boxplus b\boxdot y \boxplus c\boxdot z = x^a y^b z^c.$$

$$Q = \left\{ \varphi\begin{pmatrix} a & b\\ b & c\end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix} a & b\\ b & c\end{pmatrix} \in V \right\} =$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:
$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\quad\mathbf{В}=\{x,y,z\}$.
Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\middle|\,\mathbf{a+2b+c=0}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}=\varphi\left(a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=a\boxdot x\boxplus b\boxdot y\boxplus c\boxdot z=x^ay^bz^c.$$

$$Q=\left\{\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\middle|\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\right\}=\left\{x^ay^bz^c\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^{\alpha} y^{\beta} z^{\gamma}$ с операциями $f(x, y, z) \boxplus g(x, y, z) = f(x, y, z) \cdot g(x, y, z)$ и $\lambda \boxdot f(x, y, z) = f(x, y, z)^{\lambda}$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| a + 2b + c = 0 \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Построим изоморфизм:

$$\varphi \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \varphi \left(a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = a \boxdot x \boxplus b \boxdot y \boxplus c \boxdot z = x^a y^b z^c.$$

$$Q = \left\{ \varphi \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \right\} = \left\{ x^a y^b z^c \middle| a + 2b + c = 0 \right\} =$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\quad \mathbf{В} = \{x, y, z\}$.

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| a + 2b + c = 0 \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \varphi\left(a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = a \boxdot x \boxplus b \boxdot y \boxplus c \boxdot z = x^a y^b z^c.$$

$$Q = \left\{ \varphi \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \right\} = \left\{ x^a y^b z^c \,\middle|\, a + 2b + c = 0 \right\} = \left\langle x^{-2} y, x^{-1} z \right\rangle =$$

Задача 28. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\quad \mathbf{B} = \{x, y, z\}$.

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| \, a + 2b + c = 0 \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Построим изоморфизм:

$$\varphi \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \varphi \left(a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = a \boxdot x \boxplus b \boxdot y \boxplus c \boxdot z = x^a y^b z^c.$$

$$Q = \left\{ \varphi \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \right\} = \left\{ x^a y^b z^c \,\middle|\, a + 2b + c = 0 \right\} = \langle x^{-2} y, x^{-1} z \rangle = \left\langle \frac{y}{x^2}, \frac{z}{x} \right\rangle.$$

Решение задачи 29.

Задача 29. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Задача 29. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\textbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\textbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\textbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\textbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\textbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\textbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\textbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\textbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i =$

Задача 29. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\textbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\textbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\textbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\textbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\textbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\textbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\textbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\textbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 =$

Задача 29. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j,$

Задача 29. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j,$

2) $q_i =$

Задача 29. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j,$

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 =$

Задача 29. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j,$

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s,$

Задача 29. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j,$

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s,$

3) $v_m =$

Задача 29. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j,$

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s,$

3) $v_m = t_{1m}u_1 + t_{2m}u_2 + t_{3m}u_3 =$

Задача 29. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\textbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\textbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\textbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\textbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\textbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\textbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\textbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\textbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j$,

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s$,

3) $v_m = t_{1m}u_1 + t_{2m}u_2 + t_{3m}u_3 = \sum\limits_{k=1}^{3} t_{km}u_k$,

Задача 29. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\textbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\textbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\textbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\textbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\textbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\textbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\textbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\textbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j,$

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s,$

3) $v_m = t_{1m}u_1 + t_{2m}u_2 + t_{3m}u_3 = \sum\limits_{k=1}^{3} t_{km}u_k,$

4) $Y_\alpha =$

Задача 29. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\textbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\textbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\textbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\textbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\textbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\textbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\textbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\textbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j$,

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s$,

3) $v_m = t_{1m}u_1 + t_{2m}u_2 + t_{3m}u_3 = \sum\limits_{k=1}^{3} t_{km}u_k$,

4) $Y_\alpha = t_{1\alpha}X_1 + t_{2\alpha}X_2 + t_{3\alpha}X_3 + t_{4\alpha}X_4 =$

Задача 29. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\textbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\textbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\textbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\textbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\textbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\textbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\textbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\textbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j$,

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s$,

3) $v_m = t_{1m}u_1 + t_{2m}u_2 + t_{3m}u_3 = \sum\limits_{k=1}^{3} t_{km}u_k$,

4) $Y_\alpha = t_{1\alpha}X_1 + t_{2\alpha}X_2 + t_{3\alpha}X_3 + t_{4\alpha}X_4 = \sum\limits_{\beta=1}^{4} t_{\beta\alpha}X_\beta$.

