e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Федеральное агентство по образованию

Уральский государственный технический университет-УПИ

Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников, Н. В. Мельникова

Элементы аналитической геометрии

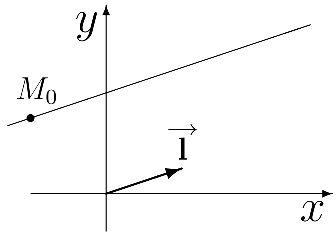
Раздел электронного учебника
для сопровождения практических занятий

Екатеринбург

2009

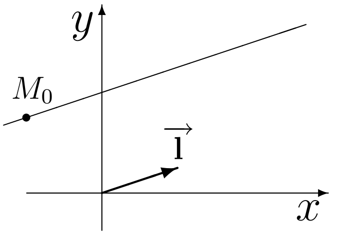
Пример 1.

Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение.

Пример 1.

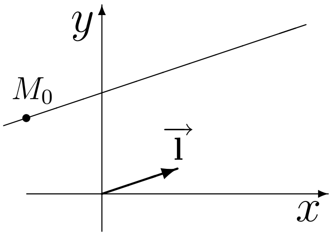


Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

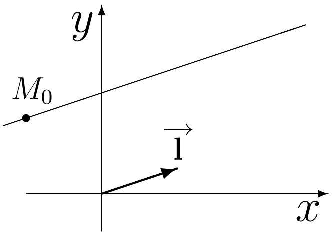
Пример 1.

Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**. *Что надо найти?*

Пример 1.

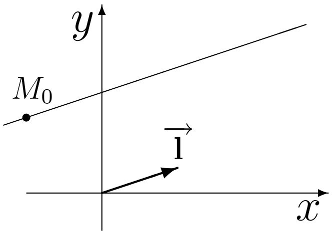


Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**. *Что надо найти?* Уравнения прямой.

Пример 1.

Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

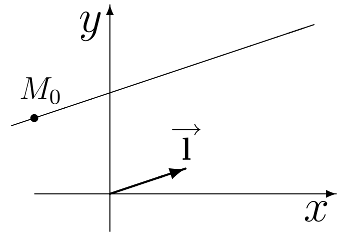


Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**. *Что надо найти?* Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ?

Пример 1.

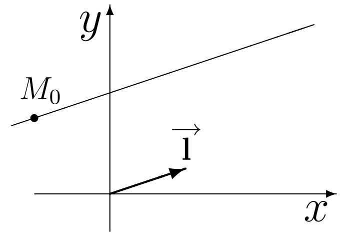
Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**. *Что надо найти?* Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Пример 1.



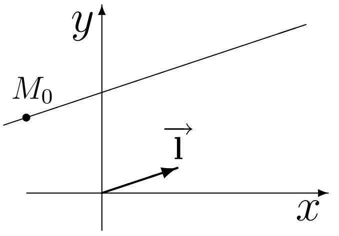
Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**. *Что надо найти?* Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные.

Пример 1.



Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

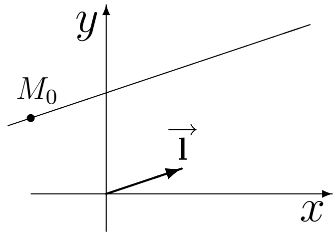
Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**. *Что надо найти?* Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Уравнение искомой системы представляет собой высказывание о координатах произвольной точки на прямой.

Пример 1.

Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



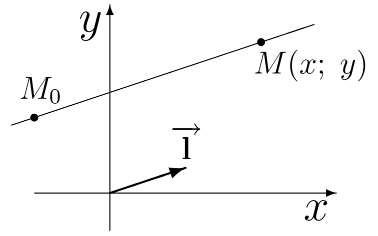
Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**. *Что надо найти?* Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Возьмем произвольную точку M на этой прямой и обозначим ее координаты буквами, например, $(x; y)$.

Пример 1.

Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



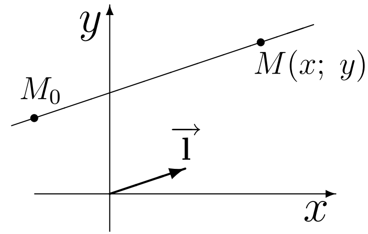
Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**. *Что надо найти?* Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Возьмем произвольную точку M на этой прямой и обозначим ее координаты буквами, например, $(x; y)$.

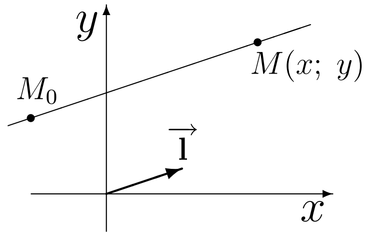
Пример 1.

Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.*

Пример 1.

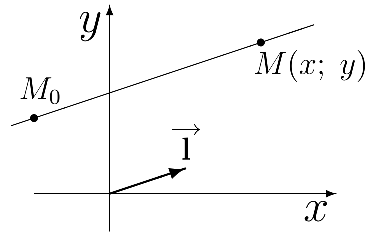


Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* В векторной алгебре рассматривается не так уж много величин:

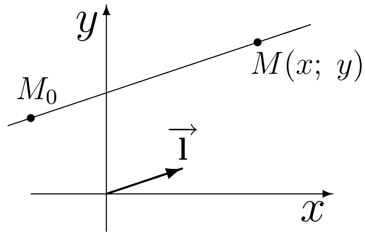
Пример 1.

Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* В векторной алгебре рассматривается не так уж много величин: 1) длина вектора;

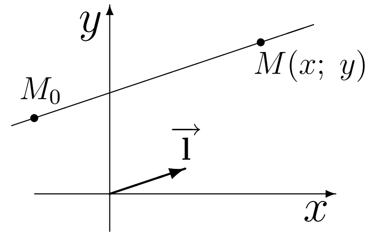
Пример 1.



Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* В векторной алгебре рассматривается не так уж много величин: 1) длина вектора; 2) координаты вектора;

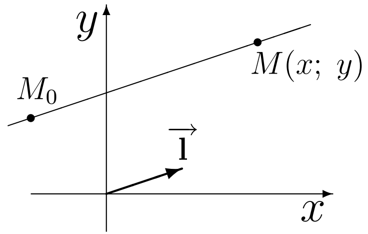
Пример 1.



Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* В векторной алгебре рассматривается не так уж много величин: 1) длина вектора; 2) координаты вектора; 3) скалярное произведение;

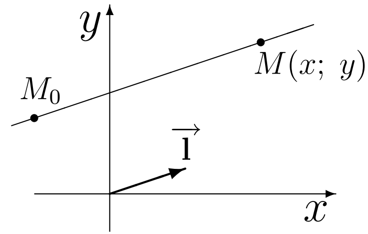
Пример 1.



Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* В векторной алгебре рассматривается не так уж много величин: 1) длина вектора; 2) координаты вектора; 3) скалярное произведение; 4) величина угла;

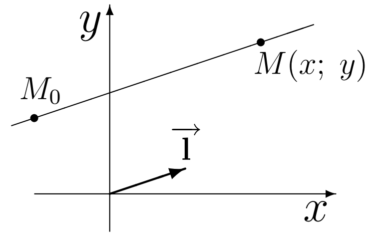
Пример 1.



Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* В векторной алгебре рассматривается не так уж много величин: 1) длина вектора;
2) координаты вектора; 3) скалярное произведение;
4) величина угла;
5) отношение одноименных величин (отношение длин, величин углов и т.п.);

Пример 1.

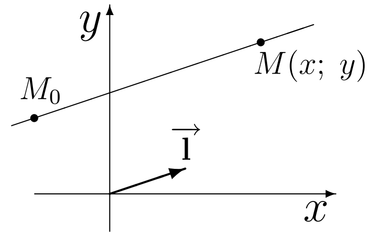


Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* В векторной алгебре рассматривается не так уж много величин: 1) длина вектора;
2) координаты вектора; 3) скалярное произведение;
4) величина угла;
5) отношение одноименных величин (отношение длин, величин углов и т.п.);
6) величины, «доставшиеся в наследство» от классической геометрии: площадь и объем.

Пример 1.

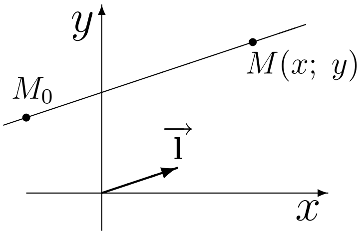
Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* Теперь внимательно читаем условие.

Пример 1.

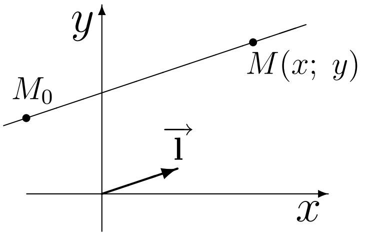
Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* У нас имеется вектор, *параллельный* прямой, поэтому напрашивается каким-то образом использовать **критерий коллинеарности векторов**.

Пример 1.

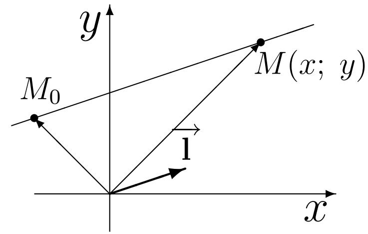
Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* У нас имеется вектор, *параллельный* прямой, поэтому напрашивается каким-то образом использовать **критерий коллинеарности векторов**. Для этого надо, используя введенную нами точку M, построить вектор, коллинеарный вектору $\overrightarrow{\mathbf{l}}$.

Пример 1.

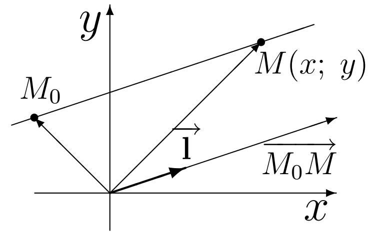
Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* У нас имеется вектор, *параллельный* прямой, поэтому напрашивается каким-то образом использовать **критерий коллинеарности векторов**. Для этого надо, используя введенную нами точку M, построить вектор, коллинеарный вектору $\overrightarrow{\mathbf{l}}$.

Пример 1.

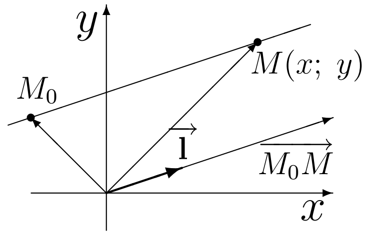
Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* У нас имеется вектор, *параллельный* прямой, поэтому напрашивается каким-то образом использовать **критерий коллинеарности векторов**. Для этого надо, используя введенную нами точку M, построить вектор, коллинеарный вектору $\overrightarrow{\mathbf{l}}$.

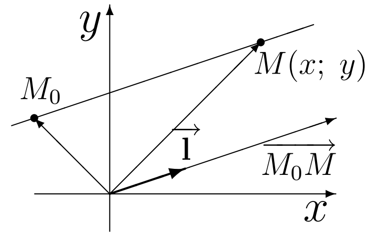
Пример 1.

Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* У нас имеется вектор, *параллельный* прямой, поэтому напрашивается каким-то образом использовать **критерий коллинеарности векторов**. Для этого надо, используя введенную нами точку M, построить вектор, коллинеарный вектору $\overrightarrow{\mathbf{l}}$. Из рис. видно, что в качестве такого вектора можно взять $\overrightarrow{M_0M}$.

Пример 1.

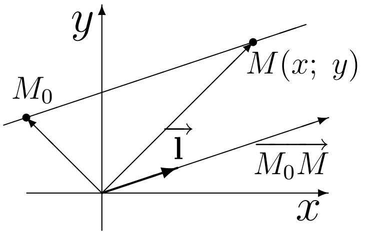


Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* Из **критерия коллинеарности векторов** следует, что $\overrightarrow{M_0M} = t\,\overrightarrow{\mathbf{l}}$ для некоторого действительного числа t.

Пример 1.

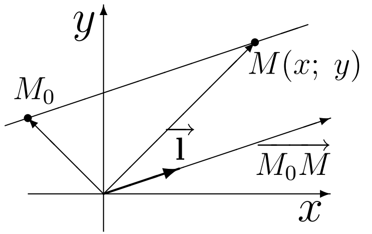
Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$ *.*



Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* Из **критерия коллинеарности векторов** следует, что $\overrightarrow{M_0M} = t\,\overrightarrow{\mathbf{l}}$ для некоторого действительного числа t.

Учитывая, что $\overrightarrow{M_0M} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0}$, получаем

Пример 1.



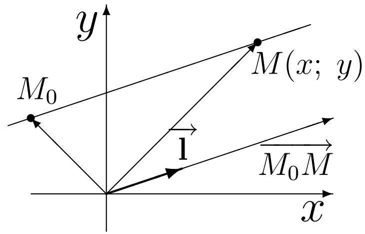
Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* Из **критерия коллинеарности векторов** следует, что $\overrightarrow{M_0M} = t\,\overrightarrow{\mathbf{l}}$ для некоторого действительного числа t.

Учитывая, что $\overrightarrow{M_0M} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0}$, получаем

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t\,\overrightarrow{\mathbf{l}} \quad \Rightarrow$$

Пример 1.



Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$ *.*

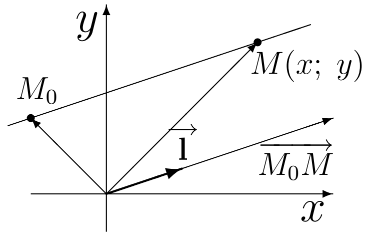
Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* Из **критерия коллинеарности векторов** следует, что $\overrightarrow{M_0M} = t\,\overrightarrow{\mathbf{l}}$ для некоторого действительного числа t.

Учитывая, что $\overrightarrow{M_0M} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0}$, получаем

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t\,\overrightarrow{\mathbf{l}} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \end{cases}$$

где последняя система уравнений представляет собой «перевод на координатный язык» соответствующего векторного уравнения.

Пример 1.



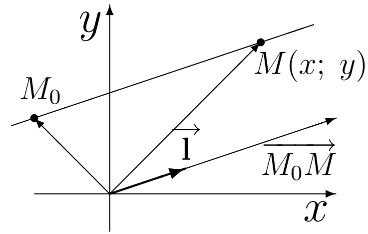
Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t\,\overrightarrow{\mathbf{l}} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \end{cases}$$

Здесь $x = x_0 + ut$ — это утверждение о первой координате векторов из левой и, соответственно, правой частей равенства $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t\,\overrightarrow{\mathbf{l}}$,

Пример 1.



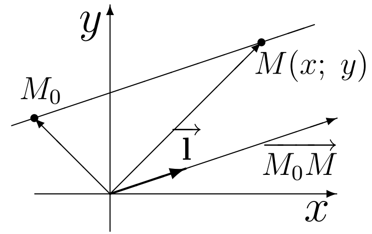
Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t\,\overrightarrow{\mathbf{l}} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \end{cases}$$

Здесь $x = x_0 + ut$ — это утверждение о первой координате векторов из левой и, соответственно, правой частей равенства $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t\,\overrightarrow{\mathbf{l}}$,
$y = y_0 + vt$ — это утверждение о второй координате векторов из левой и, соответственно, правой частей этого векторного равенства.

Пример 1.



Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

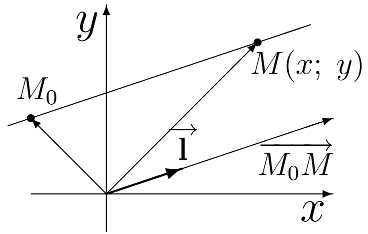
Решение.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t\,\overrightarrow{\mathbf{l}} \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \end{array} \right.$$

Очевидно, что все эти рассуждения остаются верными не только для векторов и прямых в плоскости, но и в пространстве, только в этом случае в системе уравнений появляется утверждение о равенстве третьей координаты.

Пример 1.

Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\,(x_0, y_0)$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t\,\overrightarrow{\mathbf{l}} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \end{cases}$$

Аналогичны уравнения прямой в пространстве:

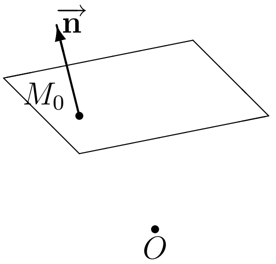
$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t\,\overrightarrow{\mathbf{l}} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \\ z = z_0 + wt, \end{cases}$$

где $\overrightarrow{\mathbf{l}} = u\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + w\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$ (см. **таблицу**).

Вернуться к лекции или рассмотреть **другой пример**?

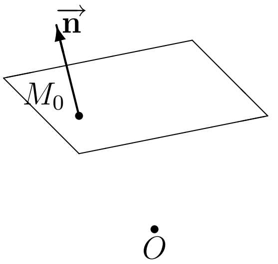
Пример 2.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



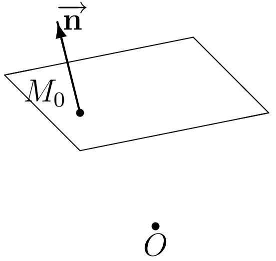
Решение.

Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

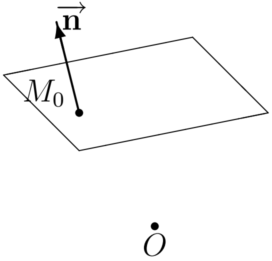
Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти?

Пример 2.

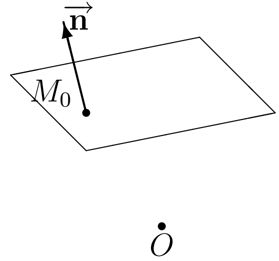


Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнение плоскости.

Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

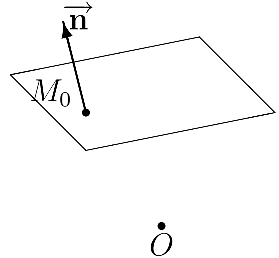


Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнение плоскости.

В каком виде представим ответ?

Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,.$

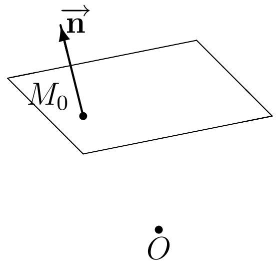


Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнение плоскости.

В каком виде представим ответ? В виде соответствующего уравнения плоскости.

Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



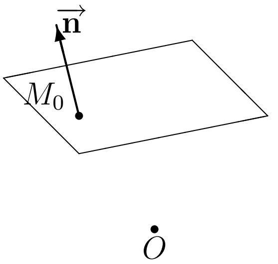
Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнение плоскости.

В каком виде представим ответ? В виде соответствующего уравнения плоскости.

Введем переменные.

Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,.$



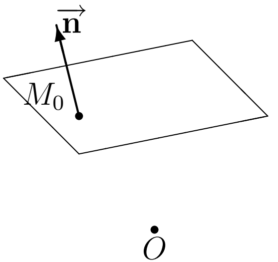
Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнение плоскости.

В каком виде представим ответ? В виде соответствующего уравнения плоскости.

Введем переменные. Как мы уже отмечали, уравнение линии и поверхности представляет собой утверждение о координатах произвольной точки этой фигуры.

Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



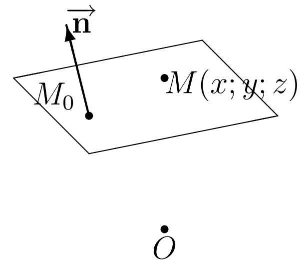
Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнение плоскости.

В каком виде представим ответ? В виде соответствующего уравнения плоскости.

Введем переменные. Как мы уже отмечали, уравнение линии и поверхности представляет собой утверждение о координатах произвольной точки этой фигуры. Поэтому возьмем произвольную точку M на этой плоскости и обозначим ее координаты буквами, например, пусть $M(x; y; z)$.

Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



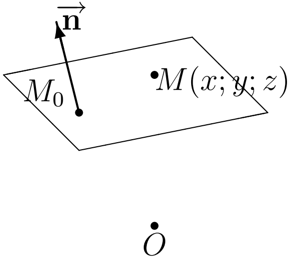
Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнение плоскости.

В каком виде представим ответ? В виде соответствующего уравнения плоскости.

Введем переменные. Как мы уже отмечали, уравнение линии и поверхности представляет собой утверждение о координатах произвольной точки этой фигуры. Поэтому возьмем произвольную точку M на этой плоскости и обозначим ее координаты буквами, например, пусть $M(x; y; z)$.

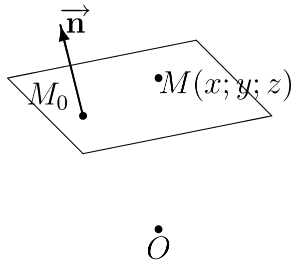
Пример 2.



Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0;y_0;z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.*

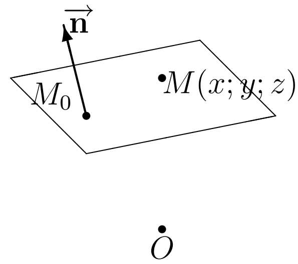
Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* Теперь внимательно читаем условие, мы ищем

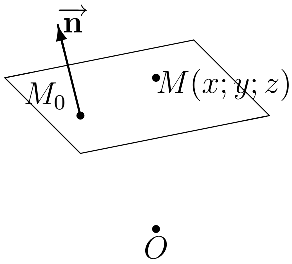
Пример 2.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* Теперь внимательно читаем условие, мы ищем ***величину, значение которой будем вычислять разными способами***.

Пример 2.



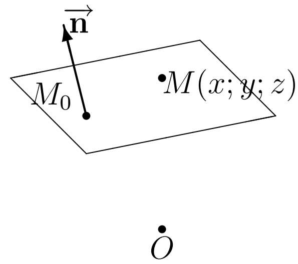
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* Теперь внимательно читаем условие, мы ищем ***величину, значение которой будем вычислять разными способами***.

При решении **примера 1** мы перечислили **величины, рассматриваемые в векторной алгебре**.

Пример 2.

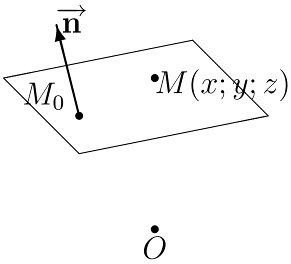
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Решение. *Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.* Теперь внимательно читаем условие, мы ищем ***величину, значение которой будем вычислять разными способами***.

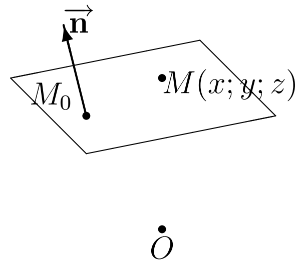
В условии рассматриваемого примера «волшебным» словом является слово «перпендикулярно», поскольку у нас имеется эффективный **критерий ортогональности векторов**, позволяющий двумя способами вычислить соответствующее скалярное произведение.

Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0;y_0;z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Решение. Поэтому нам надо каким-то образом с помощью точки M «сконструировать» вектор, ортогональный вектору $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, то есть параллельный данной плоскости.

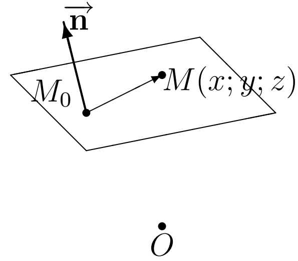
Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Решение. Поэтому нам надо каким-то образом с помощью точки M «сконструировать» вектор, ортогональный вектору $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, то есть параллельный данной плоскости.

Из рисунка видно, что в качестве такого вектора можно взять $\overrightarrow{M_0M}$.

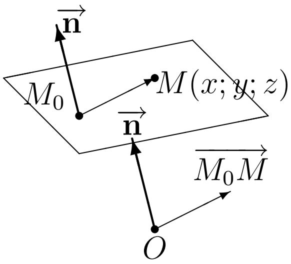
Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Решение. Поэтому нам надо каким-то образом с помощью точки M «сконструировать» вектор, ортогональный вектору $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, то есть параллельный данной плоскости.

Из рисунка видно, что в качестве такого вектора можно взять $\overrightarrow{M_0M}$.

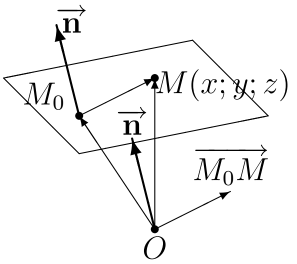
Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Решение. Поэтому нам надо каким-то образом с помощью точки M «сконструировать» вектор, ортогональный вектору $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, то есть параллельный данной плоскости.

Из рисунка видно, что в качестве такого вектора можно взять $\overrightarrow{M_0M}$.

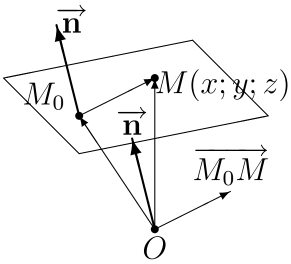
Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0;y_0;z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Решение. Поэтому нам надо каким-то образом с помощью точки M «сконструировать» вектор, ортогональный вектору $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, то есть параллельный данной плоскости.

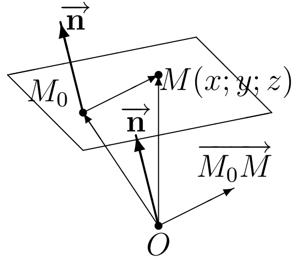
Из рисунка видно, что в качестве такого вектора можно взять $\overrightarrow{M_0M}$.

Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,.$



Решение. Согласно **критерию ортогональности векторов**, получаем, в силу **формулы для координат вектора** $\overrightarrow{M_0M}$,

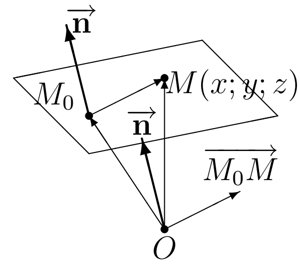
Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Решение. Согласно **критерию ортогональности векторов**, получаем, в силу **формулы для координат вектора** $\overrightarrow{M_0M}$,

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{M_0M}\right) = 0 \;\Rightarrow$$

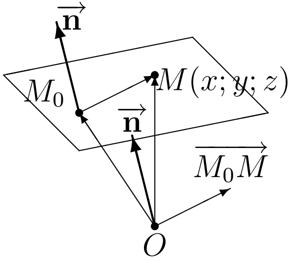
Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Решение. Согласно **критерию ортогональности векторов**, получаем, в силу **формулы для координат вектора** $\overrightarrow{M_0M}$,

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{M_0M}\right) = 0 \;\Rightarrow\; A\,(x - x_0) + B\,(y - y_0) + C\,(z - z_0) = 0.$$

Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

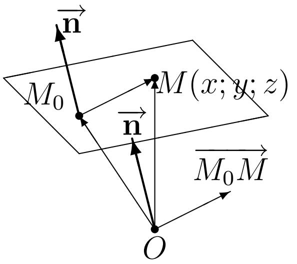


Решение. Согласно **критерию ортогональности векторов**, получаем, в силу **формулы для координат вектора** $\overrightarrow{M_0M}$,

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{M_0M}\right) = 0 \;\Rightarrow\; A\,(x - x_0) + B\,(y - y_0) + C\,(z - z_0) = 0.$$

Выражение $-Ax_0 - By_0 - Cz_0$ не зависит от координат точки M, поэтому оно представляет собой число. Обозначим его через D, и получим уравнение (см. **таблицу**)

Пример 2.



Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

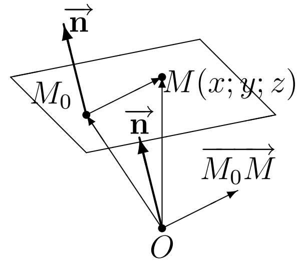
Решение. Согласно **критерию ортогональности векторов**, получаем, в силу **формулы для координат вектора** $\overrightarrow{M_0M}$,

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{M_0M}\right) = 0 \;\Rightarrow\; A\,(x - x_0) + B\,(y - y_0) + C\,(z - z_0) = 0.$$

Выражение $-Ax_0 - By_0 - Cz_0$ не зависит от координат точки M, поэтому оно представляет собой число. Обозначим его через D, и получим уравнение (см. **таблицу**)

$$\left\{\begin{array}{l} A\,(x - x_0) + B\,(y - y_0) + C\,(z - z_0) = 0, \\ D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0 \end{array}\right. \quad \Rightarrow$$

Пример 2.
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\,(x_0; y_0; z_0)$ *перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Решение. Согласно **критерию ортогональности векторов**, получаем, в силу **формулы для координат вектора** $\overrightarrow{M_0M}$,

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{M_0M}\right) = 0 \;\Rightarrow\; A\,(x - x_0) + B\,(y - y_0) + C\,(z - z_0) = 0.$$

Выражение $-Ax_0 - By_0 - Cz_0$ не зависит от координат точки M, поэтому оно представляет собой число. Обозначим его через D, и получим уравнение (см. **таблицу**)

$$\begin{cases} A\,(x - x_0) + B\,(y - y_0) + C\,(z - z_0) = 0, \\ D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0 \end{cases} \Rightarrow\; Ax + By + Cz + D = 0. \qquad (1)$$

Вернуться к лекции или рассмотреть **следующий пример**?

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение.

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти?*

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти?* Расстояние.

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти?* Расстояние.

В каком виде представим ответ?

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти?* Расстояние.

В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим координаты точки и коэффициенты уравнения плоскости.

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти?* Расстояние.

В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим координаты точки и коэффициенты уравнения плоскости.

Введем переменные или найдем искомую величину конструктивно.

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти?* Расстояние.

В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим координаты точки и коэффициенты уравнения плоскости.

Введем переменные или найдем искомую величину конструктивно. Обозначим искомую величину буквой, например, d.

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти?* Расстояние.

В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим координаты точки и коэффициенты уравнения плоскости.

Введем переменные или найдем искомую величину конструктивно. Обозначим искомую величину буквой, например, d. Кроме того, предполагается, что плоскость задана уравнением, а исходная точка — координатами.

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

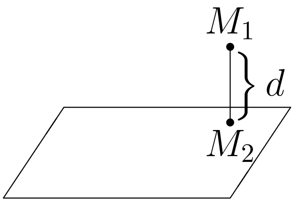
Решение. *Что надо найти?* Расстояние.

В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим координаты точки и коэффициенты уравнения плоскости.

Введем переменные или найдем искомую величину конструктивно. Обозначим искомую величину буквой, например, d. Кроме того, предполагается, что плоскость задана уравнением, а исходная точка — координатами. Введем обозначения для этих коэффициентов и координат: пусть $Ax + By + Cz + D = 0$ — уравнение плоскости, и $M_1(x_1; y_1; z_1)$ — исходная точка.

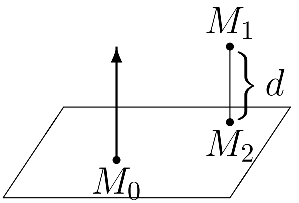
Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. Итак, мы ищем расстояние d от точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$ до плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$.



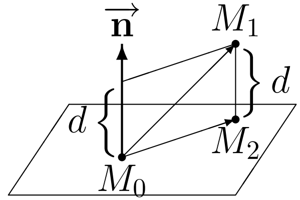
Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. Итак, мы ищем расстояние d от точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$ до плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$. Пусть $M_0(x_0; y_0; z_0)$ — произвольная фиксированная точка плоскости, $\overrightarrow{\mathbf{n}}(A; B; C)$ — нормальный вектор плоскости.

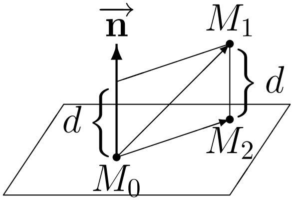


Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. Итак, мы ищем расстояние d от точки $M_1(x_1;y_1;z_1)$ до плоскости $Ax+By+Cz+D=0$. Пусть $M_0(x_0;y_0;z_0)$ — произвольная фиксированная точка плоскости, $\overrightarrow{\mathbf{n}}(A;B;C)$ — нормальный вектор плоскости.



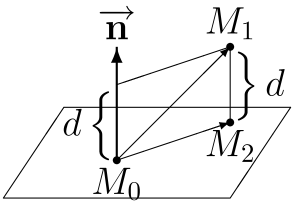
Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*



Решение. Искомое расстояние равно модулю проекции вектора $\overrightarrow{M_0M_1}$ на нормальный вектор плоскости, то есть на вектор $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. Искомое расстояние равно модулю проекции вектора $\overrightarrow{M_0M_1}$ на нормальный вектор плоскости, то есть на вектор $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

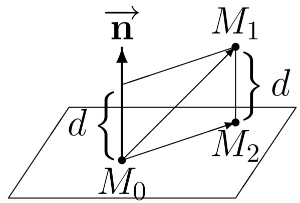


Согласно свойствам скалярного произведения получаем

$$d = \left| \frac{\left(A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{M_0M_1}\right)}{\left|A\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right|} \right| =$$

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. Искомое расстояние равно модулю проекции вектора $\overrightarrow{M_0M_1}$ на нормальный вектор плоскости, то есть на вектор $\overrightarrow{\mathbf{n}} = A\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\overrightarrow{\mathbf{k}}$.



Согласно свойствам скалярного произведения получаем

$$d = \left| \frac{\left(A\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{M_0M_1}\right)}{\left|A\overrightarrow{\mathbf{i}} + B\overrightarrow{\mathbf{j}} + C\overrightarrow{\mathbf{k}}\right|} \right| =$$

$$= \frac{|A(x_1 - x_0) + B(y_1 - y_0) + C(z_1 - z_0)|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение.

$$d = \frac{\left|A\left(x_1 - x_0\right) + B\left(y_1 - y_0\right) + C\left(z_1 - z_0\right)\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Так как M_0 принадлежит плоскости, то $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$,

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение.

$$d = \frac{\left| A\left(x_1 - x_0\right) + B\left(y_1 - y_0\right) + C\left(z_1 - z_0\right)\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Так как M_0 принадлежит плоскости, то $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$, поэтому $-Ax_0 - By_0 - Cz_0 = D$. Следовательно,

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение.

$$d = \frac{\left|A\left(x_1 - x_0\right) + B\left(y_1 - y_0\right) + C\left(z_1 - z_0\right)\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Так как M_0 принадлежит плоскости, то $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$, поэтому $-Ax_0 - By_0 - Cz_0 = D$. Следовательно,

$$d = \frac{\left|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Пример 3. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение.

$$d = \frac{|A(x_1 - x_0) + B(y_1 - y_0) + C(z_1 - z_0)|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Так как M_0 принадлежит плоскости, то $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$, поэтому $-Ax_0 - By_0 - Cz_0 = D$. Следовательно,

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Кстати, величина $\dfrac{Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, называемая **отклонением** точки от прямой, оказывается весьма полезной характеристикой.

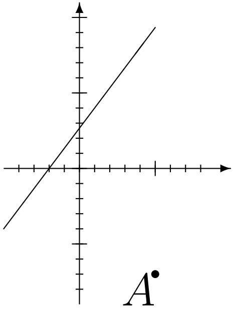
Вернуться к лекции?

Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(5;\ -7)$ *перпендикулярно прямой* $4x-3y+8=0$; ***б)*** *через точку* $B(8;\ 3)$ *параллельно прямой* $2x-y+1=0$; ***в)*** *через точку* $C(4;\ 1)$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x=3-2t, \\ y=-8+3t; \end{cases}$ ***г)*** *через точку* $D(-2;\ 4)$ *перпендикулярно прямой* $\begin{cases} x=4t+1, \\ y=-5+3t. \end{cases}$

Решение.

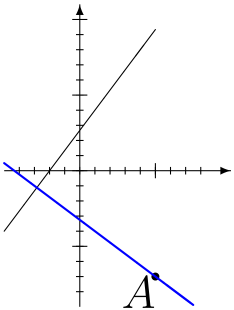
Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(5;\,-7)$ *перпендикулярно прямой* $4x-3y+8=0$;

Решение.



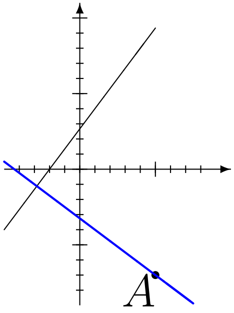
Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(5;\,-7)$ *перпендикулярно прямой* $4x-3y+8=0$;

Решение.



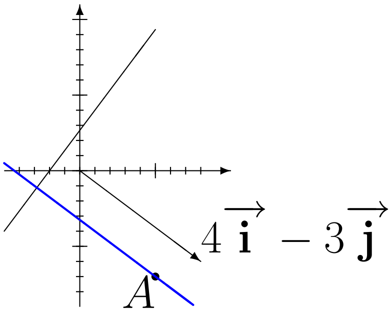
Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(5;\,-7)$ *перпендикулярно прямой* $\mathbf{4}x + (-\mathbf{3})y + 8 = 0$;

Решение.



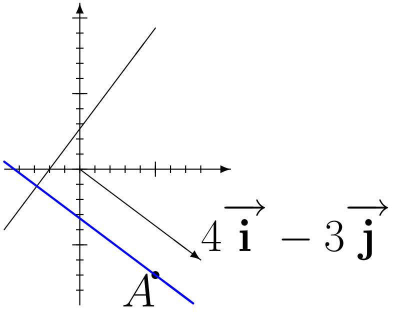
Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(5;\,-7)$ *перпендикулярно прямой* $\mathbf{4}x + (-\mathbf{3})y + 8 = 0$;

Решение.



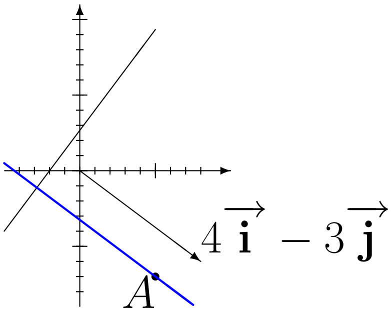
Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(5; -7)$ *перпендикулярно прямой* $\mathbf{4}x + (-\mathbf{3})y + 8 = 0$;

Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(\mathbf{5};\ \mathbf{-7})$ *перпендикулярно прямой* $4x - 3y + 8 = 0;$

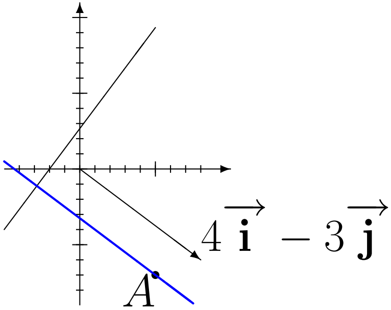
Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



$$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(\mathbf{5};\ \mathbf{-7})$ *перпендикулярно прямой* $4x - 3y + 8 = 0$;

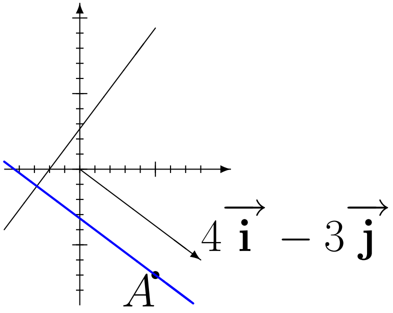
Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



$$\begin{cases} x = \mathbf{5} + \\ y = (-\mathbf{7}) + \end{cases}$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(5;\,-7)$ *перпендикулярно прямой* $\mathbf{4}x + (-\mathbf{3})y + 8 = 0$*;*

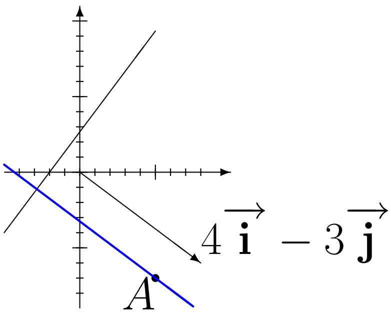
Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



$$\begin{cases} x = 5 + \\ y = -7 + \end{cases}$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(5;\, -7)$ *перпендикулярно прямой* $\mathbf{4}x + (-\mathbf{3})y + 8 = 0$*;*

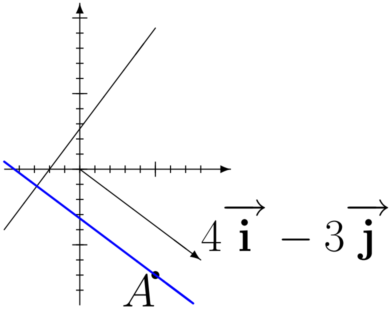
Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



$$\begin{cases} x = 5 + \mathbf{4}t, \\ y = -7 + (-\mathbf{3})t; \end{cases}$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(5;\,-7)$ *перпендикулярно прямой* $4x-3y+8=0$;

Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



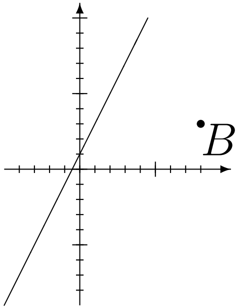
$$\begin{cases} x=5+4t, \\ y=-7+(-3)t; \end{cases}$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(8;\ 3)$ *параллельно прямой* $2x - y + 1 = 0;$

Решение.

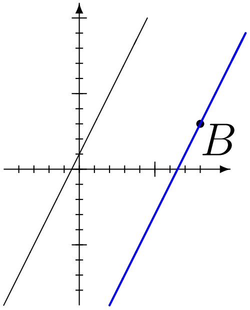
Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(8;\ 3)$ *параллельно прямой* $2x - y + 1 = 0$;

Решение.



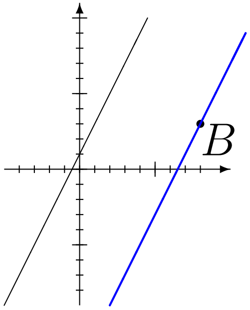
Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(8;\ 3)$ *параллельно прямой* $2x - y + 1 = 0$;

Решение.



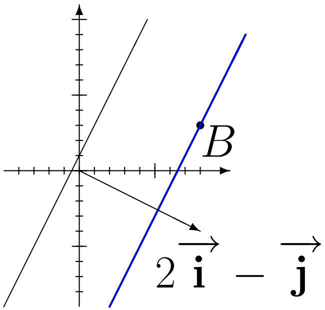
Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(8;\ 3)$ *параллельно прямой* $\mathbf{2}x + (\mathbf{-1})y + 1 = 0$;

Решение.



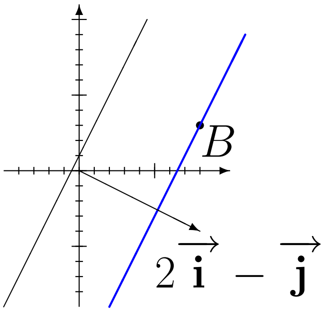
Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(8;\ 3)$ *параллельно прямой* $\mathbf{2}x + (\mathbf{-1})y + 1 = 0;$

Решение.



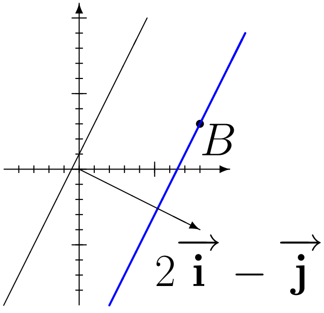
Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(8;\ 3)$ *параллельно прямой* $\mathbf{2}x + (-\mathbf{1})y + 1 = 0$;

Решение. Мы знаем *вектор, нормальный* к искомой прямой.



Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(8;\ 3)$ *параллельно прямой* $\mathbf{2}x + (-\mathbf{1})y + 1 = 0$;

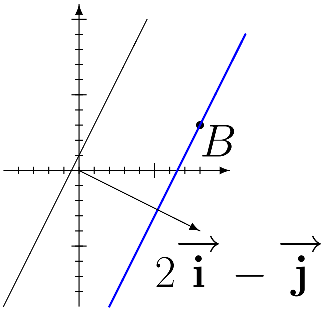
Решение. Мы знаем *вектор, нормальный* к искомой прямой.



$$2(x - \quad) - (y - \quad) = 0$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(\mathbf{8};\ \mathbf{3})$ *параллельно прямой* $2x - y + 1 = 0$*;*

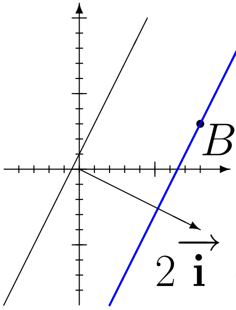
Решение. Мы знаем *вектор, нормальный* к искомой прямой.



$$2(x - \quad) - (y - \quad) = 0$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(\mathbf{8};\ \mathbf{3})$ *параллельно прямой* $2x - y + 1 = 0;$

Решение. Мы знаем *вектор, нормальный* к искомой прямой.

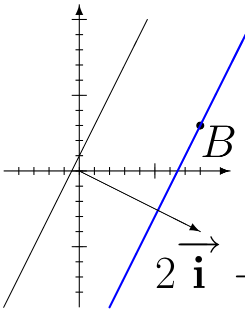


$$2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}}$$

$$2(x-8) - (y-3) = 0 \ \Rightarrow$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(\mathbf{8};\ \mathbf{3})$ *параллельно прямой* $2x - y + 1 = 0$;

Решение. Мы знаем *вектор, нормальный* к искомой прямой.



$$2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}}$$

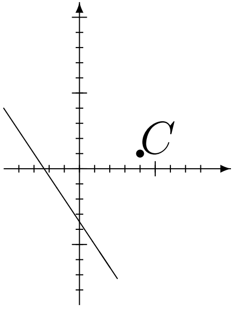
$$2(x-8) - (y-3) = 0 \;\Rightarrow\; 2x - y - 13 = 0.$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *через точку* $C(4;\ 1)$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$

Решение.

Пример 4. *Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **в)** через точку $C(4;\ 1)$ параллельно прямой*
$$\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$$

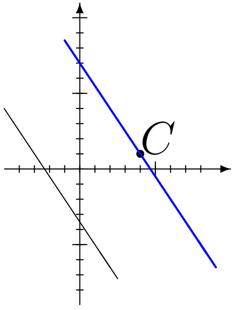
Решение.



Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *через точку* $C(4;\ 1)$ *параллельно прямой*

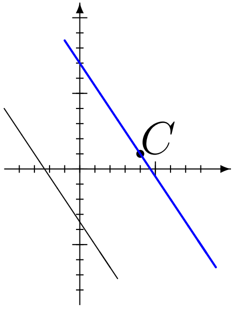
$$\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$$

Решение.



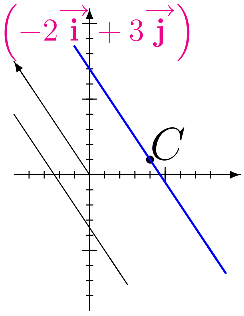
Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *через точку* $C(4;\ 1)$ *параллельно прямой*
$$\begin{cases} x = 3 + (-\mathbf{2})t, \\ y = -8 + \mathbf{3}t; \end{cases}$$

Решение.



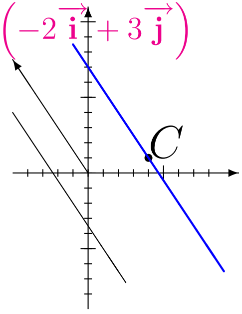
Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *через точку* $C(4;\ 1)$ *параллельно прямой*
$$\begin{cases} x = 3 + (-\mathbf{2})t, \\ y = -8 + \mathbf{3}t; \end{cases}$$

Решение.



Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *через точку* $C(4;\ 1)$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x = 3 + (-\mathbf{2})t, \\ y = -8 + \mathbf{3}t; \end{cases}$

Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.
$\left(-2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)$

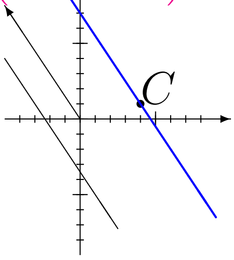


Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *через точку* $C(4;\ 1)$ *параллельно прямой*

$$\begin{cases} x = 3 + (-\mathbf{2})t, \\ y = -8 + \mathbf{3}t; \end{cases}$$

Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.

$\left(-2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)$

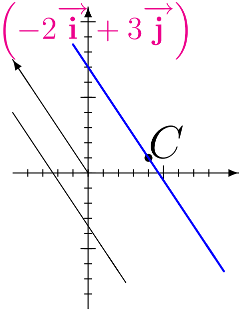


$$\begin{cases} x = \quad + (-\mathbf{2})t, \\ y = \quad + \mathbf{3}t; \end{cases}$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *через точку* $C(\mathbf{4};\ \mathbf{1})$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$

Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.

$\left(-2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)$

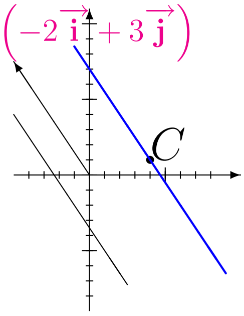


$$\begin{cases} x = \quad -2t, \\ y = \quad +3t; \end{cases}$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *через точку* $C(\mathbf{4};\ \mathbf{1})$ *параллельно прямой*

$$\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$$

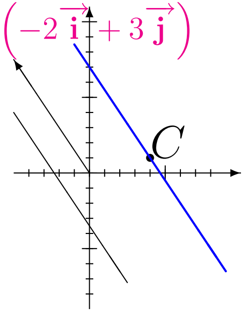
Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



$$\begin{cases} x = \mathbf{4} - 2t, \\ y = \mathbf{1} + 3t; \end{cases}$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *через точку* $C(4;\ 1)$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$

Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



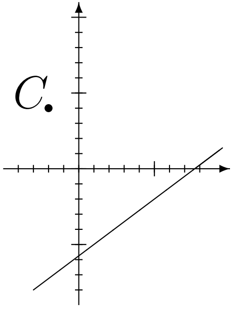
$$\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 1 + 3t; \end{cases}$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***г)*** *через точку* $D(-2;\ 4)$ *перпендикулярно прямой*
$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$$

Решение.

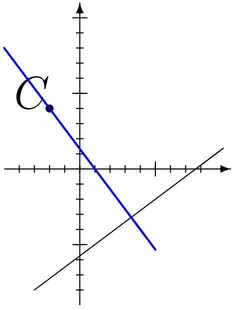
Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***г)*** *через точку* $D(-2;\ 4)$ *перпендикулярно прямой* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$

Решение.



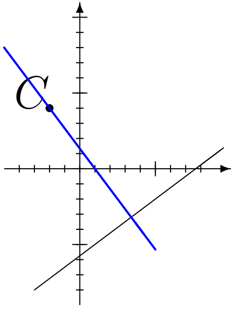
Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***г)*** *через точку* $D(-2;\ 4)$ *перпендикулярно прямой* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$

Решение.



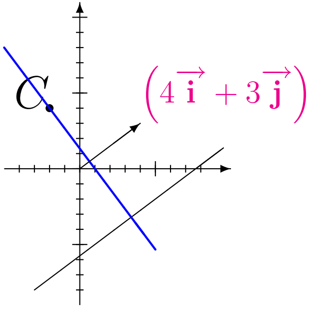
Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***г)*** *через точку* $D(-2;\ 4)$ *перпендикулярно прямой* $\begin{cases} x = \mathbf{4}t + 1, \\ y = -5 + \mathbf{3}t. \end{cases}$

Решение.



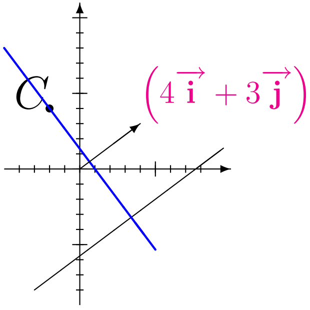
Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***г)*** *через точку* $D(-2;\ 4)$ *перпендикулярно прямой* $\begin{cases} x = \mathbf{4}t + 1, \\ y = -5 + \mathbf{3}t. \end{cases}$

Решение.



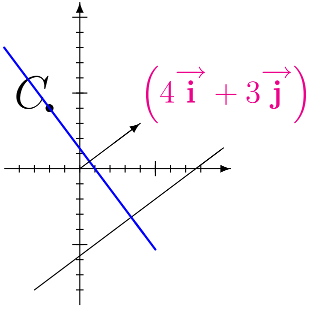
Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***г)*** *через точку* $D(-2;\ 4)$ *перпендикулярно прямой*
$$\begin{cases} x = \mathbf{4}t + 1, \\ y = -5 + \mathbf{3}t. \end{cases}$$

Решение. Мы знаем *вектор*, *нормальный* к искомой прямой.



Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***г)*** *через точку* $D(-2;\ 4)$ *перпендикулярно прямой* $\begin{cases} x = \mathbf{4}t + 1, \\ y = -5 + \mathbf{3}t. \end{cases}$

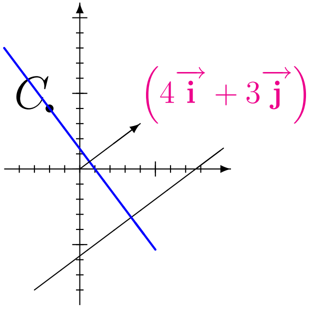
Решение. Мы знаем *вектор, нормальный* к искомой прямой.



$$\mathbf{4}(x - \qquad) + \mathbf{3}(y - \quad) = 0$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***г)*** *через точку* $D(\mathbf{-2};\ \mathbf{4})$ *перпендикулярно прямой* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$

Решение. Мы знаем *вектор, нормальный* к искомой прямой.

