

Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет



Ю. Б. Мельников

Матричная алгебра

Раздел **электронного учебника**
для сопровождения практического занятия

Изд. 4-е, испр. и доп.



e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru

сайты:
<http://melnikov.k66.ru>,
<http://melnikov.web.ur.ru>

Екатеринбург
2012

Пример 1 умножения матрицы на число	6
Пример 2 (формула произведения матриц)	24
Пример 3 (умножение на макроуровне)	33
Пример 4 (умножение на макроуровне)	50
Пример 5 (умножение на макроуровне)	63
Пример 6 к доказательству критерия обратимости матрицы	89
Пример 7 (обратная к матрице 2×2)	103
Пример 8 нахождения обратной матрицы	107

<i>Упражнения на усвоение формулы умножения матриц</i>	141
Задача I.1	142
Задача I.2	143
Задача I.3	144
Задача I.4	145
<i>Произведение матриц</i>	145
Задача II.5	146
<i>Многочлен от матрицы</i>	146
Задача III.6	147

<i>Умножение «на макроуровне» (т.е. «по строчкам и столбцам»)</i>	147
<i>Задача IV.7</i>	148
<i>Задача IV.8</i>	149
<i>Задача IV.9</i>	150
<i>Задача IV.10</i>	151
<i>Обратная матрица</i>	151
<i>Задача V.11</i>	152
<i>Задача V.12</i>	153
<i>Задача V.13</i>	154

Задача V.14	155
<i>Матричные уравнения</i>	155
Задача VI.15	156
Задача VI.16	157
Задача VI.17	158
Ответы и решения	159

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & 400 \\ -300 & 0 & 200 & 100 \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & 400 \\ -300 & 0 & 200 & 100 \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & 400 \\ -300 & 0 & 200 & 100 \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & \\ -300 & 0 & 200 & 100 \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & 400 \\ -300 & 0 & 200 & 100 \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & 400 \\ -300 & 0 & 200 & 100 \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & 400 \\ -300 & 0 & 200 & 100 \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & 400 \\ -300 & & & \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & 400 \\ -300 & 0 & 200 & 100 \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & 400 \\ -300 & 0 & 200 & 100 \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & 400 \\ -300 & 0 & 200 & 100 \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & 400 \\ -300 & 0 & 200 & 100 \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & 400 \\ -300 & 0 & 200 & 100 \end{pmatrix}.$$

Пример 1. *Вычислить* $100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Решение.

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & -200 & -100 & 400 \\ -300 & 0 & 200 & 100 \end{pmatrix}.$$

[Вернуться к лекции?](#)

Пример 2. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$ и $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times r}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулу для вычисления коэффициентов матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Решение.

Пример 2. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$ и $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times r}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулу для вычисления коэффициентов матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Решение.

$$r_{mn} = \sum_{i=1}^t$$

Пример 2. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$ и $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times r}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулу для вычисления коэффициентов матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Решение.

$$r_{mn} = \sum_{i=1}^t p_{mi} q_{in}$$

Пример 2. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$ и $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times r}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулу для вычисления коэффициентов матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Решение.

$$r_{mn} = \sum_{i=1}^t p_m q_n$$

Пример 2. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$ и $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times r}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулу для вычисления коэффициентов матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Решение.

$$r_{mn} = \sum_{i=1}^t p_{mi} q_{in}$$

Пример 2. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$ и $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times r}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулу для вычисления коэффициентов матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Решение.

$$r_{mn} = \sum_{i=1}^t p_{mi} q_{in} =$$

Пример 2. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$ и $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times r}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулу для вычисления коэффициентов матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Решение.

$$r_{mn} = \sum_{i=1}^t p_{mi} q_{in} = p_{m1} q_{1n} +$$

Пример 2. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$ и $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times r}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулу для вычисления коэффициентов матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Решение.

$$r_{mn} = \sum_{i=1}^t p_{mi} q_{in} = p_{m1} q_{1n} + p_{m2} q_{2n} +$$

Пример 2. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$ и $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times r}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулу для вычисления коэффициентов матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Решение.

$$r_{mn} = \sum_{i=1}^t p_{mi} q_{in} = p_{m1} q_{1n} + p_{m2} q_{2n} + \dots + p_{mt} q_{tn}.$$

[Вернуться к лекции?](#)

Пример 3. *С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.*

Решение.

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Должна получиться матрица $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Первая строка получившейся матрицы $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ представляется в виде линейной комбинации строк матрицы \mathbf{A} :

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Первая строка получившейся матрицы $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ представляется в виде линейной комбинации строк матрицы \mathbf{A} :

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Поэтому первую строку матрицы \mathbf{B} можно представить в виде произведения матриц следующим образом:

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Первая строка получившейся матрицы $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ представляется в виде линейной комбинации строк матрицы \mathbf{A} :

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + \mathbf{0} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Поэтому первую строку матрицы \mathbf{B} можно представить в виде произведения матриц следующим образом:

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Первая строка получившейся матрицы $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ представляется в виде линейной комбинации строк матрицы \mathbf{A} :

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} + \mathbf{1} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{6} \end{pmatrix}.$$

Поэтому первую строку матрицы \mathbf{B} можно представить в виде произведения матриц следующим образом:

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ \mathbf{5} & \mathbf{6} \end{pmatrix}$$

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Первая строка получившейся матрицы $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ представляется в виде линейной комбинации строк матрицы \mathbf{A} :

$$(5 \ 6) = 0 \cdot (1 \ 2) + 0 \cdot (3 \ 4) + 1 \cdot (5 \ 6).$$

Поэтому первую строку матрицы \mathbf{B} можно представить в виде произведения матриц следующим образом:

$$(5 \ 6) = (0 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Вторая строка получившейся матрицы $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ представляется в виде линейной комбинации строк матрицы \mathbf{A} :

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Поэтому вторую строку матрицы \mathbf{B} можно представить в виде произведения матриц следующим образом:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Вторая строка получившейся матрицы $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ представляется в виде линейной комбинации строк матрицы \mathbf{A} :