Решение задачи 30.

Задача 30. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Задача 30. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ и $T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Задача 30. Найдите **матрицу перехода** из базиса **Б** $=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$ в базис **В** $=\left\{\begin{pmatrix}2&1\\1&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&-3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&-1\\-1&1\end{pmatrix}\right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix}2&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}9&4\\4&-5\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1&2\\2&-3\end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}=\begin{pmatrix}2&&\\1&&\\-1&&\end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix}2&1\\1&-1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\left[2\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+(-1)\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix},$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 1 & & \\ -1 & & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ и $T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 1 & & \\ -1 & & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 30. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'} \to \mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 1 & & \\ -1 & & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ и $T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & \\ 1 & 2 & \\ -1 & -3 & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

Задача 30. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & \\ 1 & 2 & \\ -1 & -3 & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ и $T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & \\ 1 & 2 & \\ -1 & -3 & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 30. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & \\ 1 & 2 & \\ -1 & -3 & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ и $T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} =$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ и $T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} =$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} =$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$ в базис $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}2&1\\1&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&-3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&-1\\-1&1\end{pmatrix}\right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix}2&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}9&4\\4&-5\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1&2\\2&-3\end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}=\begin{pmatrix}2&1&2\\1&2&-1\\-1&-3&1\end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}=T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}=\begin{pmatrix}2&1&2\\1&2&-1\\-1&-3&1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}1/4&7/4&5/4\\0&-1&-1\\1/4&-5/4&-3/4\end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix}2&2\\2&-4\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б'}}\left[\begin{pmatrix}9&4\\4&-5\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б'}}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б'}}\left[\begin{pmatrix}1&2\\2&-3\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б'}}\right)=$$

Задача 30. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ и $T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{4} \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'} \right) = T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}$$

Задача 30. Найдите **матрицу перехода** из базиса **Б** $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис **В** $= \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б'}}$ и $T_{\textbf{Б'}\to\textbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\textbf{Б'}\to\textbf{Б}} = T^{-1}_{\textbf{Б}\to\textbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{4} \end{pmatrix} \right]_{\textbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\textbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\textbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\textbf{Б'}} \right) = T_{\textbf{Б'}\to\textbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & & & \\ 2 & & & \\ -4 & & & \end{pmatrix}$$

Задача 30. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & & & \\ 2 & & & \\ -4 & & & \end{pmatrix}$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} \mathbf{9} & \mathbf{4} \\ \mathbf{4} & \mathbf{-5} \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 & & \\ 2 & 4 & & \\ -4 & -5 & & \end{pmatrix}$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\textbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б'}}$ и $T_{\textbf{Б'}\to\textbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\textbf{Б'}\to\textbf{Б}} = T^{-1}_{\textbf{Б}\to\textbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\textbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\textbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\textbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\textbf{Б'}} \right) = T_{\textbf{Б'}\to\textbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 2 & 4 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ -4 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 30. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-3} \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 & \\ 2 & 4 & 0 & \\ -4 & -5 & 0 & \end{pmatrix}$$

Задача 30. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-3} \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \\ -4 & -5 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \\ -4 & -5 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \\ -4 & -5 & 0 & -3 \end{pmatrix} =$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \\ -4 & -5 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \\ -4 & -5 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1/4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса **Б** $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис **В** $= \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1/4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ и $T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1/4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Задача 30. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1/4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 1/4 \\ 0 \\ 1/4 \end{pmatrix},$$

Задача 30. Найдите матрицу перехода из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ и $T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}}$, координаты матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По определению матрицы перехода получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1/4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 1/4 \\ 0 \\ 1/4 \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 31.

Задача 31. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Задача 31. Пусть $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б'}} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б''}} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\textbf{Б'}\to\textbf{Б''}} = (t_{ij})$.

Задача 31. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода**

Задача 31. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i =$

Задача 31. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$.