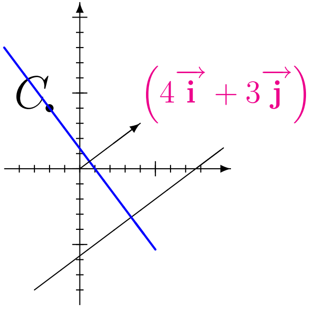


$$4(x - \qquad) + 3(y - \quad) = 0$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***г)*** *через точку* $D(\mathbf{-2};\ \mathbf{4})$ *перпендикулярно прямой*

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$$

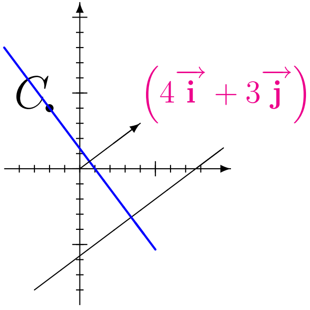
Решение. Мы знаем *вектор, нормальный* к искомой прямой.



$$4(x - (\mathbf{-2})) + 3(y - \mathbf{4}) = 0$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***г)*** *через точку* $D(-2;\ 4)$ *перпендикулярно прямой* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$

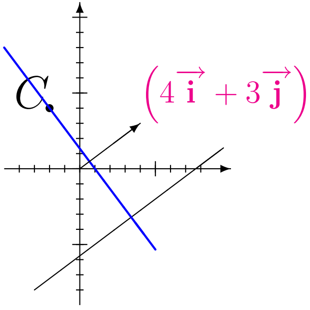
Решение. Мы знаем *вектор*, *нормальный* к искомой прямой.



$$4(x - (-2)) + 3(y - 4) = 0 \ \Rightarrow$$

Пример 4. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***г)*** *через точку* $D(-2;\ 4)$ *перпендикулярно прямой* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$

Решение. Мы знаем *вектор, нормальный* к искомой прямой.



$$4(x - (-2)) + 3(y - 4) = 0 \;\Rightarrow$$

$\Rightarrow\; 4x + 3y - 4 = 0.$ **Вернуться к лекции?**

Пример 5. *Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:*

а) *через точки* $A(2;\ -1;\ -3),\quad B(3;\ 2;\ -2),\quad C(0;\ 3;\ -1)$;

б) *через точку* $A(2;\ -1;\ -3)$ *и прямую* $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

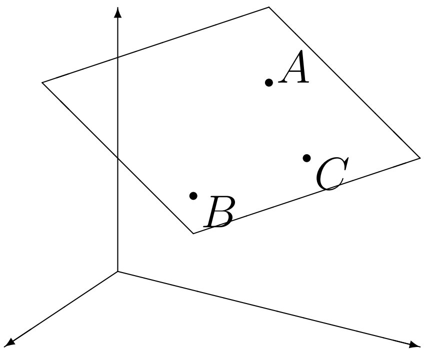
в) *через точку* $S(-1;\ 3;\ -3)$ *параллельно плоскости* $3x + 4y + 2z - 3 =$

г) *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

Решение.

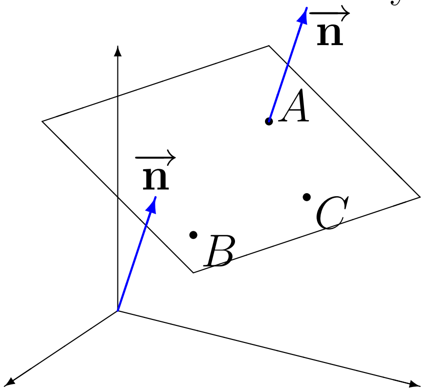
Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*
а) *через точки* $A(2;\ -1;\ -3),\quad B(3;\ 2;\ -2),\quad C(0;\ 3;\ -1);$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



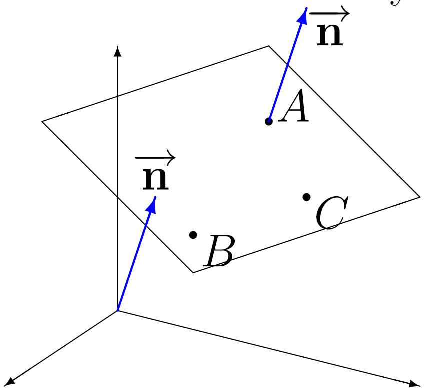
Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*
а) *через точки* $A(2;\ -1;\ -3),\quad B(3;\ 2;\ -2),\quad C(0;\ 3;\ -1);$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*
а) *через точки* $A(2;\ -1;\ -3)$, $B(3;\ 2;\ -2)$, $C(0;\ 3;\ -1)$;

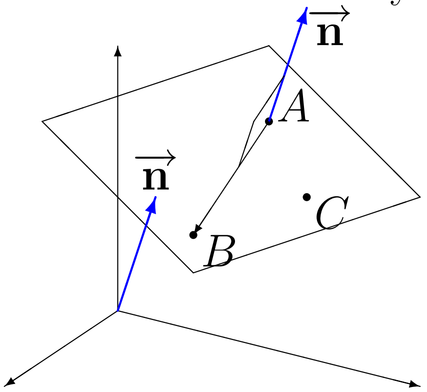
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:

Пример 5. *Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:*
а) *через точки* $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{-3})$, $B(\mathbf{3};\ \mathbf{2};\ \mathbf{-2})$, $C(0;\ 3;\ -1)$;

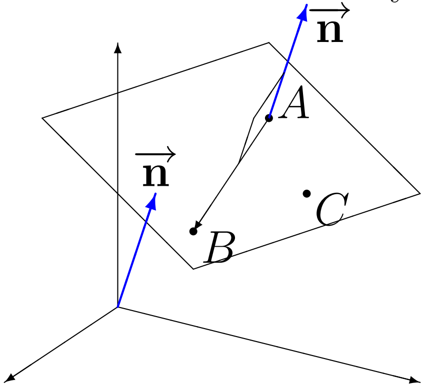
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:
$\overrightarrow{AB} =$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*
а) *через точки* $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{-3})$, $B(\mathbf{3};\ \mathbf{2};\ \mathbf{-2})$, $C(0;\ 3;\ -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

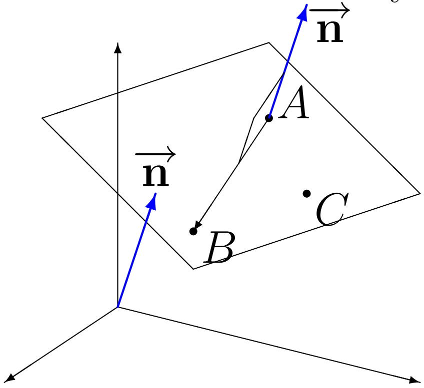


Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} =$

Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:* ***a)*** *через точки* $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{-3}),\quad B(\mathbf{3};\ \mathbf{2};\ \mathbf{-2}),\quad C(0;\ 3;\ -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

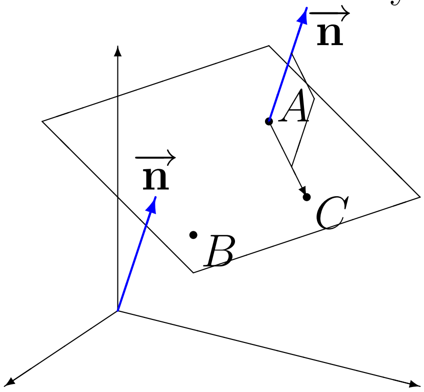


Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:*
а) *через точки* $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{-3})$, $B(3;\ 2;\ -2)$, $C(\mathbf{0};\ \mathbf{3};\ \mathbf{-1})$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



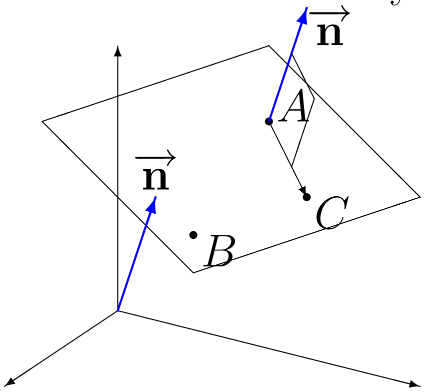
Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$,

$\overrightarrow{AC} =$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*
а) *через точки* $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{-3})$, $B(3;\ 2;\ -2)$, $C(\mathbf{0};\ \mathbf{3};\ \mathbf{-1})$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



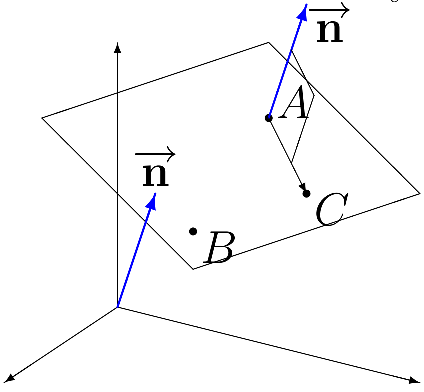
Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$
$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} =$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*

а) *через точки* $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{-3})$, $B(3;\ 2;\ -2)$, $C(\mathbf{0};\ \mathbf{3};\ \mathbf{-1})$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

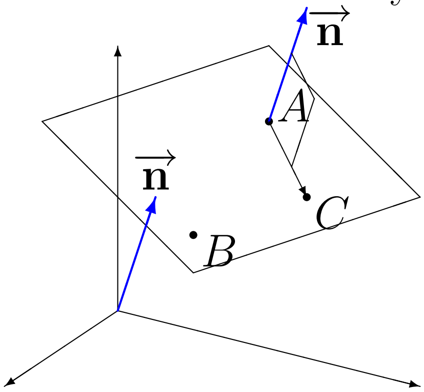


Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$
$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = -2\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*
а) *через точки* $A(2;\ -1;\ -3),\quad B(3;\ 2;\ -2),\quad C(0;\ 3;\ -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

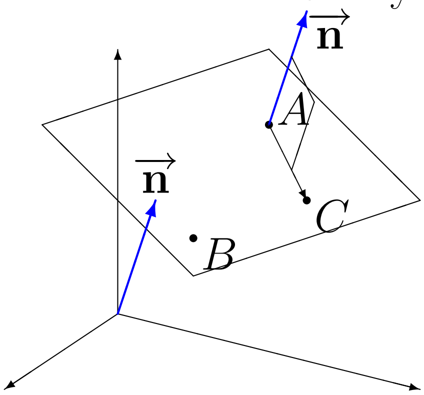


$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}\,,$$
$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = -2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,,$$

$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] =$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*
а) *через точки* $A(2;\ -1;\ -3),\quad B(3;\ 2;\ -2),\quad C(0;\ 3;\ -1);$

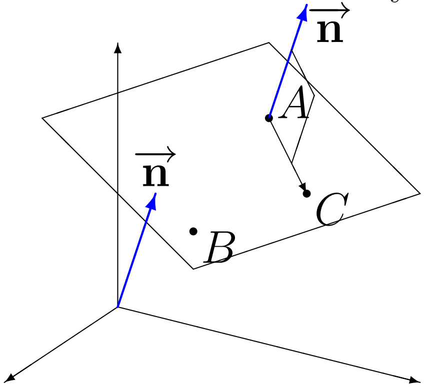
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$
$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = -2\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\overrightarrow{\mathbf{k}},$$
$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*
а) *через точки* $A(2;\ -1;\ -3)$, $B(3;\ 2;\ -2)$, $C(0;\ 3;\ -1)$;

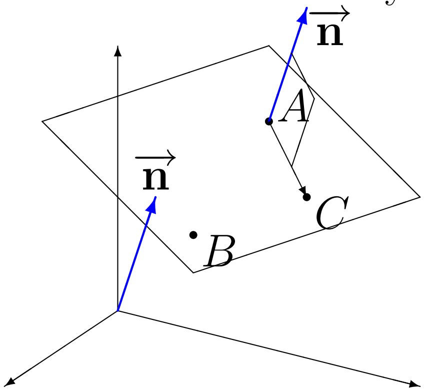
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$
$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = -2\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\overrightarrow{\mathbf{k}},$$
$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$
$$= 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}} + 10\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*
а) *через точки* $A(2;\ -1;\ -3)$, $B(3;\ 2;\ -2)$, $C(0;\ 3;\ -1)$;

Решение. Нам нужны точка и **нормальный вектор плоскости**.

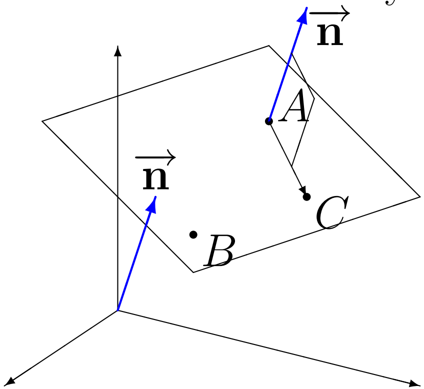


$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= \mathbf{2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (-\mathbf{4})\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \mathbf{10}\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,.$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*
а) *через точки* $A(2;\ -1;\ -3)$, $B(3;\ 2;\ -2)$, $C(0;\ 3;\ -1)$;

Решение. Нам нужны точка и **нормальный вектор плоскости**.



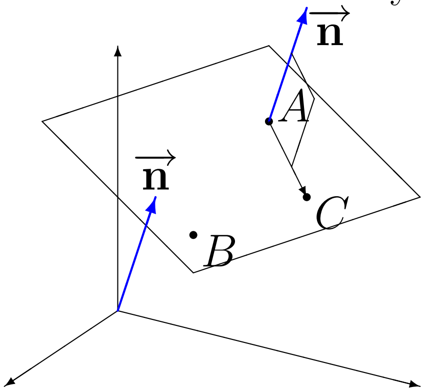
$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= \mathbf{2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (-\mathbf{4})\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \mathbf{10}\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,.$$

$$\mathbf{2}(x - \quad) + (-\mathbf{4})(y - \qquad) + \mathbf{10}(z - \qquad) = 0,$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:*
а) *через точки* $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{-3}),\quad B(3;\ 2;\ -2),\quad C(0;\ 3;\ -1);$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



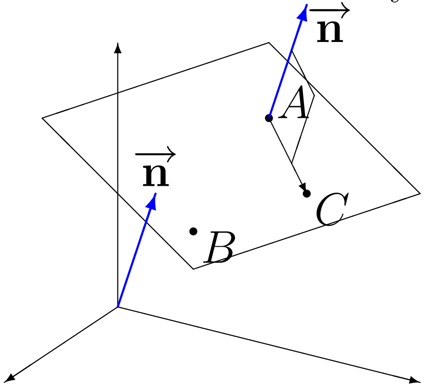
$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 10\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,.$$

$$2(x - \quad) - 4(y - \qquad) + 10(z - \qquad) = 0,$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*
а) *через точки* $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{-3})$, $B(3;\ 2;\ -2)$, $C(0;\ 3;\ -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



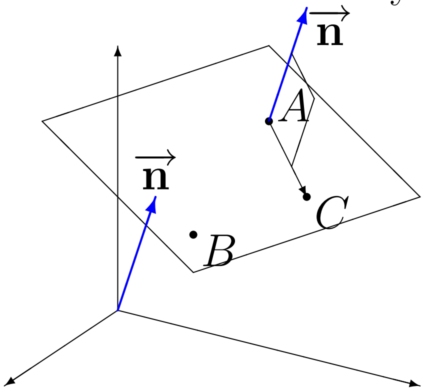
$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 10\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,.$$

$$2(x - \mathbf{2}) - 4(y - (\mathbf{-1})) + 10(z - (\mathbf{-3})) = 0,$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*
а) *через точки* $A(2;\ -1;\ -3)$, $B(3;\ 2;\ -2)$, $C(0;\ 3;\ -1)$*;*

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 10\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

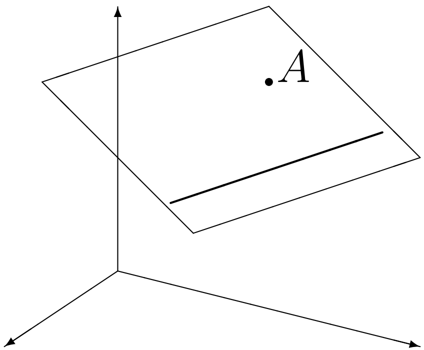
$$2(x-2) - 4(y-(-1)) + 10(z-(-3)) = 0,$$

$$x - 2y + 5z + 11 = 0.$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*

б) *через точку* $A(2;\ -1;\ -3)$ *и прямую* $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

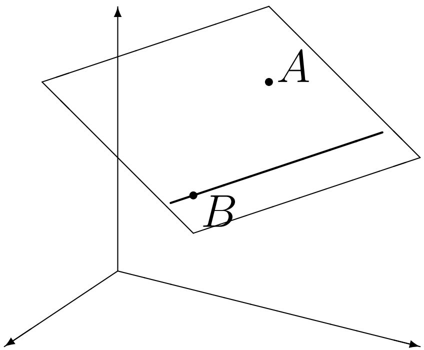
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*

б) *через точку* $A(2;\ -1;\ -3)$ *и прямую* $\begin{cases} x = \mathbf{3} - 6t, \\ y = \mathbf{2} + 2t, \\ z = -\mathbf{2} + 2t; \end{cases}$

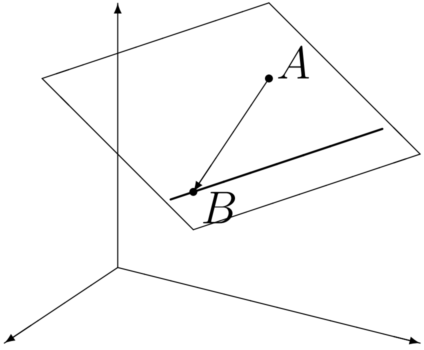
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:*

б) *через точку* $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{-3})$ *и прямую* $\begin{cases} x = \mathbf{3} - 6t, \\ y = \mathbf{2} + 2t, \\ z = \mathbf{-2} + 2t; \end{cases}$

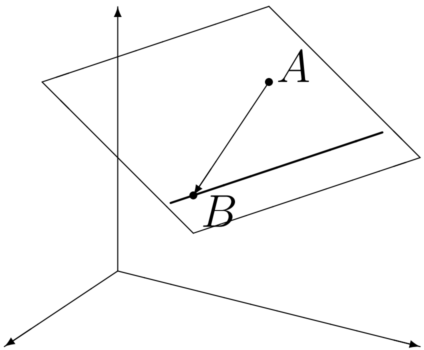
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*

б) через точку $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{-3})$ *и прямую* $\begin{cases} x = \mathbf{3} - 6t, \\ y = \mathbf{2} + 2t, \\ z = \mathbf{-2} + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



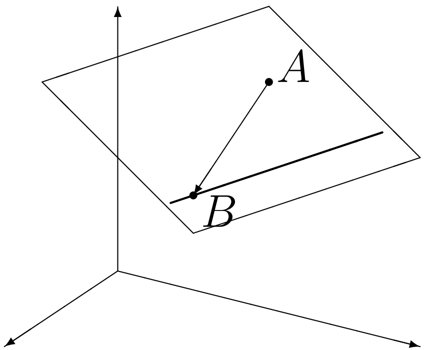
$$\overrightarrow{AB} =$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*

б) *через точку* $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{-3})$ *и прямую* $\begin{cases} x = \mathbf{3} - 6t, \\ y = \mathbf{2} + 2t, \\ z = \mathbf{-2} + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$

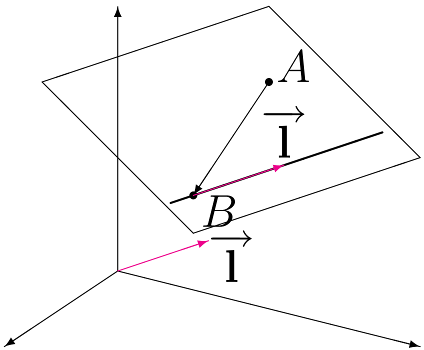


Пример 5. *Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:*

б) *через точку* $A(2;\ -1;\ -3)$ *и прямую* $\begin{cases} x = 3 + (\mathbf{-6})t, \\ y = 2 + \mathbf{2}t, \\ z = -2 + \mathbf{2}t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

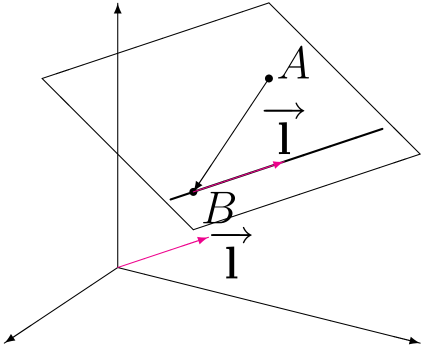
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$



Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*

б) через точку $A(2;\ -1;\ -3)$ *и прямую* $\begin{cases} x = 3 + (-\mathbf{6})t, \\ y = 2 + \mathbf{2}t, \\ z = -2 + \mathbf{2}t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

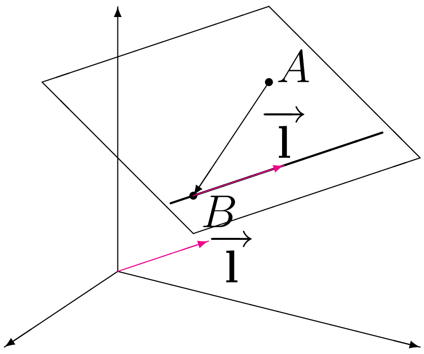


$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$
$$\overrightarrow{\mathbf{l}} = (-6)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:*

б) *через точку* $A(2;\ -1;\ -3)$ *и прямую* $\begin{cases} x = 3 + (\mathbf{-6})t, \\ y = 2 + \mathbf{2}t, \\ z = -2 + \mathbf{2}t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



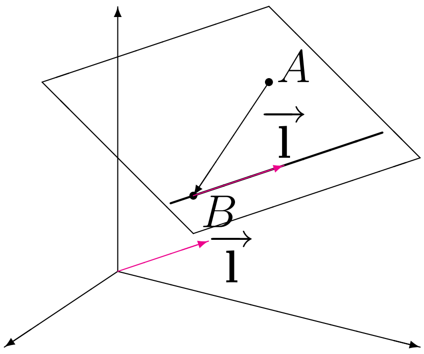
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$
$$\overrightarrow{\mathbf{l}} = (-6)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$$

$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] =$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*

б) *через точку* $A(2;\ -1;\ -3)$ *и прямую* $\begin{cases} x = 3 + (-\mathbf{6})t, \\ y = 2 + \mathbf{2}t, \\ z = -2 + \mathbf{2}t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

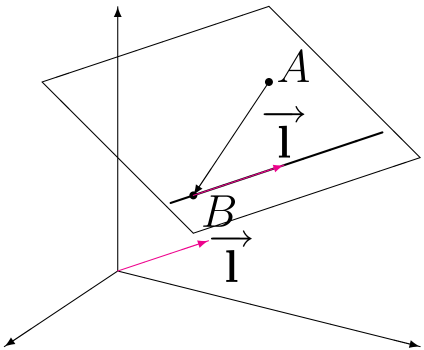


$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$
$$\overrightarrow{\mathbf{l}} = (-6)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$$
$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

Пример 5. *Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:*

б) *через точку* $A(2;\ -1;\ -3)$ *и прямую* $\begin{cases} x = 3 + (\mathbf{-6})t, \\ y = 2 + \mathbf{2}t, \\ z = -2 + \mathbf{2}t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

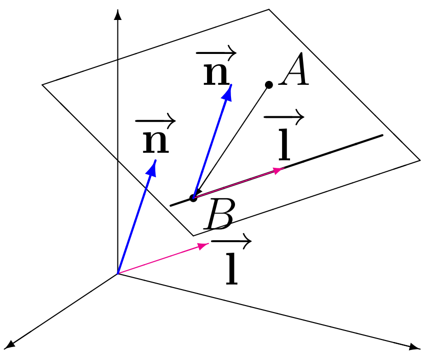


$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$
$$\overrightarrow{\mathbf{l}} = (-6)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$$
$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$
$$= 4\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 8\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 20\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Пример 5. *Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:*

б) *через точку* $A(2;\ -1;\ -3)$ *и прямую* $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

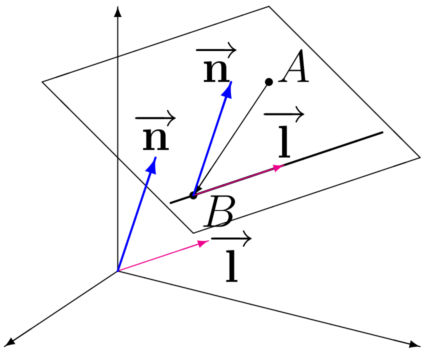
$$= \mathbf{4}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (\mathbf{-8})\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \mathbf{20}\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$\mathbf{4}(x - \quad) + (\mathbf{-8})(y - \qquad) + \mathbf{20}(z - \qquad) = 0$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*

б) *через точку* $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{-3})$ *и прямую* $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

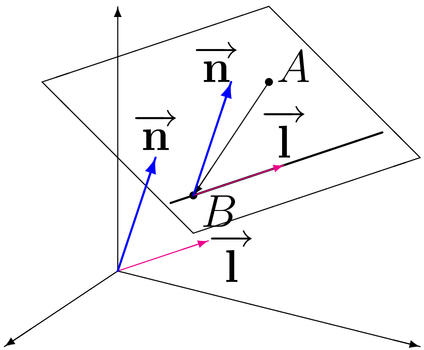
$$= 4\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 8\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 20\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$4(x - \quad) - 8(y - \qquad) + 20(z - \qquad) = 0,$$

Пример 5. *Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:*

б) *через точку* $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{-3})$ *и прямую* $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

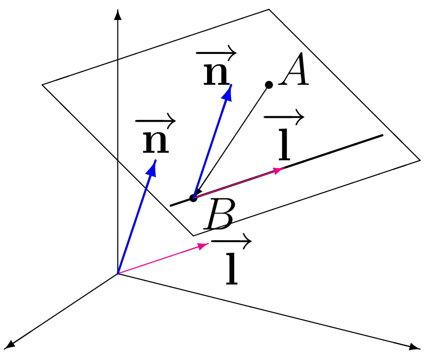
$$= 4\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 8\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 20\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$4(x - \mathbf{2}) - 8(y - (\mathbf{-1})) + 20(z - (\mathbf{-3})) = 0,$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:*