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + \mathbf{1} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Поэтому вторую строку матрицы \mathbf{B} можно представить в виде произведения матриц следующим образом:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Вторая строка получившейся матрицы $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ представляется в виде линейной комбинации строк матрицы \mathbf{A} :

$$(3 \ 4) = 0 \cdot (1 \ 2) + 1 \cdot (3 \ 4) + \mathbf{0} \cdot (\mathbf{5} \ \mathbf{6}).$$

Поэтому вторую строку матрицы \mathbf{B} можно представить в виде произведения матриц следующим образом:

$$(3 \ 4) = (0 \ 1 \ \mathbf{0}) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ \mathbf{5} & \mathbf{6} \end{pmatrix}$$

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Для третьей строки получаем аналогичный результат:

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Для третьей строки получаем аналогичный результат:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix},$$

поскольку

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Для третьей строки получаем аналогичный результат:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix},$$

поскольку

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Получаем:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{6} \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ \mathbf{5} & \mathbf{6} \end{pmatrix},$$

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Получаем:

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ 5 & 6 \end{pmatrix},$$

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Получаем:

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix},$$

Пример 3. С помощью умножения матриц переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Получаем:

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

[Вернуться к лекции «умножение на макроуровне»?](#)

Пример 4. *Подобрать хотя бы одно решение уравнения*

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

Пример 4. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 4. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 \\ 1 & \mathbf{0} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 4. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 4. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ? \\ \mathbf{1} \\ ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 4. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{0} & & \\ \mathbf{1} & & \\ \mathbf{0} & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 4. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & ? \\ 1 & ? \\ 0 & ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 4. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & ? \\ 1 & ? \\ 0 & ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 4. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{0} \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 4. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & ? \\ 1 & 0 & ? \\ 0 & 1 & ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Пример 4. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \textcolor{violet}{0} & \textcolor{blue}{1} & \textcolor{blue}{0} \\ \textcolor{violet}{0} & \textcolor{blue}{0} & \textcolor{blue}{1} \\ \textcolor{violet}{1} & \textcolor{blue}{0} & \textcolor{blue}{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & ? \\ 1 & 0 & ? \\ 0 & 1 & ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \textcolor{violet}{0} \\ 0 & 1 & \textcolor{violet}{0} \\ 0 & 0 & \textcolor{violet}{1} \end{pmatrix}$$

Пример 4. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Пример 4. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[Вернуться к лекции «умножение на макроуровне»?](#)

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Сколько вариантов можно предложить?

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} =$$

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} =$$

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \\ 24 \end{pmatrix}.$$

Пример 5. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \\ 24 \end{pmatrix}.$$

Таким образом,
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -1 & 15 \\ -1 & 24 \end{pmatrix}.$$

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 5. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 5. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 15 \end{pmatrix}.$$

Пример 5. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 15 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 5. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 15 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 7 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 9 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 15 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 7 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 9 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 24 \end{pmatrix}.$$

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение.

Следовательно,
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -1 & 15 \\ -1 & 24 \end{pmatrix}.$$

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

Пример 5. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 \\ \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 5. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{7} & \mathbf{0} & \mathbf{9} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{8} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} =$$

Пример 5. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{7} & \mathbf{0} & \mathbf{9} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{8} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{16} \\ \mathbf{10} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{2} \end{pmatrix}$$

Пример 5. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 10 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Пример 5. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} 7 & \mathbf{0} & 9 & 1 \\ 2 & \mathbf{4} & 8 & 1 \\ 1 & \mathbf{1} & 2 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 10 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Пример 5. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} 7 & \mathbf{0} & 9 & 1 \\ 2 & \mathbf{4} & 8 & 1 \\ 1 & \mathbf{1} & 2 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 10 & 4 \\ 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 5. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 10 & 4 \\ 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

[Вернуться к лекции «умножение на макроуровне»?](#)

Пример 6 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Вычислим дополнительные миноры элементов:

Пример 6 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Вычислим дополнительные миноры элементов:

$$M_{11} = \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 7,$$

Пример 6 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Вычислим дополнительные миноры элементов:

$$M_{11} = \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 7, \quad M_{12} = \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 8,$$

Пример 6 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Вычислим дополнительные миноры элементов:

$$M_{11} = \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 7, \quad M_{12} = \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 8, \quad M_{13} = \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 2,$$

Пример 6 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Вычислим дополнительные миноры элементов:

$$\begin{aligned} M_{11} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 7, & M_{12} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 8, & M_{13} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 2, \\ M_{21} &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 5, & M_{22} &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -2 & \cancel{2} & \cancel{1} \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -5, & M_{23} &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & \cancel{1} \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 5, \\ M_{31} &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 4, & M_{32} &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & \cancel{3} \end{vmatrix} = 1, & M_{33} &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -6, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{11} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 7, & M_{12} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 8, & M_{13} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 2, \\
M_{21} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 5, & M_{22} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -5, & M_{23} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 5, \\
M_{31} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 4, & M_{32} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 1, & M_{33} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = -6,
\end{aligned}$$



 матрица
 из миноров

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 7, & M_{12} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 8, & M_{13} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 2, \\
 M_{21} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 5, & M_{22} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = -5, & M_{23} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 5, \\
 M_{31} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 4, & M_{32} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 1, & M_{33} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = -6,
 \end{aligned}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 5 & -5 & 5 \\ 4 & 1 & -6 \end{pmatrix}}_{\text{матрица из миноров}}$$

Пример 6 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 5 & -5 & 5 \\ 4 & 1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица} \\ \text{из миноров}}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{матрица из} \\ \text{алгебраических} \\ \text{дополнений}}}$$

Пример 6 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 5 & -5 & 5 \\ 4 & 1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица} \\ \text{из миноров}}} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} 7 & -8 & 2 \\ -5 & -5 & -5 \\ 4 & -1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица из} \\ \text{алгебраических} \\ \text{дополнений}}}$$

Пример 6 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 5 & -5 & 5 \\ 4 & 1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица} \\ \text{из миноров}}} \underbrace{\begin{pmatrix} 7 & -8 & 2 \\ -5 & -5 & -5 \\ 4 & -1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица из} \\ \text{алгебраических} \\ \text{дополнений}}} \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{присоединенная} \\ \text{матрица}}}$$

Пример 6 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 5 & -5 & 5 \\ 4 & 1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица} \\ \text{из миноров}}} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} 7 & -8 & 2 \\ -5 & -5 & -5 \\ 4 & -1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица из} \\ \text{алгебраических} \\ \text{дополнений}}} \quad \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 7 & -5 & 4 \\ -8 & -5 & -1 \\ 2 & -5 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{присоединенная} \\ \text{матрица}}}$$

Пример 6 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Мы получили *присоединенную* матрицу:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 4 \\ -8 & -5 & -1 \\ 2 & -5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Для получения обратной матрицы осталось найти детерминант матрицы \mathbf{A} . Это можно совместить с проверкой правильности вычисления матрицы $\mathbf{P}_{\mathbf{A}}$. Дело в том, что компонентами *i -го столбца* этой матрицы являются *алгебраические дополнения* к элементам *i -й строки* матрицы \mathbf{A} . Поэтому все элементы главной диагонали матрицы $\mathbf{A} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{A}}$ равны детерминанту матрицы \mathbf{A} .