Задача 31. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\mathbf{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 31. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\mathbf{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j\right]_{\mathbf{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji}\left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}.$$

Задача 31. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = \left(t_{ij}\right)$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\mathbf{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j\right]_{\mathbf{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji}\left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}.$$

$$= \left([e''_1]_{\mathbf{Б}} \ \ldots \ [e''_n]_{\mathbf{Б}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1}\left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}} \ \ldots \ \sum_{j=1}^{n} t_{jn}\left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

Задача 31. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\mathbf{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j\right]_{\mathbf{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji}\left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}.$$

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left([e''_1]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ [e''_n]_{\mathbf{Б}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1}\left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ \sum_{j=1}^{n} t_{jn}\left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

Задача 31. Пусть $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б'}} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б''}} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\textbf{Б'}\to\textbf{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\textbf{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j\right]_{\textbf{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji}\left[e'_j\right]_{\textbf{Б}}.$$

$$T_{\textbf{Б}\to\textbf{Б''}} = \left([e''_1]_{\textbf{Б}}\ \dots\ [e''_n]_{\textbf{Б}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1}\left[e'_j\right]_{\textbf{Б}}\ \dots\ \sum_{j=1}^{n} t_{jn}\left[e'_j\right]_{\textbf{Б}}\right) =$$

$$= \left(\left([e'_1]_{\textbf{Б}}\ \dots\ [e'_n]_{\textbf{Б}}\right)\begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix}\ \dots\ \left([e'_1]_{\textbf{Б}}\ \dots\ [e'_n]_{\textbf{Б}}\right)\begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) =$$

Задача 31. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\mathbf{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j\right]_{\mathbf{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji}\left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}.$$

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left([e''_1]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ [e''_n]_{\mathbf{Б}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1}\left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ \sum_{j=1}^{n} t_{jn}\left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \left(\left([e'_1]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\mathbf{Б}}\right)\begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ \left([e'_1]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\mathbf{Б}}\right)\begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \left(T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}\begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}\begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}\left(\begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}}$$

Задача 31. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}''}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}''} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}''} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\mathbf{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j\right]_{\mathbf{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji}\left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}.$$

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}''} = \left([e''_1]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ [e''_n]_{\mathbf{Б}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1}\left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ \sum_{j=1}^{n} t_{jn}\left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \left(\left([e'_1]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\mathbf{Б}}\right)\begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ \left([e'_1]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\mathbf{Б}}\right)\begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \left(T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}\begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}\begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}\left(\begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}''}$$

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}''} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}''} \ \Rightarrow$$

Задача 31. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\mathbf{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji}e'_j\right]_{\mathbf{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji}\,[e'_j]_{\mathbf{Б}}\,.$$

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left([e''_1]_{\mathbf{Б}}\ \ldots\ [e''_n]_{\mathbf{Б}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1}\,[e'_j]_{\mathbf{Б}}\ \ldots\ \sum_{j=1}^{n} t_{jn}\,[e'_j]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \left(\left([e'_1]_{\mathbf{Б}}\ \ldots\ [e'_n]_{\mathbf{Б}}\right)\begin{pmatrix} t_{11} \\ \ldots \\ t_{n1} \end{pmatrix}\ \ldots\ \left([e'_1]_{\mathbf{Б}}\ \ldots\ [e'_n]_{\mathbf{Б}}\right)\begin{pmatrix} t_{1n} \\ \ldots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \left(T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}\begin{pmatrix} t_{11} \\ \ldots \\ t_{n1} \end{pmatrix}\ \ldots\ T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}\begin{pmatrix} t_{1n} \\ \ldots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}\left(\begin{pmatrix} t_{11} \\ \ldots \\ t_{n1} \end{pmatrix}\ \ldots\ \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \ldots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}}$$

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} \Rightarrow T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} =$$