б) *через точку* $A(2;\ -1;\ -3)$ *и прямую* $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

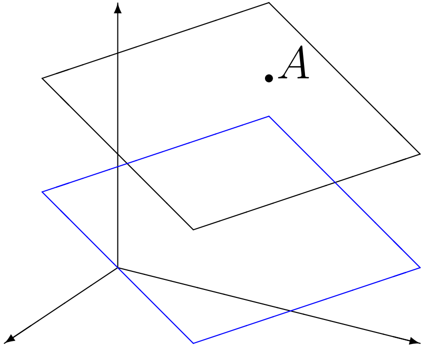
$$= 4\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 8\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 20\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$4(x-2) - 8(y-(-1)) + 20(z-(-3)) = 0,$$

$$x - 2y + 5z + 11 = 0.$$

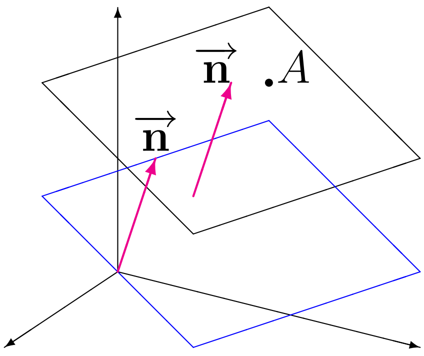
Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:* ***в)*** *через точку* $S(-1;\ 3;\ -3)$ *параллельно плоскости* $3x + 4y + 2z - 3 = 0$*;*

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:* ***в)*** *через точку* $S(-1;\ 3;\ -3)$ *параллельно плоскости* $\mathbf{3}x+\mathbf{4}y+\mathbf{2}z-3=0$;

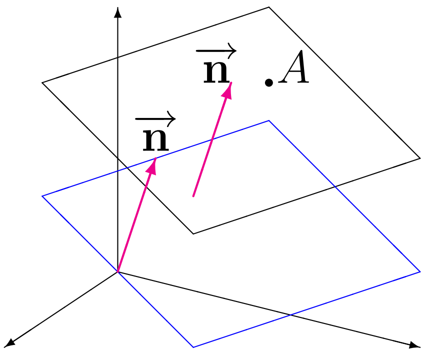
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:* ***в)*** *через точку* $S(-1;\ 3;\ -3)$ *параллельно плоскости* $\mathbf{3}x + \mathbf{4}y + \mathbf{2}z - 3 = 0$*;*

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

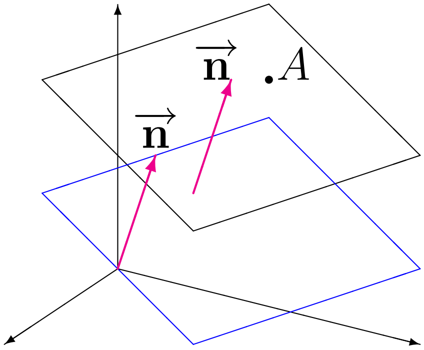
$$\mathbf{3}(x - \qquad) + \mathbf{4}(y - \quad) + \mathbf{2}(z - \qquad) = 0$$



Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:* ***в)*** *через точку* $S(\mathbf{-1};\ \mathbf{3};\ \mathbf{-3})$ *параллельно плоскости* $3x + 4y + 2z - 3 = 0$;

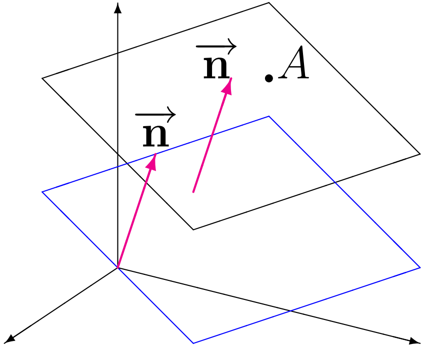
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

$$3(x - (\mathbf{-1})) + 4(y - \mathbf{3}) + 2(z - (\mathbf{-3})) = 0$$



Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:* ***в)*** *через точку* $S(-1;\ 3;\ -3)$ *параллельно плоскости* $3x + 4y + 2z - 3 = 0$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

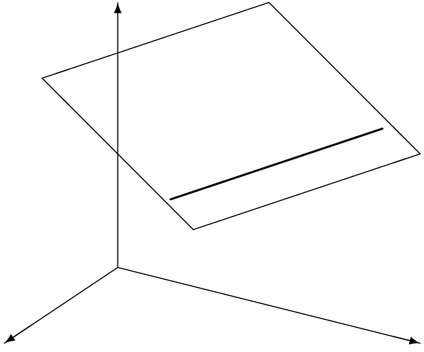


$$3(x - (-1)) + 4(y - 3) + 2(z - (-3)) = 0$$

$$3x + 4y + 2z - 3 = 0.$$

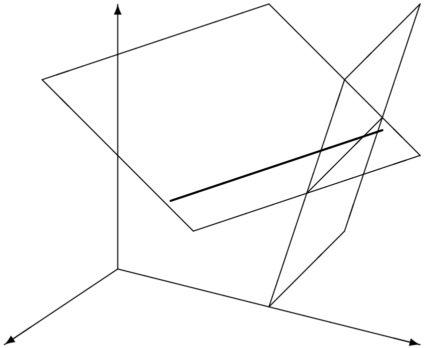
Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:* *г)* *через прямую* $\begin{cases} x = 4t+1, \\ y = -5+3t, \\ z = 2-2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



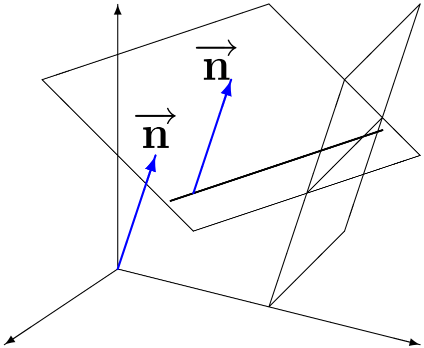
Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



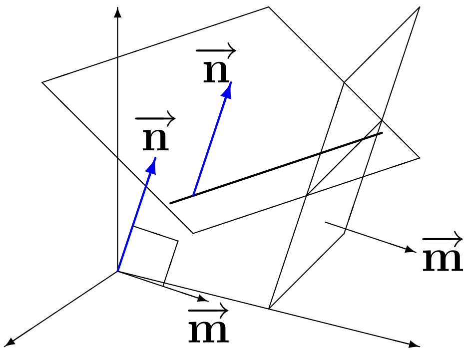
Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



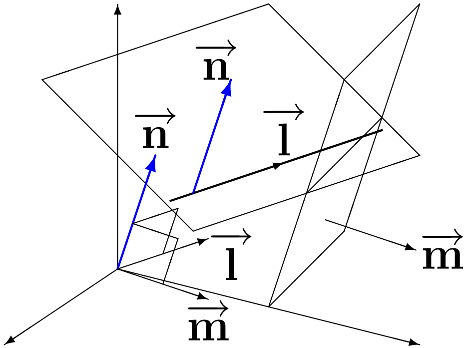
Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



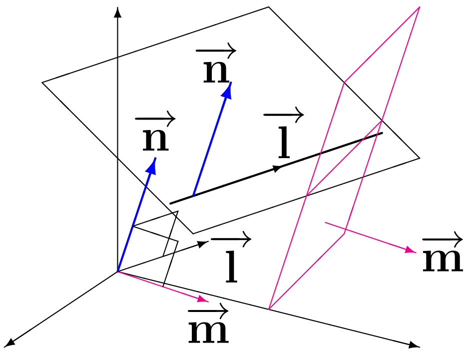
Пример 5. *Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $\mathbf{1}x + (\mathbf{-3})y + \mathbf{0}z + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

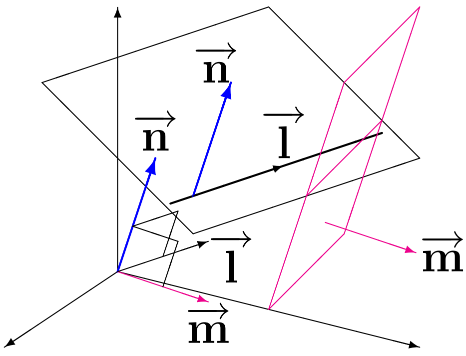


$\overrightarrow{\mathbf{m}} =$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $\mathbf{1}x + (-\mathbf{3})y + \mathbf{0}z + 4 = 0.$

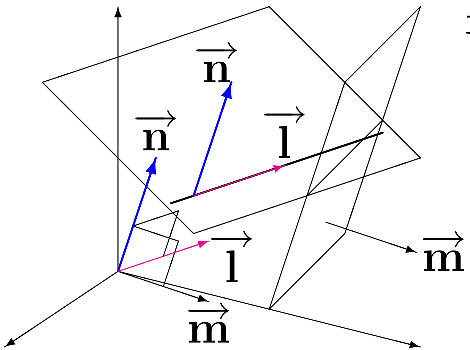
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

$$\overrightarrow{\mathbf{m}} = \mathbf{1}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (-\mathbf{3})\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \mathbf{0}\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$



Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = \mathbf{4}t + 1, \\ y = -5 + \mathbf{3}t, \\ z = 2 + (-\mathbf{2})t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

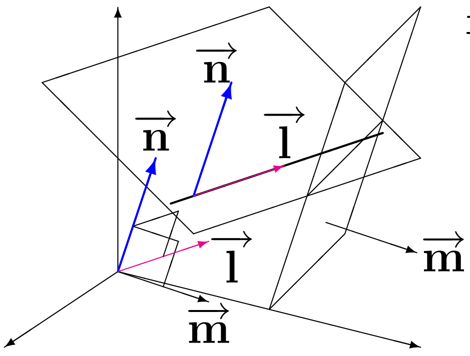


$$\overrightarrow{\mathbf{m}} = \overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}},$$
$$\overrightarrow{\mathbf{l}} =$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = \mathbf{4}t + 1, \\ y = -5 + \mathbf{3}t, \\ z = 2 + (-\mathbf{2})t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

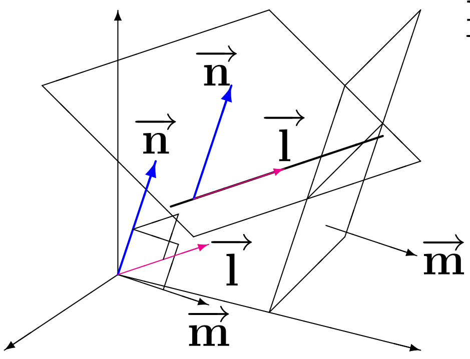
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

$$\overrightarrow{\mathbf{m}} = \overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}},$$
$$\overrightarrow{\mathbf{l}} = \mathbf{4}\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{3}\overrightarrow{\mathbf{j}} + (-\mathbf{2})\overrightarrow{\mathbf{k}},$$



Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

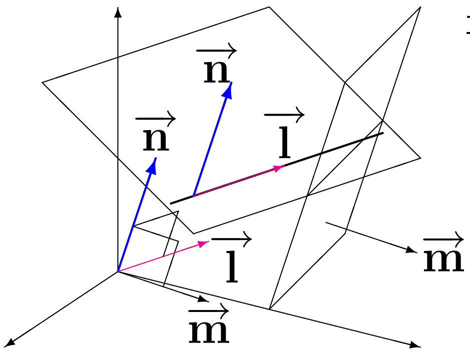


$$\overrightarrow{\mathbf{m}} = \overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}},$$
$$\overrightarrow{\mathbf{l}} = 4\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$\left[\overrightarrow{\mathbf{m}};\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] =$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t+1, \\ y = -5+3t, \\ z = 2-2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



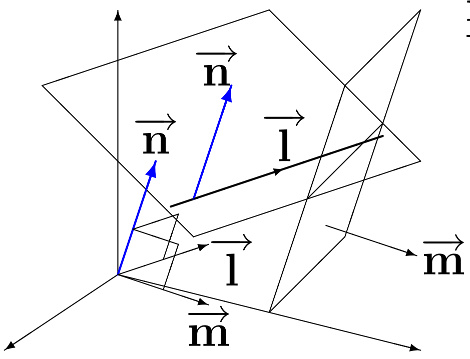
$$\overrightarrow{\mathbf{m}} = \overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}},$$

$$\overrightarrow{\mathbf{l}} = 4\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$\left[\overrightarrow{\mathbf{m}};\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} =$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

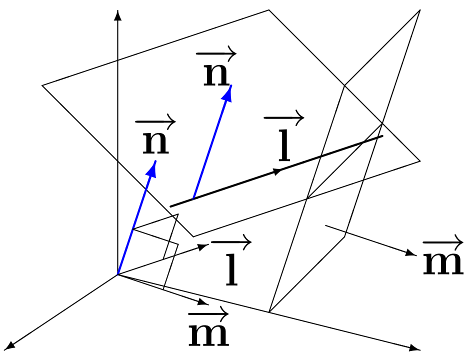
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\overrightarrow{\mathbf{m}} = \overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}},$$
$$\overrightarrow{\mathbf{l}} = 4\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\overrightarrow{\mathbf{k}},$$
$$\left[\overrightarrow{\mathbf{m}};\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 6\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\overrightarrow{\mathbf{j}} + 15\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

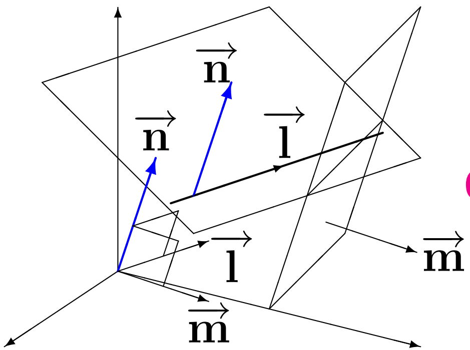
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\left[\overrightarrow{\mathbf{m}};\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = \mathbf{6}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{2}\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \mathbf{15}\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

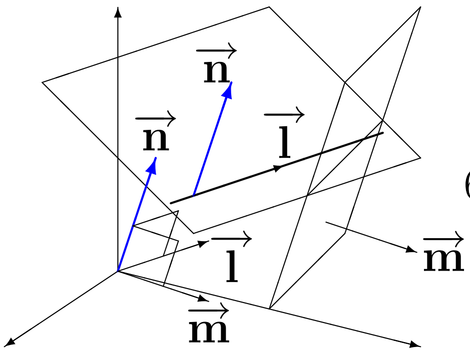


$$\left[\overrightarrow{\mathbf{m}};\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = \mathbf{6}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{2}\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \mathbf{15}\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$\mathbf{6}(x - \quad) + \mathbf{2}(y - \qquad) + \mathbf{15}(z - \quad) = 0,$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + \mathbf{1}, \\ y = \mathbf{-5} + 3t, \\ z = \mathbf{2} - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0.$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

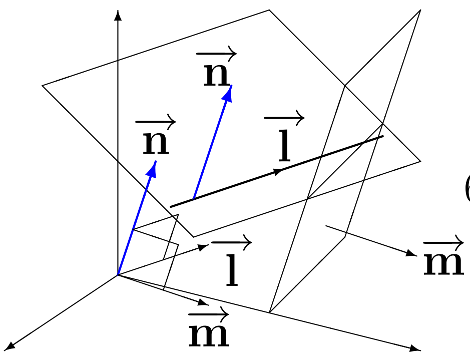


$$\left[\overrightarrow{\mathbf{m}};\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 6\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 15\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$6(x - \quad) + 2(y - \qquad) + 15(z - \quad) = 0,$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений плоскости***, *найдите уравнения* ***плоскостей***, *проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + \mathbf{1}, \\ y = \mathbf{-5} + 3t, \\ z = \mathbf{2} - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

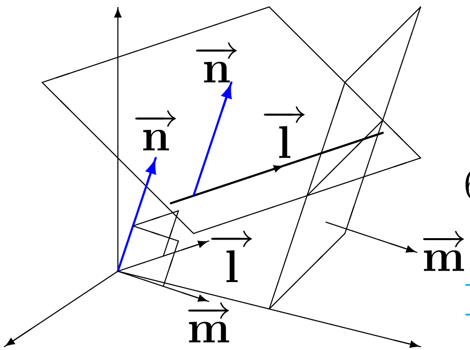


$$\left[\overrightarrow{\mathbf{m}};\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 6\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 15\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$6(x - \mathbf{1}) + 2(y - (\mathbf{-5})) + 15(z - \mathbf{2}) = 0,$$

Пример 5. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений плоскости****, найдите уравнения* ***плоскостей****, проходящих:* ***г)*** *через прямую* $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ *перпендикулярно плоскости* $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\left[\overrightarrow{\mathbf{m}};\ \overrightarrow{\mathbf{l}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 6\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 15\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$6(x-1) + 2(y-(-5)) + 15(z-2) = 0,$$

$$6x + 2y + 15z - 26 = 0.$$

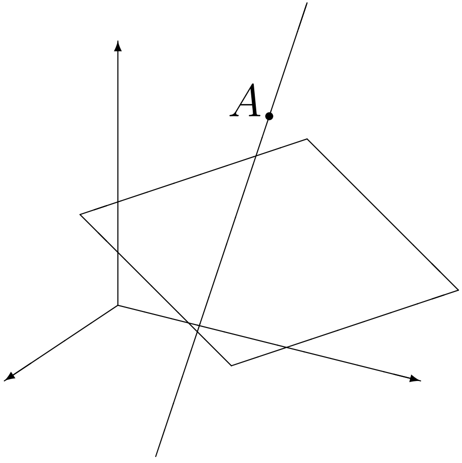
Вернуться к лекции?

Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(2;\ -4;\ 3)$ *перпендикулярно к плоскости* $4x-3y-z+8=0$*;* ***б)*** *через точку* $B(1;\ 3;\ -2)$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x=3-2t, \\ y=2+t, \\ z=4+5t; \end{cases}$ ***в)*** *уравнения высоты* AH *треугольника* ABC*, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение.

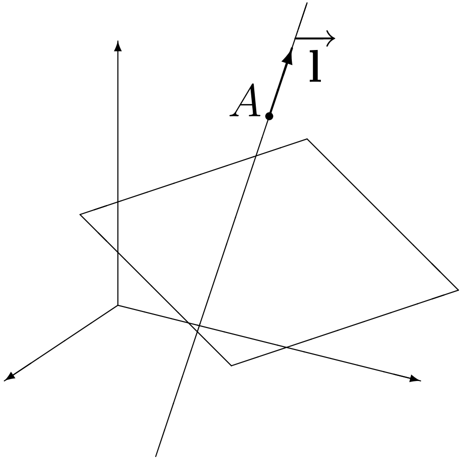
Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(2;\ -4;\ 3)$ *перпендикулярно к плоскости* $4x - 3y - z + 8 = 0$*;*

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



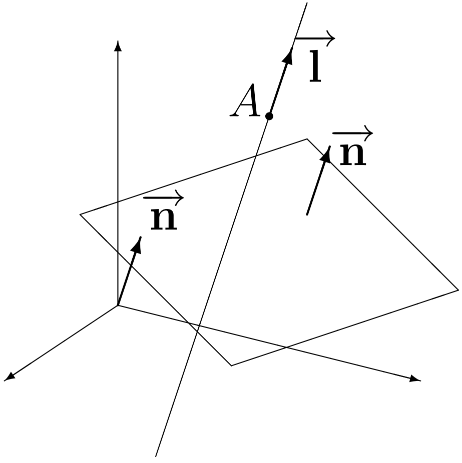
Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(2;\ -4;\ 3)$ *перпендикулярно к плоскости* $4x - 3y - z + 8 = 0$;

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



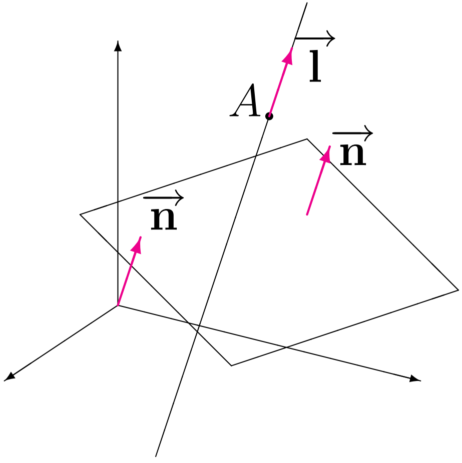
Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(2;\ -4;\ 3)$ *перпендикулярно к плоскости* $4x - 3y - z + 8 = 0$*;*

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



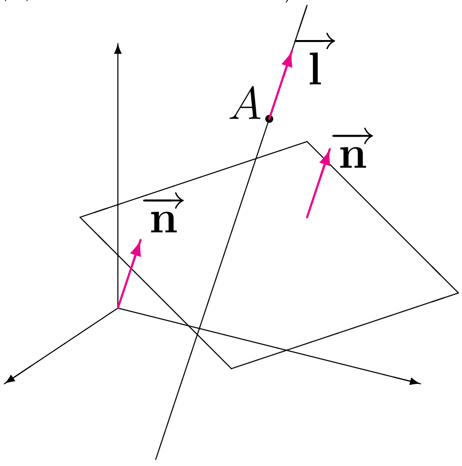
Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(2;\ -4;\ 3)$ *перпендикулярно к плоскости* $\mathbf{4}x + (-\mathbf{3})y + (-\mathbf{1})z + 8 = 0$*;*

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(2;\ -4;\ 3)$ *перпендикулярно к плоскости* $\mathbf{4}x + (-\mathbf{3})y + (-\mathbf{1})z + 8 = 0$;

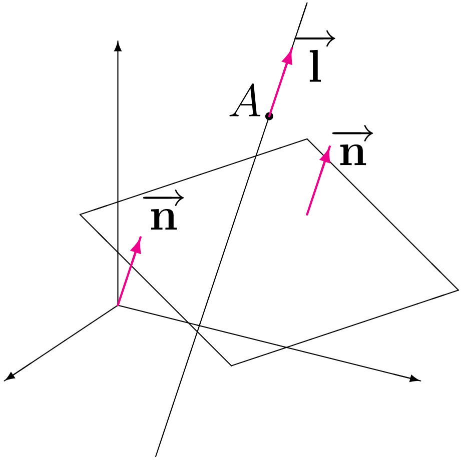
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} x = \_ + \mathbf{4}t, \\ y = \_\_\_ + (-\mathbf{3})t, \\ z = \_ + (-\mathbf{1})t. \end{cases}$$

Пример 6. *Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(\mathbf{2}; \mathbf{-4}; \mathbf{3})$ *перпендикулярно к плоскости* $4x - 3y - z + 8 = 0$;

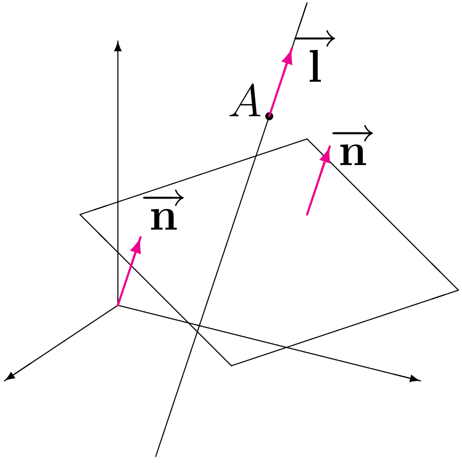
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} x = \_ + 4t, \\ y = \_\_\_ - 3t, \\ z = \_ - t. \end{cases}$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***а)*** *через точку* $A(\mathbf{2};\ \mathbf{-4};\ \mathbf{3})$ *перпендикулярно к плоскости* $4x - 3y - z + 8 = 0$;

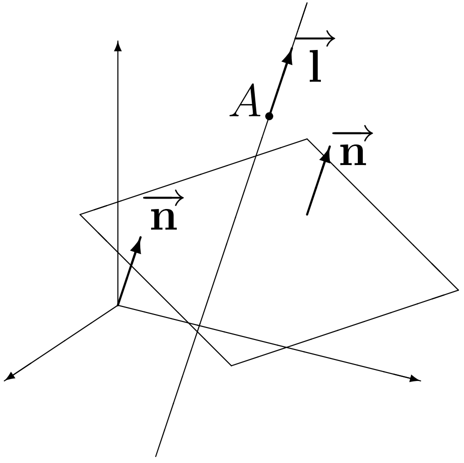
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} x = \mathbf{2} + 4t, \\ y = \mathbf{-4} - 3t, \\ z = \mathbf{3} - t. \end{cases}$$

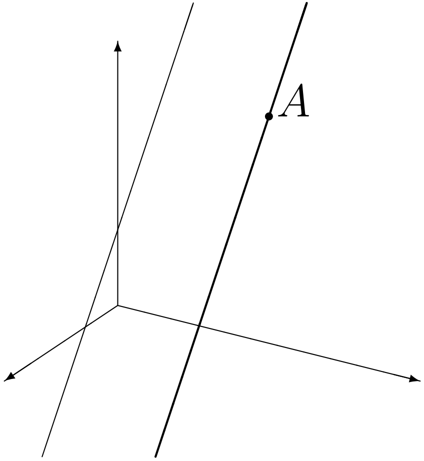
Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***а)*** *через точку $A(2;\ -4;\ 3)$ перпендикулярно к плоскости $4x-3y-z+8=0$;*

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



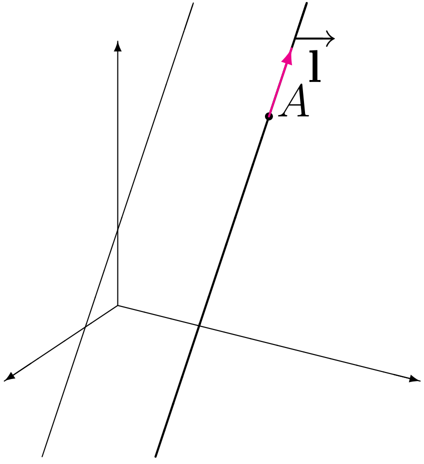
$$\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = -4 - 3t, \\ z = 3 - t. \end{cases}$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(1;\ 3;\ -2)$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$