Пример 6 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Мы получили *присоединенную* матрицу:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 4 \\ -8 & -5 & -1 \\ 2 & -5 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & -5 & 4 \\ -8 & -5 & -1 \\ 2 & -5 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25 & \dots & \dots \\ \dots & -25 & \dots \\ \dots & \dots & -25 \end{pmatrix}.$$

Поэтому $\det \mathbf{A} = -25$. Кстати, если не полениться, и все-таки вычислить недиагональные элементы матрицы $\mathbf{A} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{A}}$, они должны получиться равными 0. Но обычно такая проверка оказывается излишней.

Пример 6 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 4 \\ -8 & -5 & -1 \\ 2 & -5 & -6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{25} \begin{pmatrix} -7 & 5 & -4 \\ 8 & 5 & 1 \\ -2 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Полезно было бы провести проверку правильности вычислений, то есть убедиться в том, что $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{E}$. Чаще для вычисления обратной матрицы используется **метод Гаусса**.

Вернуться к лекции «критерий существования обратной матрицы» или **рассмотреть другой пример?**

Пример 7 (обратная к матрице 2×2). *Найти обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.*

Решение.

Пример 7 (обратная к матрице 2×2). *Найти обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.*

Решение. Присоединенная матрица имеет вид

Пример 7 (обратная к матрице 2×2). Найти обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Решение. Присоединенная матрица имеет вид $\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$,
поэтому

Пример 7 (обратная к матрице 2×2). Найти обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Решение. Присоединенная матрица имеет вид $\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$,
поэтому

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Разумеется, при этом должно быть $0 \neq ad - bc = \det \mathbf{A}$.

Вернуться к лекции «критерий существования обратной матрицы»

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). Найдите матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Существует два способа найти обратную матрицу: с помощью присоединенной матрицы и с помощью **метода Гаусса**.

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной.

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу,*

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 \\ \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{11} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -5$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу,*

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \mathbf{3} & -1 & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & 1 & \mathbf{3} \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & \mathbf{3} \\ & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{12} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = \mathbf{3}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу,*

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \mathbf{3} & \mathbf{-1} & 2 \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & \mathbf{6} \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{13} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \mathbf{6}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу,*

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & \mathbf{1} & \mathbf{3} \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ \mathbf{5} & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{21} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = \mathbf{5}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 & \mathbf{1} \\ 3 & -1 & 2 \\ \mathbf{3} & 1 & \mathbf{3} \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & \mathbf{0} & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = \mathbf{0}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу,*

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -\mathbf{5} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -\mathbf{5}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ 3 & -\mathbf{1} & \mathbf{2} \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ \mathbf{5} & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = \mathbf{5}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу,*

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 & \mathbf{1} \\ \mathbf{3} & -1 & \mathbf{2} \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -\mathbf{1} & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -\mathbf{1}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу,*

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & 1 \\ \mathbf{3} & -\mathbf{1} & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -\mathbf{7} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -\mathbf{7}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Сменим знаки в определенных местах, чтобы получить алгебраические дополнения:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Сменим знаки в определенных местах, чтобы получить алгебраические дополнения:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -5 & & 6 \\ & 0 & \\ 5 & & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу,*

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Сменим знаки в определенных местах, чтобы получить алгебраические дополнения:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -5 & -3 & 6 \\ -5 & 0 & 5 \\ 5 & 1 & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Транспонируем матрицу, чтобы получить присоединенную:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -\mathbf{5} & -3 & 6 \\ -\mathbf{5} & 0 & 5 \\ \mathbf{5} & 1 & -7 \end{pmatrix} \quad \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -\mathbf{5} & -\mathbf{5} & \mathbf{5} \\ & & \end{pmatrix}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Транспонируем матрицу, чтобы получить присоединенную:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -5 & \mathbf{-3} & 6 \\ -5 & \mathbf{0} & 5 \\ 5 & \mathbf{1} & -7 \end{pmatrix} \quad \mathbf{P_A} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ \mathbf{-3} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Транспонируем матрицу, чтобы получить присоединенную:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -5 & -3 & \mathbf{6} \\ -5 & 0 & \mathbf{5} \\ 5 & 1 & \mathbf{-7} \end{pmatrix} \quad \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ -3 & 0 & 1 \\ \mathbf{6} & \mathbf{5} & \mathbf{-7} \end{pmatrix}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Найдем детерминант матрицы \mathbf{A} . Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения, поэтому найдем детерминант \mathbf{A} по **теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу**.

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ -3 & 0 & 1 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Найдем детерминант матрицы \mathbf{A} . Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения, поэтому найдем детерминант \mathbf{A} по **теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу**.

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-5) + 2 \cdot (-3) + 1 \cdot 6 = -5,$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ -3 & 0 & 1 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу,*

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \mathbf{3} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Найдем детерминант матрицы \mathbf{A} . Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения, поэтому найдем детерминант \mathbf{A} по **теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу**.

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-5) + 2 \cdot (-3) + 1 \cdot 6 = -5,$$

$$\det \mathbf{A} = 3 \cdot (-5) + (-1) \cdot 0 + 2 \cdot 5 = -5,$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & \mathbf{-5} & 5 \\ -3 & \mathbf{0} & 1 \\ 6 & \mathbf{5} & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу,*

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{3} \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Найдем детерминант матрицы \mathbf{A} . Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения, поэтому найдем детерминант \mathbf{A} по **теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу**.