Задача 31. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = \left(t_{ij}\right)$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\text{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j\right]_{\text{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} \left[e'_j\right]_{\text{Б}}.$$

$$T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = \left([e''_1]_{\text{Б}} \ \ldots \ [e''_n]_{\text{Б}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1} \left[e'_j\right]_{\text{Б}} \ \ldots \ \sum_{j=1}^{n} t_{jn} \left[e'_j\right]_{\text{Б}}\right) =$$

$$= \left(\left([e'_1]_{\text{Б}} \ \ldots \ [e'_n]_{\text{Б}}\right) \begin{pmatrix} t_{11} \\ \ldots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \ldots \ \left([e'_1]_{\text{Б}} \ \ldots \ [e'_n]_{\text{Б}}\right) \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \ldots \\ t_{nn} \end{pmatrix} \right) =$$

$$= \left(T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \begin{pmatrix} t_{11} \\ \ldots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \ldots \ T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \ldots \\ t_{nn} \end{pmatrix} \right) = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \left(\begin{pmatrix} t_{11} \\ \ldots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \ldots \ \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \ldots \\ t_{nn} \end{pmatrix} \right) = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б'}\to\text{Б''}}$$

$$T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} \Rightarrow T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б''}}.$$

Задача 31. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \left(t'_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left(t''_{ij}\right)$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\mathbf{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j\right]_{\mathbf{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} \left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}.$$

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left([e''_1]_{\mathbf{Б}} \;\dots\; [e''_n]_{\mathbf{Б}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1} \left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}} \;\dots\; \sum_{j=1}^{n} t_{jn} \left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \left(\left([e'_1]_{\mathbf{Б}} \;\dots\; [e'_n]_{\mathbf{Б}}\right) \begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \;\dots\; \left([e'_1]_{\mathbf{Б}} \;\dots\; [e'_n]_{\mathbf{Б}}\right) \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \left(T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} \begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \;\dots\; T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} \left(\begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \;\dots\; \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}}$$

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} \;\Rightarrow\; T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}.$$

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}.$$

Задача 31. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ.

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}.$$

Задача решена.

Решение задачи 32.

Задача 32. Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Задача 32. Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

Задача 32. Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

II) решить полученную задачу матричной алгебры;

Задача 32. Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;
II) решить полученную задачу матричной алгебры;
III) интерпретировать результат для исходной задачи.

Задача 32. Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

II) решить полученную задачу матричной алгебры;

III) интерпретировать результат для исходной задачи.

Задача 32. Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

1) ввести базис пространства U;

2) представить исходные объекты их стандартными образами в $\mathbb{R}^n$;

II) решить полученную задачу матричной алгебры;

III) интерпретировать результат для исходной задачи.

Решение задачи 33.

Задача 33. Как найти координаты вектора в базисе **B**, отличном от естественного **Б**.

Задача 33. Как найти координаты вектора в базисе **В**, отличном от естественного **Б**.
Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

Задача 33. Как найти координаты вектора в базисе **В**, отличном от естественного **Б**.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

1) ввести естественный базис пространства U;

Задача 33. Как найти координаты вектора в базисе **В**, отличном от естественного **Б**.
Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

1) ввести естественный базис пространства U;

2) составить **матрицу перехода** из **Б** в **В**;

Задача 33. Как найти координаты вектора в базисе **В**, отличном от естественного **Б**.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

1) ввести естественный базис пространства U;

2) составить **матрицу перехода** из **Б** в **В**;

3) найти координаты исходного вектора в **В** с помощью **теоремы о координатах вектора в разных базисах**.

Решение задачи 34.

Задача 34. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Задача 34. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

Задача 34. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

II) решить полученную задачу матричной алгебры;

Задача 34. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.
I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;
II) решить полученную задачу матричной алгебры;
III) интерпретировать результат для исходной задачи.

Задача 34. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры:

1) ввести базис пространства U;

II) решить полученную задачу матричной алгебры:

III) интерпретировать результат для исходной задачи:

Задача 34. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры:

1) ввести базис пространства U;

2) составить матрицу $\mathbf{M}'$, столбцами которой являются столбцы координат векторов из M;

II) решить полученную задачу матричной алгебры:

III) интерпретировать результат для исходной задачи:

Задача 34. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры:

1) ввести базис пространства U;

2) составить матрицу $\mathbf{M}'$, столбцами которой являются столбцы координат векторов из M;

3) сформулировать задачу матричной алгебры: найти максимальную линейно независимую систему подсистемы столбцов матрицы $\mathbf{M}'$;

II) решить полученную задачу матричной алгебры:

III) интерпретировать результат для исходной задачи:

Задача 34. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры:

1) ввести базис пространства U;

2) составить матрицу $\mathbf{M}'$, столбцами которой являются столбцы координат векторов из M;

3) сформулировать задачу матричной алгебры: найти максимальную линейно независимую систему подсистемы столбцов матрицы $\mathbf{M}'$;

II) решить полученную задачу матричной алгебры:

1) элементарными преобразованиями строк матрицы $\mathbf{M}'$ получить «ступенчатую» матрицу $\begin{pmatrix} 1 & \ldots & * & * & \ldots & * \\ 0 & \ldots & 0 & 1 & \ldots & * \\ & & & \ldots & & \end{pmatrix}$;

III) интерпретировать результат для исходной задачи:

Задача 34. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры:

1) ввести базис пространства U;

2) составить матрицу $\mathbf{M}'$, столбцами которой являются столбцы координат векторов из M;

3) сформулировать задачу матричной алгебры: найти максимальную линейно независимую систему подсистемы столбцов матрицы $\mathbf{M}'$;

II) решить полученную задачу матричной алгебры:

1) элементарными преобразованиями строк матрицы $\mathbf{M}'$ получить «ступенчатую» матрицу $\begin{pmatrix} 1 & \dots & * & * & \dots & * \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & * \\ & & & \dots & & \end{pmatrix}$;

2) составить список S тех номеров столбцов, каждый из которых является началом очередной «ступеньки»;

III) интерпретировать результат для исходной задачи:

Задача 34. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры:

1) ввести базис пространства U;

2) составить матрицу $\mathbf{M}'$, столбцами которой являются столбцы координат векторов из M;

3) сформулировать задачу матричной алгебры: найти максимальную линейно независимую систему подсистемы столбцов матрицы $\mathbf{M}'$;

II) решить полученную задачу матричной алгебры:

1) элементарными преобразованиями строк матрицы $\mathbf{M}'$ получить «ступенчатую» матрицу $\begin{pmatrix} 1 & \ldots & * & * & \ldots & * \\ 0 & \ldots & 0 & 1 & \ldots & * \\ & & & \ldots & & \end{pmatrix}$;

2) составить список S тех номеров столбцов, каждый из которых является началом очередной «ступеньки»;

III) интерпретировать результат для исходной задачи: максимальная линейно независимая система состоит из векторов системы M с номерами из списка S.

Решение задачи 35.

Задача 35. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Задача 35. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо:

Задача 35. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо:
1) ввести базис **Б** линейного пространства;

Задача 35. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо:
1) ввести базис **Б** линейного пространства;
2) взять произвольный вектор из V и обозначить его координаты буквами;

Задача 35. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо:
1) ввести базис **Б** линейного пространства;
2) взять произвольный вектор из V и обозначить его координаты буквами;
3) подставить в исходную систему равенств вместо вектора из V его разложение по базису **Б**;

Задача 35. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо:
1) ввести базис **Б** линейного пространства;
2) взять произвольный вектор из V и обозначить его координаты буквами;
3) подставить в исходную систему равенств вместо вектора из V его разложение по базису **Б**;
4) составить систему уравнений, где каждое уравнение представляет собой:

Задача 35. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо:
1) ввести базис **Б** линейного пространства;
2) взять произвольный вектор из V и обозначить его координаты буквами;
3) подставить в исходную систему равенств вместо вектора из V его разложение по базису **Б**;
4) составить систему уравнений, где каждое уравнение представляет собой:

а) либо результат подстановки в одно из исходных равенств вместо вектора из V его разложение по базису **Б** (если значением левой и правой частей равенства являются числа);

Задача 35. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо:
1) ввести базис **Б** линейного пространства;
2) взять произвольный вектор из V и обозначить его координаты буквами;
3) подставить в исходную систему равенств вместо вектора из V его разложение по базису **Б**;
4) составить систему уравнений, где каждое уравнение представляет собой:

а) либо результат подстановки в одно из исходных равенств вместо вектора из V его разложение по базису **Б** (если значением левой и правой частей равенства являются числа);

б) либо результат сравнения k-той координаты вектора в левой и правой частях равенства (если значением левой и правой частей равенства являются векторы из U).

Задача 35. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ.

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?