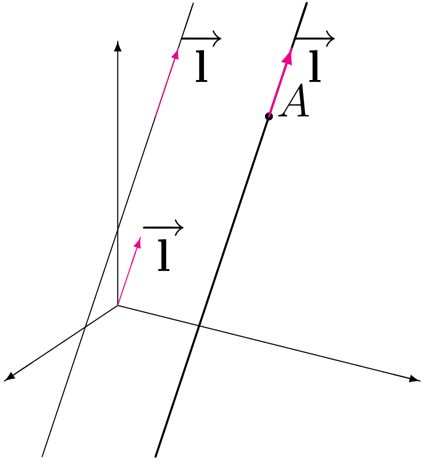
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(1;\ 3;\ -2)$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$



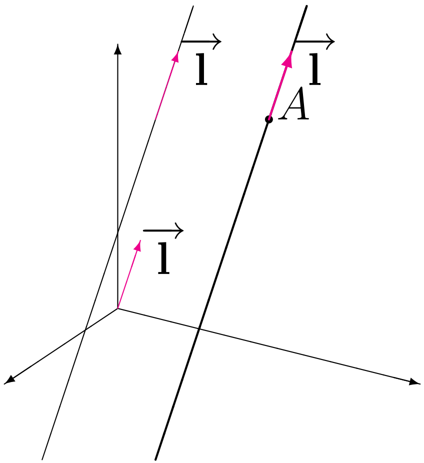
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(1;\ 3;\ -2)$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$



Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

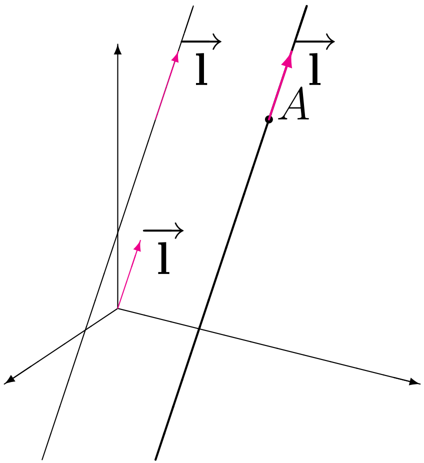
Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(1;\ 3;\ -2)$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x = 3 + (\mathbf{-2})t, \\ y = 2 + \mathbf{1}t, \\ z = 4 + \mathbf{5}t; \end{cases}$



Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

$$\begin{cases} x = \underline{\ \ } + \underline{\qquad\quad} t, \\ y = \underline{\ \ } + \underline{\ \ } t, \\ z = \underline{\qquad} + \underline{\ \ } t. \end{cases}$$

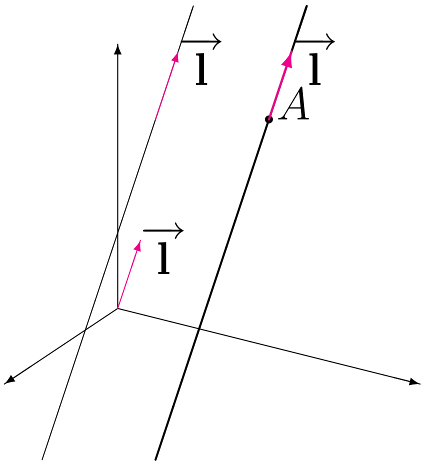
Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(1;\ 3;\ -2)$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x = 3 + (-\mathbf{2})t, \\ y = 2 + \mathbf{1}t, \\ z = 4 + \mathbf{5}t; \end{cases}$



Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

$$\begin{cases} x = \_ + (-\mathbf{2})t, \\ y = \_ + \mathbf{1}t, \\ z = \_\_ + \mathbf{5}t. \end{cases}$$

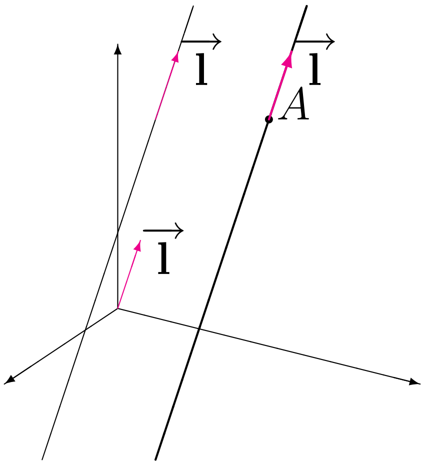
Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(\mathbf{1};\ \mathbf{3};\ \mathbf{-2})$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$



Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

$$\begin{cases} x = \_ - 2t, \\ y = \_ + t, \\ z = \_\_ + 5t. \end{cases}$$

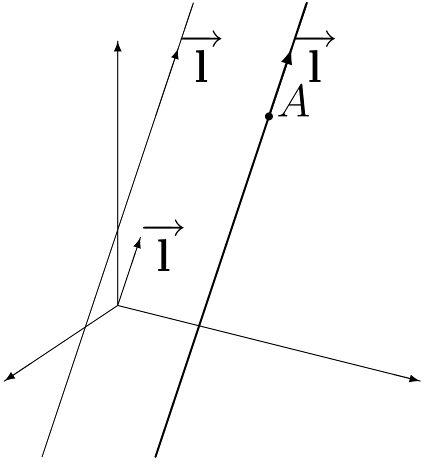
Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(\mathbf{1};\ \mathbf{3};\ \mathbf{-2})$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$



Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

$$\begin{cases} x = \mathbf{1} - 2t, \\ y = \mathbf{3} + t, \\ z = \mathbf{-2} + 5t. \end{cases}$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***б)*** *через точку* $B(1;\ 3;\ -2)$ *параллельно прямой* $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$

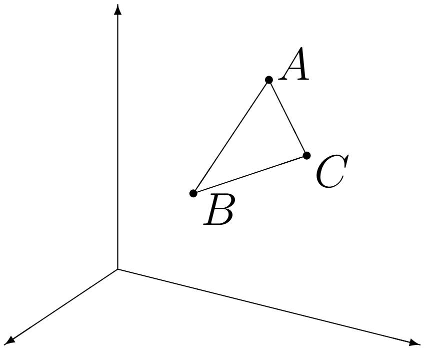


Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

$$\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 3 + t, \\ z = -2 + 5t. \end{cases}$$

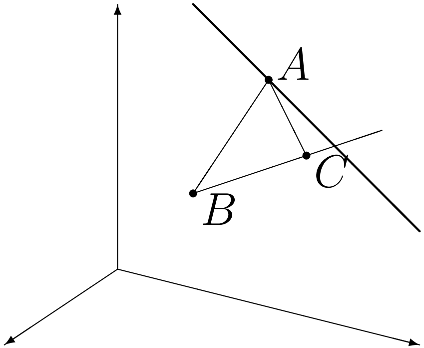
Пример 6. *Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



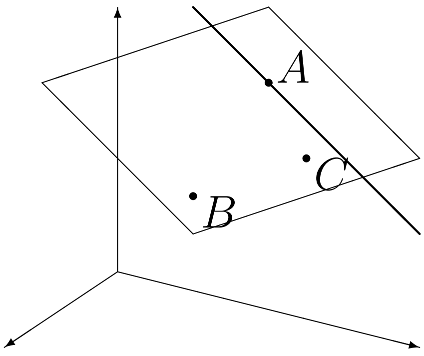
Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты* AH *треугольника* ABC, *если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



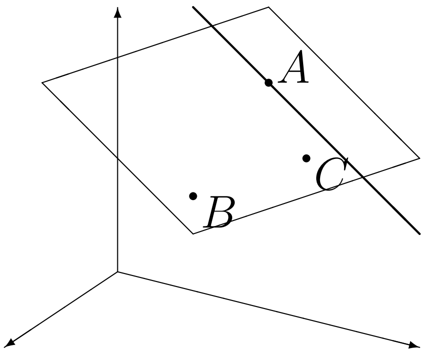
Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

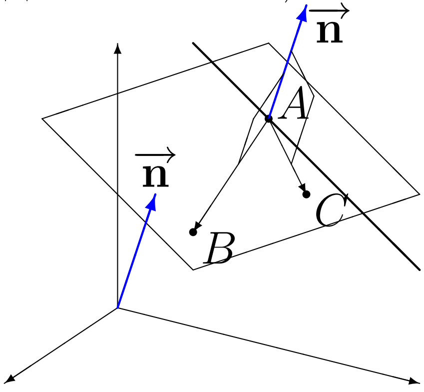
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при **решении примера 5**:

Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты* AH *треугольника* ABC*, если* $A(2;\ \text{-}4;\ 3)$, $B(3;\ \text{-}1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

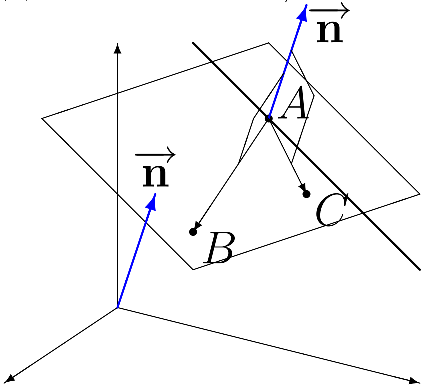
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при **решении примера 5**:
$\overrightarrow{AB} =$

Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

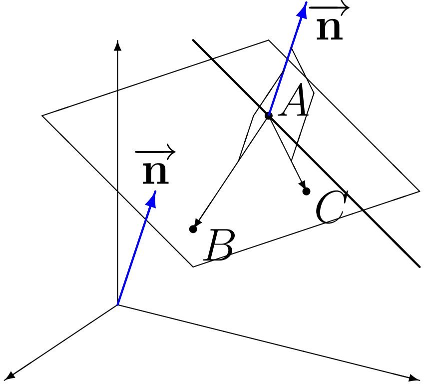


Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при **решении примера 5**:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты* AH *треугольника* ABC, *если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



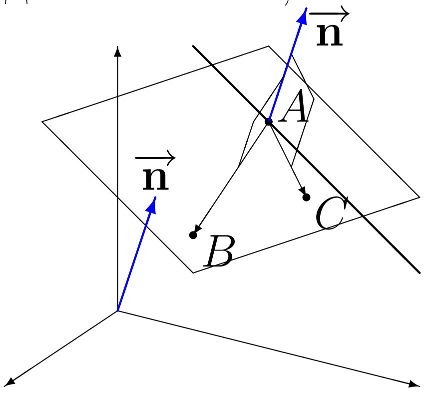
Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при **решении примера 5**:

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$,

$\overrightarrow{AC} =$

Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



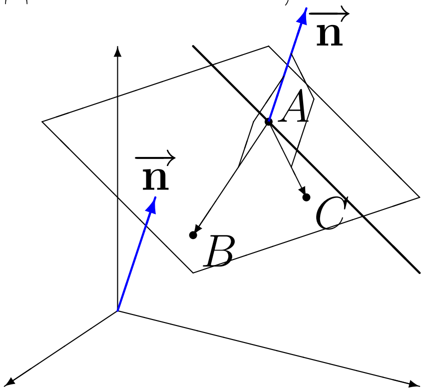
Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при **решении примера 5**:

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$,

$\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$,

Пример 6. *Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при **решении примера 5**:

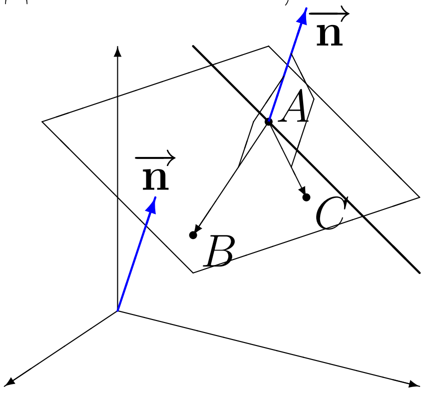
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] =$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при **решении примера 5**:

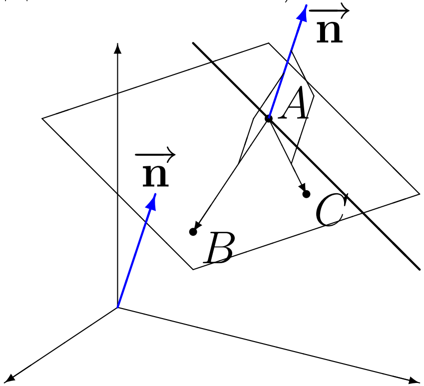
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$,

$\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$,

$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix} =$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты* AH *треугольника* ABC*, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при **решении примера 5**:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},$$

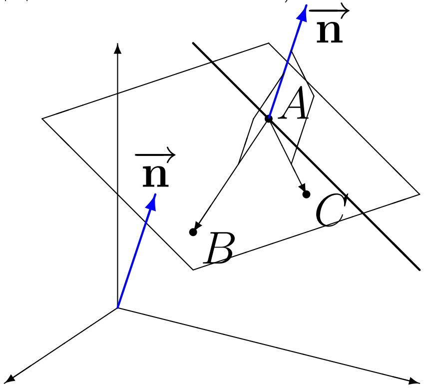
$$\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix} =$$

$$= -8\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\overrightarrow{\mathbf{k}}$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



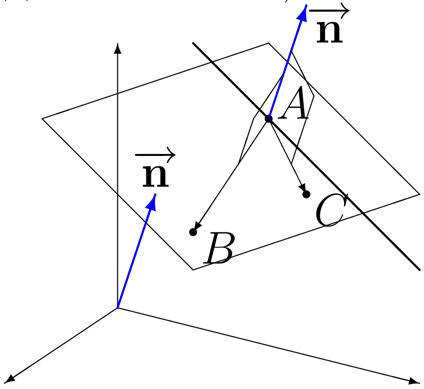
Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при **решении примера 5**:

$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = -8\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$-8(x - \quad) + 2(y - \qquad) + 2(z - \quad) = 0,$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты* AH *треугольника* ABC, *если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



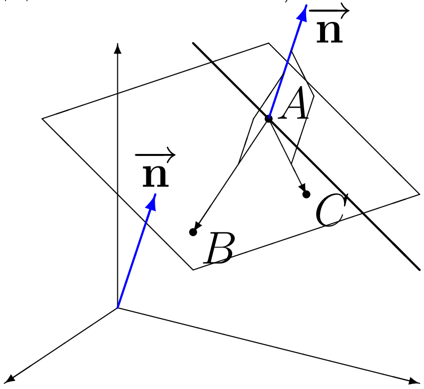
Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при **решении примера 5**:

$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = -8\,\vec{\mathbf{i}} + 2\,\vec{\mathbf{j}} + 2\,\vec{\mathbf{k}},$$

$$-8(x - \quad) + 2(y - \qquad) + 2(z - \quad) = 0,$$

Пример 6. *Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



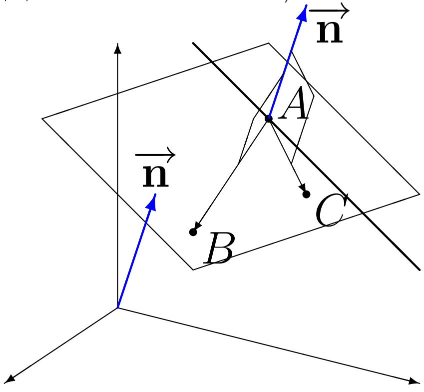
Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при **решении примера 5**:

$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = -8\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$-8(x - \mathbf{2}) + 2(y - (-\mathbf{4})) + 2(z - \mathbf{3}) = 0,$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при **решении примера 5**:

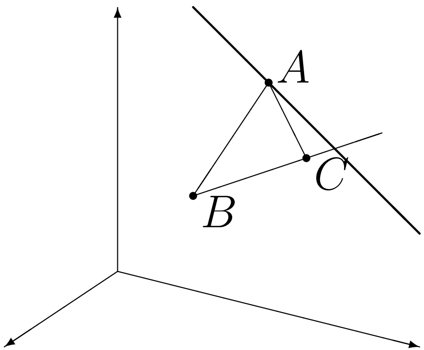
$$\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = -8\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$-8(x-2) + 2(y-(-4)) + 2(z-3) = 0,$$

$$4x - y - z + 9 = 0.$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

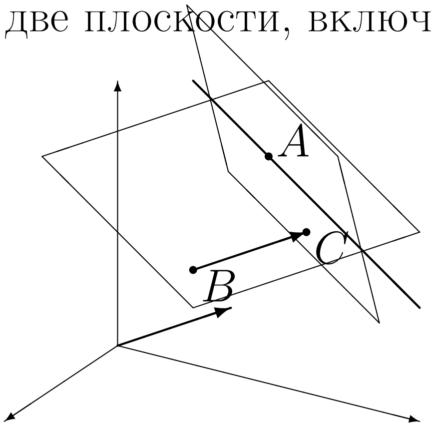


$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ \end{cases}$$

В качестве второй плоскости возьмем плоскость,

Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

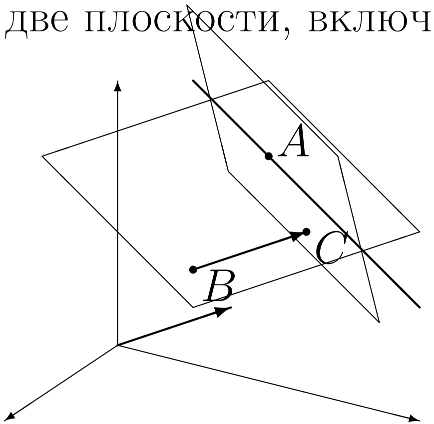


$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ \end{cases}$$

В качестве второй плоскости возьмем плоскость, проходящую через A перпендикулярно BC.

Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

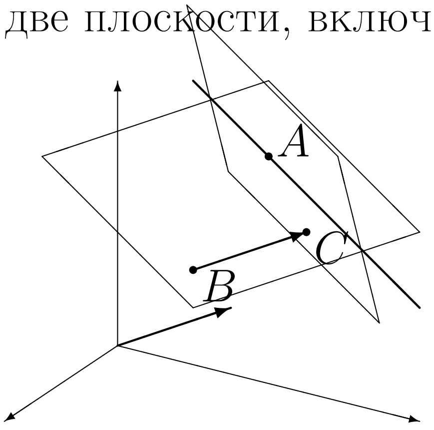


$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ \end{cases}$$

$$\overrightarrow{BC} =$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

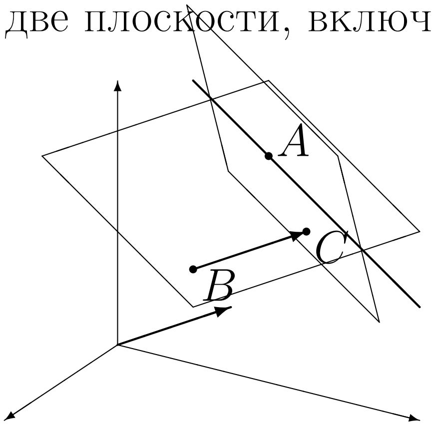


$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ \end{cases}$$

$$\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} - 3\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



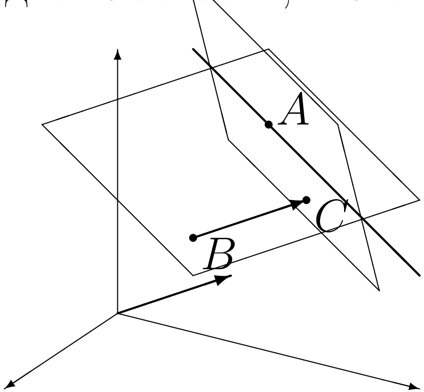
$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ \end{cases}$$

$$\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} - 3\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$-(x-2) - (y+4) - 3(z-3) = 0,$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ \end{cases}$$

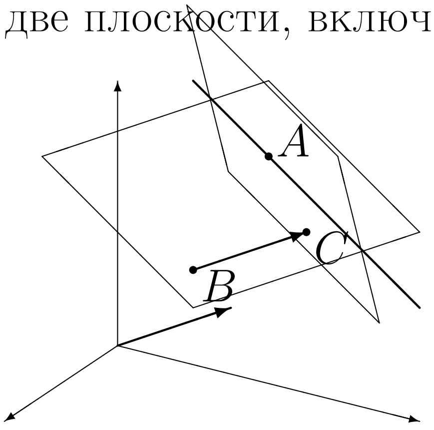
$$\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} - 3\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$-(x-2) - (y+4) - 3(z-3) = 0,$$

$$x + y + 3z - 7 = 0.$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу***, *и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости***, *найдите уравнения* ***прямых***, *проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты AH треугольника ABC, если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ \text{-}1;\ 4)$, $C(2;\ \text{-}2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ x + y + 3z - 7 = 0. \end{cases}$$

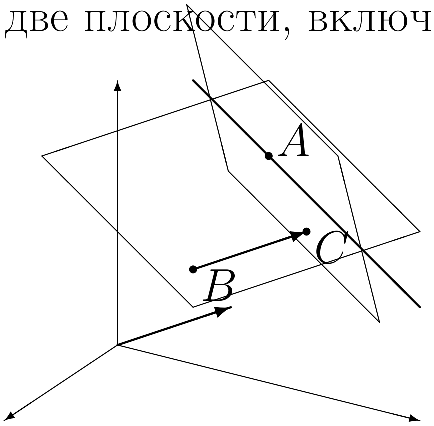
$$\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} - 3\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$-(x-2) - (y+4) - 3(z-3) = 0,$$

$$x + y + 3z - 7 = 0.$$

Пример 6. *Используя* ***таблицу****, и* ***список типовых уравнений прямой на плоскости****, найдите уравнения* ***прямых****, проходящих:* ***в)*** *уравнения высоты* AH *треугольника* ABC, *если* $A(2;\ -4;\ 3)$, $B(3;\ -1;\ 4)$, $C(2;\ -2;\ 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ x + y + 3z - 7 = 0. \end{cases}$$

Вернуться к лекции?

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение.

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0.$

Решение.

а) $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t \end{cases} \Rightarrow$

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение.

а) $\left\{\begin{array}{l} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t \end{array}\right| \begin{array}{l} 5 \\ 2 \end{array} \Rightarrow$

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение.

а) $\left\{ \begin{array}{l} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} 5 \\ 2 \end{array} \right. \Rightarrow \; 5x + 2y = 5(4 - 2t) + 2(3 + 5t) \;\Rightarrow$

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение.

а) $\left\{ \begin{array}{l} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} 5 \\ 2 \end{array} \right. \Rightarrow\ 5x + 2y = 5(4 - 2t) + 2(3 + 5t)\ \Rightarrow$

$\Rightarrow\ 5x + 2y - 26 = 0.$

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0.$

Решение. б) Очевидно, что вектор $q\overrightarrow{\mathbf{i}} - p\overrightarrow{\mathbf{j}}$ ортогонален вектору $p\overrightarrow{\mathbf{i}} + q\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0.$

Решение. б) Очевидно, что вектор $q\overrightarrow{\mathbf{i}} - p\overrightarrow{\mathbf{j}}$ ортогонален вектору $p\overrightarrow{\mathbf{i}} + q\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

По отношению к прямой $3x - 2y + 1 = 0$ вектор $3\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\overrightarrow{\mathbf{j}}$ расположен нормально.

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение. б) Очевидно, что вектор $q\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - p\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$ ортогонален вектору $p\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + q\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.
По отношению к прямой $3x - 2y + 1 = 0$ вектор $3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$ расположен нормально.
Значит, вектор $2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$ можно взять в качестве **направляющего**.

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0.$

Решение. б) Очевидно, что вектор $q\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - p\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$ ортогонален вектору $p\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + q\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.
По отношению к прямой $3x - 2y + 1 = 0$ вектор $3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$ расположен нормально.
Значит, вектор $2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$ можно взять в качестве **направляющего**.
Координаты точки можно найти, подобрав решение уравнения

$3x - 2y + 1 = 0$, например, $(x; y) = (1; 2)$.

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение. б) Очевидно, что вектор $q\overrightarrow{\mathbf{i}} - p\overrightarrow{\mathbf{j}}$ ортогонален вектору $p\overrightarrow{\mathbf{i}} + q\overrightarrow{\mathbf{j}}$.
По отношению к прямой $3x - 2y + 1 = 0$ вектор $3\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\overrightarrow{\mathbf{j}}$ расположен нормально.
Значит, вектор $2\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}}$ можно взять в качестве **направляющего**.
Координаты точки можно найти, подобрав решение уравнения $3x - 2y + 1 = 0$, например, $(x; y) = (1; 2)$. $\begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 2 + 3t. \end{cases}$

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0.$

Другое решение. б) $3x - 2y + 1 = 0 \ \Rightarrow \ y =$

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0$.

Другое решение. б) $3x - 2y + 1 = 0 \;\Rightarrow\; y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2} \;\Rightarrow$

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0$.

Другое решение. б) $3x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = x, \\ y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0$.

Другое решение. б) $3x - 2y + 1 = 0 \;\Rightarrow\; y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2} \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = x, \\ y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Смущает первое равенство? Пожалуйста, исправим:

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0$.

Другое решение. б) $3x - 2y + 1 = 0 \;\Rightarrow\; y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2} \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = x, \\ y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Смущает первое равенство? Пожалуйста, исправим:

$$\Rightarrow \begin{cases} x = t, \\ y = \dfrac{3}{2}t + \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Пример 7. *Найти а) общее уравнение прямой* $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$ *б) канонические и параметрические уравнения прямой* $3x - 2y + 1 = 0$.

Другое решение. б) $\Rightarrow \begin{cases} x = t, \\ y = \dfrac{3}{2}t + \dfrac{1}{2}, \end{cases} \quad \dfrac{x}{1} = \dfrac{y - \dfrac{1}{2}}{3/2}.$

Вернуться к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 8. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение.

Пример 8. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Первый способ.

Пример 8. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Первый способ.

Решим систему, например, методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 5 \end{array}\right) \sim$$

Пример 8. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Первый способ.

Решим систему, например, методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 1 & 3 \end{array}\right) \sim$$

Пример 8. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Первый способ.

Решим систему, например, методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 1 & 3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -5 & -7 \end{array}\right) \sim$$

Пример 8. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Первый способ.

Решим систему, например, методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 1 & 3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -5 & -7 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -7 & -9 \\ 0 & 1 & -5 & -7 \end{array}\right)$$

Пример 8. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Первый способ.