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-5) + 2 \cdot (-3) + 1 \cdot 6 = -5,$$

$$\det \mathbf{A} = 3 \cdot (-5) + (-1) \cdot 0 + 2 \cdot 5 = -5,$$

$$\det \mathbf{A} = 3 \cdot 5 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot (-7) = -5$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & \mathbf{5} \\ -3 & 0 & \mathbf{1} \\ 6 & 5 & -\mathbf{7} \end{pmatrix}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Из **критерия обратимости квадратной матрицы**:

$$\det \mathbf{A} = -5, \quad \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ -3 & 0 & 1 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Из **критерия обратимости квадратной матрицы**:

$$\mathbf{A}^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ -3 & 0 & 1 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix} \quad \det \mathbf{A} = -5, \quad \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ -3 & 0 & 1 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем матрицу, обратную к \mathbf{A} , **методом Гаусса**.

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу,*

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

Решение. Найдем матрицу, обратную к \mathbf{A} , **методом Гаусса.**

$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim$ Домножим первую строку на -3 и сложим со второй и третьей, первую строку запишем в первоначальном виде.

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). Найти матрицу,

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем матрицу, обратную к \mathbf{A} , **методом Гаусса**.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & -3 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \text{Домножим вто-}$$

рую строку на -5 , а третью на 7 .

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу,*

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем матрицу, обратную к \mathbf{A} **методом Гаусса**.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & | & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 35 & 5 & | & 15 & -5 & 0 \\ 0 & -35 & 0 & | & -21 & 0 & 7 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу,*

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

Решение. Найдем матрицу, обратную к \mathbf{A} **методом Гаусса.**

Сложим вторую и третью строки:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & | & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 35 & 5 & | & 15 & -5 & 0 \\ 0 & -35 & 0 & | & -21 & 0 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & | & -6 & -5 & 7 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). Найти матрицу,

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем матрицу, обратную к \mathbf{A} **методом Гаусса**.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 35 & 5 & | & 15 & -5 & 0 \\ 0 & -35 & 0 & | & -21 & 0 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & | & -6 & -5 & 7 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{pmatrix} \sim$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). Найти матрицу,

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем матрицу, обратную к \mathbf{A} **методом Гаусса**.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 35 & 5 & | & 15 & -5 & 0 \\ 0 & -35 & 0 & | & -21 & 0 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & | & -6 & -5 & 7 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & | & -\frac{21}{5} & 0 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 & | & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{pmatrix} \sim$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). Найти матрицу,

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем матрицу, обратную к \mathbf{A} **методом Гаусса**.

$$\begin{aligned} & \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -5 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & -\frac{21}{5} & 0 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 7 & 0 & 0 & 7 & 7 & -7 \\ 0 & -7 & 0 & -\frac{21}{5} & 0 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). Найти матрицу,

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем матрицу, обратную к \mathbf{A} **методом Гаусса**.

$$\begin{aligned} & \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -5 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & -\frac{21}{5} & 0 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 7 & 0 & 0 & 7 & 7 & -7 \\ 0 & -7 & 0 & -\frac{21}{5} & 0 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \end{aligned}$$

Пример 8 (нахождения обратной матрицы). Найти матрицу,

обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем матрицу, обратную к \mathbf{A} **методом Гаусса**.

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 7 & 0 & 0 & 7 & 7 & -7 \\ 0 & -7 & 0 & -\frac{21}{5} & 0 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right)$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ \frac{3}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{pmatrix}$$

Вернуться к лекции?

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.161.) Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Задача I.2. (Ответ приведен на стр.176.) Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Задача I.3. (Ответ приведен на стр.196.) Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Задача I.4. (Ответ приведен на стр.227.) Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения:

а)
$$h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk},$$

б)
$$h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki},$$
 в)
$$h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq},$$
 г)
$$h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm},$$

д)
$$h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj},$$
 е)
$$h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk},$$

ё)
$$h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj}).$$

Задача II.5.

(Ответ приведен на стр.278.)

Найди-

те произведения матриц:

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = ?,$$
$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = ?, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = ?.$$

Задача III.6. (Ответ приведен на стр.282.) Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача IV.7. (Ответ приведен на стр.291.) С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы

$$X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$$

Задача IV.8. (Ответ приведен на стр.303.) С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы

$$X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$$

Задача IV.9. (Ответ приведен на стр.306.) С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Задача IV.10. (Ответ приведен на стр.314.) Функцию, вычисляющую сумму всех элементов матрицы размерности 3×2 , определить формулой, использующей только умножение матриц и детерминант.

Задача V.11. (Ответ приведен на стр.316.) Следует ли из равенства

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ что матрицы } \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ и}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \text{ — обратные друг к другу?}$$

Задача V.12. (Ответ приведен на стр.318.) Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Задача V.13. (Ответ приведен на стр.324.)
нужно к матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Найдите матрицу, обрат-

Задача V.14. (Ответ приведен на стр.354.)

Вычислите матри-

цы, обратную к матрицам $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 25 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -8 & 28 & -9 & -15 \\ -12 & 32 & -1 & -15 \\ -20 & 40 & -5 & -15 \\ 16 & -36 & 8 & 20 \end{pmatrix}.$$

Задача VI.15. (Ответ приведен на стр.358.) Решите матричные уравнения:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Задача VI.16. (Ответ приведен на стр.405.) Решите матричное урав-

нение $\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 \\ 7 & 0 & -6 \end{pmatrix}$

Задача VI.17. (Ответ приведен на стр.407.) Решите матричное урав-

нение $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 & -4 & 40 \\ 123 & -7 & 82 \\ 186 & -10 & 124 \end{pmatrix}.$

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $X_{2 \times 3}$ и $Y_{3 \times 5}$.

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j}$$

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j}$$

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1} y_{1j} + x_{i2} y_{2j} + x_{i3} y_{3j}$$

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_i y_{i1} + x_i y_{i2} + x_i y_{i3}$$

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.
Ответ.

$$z_{ij} = x_i y_{j1} + x_i y_{j2} + x_i y_{j3}$$

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j}$$

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j}$$

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j}$$

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.
Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j} = \sum x \ y \ .$$

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.
Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j} = \sum x \ y \ .$$

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.
Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j} = \sum x_i y \quad .$$

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.
Ответ.

$$z_{i\mathbf{j}} = x_{i1}y_{1\mathbf{j}} + x_{i2}y_{2\mathbf{j}} + x_{i3}y_{3\mathbf{j}} = \sum x_i y_{\mathbf{j}}.$$

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.
Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j} = \sum x_i y_j.$$

Задача 1. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j} = \sum_{k=1}^3 x_{ik}y_{kj}.$$

Решение задачи 2.

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} =$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum f \ g$;

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum f_i g_j$;

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{FG}$, $\mathbf{B} = \mathbf{GF}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t \mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{HG}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{kj};$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj}$;

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m$$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj}$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv} \quad ;$$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1} g_u f_v;$$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1} g_{up}f_{pv};$$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv};$$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m$$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{FG}$, $\mathbf{B} = \mathbf{GF}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t \mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{HG}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up} f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{ps} h_{sq};$$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{FG}$, $\mathbf{B} = \mathbf{GF}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t \mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{HG}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up} f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp} h_{sq};$$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{FG}$, $\mathbf{B} = \mathbf{GF}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t \mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{HG}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up} f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp} h_{sq};$$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{FG}$, $\mathbf{B} = \mathbf{GF}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t \mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{HG}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up} f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp} h_{sq};$$

$$d_{xy} = \sum$$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp}h_{sq};$$

$$d_{xy} = \sum_{z=1}^m$$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp}h_{sq};$$

$$d_{xy} = \sum_{z=1}^m h_x g_y .$$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp}h_{sq};$$

$$d_{xy} = \sum_{z=1}^m h_{xz}g_{yz}.$$

Задача 2. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{FG}$, $\mathbf{B} = \mathbf{GF}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t \mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{HG}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up} f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp} h_{sq};$$

$$d_{xy} = \sum_{z=1}^m h_{xz} g_{yz}.$$

Решение задачи 3.

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} =$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_i (g_{kj} + h_{kj})$;

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_i (g_{kj} + h_{kj});$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} =$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1} \sum_{q=1}$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1} \sum_{q=1} f_{up} g_{pq} h_{qv} ;$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1} \sum_{q=1} f_{up} g_{pq} h_{qv} \quad ;$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1} \sum_{q=1} f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1} \sum_{q=1} f_{up} g_p h_v;$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1} \sum_{q=1} f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} =$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{pq} f_{xp} h_{yq} ;$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{qy} ;$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{qy};$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_p f_y ;$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} =$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{ip} h_{pq} f_{yq}.$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_x h_{pq} f_y.$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{xp} h_{pq} f_{yq}.$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{xp} h_{qp} f_{yq}.$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{xp} h_{qp} f_{yq}.$$

Задача 3. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^n f_{xp} h_{qp} f_{yq}.$$

Решение задачи 4.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$, **г)** $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$, **ё)** $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

а) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

а) $h_{\mathbf{i}\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n f_{\mathbf{i}\mathbf{k}}g_{\mathbf{j}\mathbf{k}}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

а) $h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n f_{\mathbf{i}k} g_{jk}$,

В h_{ij} первый индекс — i .

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

а) $h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n f_{\mathbf{i}k} g_{jk}$,

В h_{ij} первый индекс — i . Индекс i в f_{ik} тоже является первым.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

а) $h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n f_{\mathbf{i}k} g_{jk}$,

В h_{ij} первый индекс — i . Индекс i в f_{ik} тоже является первым. Значит, первым множителем будет \mathbf{F} .

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

а) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{\textcolor{violet}{j}k}$,

В h_{ij} второй индекс — j .

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

а) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{\textcolor{violet}{j}k}$,

В h_{ij} второй индекс — j . Но индекс j в g_{jk} является первым.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$, **г)** $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$, **ё)** $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

а) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{\textcolor{violet}{j}k},$

В h_{ij} второй индекс — j . Но индекс j в g_{jk} является первым. Поэтому матрицу \mathbf{G} придётся транспонировать.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$, **г)** $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj}).$

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{G}^t,$$

а) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{\textcolor{violet}{j}k},$

В h_{ij} второй индекс — j . Но индекс j в g_{jk} является первым. Поэтому матрицу \mathbf{G} придётся транспонировать.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

б) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

б) $h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{k\mathbf{i}}$,

В h_{ij} первый индекс — это i .

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

б) $h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{k\mathbf{i}}$,

В h_{ij} первый индекс — это i . Он входит в g_{ki} в качестве второго индекса.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$, **г)** $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$, **ё)** $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

б) $h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{k\mathbf{i}},$

В h_{ij} первый индекс — это i . Он входит в g_{ki} в качестве второго индекса. Значит, первым множителем будет \mathbf{G} , причём её придётся транспонировать.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$, **г)** $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$, **ё)** $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}^t.$$

$$\text{б) } h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{k\mathbf{i}},$$

В h_{ij} первый индекс — это i . Он входит в g_{ki} в качестве второго индекса. Значит, первым множителем будет \mathbf{G} , причём её придётся транспонировать.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G}^t$.

б) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{\textcolor{violet}{j}k} g_{ki}$,

В h_{ij} второй индекс — это j .

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G}^t$.

б) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{\textcolor{violet}{j}k} g_{ki}$,

В h_{ij} второй индекс — это j . Он входит в f_{jk} в качестве первого индекса.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$, **г)** $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$, **ё)** $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}^t.$$

$$\text{б)} \ h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{\textcolor{violet}{j}k} g_{ki},$$

В h_{ij} второй индекс — это j . Он входит в f_{jk} в качестве первого индекса.

Значит, вторым множителем будет \mathbf{F} , причём её тоже придётся транспонировать.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$, **г)** $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}^t \cdot \mathbf{F}^t,$$

б) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{\textcolor{violet}{j}k} g_{ki},$

В h_{ij} второй индекс — это j . Он входит в f_{jk} в качестве первого индекса.

Значит, вторым множителем будет \mathbf{F} , причём её тоже придётся транспонировать.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$, **г)** $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$, **ё)** $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

в) $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq},$

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

в) $h_{\mathbf{p}q} = \sum_{m=1}^n f_{\mathbf{p}m} g_{mq}$,

В h_{pq} первым индексом является p .