Решим систему, например, методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 1 & 3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -5 & -7 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -7 & -9 \\ 0 & 1 & -5 & -7 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x = 7z + 9, \\ y = 5z + 7, \\ z = z. \end{cases}$$

Пример 8. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x + (-3)y + 1z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Второй способ. Найдем **направляющий вектор**:

Пример 8. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x + (\text{-}3)y + 1z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Второй способ. Найдем **направляющий вектор**:

$$\left[2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},\ \overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\overrightarrow{\mathbf{j}} + 3\overrightarrow{\mathbf{k}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-3} & \mathbf{1} \\ & & \end{vmatrix} =$$

Пример 8. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x-3y+z-3=0, \\ 1x+(\text{-}2)y+3z-5=0. \end{cases}$

Решение. Второй способ. Найдем **направляющий вектор**:

$$\left[2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}-3\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+\overrightarrow{\mathbf{k}},\ \overrightarrow{\mathbf{i}}-2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+3\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right]=\begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 2 & -3 & 1 \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} & \mathbf{3} \end{vmatrix}=$$

Пример 8. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Второй способ. Найдем **направляющий вектор**:

$$\left[2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},\ \overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\overrightarrow{\mathbf{j}} + 3\overrightarrow{\mathbf{k}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = -7\overrightarrow{\mathbf{i}} - 5\overrightarrow{\mathbf{j}} - \overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Пример 8. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Второй способ. Найдем **направляющий вектор**:
$\left[2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},\ \overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\overrightarrow{\mathbf{j}} + 3\overrightarrow{\mathbf{k}}\right] = -7\overrightarrow{\mathbf{i}} - 5\overrightarrow{\mathbf{j}} - \overrightarrow{\mathbf{k}}.$
Для начальной точки надо найти частное решение исходной системы. Например, $(x; y; z) = (9; 7; 0)$.

Пример 8. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Второй способ. Найдем **направляющий вектор**:

$$\left[2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},\ \overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\overrightarrow{\mathbf{j}} + 3\overrightarrow{\mathbf{k}}\right] = -7\overrightarrow{\mathbf{i}} - 5\overrightarrow{\mathbf{j}} - \overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

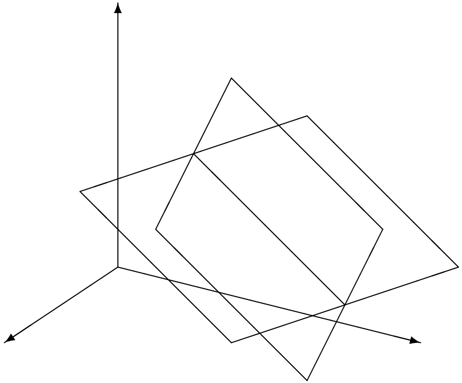
Для начальной точки надо найти частное решение исходной системы. Например, $(x; y; z) = (9; 7; 0)$.

$$\begin{cases} x = 9 - 7t, \\ y = 7 - 5t, \\ z = -t. \end{cases}$$

Вернуться к лекции?

Пример 9. *Найти угол между плоскостями* $2x - y - 2z + 1 = 0 \quad и \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$

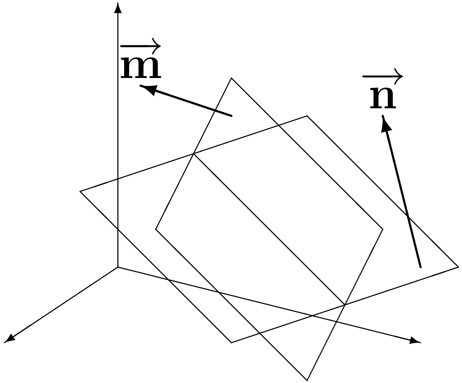
Пример 9. *Найти угол между плоскостями*
$2x - y - 2z + 1 = 0$ *и* $4x - 4y + 7z + 5 = 0.$



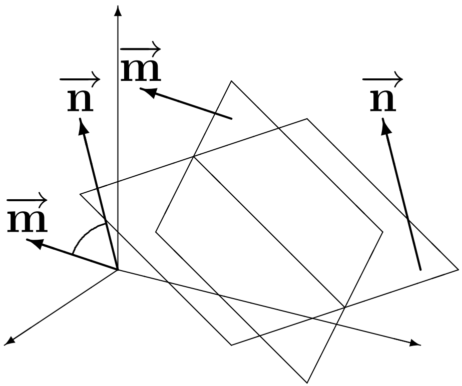
Решение.

Пример 9. *Найти угол между плоскостями* $2x - y - 2z + 1 = 0$ *и* $4x - 4y + 7z + 5 = 0.$

Решение.

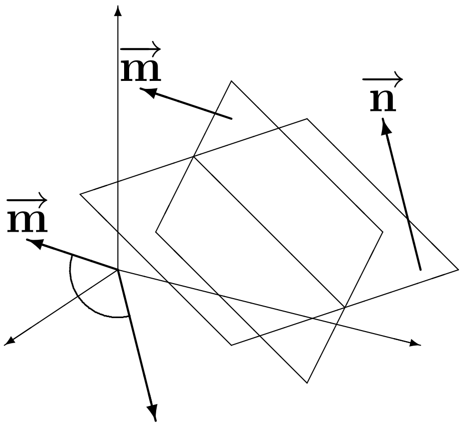


Пример 9. *Найти угол между плоскостями*
$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad и \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$



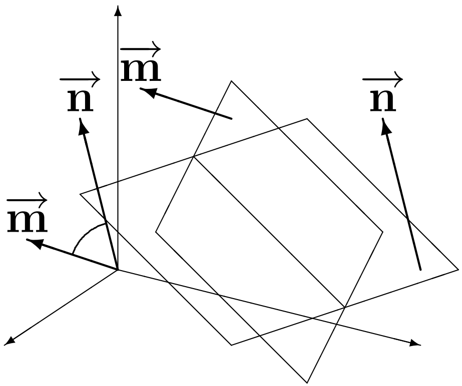
Решение. Угол между плоскостями равен либо углу между их нормалями,

Пример 9. *Найти угол между плоскостями*
$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad и \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$



Решение. Угол между плоскостями равен либо углу между их нормалями, либо дополняет этот угол до развернутого.

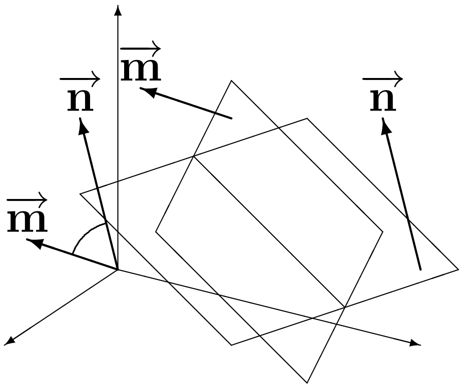
Пример 9. *Найти угол между плоскостями*
$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad и \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$



Решение. $\arccos \dfrac{(\overrightarrow{\mathbf{m}}, \overrightarrow{\mathbf{n}})}{|\overrightarrow{\mathbf{m}}|\,|\overrightarrow{\mathbf{n}}|} =$

Пример 9. *Найти угол между плоскостями*

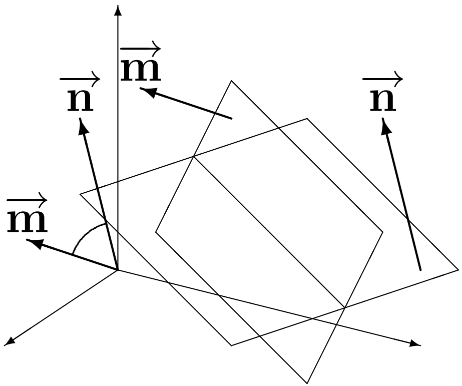
$$\mathbf{2}x + (\mathbf{-1})y + (\mathbf{-2})z + 1 = 0 \quad \text{и} \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$$



Решение. $\arccos \dfrac{(\overrightarrow{\mathbf{m}}, \overrightarrow{\mathbf{n}})}{|\overrightarrow{\mathbf{m}}|\,|\overrightarrow{\mathbf{n}}|} =$

Пример 9. *Найти угол между плоскостями*

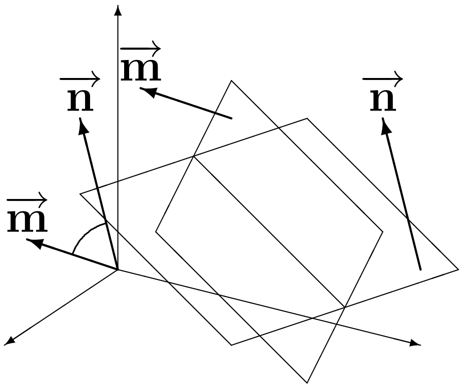
$$\mathbf{2}x + (\mathbf{-1})y + (\mathbf{-2})z + 1 = 0 \quad \textit{и} \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$$



Решение. $\arccos \dfrac{(\overrightarrow{\mathbf{m}}, \overrightarrow{\mathbf{n}})}{|\overrightarrow{\mathbf{m}}|\,|\overrightarrow{\mathbf{n}}|} =$

$$= \arccos \frac{\left(\mathbf{2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (\mathbf{-1})\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + (\mathbf{-2})\,\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}\,|\overrightarrow{\mathbf{n}}|} =$$

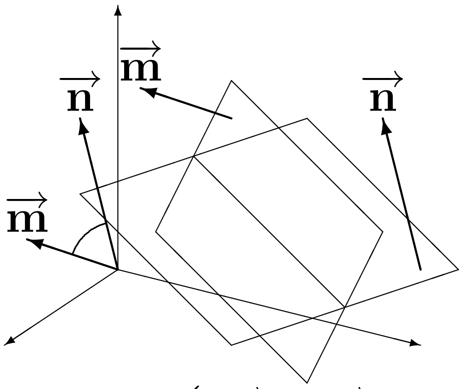
Пример 9. *Найти угол между плоскостями*
$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad и \quad \mathbf{4}x + (-\mathbf{4})y + \mathbf{7}z + 5 = 0.$



Решение. $\arccos \dfrac{(\overrightarrow{\mathbf{m}}, \overrightarrow{\mathbf{n}})}{|\overrightarrow{\mathbf{m}}|\,|\overrightarrow{\mathbf{n}}|} =$

$$= \arccos \frac{\left(2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}\,|\overrightarrow{\mathbf{n}}|} =$$

Пример 9. *Найти угол между плоскостями*
$2x - y - 2z + 1 = 0$ *и* $\mathbf{4}x + (-\mathbf{4})y + \mathbf{7}z + 5 = 0.$

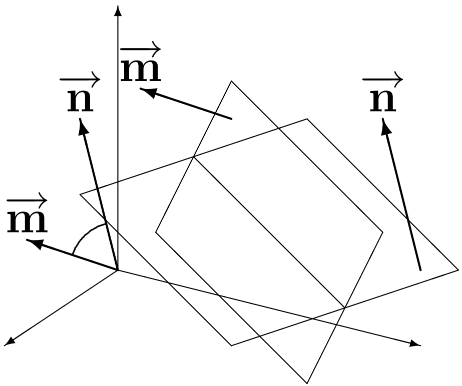


Решение. $\arccos \dfrac{(\overrightarrow{\mathbf{m}}, \overrightarrow{\mathbf{n}})}{|\overrightarrow{\mathbf{m}}|\,|\overrightarrow{\mathbf{n}}|} =$

$$= \arccos \frac{\left(2\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}\,|\overrightarrow{\mathbf{n}}|} =$$

$$= \arccos \frac{\left(2\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\overrightarrow{\mathbf{k}}, \mathbf{4}\overrightarrow{\mathbf{i}} + (-\mathbf{4})\overrightarrow{\mathbf{j}} + \mathbf{7}\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)}{3\sqrt{4^2 + (-4)^2 + 7^2}} =$$

Пример 9. *Найти угол между плоскостями*
$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad и \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$



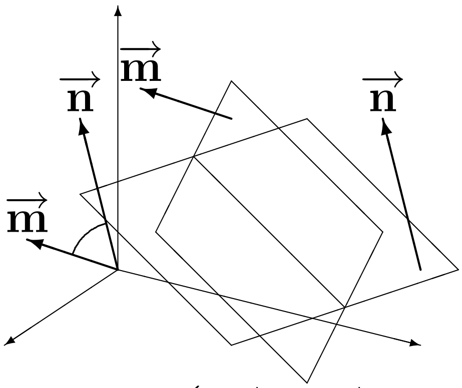
Решение. $\arccos \dfrac{(\overrightarrow{\mathbf{m}}, \overrightarrow{\mathbf{n}})}{|\overrightarrow{\mathbf{m}}|\,|\overrightarrow{\mathbf{n}}|} =$

$$= \arccos \frac{\left(2\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}\,\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|} =$$

$$= \arccos \frac{\left(2\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\overrightarrow{\mathbf{k}}, 4\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}} + 7\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)}{3\sqrt{4^2 + (-4)^2 + 7^2}} =$$

$$= \arccos \frac{2 \cdot 4 + (-1)(-4) + (-2)7}{3 \cdot 9} =$$

Пример 9. *Найти угол между плоскостями* $2x - y - 2z + 1 = 0$ *и* $4x - 4y + 7z + 5 = 0.$



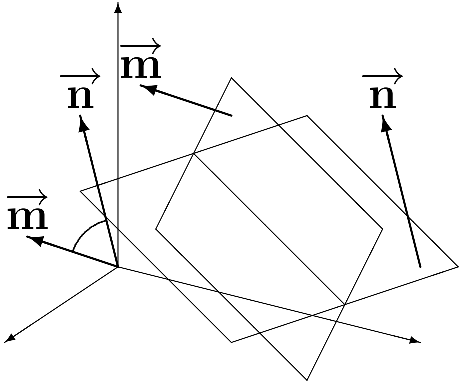
Решение. $\arccos \dfrac{(\vec{\mathbf{m}}, \vec{\mathbf{n}})}{|\vec{\mathbf{m}}|\,|\vec{\mathbf{n}}|} =$

$$= \arccos \frac{\left(2\vec{\mathbf{i}} - \vec{\mathbf{j}} - 2\vec{\mathbf{k}}, \vec{\mathbf{n}}\right)}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}\,|\vec{\mathbf{n}}|} =$$

$$= \arccos \frac{\left(2\vec{\mathbf{i}} - \vec{\mathbf{j}} - 2\vec{\mathbf{k}}, 4\vec{\mathbf{i}} - 4\vec{\mathbf{j}} + 7\vec{\mathbf{k}}\right)}{3\sqrt{4^2 + (-4)^2 + 7^2}} =$$

$$= \arccos \frac{2 \cdot 4 + (-1)(-4) + (-2)7}{3 \cdot 9} = \arccos \frac{-2}{27}$$

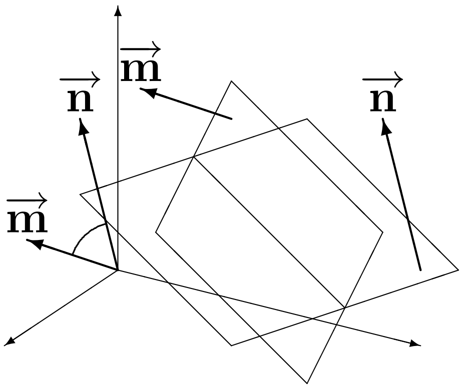
Пример 9. *Найти угол между плоскостями*
$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad и \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$



Решение. $\arccos \dfrac{(\overrightarrow{\mathbf{m}}, \overrightarrow{\mathbf{n}})}{|\overrightarrow{\mathbf{m}}|\,|\overrightarrow{\mathbf{n}}|} = \arccos \dfrac{-2}{27}.$

Следовательно, вычисленный угол дополняет искомый до развернутого угла, т.е. угол между плоскостями равен

Пример 9. *Найти угол между плоскостями*
$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad и \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$



Решение. $\arccos \dfrac{(\vec{\mathbf{m}}, \vec{\mathbf{n}})}{|\vec{\mathbf{m}}|\,|\vec{\mathbf{n}}|} = \arccos \dfrac{-2}{27}.$

Следовательно, вычисленный угол дополняет искомый до развернутого угла, т.е. угол между плоскостями равен

$\arccos \dfrac{2}{27}.$

Вернуться к лекции или рассмотреть другой пример?

Пример 10. *Найдите угол между*

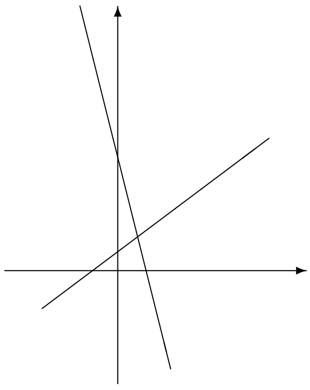
а) *прямыми* $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $12x + 5y - 4 = 0$;

б) *прямыми* $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $\dfrac{x-3}{15} = \dfrac{y+5}{-8}$;

в) *прямыми* $\dfrac{x-3}{5} = \dfrac{y+5}{12}$ *и* $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$

Пример 10. *Найдите угол между*

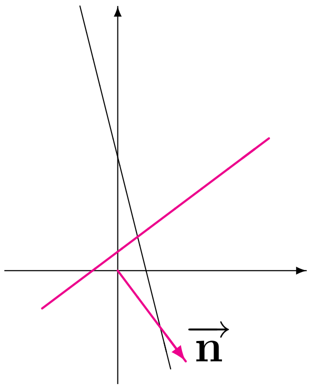
а) *прямыми* $3x - 4y + 1 = 0 \quad$ *и* $\quad 12x + 5y - 4 = 0$;



Решение.

Пример 10. *Найдите угол между*

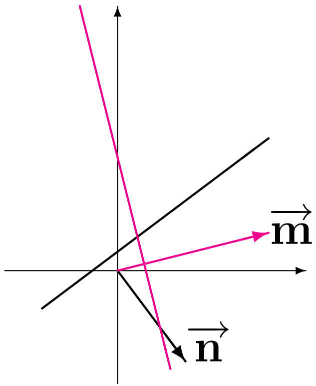
a) *прямыми* $\mathbf{3}x + (\mathbf{-4})y + 1 = 0$ *и* $12x + 5y - 4 = 0$;



Решение.

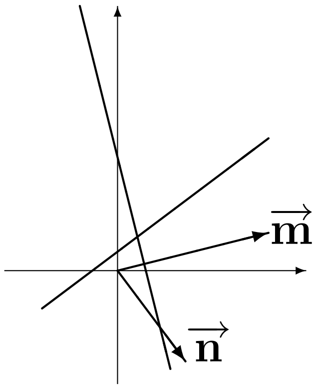
Пример 10. *Найдите угол между*

a) *прямыми* $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $\mathbf{12}x + \mathbf{5}y - 4 = 0$;



Решение.

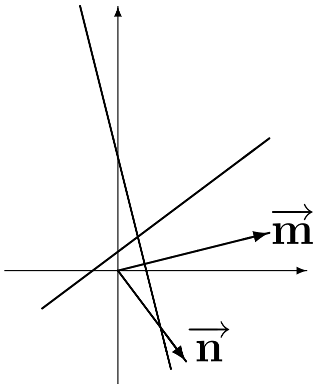
Пример 10. *Найдите угол между*
a) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $12x + 5y - 4 = 0$*;*



Решение. Очевидно, что угол между прямыми на плоскости равен либо углу между векторами, нормальными к этим прямым, либо дополняет их до развернутого угла.

Пример 10. *Найдите угол между*

а) *прямыми* $3x - 4y + 1 = 0 \quad$ *и* $\quad 12x + 5y - 4 = 0;$

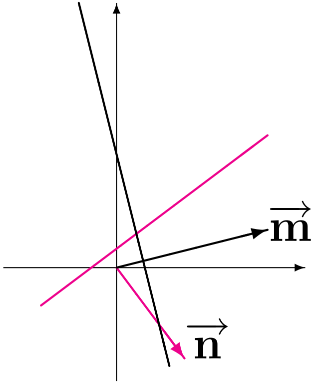


Решение.

$$\arccos \frac{(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{m}})}{|\overrightarrow{\mathbf{n}}|\,|\overrightarrow{\mathbf{m}}|} =$$

Пример 10. *Найдите угол между*

а) *прямыми* $\mathbf{3}x+(-\mathbf{4})y+1=0$ *и* $12x+5y-4=0$;

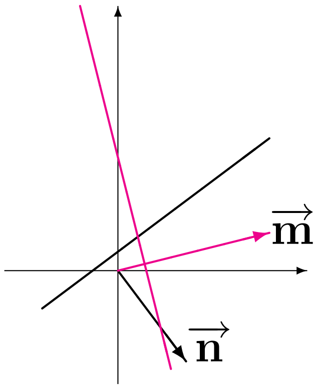


Решение.

$$\arccos\frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\overrightarrow{\mathbf{m}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{m}}\right|}=\arccos\frac{\left(\mathbf{3}\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+(-\mathbf{4})\,\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{m}}\right)}{\sqrt{\mathbf{3}^2+(-\mathbf{4})^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{m}}\right|}=$$

Пример 10. *Найдите угол между*

a) *прямыми* $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $\mathbf{12}x + \mathbf{5}y - 4 = 0$;

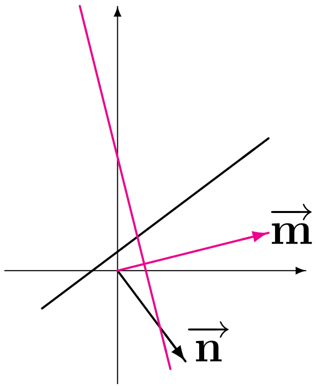


Решение.

$$\arccos\frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{m}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{m}}\right|} = \arccos\frac{\left(3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{m}}\right)}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{m}}\right|} =$$

Пример 10. *Найдите угол между*

а) *прямыми* $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $\mathbf{12}x + \mathbf{5}y - 4 = 0;$



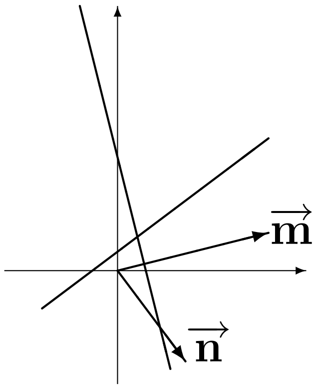
Решение.

$$\arccos \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{m}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{m}}\right|} = \arccos \frac{\left(3\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{m}}\right)}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{m}}\right|} =$$

$$= \arccos \frac{\left(3\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}}, \mathbf{12}\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{5}\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)}{5\sqrt{\mathbf{12}^2 + \mathbf{5}^2}} =$$

Пример 10. *Найдите угол между*

а) прямыми $3x-4y+1=0$ *и* $12x+5y-4=0$*;*



Решение.

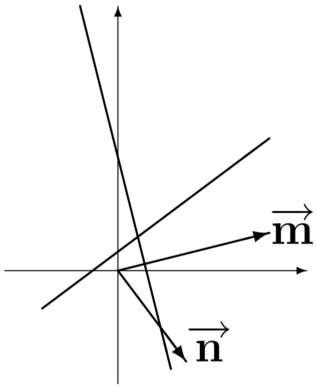
$$\arccos\frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\overrightarrow{\mathbf{m}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{m}}\right|}=\arccos\frac{\left(3\,\overrightarrow{\mathbf{i}}\,-4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\,,\overrightarrow{\mathbf{m}}\right)}{\sqrt{3^2+(-4)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{m}}\right|}=$$

$$=\arccos\frac{\left(3\,\overrightarrow{\mathbf{i}}\,-4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\,,12\,\overrightarrow{\mathbf{i}}\,+5\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)}{5\sqrt{12^2+5^2}}=$$

$$=\arccos\frac{3\cdot12+(-4)\cdot5}{5\cdot13}=$$

Пример 10. *Найдите угол между*

a) *прямыми* $3x - 4y + 1 = 0 \quad$ *и* $\quad 12x + 5y - 4 = 0$*;*



Решение.

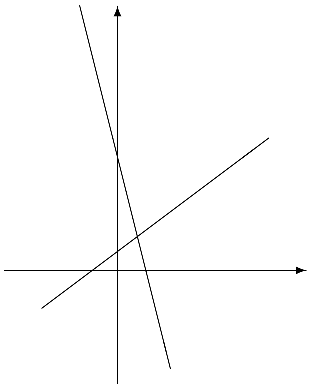
$$\arccos \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{m}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{m}}\right|} = \arccos \frac{\left(3\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{m}}\right)}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{m}}\right|} =$$

$$= \arccos \frac{\left(3\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}}, 12\overrightarrow{\mathbf{i}} + 5\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)}{5\sqrt{12^2 + 5^2}} =$$

$$= \arccos \frac{3 \cdot 12 + (-4) \cdot 5}{5 \cdot 13} = \arccos \frac{16}{65}.$$

Пример 10. *Найдите угол между*

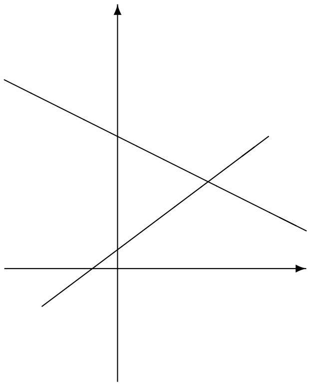
а) *прямыми* $3x - 4y + 1 = 0 \quad и \quad 12x + 5y - 4 = 0;$



Решение. Угол между данными прямыми равен $\arccos\dfrac{16}{65}$.

Пример 10. *Найдите угол между*

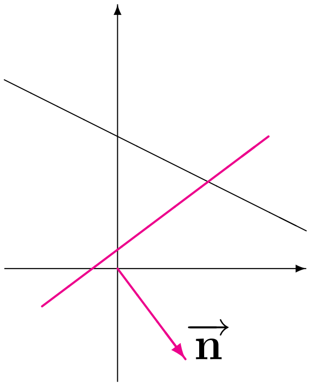
б) *прямыми* $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $\dfrac{x-3}{15} = \dfrac{y+5}{-8}$;



Решение.

Пример 10. *Найдите угол между*

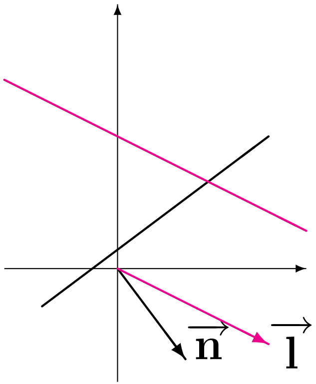
б) прямыми $\mathbf{3}x + (-\mathbf{4})y + 1 = 0$ *и* $\dfrac{x-3}{15} = \dfrac{y+5}{-8}$;



Решение.