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$, **г)** $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$, **ё)** $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

в) $h_{\mathbf{p}q} = \sum_{m=1}^n f_{\mathbf{p}m} g_{mq},$

В h_{pq} первым индексом является p . Он является в f_{pm} первым индексом. Значит,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$, **г)** $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$, **ё)** $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$$

$$\text{в)} \ h_{\mathbf{p}q} = \sum_{m=1}^n f_{\mathbf{p}m} g_{mq},$$

В h_{pq} первым индексом является p . Он является в f_{pm} первым индексом. Значит, первым множителем будет \mathbf{F} .

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

в) $h_{p\mathbf{q}} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{m\mathbf{q}}$,

В h_{pq} вторым индексом является q .

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

в) $h_{p\mathbf{q}} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{m\mathbf{q}}$,

В h_{pq} вторым индексом является q . Он является в g_{mq} вторым индексом. Значит, вторым множителем будет \mathbf{G} .

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{G}$,

в) $h_{p\mathbf{q}} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{m\mathbf{q}}$,

В h_{pq} вторым индексом является q . Он является в g_{mq} вторым индексом. Значит, вторым множителем будет \mathbf{G} .

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

г) $h_{\mathbf{p}q} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{\mathbf{p}m}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot$

г) $h_{\mathbf{p}q} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{\mathbf{p}m}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot$

г) $h_{p\mathbf{q}} = \sum_{k=1}^n f_{\mathbf{q}m} g_{pm}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{F}^t,$$

г) $h_{p\mathbf{q}} = \sum_{k=1}^n f_{\mathbf{q}m} g_{pm},$

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

д) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

д) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

д) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

д) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

д) $h_{i\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{m\mathbf{j}}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot \sum_{k=1}^n \cdot \mathbf{F}$,
д) $h_{i\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{m\mathbf{j}}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot \sum_{k=1}^n \cdot \mathbf{F}$,
д) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{i\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}\mathbf{m}} f_{\mathbf{m}j}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{F}$,

д) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$,

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

е) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

е) $h_{\mathbf{i}\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{\mathbf{i}m} f_{jk}$.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot$

е) $h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{\mathbf{i}m} f_{jk}$.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot$

е) $h_{\textcolor{violet}{i}\textcolor{teal}{j}} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{\textcolor{teal}{m}k} g_{\textcolor{violet}{i}m} f_{jk}$.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{F}.$$

е) $h_{\mathbf{i}\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{\mathbf{m}\mathbf{k}} g_{\mathbf{i}\mathbf{m}} f_{\mathbf{j}\mathbf{k}}.$

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{F}.$$

е) $h_{i\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{m\mathbf{k}} g_{im} f_{\mathbf{j}\mathbf{k}}$.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^t,$$

е) $h_{i\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{m\mathbf{k}} g_{im} f_{\mathbf{j}\mathbf{k}}$.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

ё) $h_{\mathbf{j}i} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{\mathbf{j}k} + f_{k\mathbf{j}})$.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = (\mathbf{G} + \mathbf{F}^t) \cdot$$

ё) $h_{\mathbf{j}i} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{\mathbf{j}k} + f_{k\mathbf{j}})$.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = (\mathbf{G} + \mathbf{F}^t) \cdot$$

ё) $h_{j\mathbf{i}} = \sum_{k=1}^n f_{k\mathbf{i}} (g_{jk} + f_{kj})$.

Задача 4. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = (\mathbf{G} + \mathbf{F}^t) \cdot \mathbf{F},$$

ё) $h_{j\mathbf{i}} = \sum_{k=1}^n f_{k\mathbf{i}} (g_{jk} + f_{kj})$.

Решение задачи 5.

Задача 5. Найдите произведения матриц: $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = ?$,

$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = ?$, $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = ?$.

Задача 5. Найдите произведения матриц: $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = ?$,

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = ?, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = ?.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 & -3 \\ -10 & -2 & 1 & -4 \end{pmatrix},$

Задача 5. Найдите произведения матриц: $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = ?$,

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = ?, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = ?.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 & -3 \\ -10 & -2 & 1 & -4 \end{pmatrix},$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -1 & 2 & -3 \\ -3 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix},$$

Задача 5. Найдите произведения матриц: $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = ?$,

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = ?, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = ?.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 & -3 \\ -10 & -2 & 1 & -4 \end{pmatrix},$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -1 & 2 & -3 \\ -3 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 5 \\ 5 & 8 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 6.

Задача 6. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 6. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 =$

Задача 6. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix},$

Задача 6. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix},$

$$x^2 - 2x =$$

Задача 6. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix},$

$$x^2 - 2x = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 6. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix},$

$$x^2 - 2x = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix},$$

Задача 6. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix},$

$$x^2 - 2x = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix},$$

$$x^2 - 2x - 4E =$$

Задача 6. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix},$

$$x^2 - 2x = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix},$$

$$x^2 - 2x - 4E = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 6. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix},$

$$x^2 - 2x = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix},$$

$$x^2 - 2x - 4E = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 7.

Задача 7. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Задача 7. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. Заметим, что матрица в правой части этого равенства получена дублированием и умножением на константу столбцов матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$.

Задача 7. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. Заметим, что матрица в правой части этого равенства получена дублированием и умножением на константу столбцов матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$. Так как строки при этом не менялись, то можно положить $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 7. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. Заметим, что матрица в правой части этого равенства получена дублированием и умножением на константу столбцов матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$. Так как строки при этом не менялись, то можно положить $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Используя «умножение на макроуровне», получаем $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

Задача 7. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и

Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} = ? \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + ? \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + ? \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} =$$

Задача 7. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и

Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} =$$

Задача 7. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и

Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 7. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и

$$Y \text{ с тем, чтобы } X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 7. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и

Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} =$$

Задача 7. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и

Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 7. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и

$$Y \text{ с тем, чтобы } X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow Y_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 7. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и

Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$

Ответ. Значит, $Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$ Таким образом,

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 8.

Задача 8. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Задача 8. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и

$$Y \text{ с тем, чтобы } X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Отличие от предыдущего примера состоит в том, что нам надо еще убрать первую строчку в матрице

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для этого достаточно обе части этого равенства умножить слева на $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. В итоге получим

Задача 8. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и

Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

то есть $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$

Решение задачи 9.

Задача 9. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Задача 9. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. Сначала запишем каждую систему в матричном виде:

Задача 9. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. Сначала запишем каждую систему в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Задача 9. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. Сначала запишем каждую систему в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix},$$

Задача 9. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. Сначала запишем каждую систему в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 9. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. Сначала запишем каждую систему в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

С помощью «умножения на макроуровне» эти три уравнения «сшиваются» в одно

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & a & \alpha \\ y & b & \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 9. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. Кстати, матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & a & \alpha \\ y & b & \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ легко решается с помощью «умножения на макроуровне».

Задача 9. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. В самом деле, первый столбец матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ — это $0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, аналогично «в уме» подбираются коэффициенты в разложении второго и третьего столбца в линейную комбинацию столбцов матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Получаем $\begin{pmatrix} x & a & \alpha \\ y & b & \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, то есть $\begin{cases} x = 0, \\ y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2, \\ b = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = 1. \end{cases}$

Решение задачи 10.

Задача 10. Функцию, вычисляющую сумму всех элементов матрицы размерности 3×2 , определить формулой, использующей только умножение матриц и детерминант.

Задача 10. Функцию, вычисляющую сумму всех элементов матрицы размерности 3×2 , определить формулой, использующей только умножение матриц и детерминант.

Ответ. $f(X) = \det \left(\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right).$

Решение задачи 11.

Задача 11. Следует ли из равенства $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, что матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ — обратные друг к другу?

Задача 11. Следует ли из равенства $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, что матрицы

$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ — обратные друг к другу?

Ответ. Нет, не следует, так как эти матрицы не квадратные.

Решение задачи 12.

Задача 12. Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Задача 12. Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Ответ. Для того, чтобы получить матрицу B^{-1} , надо в матрице A^{-1} переставить местами первый и третий столбцы. В самом деле, с помощью «умножения матриц на макроуровне»,

получаем $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A$, поэтому, согласно **свойствам обратной матрицы**,

Задача 12. Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Ответ. Для того, чтобы получить матрицу B^{-1} , надо в матрице A^{-1} переставить местами первый и третий столбцы. В самом деле, с помощью «умножения матриц на макроуровне»,

получаем $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A$, поэтому, согласно **свойствам обратной матрицы**,

$$B^{-1} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A \right)^{-1} =$$

Задача 12. Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Ответ. Для того, чтобы получить матрицу B^{-1} , надо в матрице A^{-1} переставить местами первый и третий столбцы. В самом деле, с помощью «умножения матриц на макроуровне»,

получаем $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A$, поэтому, согласно **свойствам обратной матрицы**,

$$B^{-1} = \left(\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A \right) \right)^{-1} = A^{-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} =$$

Задача 12. Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Ответ. Для того, чтобы получить матрицу B^{-1} , надо в матрице A^{-1} переставить местами первый и третий столбцы. В самом деле, с помощью «умножения матриц на макроуровне»,

получаем $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A$, поэтому, согласно **свойствам обратной матрицы**,

$$B^{-1} = \left(\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A \right) \right)^{-1} = A^{-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = A^{-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 12. Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Ответ. Как следует из результатов раздела, посвященного **умножению на макроуровне**, умножение матрицы A^{-1} *справа* на матрицу $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ осуществляет перестановку первого и третьего столбцов матрицы A^{-1} .

Решение задачи 13.

Задача 13. Найдите матрицу, обратную к матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Задача 13. Найдите матрицу, обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Обычно применяется один из двух методов вычисления обратной матрицы.

Задача 13. Найдите матрицу, обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Проверить ваши результаты вычисления обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы?

Проверить ваши результаты вычисления обратной матрицы с помощью метода Гаусса?

Задача 13. Найдите матрицу, обратную к матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим обратную матрицу с помощью присоединенной матрицы.

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью присоединенной матрицы.

Сначала составим матрицу из **дополнительных миноров элементов**:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью присоединенной матрицы.

Сначала составим матрицу из **дополнительных миноров элементов**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & \\ & \end{pmatrix}$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью присоединенной матрицы.

Сначала составим матрицу из **дополнительных миноров элементов**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \end{pmatrix}$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью присоединенной матрицы.

Сначала составим матрицу из **дополнительных миноров элементов**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & \end{pmatrix}$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью присоединенной матрицы.

Сначала составим матрицу из **дополнительных миноров элементов**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Сменим знаки в соответствующих местах, чтобы получить **алгебраические дополнения**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Сменим знаки в соответствующих местах, чтобы получить **алгебраические дополнения**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & \\ & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Сменим знаки в соответствующих местах, чтобы получить **алгебраические дополнения**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**. Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \end{pmatrix}$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому **по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу** имеем:

Задача 13. Найдите матрицу, обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим обратную матрицу с помощью присоединенной матрицы.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить присоединенную матрицу.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу имеем:

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 3 =$$

Задача 13. Найдите матрицу, обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим обратную матрицу с помощью присоединенной матрицы.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить присоединенную матрицу.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу имеем:

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 3 = 2,$$

Задача 13. Найдите матрицу, обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим обратную матрицу с помощью присоединенной матрицы.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить присоединенную матрицу.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу имеем:

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 3 = 2,$$

$$\det \mathbf{A} = (-3) \cdot (-2) + (-4) \cdot 1 =$$

Задача 13. Найдите матрицу, обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим обратную матрицу с помощью присоединенной матрицы.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить присоединенную матрицу.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу имеем:

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 3 = 2,$$

$$\det \mathbf{A} = (-3) \cdot (-2) + (-4) \cdot 1 = 2.$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу с помощью присоединенной матрицы**.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому **по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу** имеем:

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 3 = 2,$$

$$\det \mathbf{A} = (-3) \cdot (-2) + (-4) \cdot 1 = 2.$$

Значит, из доказательства **теоремы об условии обратимости квадратной матрицы**

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому **по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу** имеем:

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 3 = 2,$$

$$\det \mathbf{A} = (-3) \cdot (-2) + (-4) \cdot 1 = 2.$$

Значит, из доказательства **теоремы об условии обратимости квадратной матрицы**

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Проверить ваши результаты **вычисления обратной матрицы с помощью метода Гаусса?**

Задача 13. Найдите матрицу, обратную к матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим обратную матрицу с помощью метода Гаусса.