Пример 10. *Найдите угол между*

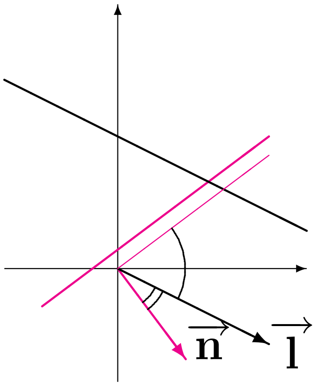
б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $\dfrac{x-3}{\mathbf{15}} = \dfrac{y+5}{\mathbf{-8}}$;



Решение.

Пример 10. *Найдите угол между*

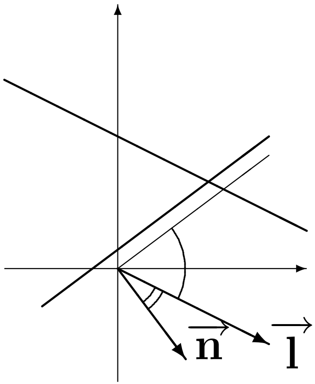
б) *прямыми* $\mathbf{3}x + (-\mathbf{4})y + 1 = 0$ *и* $\dfrac{x-3}{15} = \dfrac{y+5}{-8}$;



Решение. Очевидно, что синус искомого угла равен модулю косинуса угла между $\overrightarrow{\mathbf{l}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Пример 10. *Найдите угол между*

б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $\dfrac{x-3}{15} = \dfrac{y+5}{-8}$;

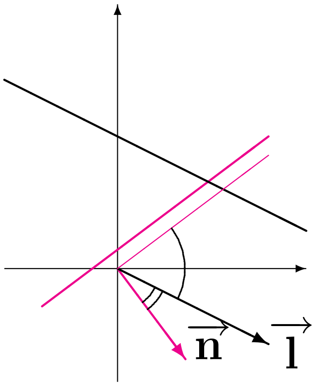


Решение.

$$\arcsin \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{l}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|} =$$

Пример 10. *Найдите угол между*

б) прямыми $\mathbf{3}x + (-\mathbf{4})y + 1 = 0$ *и* $\dfrac{x-3}{15} = \dfrac{y+5}{-8}$;

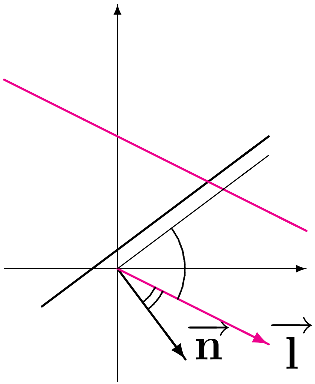


Решение.

$$\arcsin \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{l}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|} = \arcsin \frac{\left(\mathbf{3}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (-\mathbf{4})\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{l}}\right)}{\sqrt{\mathbf{3}^2 + (-\mathbf{4})^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|} =$$

Пример 10. *Найдите угол между*

б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $\dfrac{x-3}{\mathbf{15}} = \dfrac{y+5}{\mathbf{-8}}$;

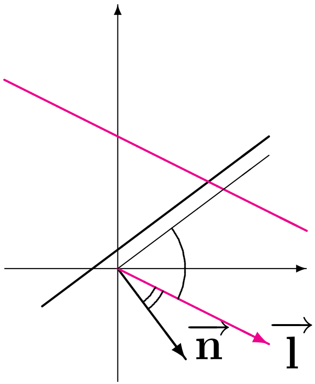


Решение.

$$\arcsin \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{l}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|} = \arcsin \frac{\left(3\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{l}}\right)}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|} =$$

Пример 10. *Найдите угол между*

б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $\dfrac{x-3}{\mathbf{15}} = \dfrac{y+5}{\mathbf{-8}}$;



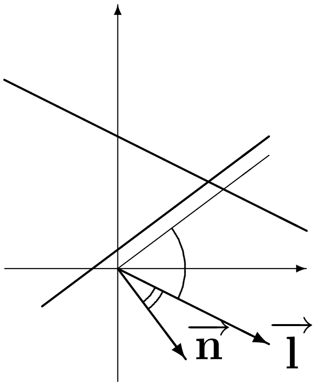
Решение.

$$\arcsin \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{l}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|} = \arcsin \frac{\left(3\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{l}}\right)}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|} =$$

$$= \arcsin \frac{\left(3\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}}, \mathbf{15}\overrightarrow{\mathbf{i}} + (\mathbf{-8})\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)}{5\sqrt{\mathbf{15}^2 + (\mathbf{-8})^2}} =$$

Пример 10. *Найдите угол между*

б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $\dfrac{x-3}{15} = \dfrac{y+5}{-8}$;



Решение.

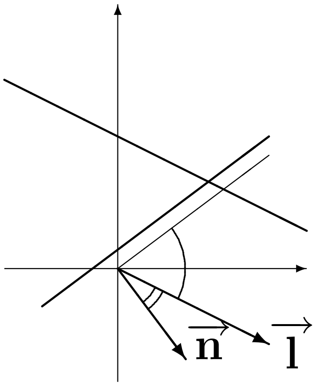
$$\arcsin \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{l}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|} = \arcsin \frac{\left(3\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{l}}\right)}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|} =$$

$$= \arcsin \frac{\left(3\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}}, 15\overrightarrow{\mathbf{i}} - 8\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)}{5\sqrt{15^2 + (-8)^2}} =$$

$$= \arcsin \frac{3 \cdot 15 + (-4)(-8)}{5 \cdot 17} =$$

Пример 10. *Найдите угол между*

б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $\dfrac{x-3}{15} = \dfrac{y+5}{-8}$;



Решение.

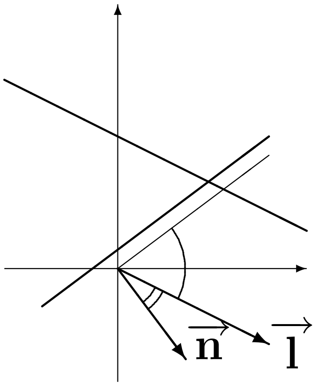
$$\arcsin\frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{l}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|} = \arcsin\frac{\left(3\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{l}}\right)}{\sqrt{3^2+(-4)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|} =$$

$$= \arcsin\frac{\left(3\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}}, 15\overrightarrow{\mathbf{i}} - 8\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)}{5\sqrt{15^2+(-8)^2}} =$$

$$= \arcsin\frac{3\cdot 15 + (-4)(-8)}{5\cdot 17} = \arcsin\frac{77}{85}.$$

Пример 10. *Найдите угол между*

б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ *и* $\dfrac{x-3}{15} = \dfrac{y+5}{-8}$;

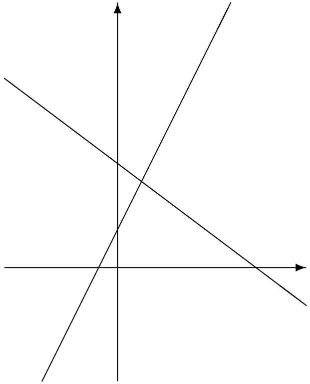


Решение. Угол между данными прямыми равен

$$= \arcsin \frac{3 \cdot 15 + (-4)(-8)}{5 \cdot 17} = \arcsin \frac{77}{85}.$$

Пример 10. *Найдите угол между*

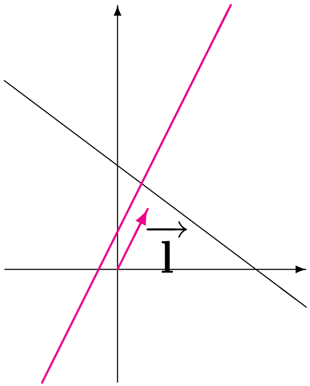
в) *прямыми* $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+5}{12}$ *и* $\begin{cases} x=2-8t, \\ y=5+6t. \end{cases}$



Решение.

Пример 10. *Найдите угол между*

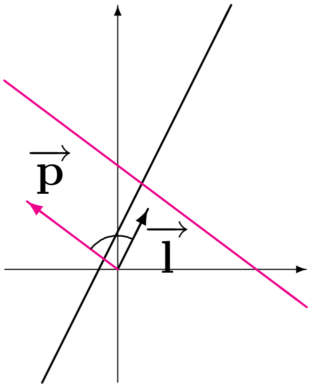
в) *прямыми* $\dfrac{x-3}{\mathbf{5}} = \dfrac{y+5}{\mathbf{12}}$ *и* $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$



Решение.

Пример 10. *Найдите угол между*

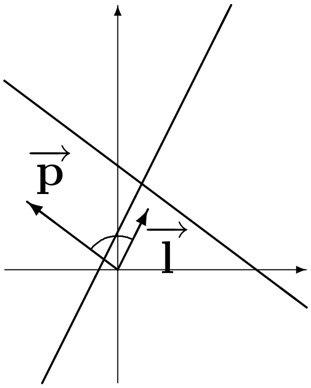
в) *прямыми* $\dfrac{x-3}{5} = \dfrac{y+5}{12}$ *и* $\begin{cases} x = 2 + (-\mathbf{8})t, \\ y = 5 + \mathbf{6}t. \end{cases}$



Решение.

Пример 10. *Найдите угол между*

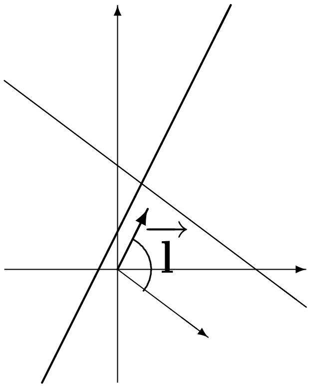
в) прямыми $\dfrac{x-3}{5} = \dfrac{y+5}{12}$ *и* $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$



Решение. Искомый угол либо равен углу между направляющими векторами,

Пример 10. *Найдите угол между*

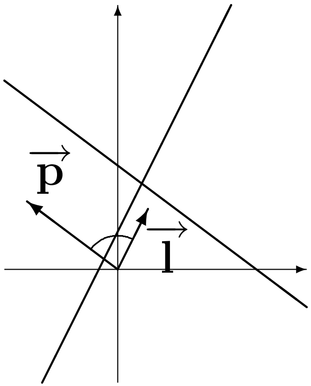
в) прямыми $\dfrac{x-3}{5} = \dfrac{y+5}{12}$ *и* $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$



Решение. Искомый угол либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Пример 10. *Найдите угол между*

в) *прямыми* $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+5}{12}$ *и* $\begin{cases} x=2-8t, \\ y=5+6t. \end{cases}$

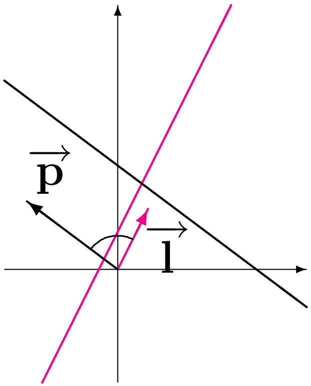


Решение.

$$\arccos\frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$$

Пример 10. *Найдите угол между*

в) *прямыми* $\dfrac{x-3}{\mathbf{5}} = \dfrac{y+5}{\mathbf{12}}$ *и* $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$

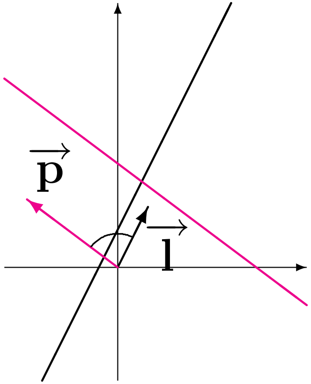


Решение.

$$\arccos \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|} = \arccos \frac{\left(\mathbf{5}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{12}\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{\mathbf{5}^2 + \mathbf{12}^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|} =$$

Пример 10. *Найдите угол между*

в) *прямыми* $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+5}{12}$ *и* $\begin{cases} x = 2 + (-\mathbf{8})t, \\ y = 5 + \mathbf{6}t. \end{cases}$

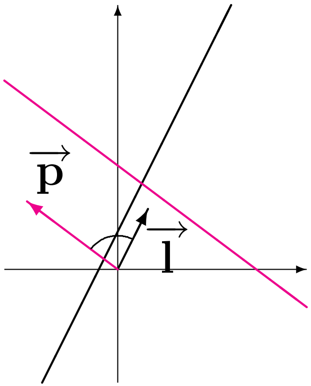


Решение.

$$\arccos\frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=\arccos\frac{\left(5\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+12\,\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{5^2+12^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$$

Пример 10. *Найдите угол между*

в) прямыми $\dfrac{x-3}{5} = \dfrac{y+5}{12}$ *и* $\begin{cases} x = 2 + (-\mathbf{8})t, \\ y = 5 + \mathbf{6}t. \end{cases}$



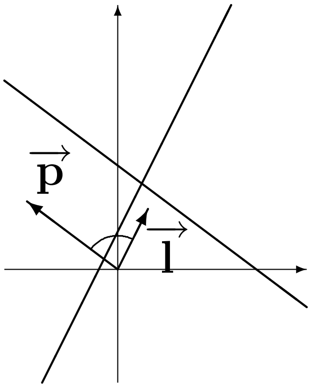
Решение.

$$\arccos \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|} = \arccos \frac{\left(5\overrightarrow{\mathbf{i}} + 12\overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{5^2+12^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|} =$$

$$= \arccos \frac{\left(5\overrightarrow{\mathbf{i}} + 12\overrightarrow{\mathbf{j}}, -\mathbf{8}\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{6}\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)}{13 \cdot \sqrt{(-\mathbf{8})^2 + \mathbf{6}^2}} =$$

Пример 10. *Найдите угол между*

в) прямыми $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+5}{12}$ *и* $\begin{cases} x=2-8t, \\ y=5+6t. \end{cases}$



Решение.

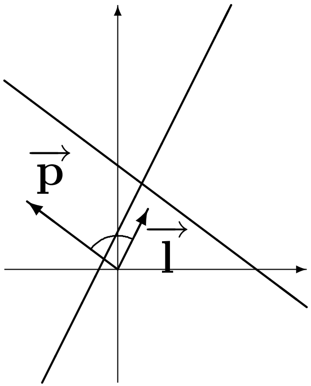
$$\arccos\frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=\arccos\frac{\left(5\overrightarrow{\mathbf{i}}+12\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{5^2+12^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$$

$$=\arccos\frac{\left(5\overrightarrow{\mathbf{i}}+12\overrightarrow{\mathbf{j}},-8\overrightarrow{\mathbf{i}}+6\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)}{13\cdot\sqrt{(-8)^2+6^2}}=$$

$$=\arccos\frac{5\cdot(-8)+12\cdot 6}{13\cdot 10}=$$

Пример 10. *Найдите угол между*

в) прямыми $\dfrac{x-3}{5} = \dfrac{y+5}{12}$ *и* $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$



Решение.

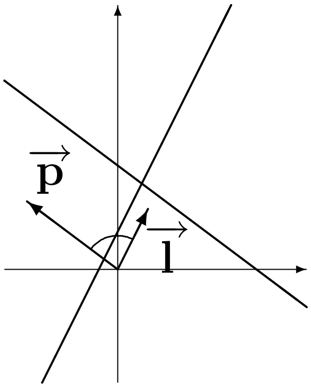
$$\arccos \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|} = \arccos \frac{\left(5\overrightarrow{\mathbf{i}} + 12\overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{5^2+12^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|} =$$

$$= \arccos \frac{\left(5\overrightarrow{\mathbf{i}} + 12\overrightarrow{\mathbf{j}}, -8\overrightarrow{\mathbf{i}} + 6\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)}{13 \cdot \sqrt{(-8)^2+6^2}} =$$

$$= \arccos \frac{5 \cdot (-8) + 12 \cdot 6}{13 \cdot 10} = \arccos \frac{16}{65}.$$

Пример 10. *Найдите угол между*

в) прямыми $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+5}{12}$ *и* $\begin{cases} x=2-8t, \\ y=5+6t. \end{cases}$



Решение. Искомый угол между прямыми равен $\arccos\dfrac{16}{65}$.

Вернуться к лекции или рассмотреть другой пример?

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

а) $$\frac{x-2}{4}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{-8} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x=-5-7t, \\ y=-1+4t, \\ z=2-4t; \end{cases}$$

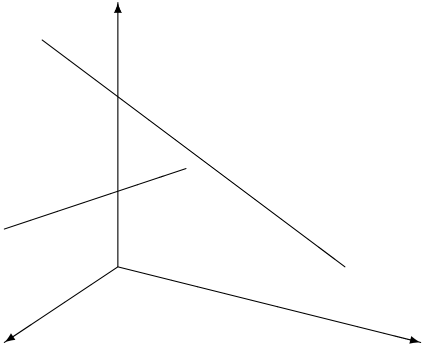
б) $$\frac{x-2}{4}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{-8} \quad \text{и} \quad \begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$$

в) $$\begin{cases} x-4y+z+7=0, \\ 5x+4y+2z-5=0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0. \end{cases}$$

Решение.

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

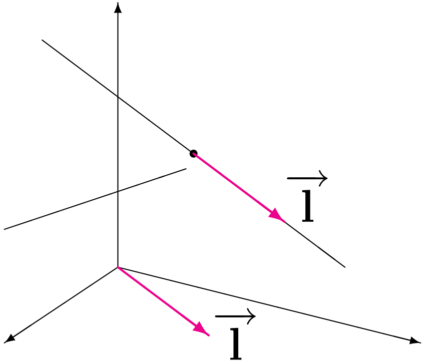
а) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} x=-5-7t, \\ y=-1+4t, \\ z=2-4t; \end{cases}$



Решение.

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

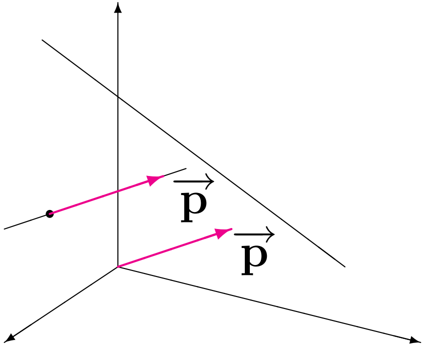
a) $$\frac{x-2}{\mathbf{4}} = \frac{y+3}{\mathbf{-1}} = \frac{z-1}{\mathbf{-8}} \quad \textit{и} \quad \begin{cases} x = -5 - 7t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 - 4t; \end{cases}$$



Решение.

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

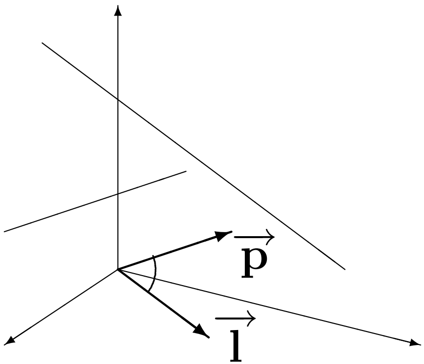
а) $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} x = -5 + (-\mathbf{7})t, \\ y = -1 + \mathbf{4}t, \\ z = 2 + (-\mathbf{4})t; \end{cases}$



Решение.

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

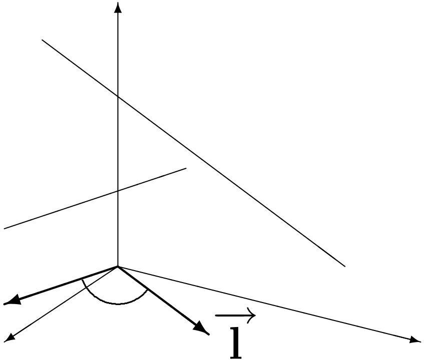
а) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} x=-5-7t, \\ y=-1+4t, \\ z=2-4t; \end{cases}$



Решение. Таким образом, искомый угол равен либо углу между направляющими векторами,

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

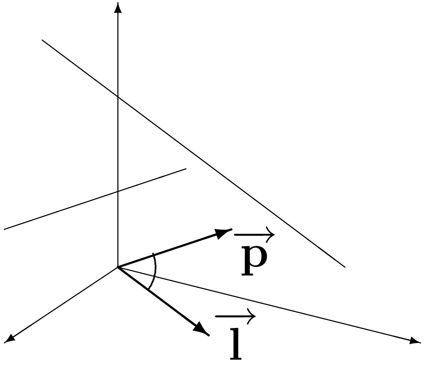
а) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} x=-5-7t, \\ y=-1+4t, \\ z=2-4t; \end{cases}$



Решение. Таким образом, искомый угол равен либо углу между направляющими векторами,
либо дополняет этот угол до развернутого угла.

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

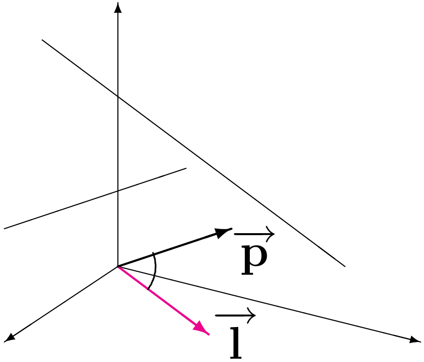
а) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} x=-5-7t, \\ y=-1+4t, \\ z=2-4t; \end{cases}$



Решение. $\arccos\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

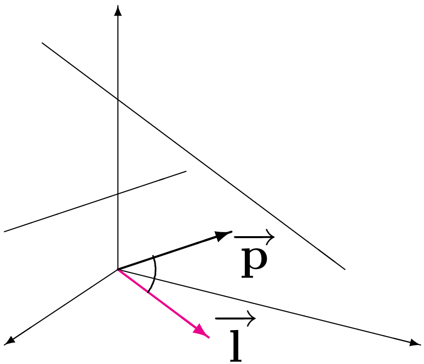
а) $\dfrac{x-2}{\mathbf{4}} = \dfrac{y+3}{\mathbf{-1}} = \dfrac{z-1}{\mathbf{-8}}$ *и* $\begin{cases} x = -5 - 7t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 - 4t; \end{cases}$



Решение. $\arccos \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|} =$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

а) $\dfrac{x-2}{\mathbf{4}} = \dfrac{y+3}{\mathbf{-1}} = \dfrac{z-1}{\mathbf{-8}}$ *и* $\begin{cases} x = -5 - 7t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 - 4t; \end{cases}$

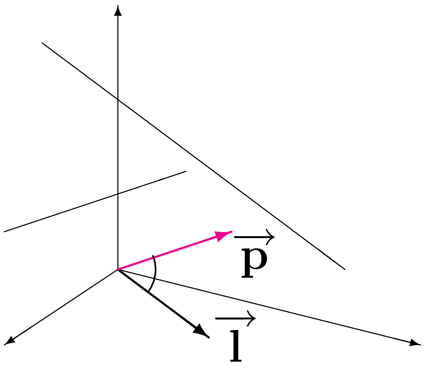


Решение. $\arccos \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|} =$

$$= \arccos \frac{\left(\mathbf{4}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (\mathbf{-1})\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + (\mathbf{-8})\,\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{\mathbf{4}^2 + (\mathbf{-1})^2 + (\mathbf{-8})^2}\,\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|} =$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

a) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} x=-5+(-\mathbf{7})t, \\ y=-1+\mathbf{4}t, \\ z=2+(-\mathbf{4})t; \end{cases}$

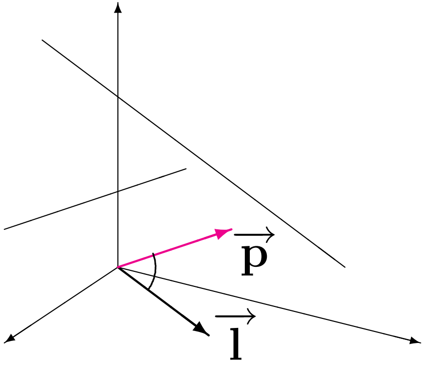


Решение. $\arccos\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$

$$=\arccos\frac{\left(4\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{4^2+(-1)^2+(-8)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

a) $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} x = -5 + (-\mathbf{7})t, \\ y = -1 + \mathbf{4}t, \\ z = 2 + (-\mathbf{4})t; \end{cases}$



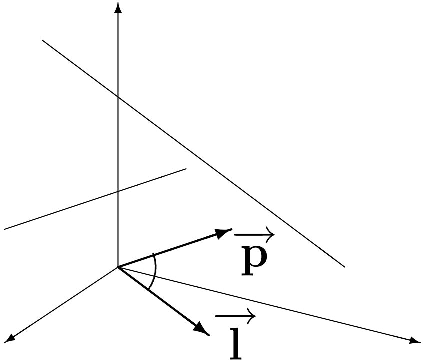
Решение. $\arccos \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|} =$

$$= \arccos \frac{\left(4\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} - 8\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|} =$$

$$= \arccos \frac{\left(4\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} - 8\overrightarrow{\mathbf{k}}, -\mathbf{7}\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{4}\overrightarrow{\mathbf{j}} + (-\mathbf{4})\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)}{9\sqrt{(-\mathbf{7})^2 + \mathbf{4}^2 + (-\mathbf{4})^2}} =$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

а) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} x=-5-7t, \\ y=-1+4t, \\ z=2-4t; \end{cases}$



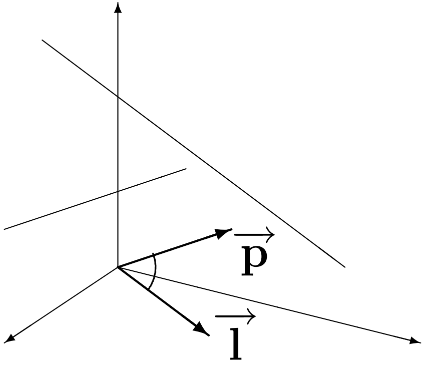
Решение. $\arccos\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$

$$=\arccos\frac{\left(4\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{4^2+(-1)^2+(-8)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$$

$$=\arccos\frac{\left(4\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\overrightarrow{\mathbf{k}},-7\overrightarrow{\mathbf{i}}+4\overrightarrow{\mathbf{j}}-4\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)}{9\sqrt{(-7)^2+4^2+(-4)^2}}=0.$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

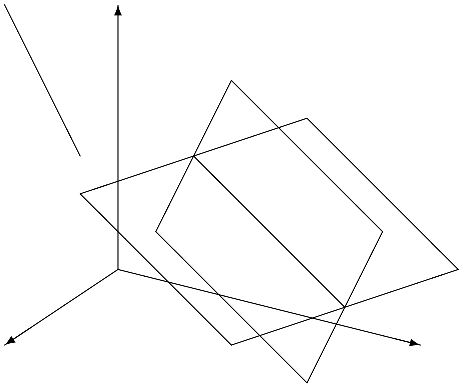
а) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} x=-5-7t, \\ y=-1+4t, \\ z=2-4t; \end{cases}$



Ответ на а): прямые перпендикулярны.