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right) \sim$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right) \sim$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right)$$

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right)$$

Значит, $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right)$$

Значит, $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

Проверить ваши результаты **вычисления обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы?**

Задача 13. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Итак, получили $\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

Решение задачи 14.

Задача 14. Вычислите матрицы, обратную к матрицам $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 25 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -8 & 28 & -9 & -15 \\ -12 & 32 & -1 & -15 \\ -20 & 40 & -5 & -15 \\ 16 & -36 & 8 & 20 \end{pmatrix}.$$

Задача 14. Вычислите матрицы, обратную к матрицам $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 25 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -8 & 28 & -9 & -15 \\ -12 & 32 & -1 & -15 \\ -20 & 40 & -5 & -15 \\ 16 & -36 & 8 & 20 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 2.5 & 0.5 \\ -0.2 & 0 \end{pmatrix},$

Задача 14. Вычислите матрицы, обратную к матрицам $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 25 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -8 & 28 & -9 & -15 \\ -12 & 32 & -1 & -15 \\ -20 & 40 & -5 & -15 \\ 16 & -36 & 8 & 20 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 2.5 & 0.5 \\ -0.2 & 0 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{B}^{-1} = \begin{pmatrix} 1.5 & -6.5 & 2 \\ 0.5 & -2.5 & 1 \\ -0.5 & 0.5 & 0 \end{pmatrix},$$

Задача 14. Вычислите матрицы, обратную к матрицам $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 25 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -8 & 28 & -9 & -15 \\ -12 & 32 & -1 & -15 \\ -20 & 40 & -5 & -15 \\ 16 & -36 & 8 & 20 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 2.5 & 0.5 \\ -0.2 & 0 \end{pmatrix},$

$$\mathbf{B}^{-1} = \begin{pmatrix} 1.5 & -6.5 & 2 \\ 0.5 & -2.5 & 1 \\ -0.5 & 0.5 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Решение задачи 15.

Задача 15.

Решите

матричные

уравнения:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Задача 15.

Решите

матричные

уравнения:

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \\ &Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}, \\ &\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Ответ. Уравнение $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ можно решить **методом Гаусса** или с помощью **обратной матрицы**.

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Уравнение $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ можно решить **методом Гаусса** или с помощью **обратной матрицы**.

Проверить ваше решение методом Гаусса?

Проверить ваше решение с помощью обратной матрицы?

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **методом Гаусса.**

Задача 15.

Решите

матричные

уравнения:

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \\ Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T &= \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **методом Гаусса.**

$$\begin{pmatrix} 1 & \\ & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} \textcolor{violet}{2} & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) =$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **методом Гаусса.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) =$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **методом Гаусса.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 0 & 3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right),$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **методом Гаусса.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 0 & 3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & -7 & 7 \end{pmatrix}.$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **методом Гаусса.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 0 & 3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & -7 & 7 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, $X = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -7 & -7 \end{pmatrix}.$

Проверить ваше решение с помощью обратной матрицы?

Задача 15.

Решите

матричные

уравнения:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$$
$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ с помощью обратной матрицы.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **с помощью обратной матрицы.**

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ с помощью обратной матрицы.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ с помощью обратной матрицы.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -7 & 7 \end{pmatrix}.$$

Проверить ваше решение методом Гаусса?

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$Y^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$Y^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$Y^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$Y^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$Y^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$Y^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса «в два этапа»:

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 5 & -9 & 1 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 5 & -9 & 1 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 5 & -9 & 1 \\ 0 & 11 & -22 & 0 \end{array} \right) \sim$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 5 & -9 & 1 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 5 & -9 & 1 \\ 0 & 11 & -22 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right)$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \dots \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \quad Z^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \dots \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \quad Z^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Z = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \dots \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \quad Z^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Z = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \dots \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \quad Z^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Z = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$Z = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \dots \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \quad Z^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Z = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$Z = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow Z = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{11} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \dots \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \quad Z^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Z = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$Z = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow Z = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{11} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow Z = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса:

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & -13 & -4 & -17 \\ 0 & 1 & 9 & 2 & 13 \end{array} \right)$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|ccc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & -13 & -4 & -17 \\ 0 & 1 & 9 & 2 & 13 \end{array} \right) \quad T = \begin{pmatrix} -13 & -4 & -17 \\ 9 & 2 & 13 \end{pmatrix}.$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & -13 & -4 & -17 \\ 0 & 1 & 9 & 2 & 13 \end{array} \right) \quad T = \begin{pmatrix} -13 & -4 & -17 \\ 9 & 2 & 13 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & -13 & -4 & -17 \\ 0 & 1 & 9 & 2 & 13 \end{array} \right) \quad T = \begin{pmatrix} -13 & -4 & -17 \\ 9 & 2 & 13 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & -13 & -4 & -17 \\ 0 & 1 & 9 & 2 & 13 \end{array} \right) \quad T = \begin{pmatrix} -13 & -4 & -17 \\ 9 & 2 & 13 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow T = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & -13 & -4 & -17 \\ 0 & 1 & 9 & 2 & 13 \end{array} \right) \quad T = \begin{pmatrix} -13 & -4 & -17 \\ 9 & 2 & 13 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$\begin{aligned} T &= \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow T = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T = \begin{pmatrix} -13 & -4 & -17 \\ 9 & 2 & 13 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Решение задачи 16.

Задача 16. Решите матричное уравнение $\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 \\ 7 & 0 & -6 \end{pmatrix}$

Задача 16. Решите матричное уравнение $\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 \\ 7 & 0 & -6 \end{pmatrix}$

Ответ. $\mathbf{X} = A^{-1} \cdot B$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Решение задачи 17.

Задача 17. Решите матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 & -4 & 40 \\ 123 & -7 & 82 \\ 186 & -10 & 124 \end{pmatrix}$

Задача 17. Решите матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 & -4 & 40 \\ 123 & -7 & 82 \\ 186 & -10 & 124 \end{pmatrix}$

Ответ. $\mathbf{X} = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Спасибо

за

внимание!



e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: <http://melnikov.k66.ru>, <http://melnikov.web.ur.ru>

Вернуться к списку презентаций?