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

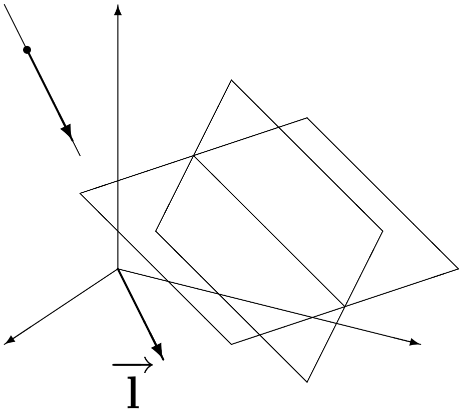
б) $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$



Решение.

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

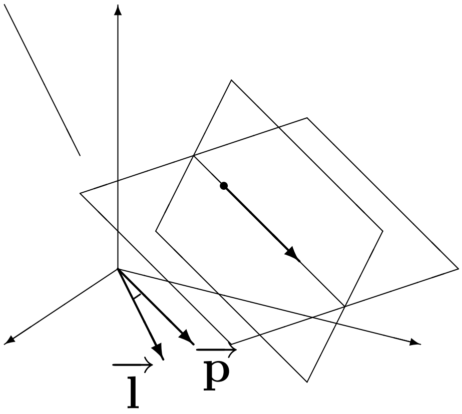
б) $\dfrac{x-2}{\mathbf{4}} = \dfrac{y+3}{\mathbf{-1}} = \dfrac{z-1}{\mathbf{-8}}$ *и* $\begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$



Решение.

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

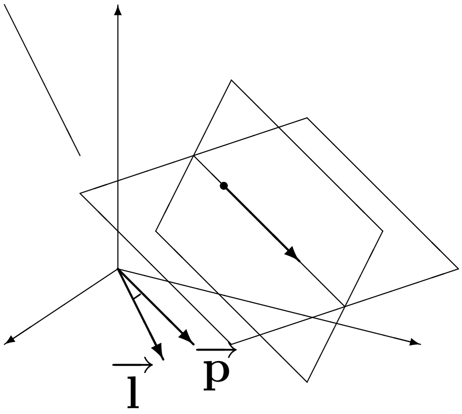
б) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$



Решение. Угол между прямыми равен либо углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого.

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

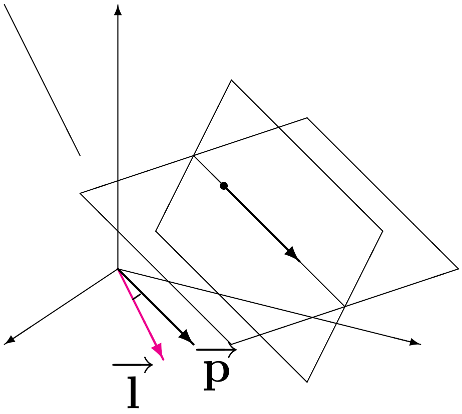
б) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$



Решение. $\arccos\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

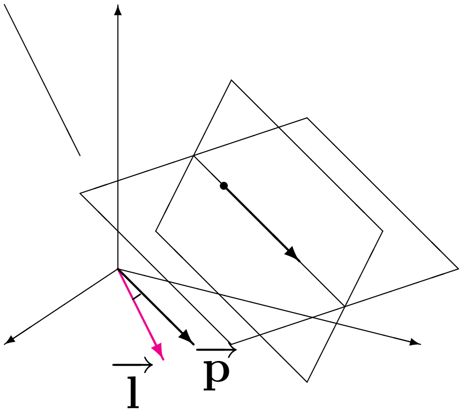
б) $$\frac{x-2}{\mathbf{4}}=\frac{y+3}{\mathbf{-1}}=\frac{z-1}{\mathbf{-8}} \quad \text{и} \quad \begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$$



Решение. $\arccos\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

б) $\dfrac{x-2}{\mathbf{4}} = \dfrac{y+3}{\mathbf{-1}} = \dfrac{z-1}{\mathbf{-8}}$ *и* $\begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$

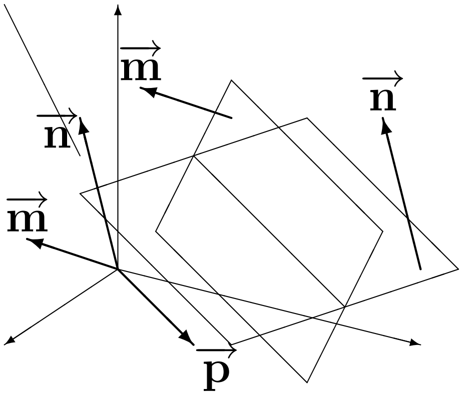


Решение. $\arccos \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|} =$

$$= \arccos \frac{\left(\mathbf{4}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (\mathbf{-1})\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + (\mathbf{-8})\,\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{\mathbf{4}^2 + (\mathbf{-1})^2 + (\mathbf{-8})^2}\,\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|} =$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

б) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} \mathbf{0}x+\mathbf{1}y+\mathbf{1}z-3=0, \\ \mathbf{8}x+\mathbf{9}y+(\mathbf{-5})z-4=0; \end{cases}$



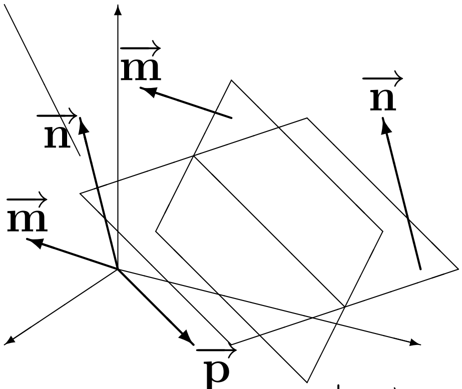
Решение. $\arccos\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$

$$=\arccos\frac{\left(4\,\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\,\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{4^2+(-1)^2+(-8)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$$

$$\overrightarrow{\mathbf{p}}=\left[\overrightarrow{\mathbf{m}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right]=$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

б) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} \mathbf{0}x+\mathbf{1}y+\mathbf{1}z-3=0, \\ \mathbf{8}x+\mathbf{9}y+(\mathbf{-5})z-4=0; \end{cases}$



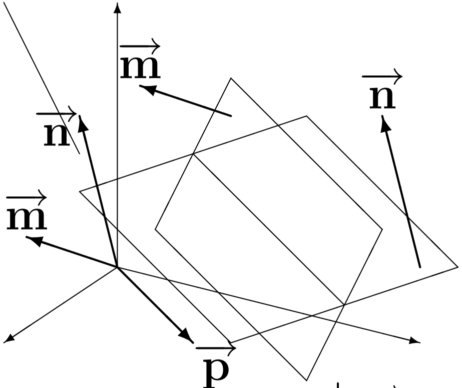
Решение. $\arccos\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$

$$=\arccos\frac{\left(4\,\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\,\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{4^2+(-1)^2+(-8)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$$

$$\overrightarrow{\mathbf{p}}=\left[\overrightarrow{\mathbf{m}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right]=\begin{vmatrix}\overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}}\\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1}\\ \mathbf{8} & \mathbf{9} & \mathbf{-5}\end{vmatrix}=$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

б) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} \mathbf{0}x+\mathbf{1}y+\mathbf{1}z-3=0, \\ \mathbf{8}x+\mathbf{9}y+(\mathbf{-5})z-4=0; \end{cases}$



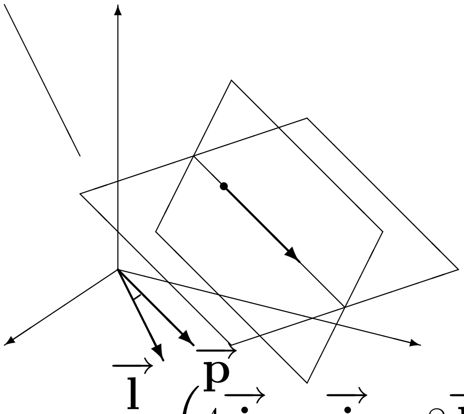
Решение. $\arccos\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$

$$=\arccos\frac{\left(4\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{4^2+(-1)^2+(-8)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$$

$$\overrightarrow{\mathbf{p}}=\left[\overrightarrow{\mathbf{m}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right]=\begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 0 & 1 & 1 \\ 8 & 9 & -5 \end{vmatrix}=-14\overrightarrow{\mathbf{i}}+8\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

б) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} \mathbf{0}x+\mathbf{1}y+\mathbf{1}z-3=0, \\ \mathbf{8}x+\mathbf{9}y+(\mathbf{-5})z-4=0; \end{cases}$



Решение. $\arccos\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$

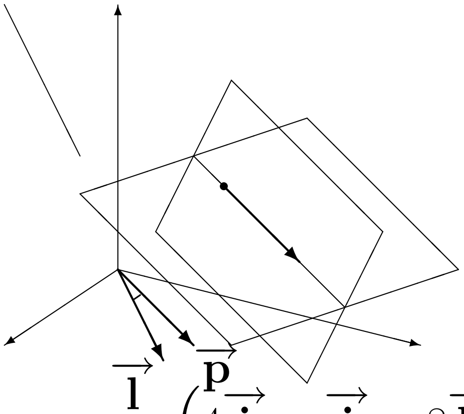
$$=\arccos\frac{\left(4\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{4^2+(-1)^2+(-8)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$$

$$=\arccos\frac{\left(4\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\overrightarrow{\mathbf{k}},-14\overrightarrow{\mathbf{i}}+8\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)}{9\sqrt{14^2+8^2+(-8)^2}}=$$

$\overrightarrow{\mathbf{p}}=-14\overrightarrow{\mathbf{i}}+8\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\overrightarrow{\mathbf{k}}.$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

б) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} \mathbf{0}x+\mathbf{1}y+\mathbf{1}z-3=0, \\ \mathbf{8}x+\mathbf{9}y+(\mathbf{-5})z-4=0; \end{cases}$



Решение. $\arccos\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$

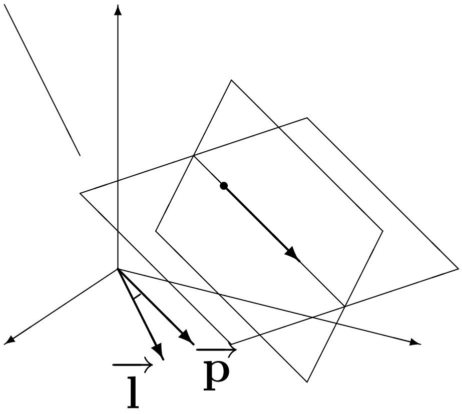
$$=\arccos\frac{\left(4\,\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\,\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\sqrt{4^2+(-1)^2+(-8)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=$$

$$=\arccos\frac{\left(4\,\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\,\overrightarrow{\mathbf{k}},-14\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+8\,\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)}{9\sqrt{14^2+8^2+(-8)^2}}=0.$$

$$\overrightarrow{\mathbf{p}}=-14\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+8\,\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

б) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\begin{cases} \mathbf{0}x+\mathbf{1}y+\mathbf{1}z-3=0, \\ \mathbf{8}x+\mathbf{9}y+(-\mathbf{5})z-4=0; \end{cases}$



Решение. $\arccos\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{p}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{p}}\right|}=0$, т.е. прямые перпендикулярны.

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

в) $\begin{cases} x - 4y + z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases}$ *и* $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$

Решение.

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

в) $\begin{cases} x - 4y + z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases}$ *и* $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

в) $\begin{cases} \mathbf{1}x + \mathbf{-4}y + \mathbf{1}z + 7 = 0, \\ \mathbf{5}x + \mathbf{4}y + \mathbf{2}z - 5 = 0 \end{cases}$ *и* $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Найдем направляющий вектор первой прямой:

$$\overrightarrow{\mathbf{p}} = \left[\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},\ 5\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\overrightarrow{\mathbf{k}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-4} & \mathbf{1} \\ \mathbf{5} & \mathbf{4} & \mathbf{2} \end{vmatrix} =$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

в) $\begin{cases} \mathbf{1}x + \mathbf{-4}y + \mathbf{1}z + 7 = 0, \\ \mathbf{5}x + \mathbf{4}y + \mathbf{2}z - 5 = 0 \end{cases}$ *и* $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Найдем направляющий вектор первой прямой:

$$\overrightarrow{\mathbf{p}} = \left[\overrightarrow{\mathbf{i}} - 4\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},\ 5\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\overrightarrow{\mathbf{k}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 1 & -4 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= -12\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 24\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

в) $\begin{cases} x - 4y + z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases}$ *и* $\begin{cases} \mathbf{0}x + \mathbf{1}y + \mathbf{1}z - 3 = 0, \\ \mathbf{8}x + \mathbf{9}y + (-\mathbf{5})z - 4 = 0. \end{cases}$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Направляющий вектор первой прямой:
$\overrightarrow{\mathbf{p}} = -12\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 24\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Найдем направляющий вектор второй прямой:

$$\overrightarrow{\mathbf{q}} = \left[\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},\ 8\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 9\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 5\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{8} & \mathbf{9} & -\mathbf{5} \end{vmatrix} =$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

в) $\begin{cases} x - 4y + z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases}$ *и* $\begin{cases} \mathbf{0}x + \mathbf{1}y + \mathbf{1}z - 3 = 0, \\ \mathbf{8}x + \mathbf{9}y + (-\mathbf{5})z - 4 = 0. \end{cases}$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Направляющий вектор первой прямой:

$\overrightarrow{\mathbf{p}} = -12\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 24\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Найдем направляющий вектор второй прямой:

$$\overrightarrow{\mathbf{q}} = \left[\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},\ 8\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 9\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 5\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 0 & 1 & 1 \\ 8 & 9 & -5 \end{vmatrix} =$$

$$= -14\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 8\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 8\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

в) $\begin{cases} x - 4y + z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases}$ *и* $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Мы нашли направляющие векторы этих прямых:

$\overrightarrow{\mathbf{p}} = -12\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 24\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{q}} = -14\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 8\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 8\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

$$\arccos \frac{(\overrightarrow{\mathbf{p}}, \overrightarrow{\mathbf{q}})}{|\overrightarrow{\mathbf{p}}|\,|\overrightarrow{\mathbf{q}}|} = 0.$$

Пример 11. *Найти угол между прямыми:*

в) $\begin{cases} x - 4y + z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases}$ *и* $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Мы нашли направляющие векторы этих прямых:

$\overrightarrow{\mathbf{p}} = -12\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 24\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{q}} = -14\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 8\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 8\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

$$\arccos \frac{(\overrightarrow{\mathbf{p}}, \overrightarrow{\mathbf{q}})}{|\overrightarrow{\mathbf{p}}|\,|\overrightarrow{\mathbf{q}}|} = 0.$$

Рассматриваемые прямые ортогональны.

Вернуться к лекции?

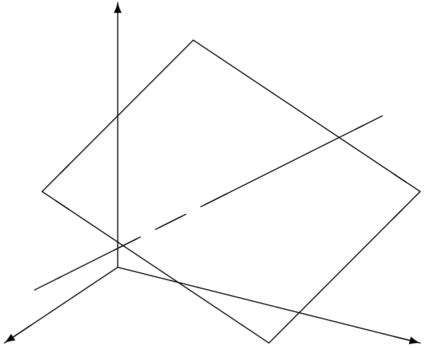
Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

а) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $2x-y-2z+6=0;$

б) $2x-y-2z+6=0$ *и* $\begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

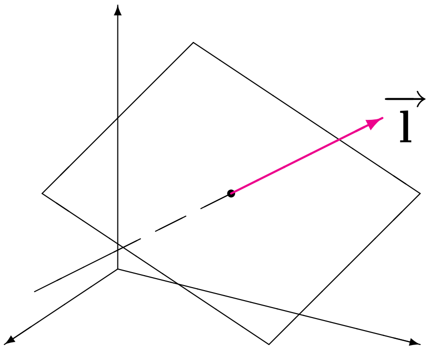
а) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $2x-y-2z+6=0;$



Решение.

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

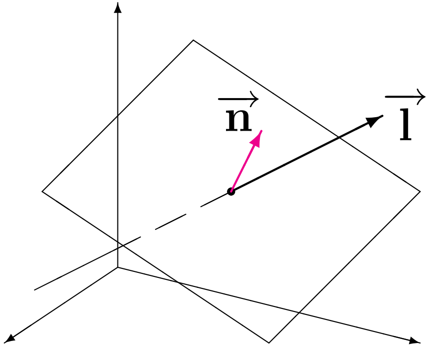
а) $\dfrac{x-2}{\mathbf{4}} = \dfrac{y+3}{\mathbf{-1}} = \dfrac{z-1}{\mathbf{-8}}$ *и* $2x - y - 2z + 6 = 0;$



Решение.

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

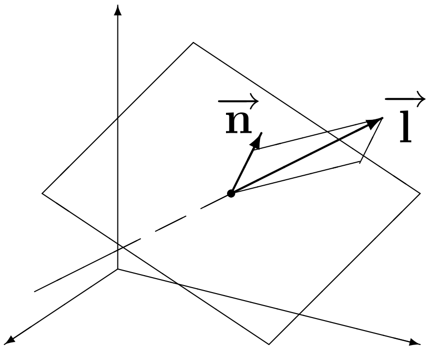
а) $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\mathbf{2}x + (-\mathbf{1})y + (-\mathbf{2})z + 6 = 0;$



Решение.

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

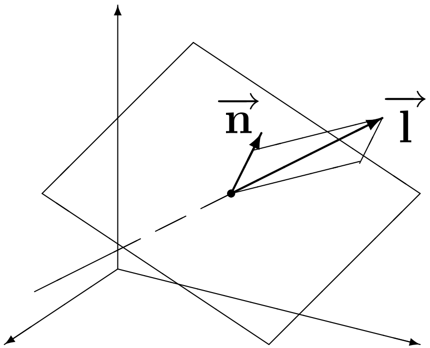
a) $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-1}{-8}$ *и* $2x - y - 2z + 6 = 0;$



Решение. Ясно, что угол между прямой и плоскостью дополняет до прямого угла угол между направляющим вектором и вектором, нормальным к плоскости.

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

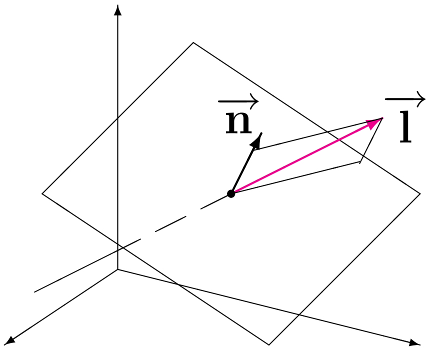
a) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $2x-y-2z+6=0;$



Решение. $\arcsin\left|\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|}\right|=$

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

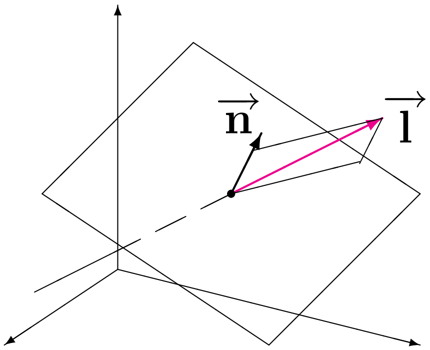
а) $\dfrac{x-2}{\mathbf{4}} = \dfrac{y+3}{\mathbf{-1}} = \dfrac{z-1}{\mathbf{-8}}$ *и* $2x - y - 2z + 6 = 0;$



Решение. $\arcsin\left|\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right| \left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|}\right| =$

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

а) $\dfrac{x-2}{\mathbf{4}} = \dfrac{y+3}{\mathbf{-1}} = \dfrac{z-1}{\mathbf{-8}}$ и $2x - y - 2z + 6 = 0;$

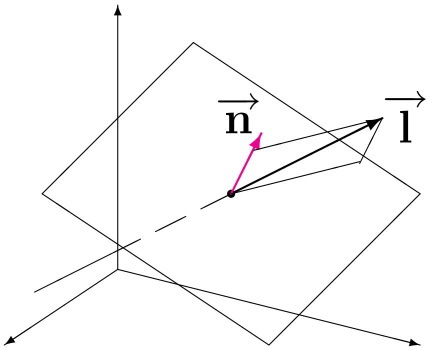


Решение. $\arcsin\left|\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|}\right| =$

$$= \arcsin\left|\frac{\left(\mathbf{4}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (\mathbf{-1})\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + (\mathbf{-8})\,\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\sqrt{\mathbf{4}^2 + (\mathbf{-1})^2 + (\mathbf{-8})^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|}\right| =$$

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

а) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\mathbf{2}x+(-\mathbf{1})y+(-\mathbf{2})z+6=0;$

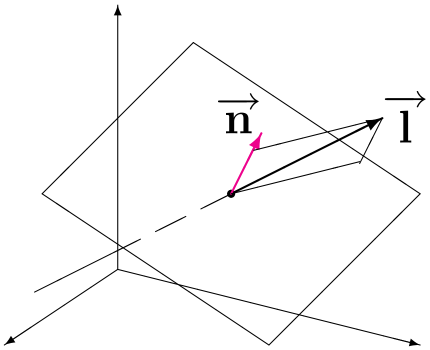


Решение. $\arcsin\left|\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|}\right|=$

$$=\arcsin\left|\frac{\left(4\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\sqrt{4^2+(-1)^2+(-8)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|}\right|=$$

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

а) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\mathbf{2}x+(-\mathbf{1})y+(-\mathbf{2})z+6=0;$



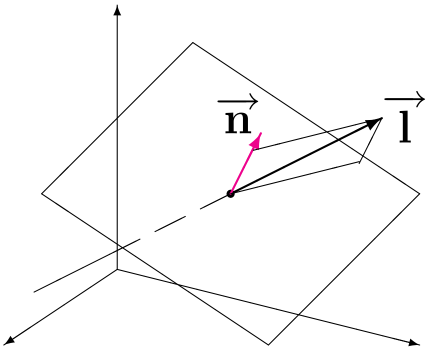
Решение. $\arcsin\left|\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|}\right|=$

$$=\arcsin\left|\frac{\left(4\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\sqrt{4^2+(-1)^2+(-8)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|}\right|=$$

$$=\arcsin\left|\frac{\left(4\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\overrightarrow{\mathbf{k}},\mathbf{2}\overrightarrow{\mathbf{i}}+(-\mathbf{1})\overrightarrow{\mathbf{j}}+(-\mathbf{2})\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)}{9\sqrt{\mathbf{2}^2+(-\mathbf{1})^2+(-\mathbf{2})^2}}\right|=$$

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

а) $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{-8}$ *и* $\mathbf{2}x+(-\mathbf{1})y+(-\mathbf{2})z+6=0;$



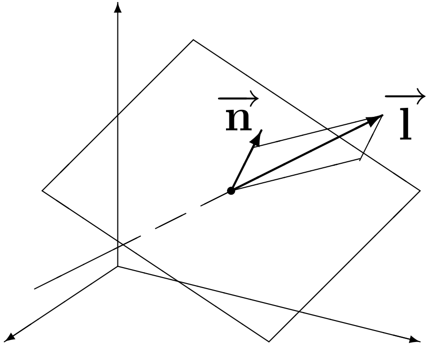
Решение. $\arcsin\left|\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}},\overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|}\right|=$

$$=\arcsin\left|\frac{\left(4\,\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\,\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\sqrt{4^2+(-1)^2+(-8)^2}\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|}\right|=$$

$$=\arcsin\left|\frac{\left(4\,\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-8\,\overrightarrow{\mathbf{k}},2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}-\overrightarrow{\mathbf{j}}-2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)}{9\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}\right|=\arcsin\frac{25}{27}.$$

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

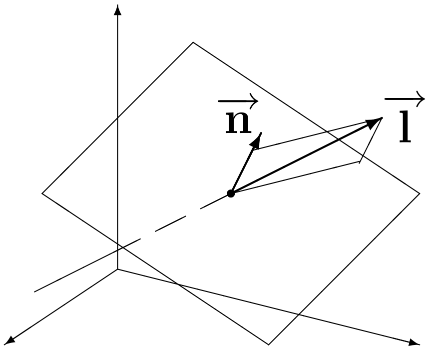
б) $2x - y - 2z + 6 = 0$ *и* $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0; \end{cases}$



Решение.

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

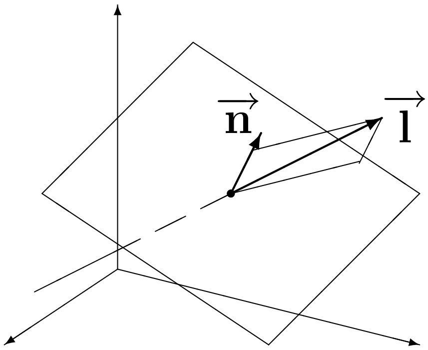
б) $2x - y - 2z + 6 = 0$ *и* $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0; \end{cases}$



Решение. Ясно, что угол между прямой и плоскостью дополняет до прямого угла угол между направляющим вектором и вектором, нормальным к плоскости.

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

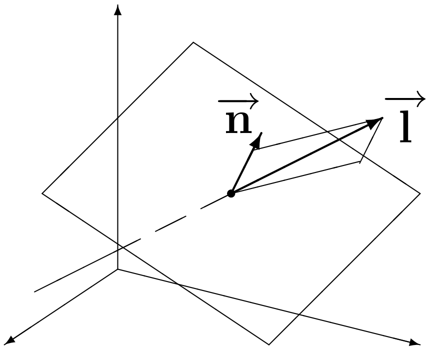
б) $2x - y - 2z + 6 = 0$ *и* $\begin{cases} \mathbf{0}x + \mathbf{1}y + \mathbf{1}z - 3 = 0, \\ \mathbf{8}x + \mathbf{9}y + (-\mathbf{5})z - 4 = 0; \end{cases}$



Решение. Надо найти направляющий вектор прямой: $\overrightarrow{\mathbf{l}} =$

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

б) $2x - y - 2z + 6 = 0$ *и* $\begin{cases} \mathbf{0}x + \mathbf{1}y + \mathbf{1}z - 3 = 0, \\ \mathbf{8}x + \mathbf{9}y + (\mathbf{-5})z - 4 = 0; \end{cases}$

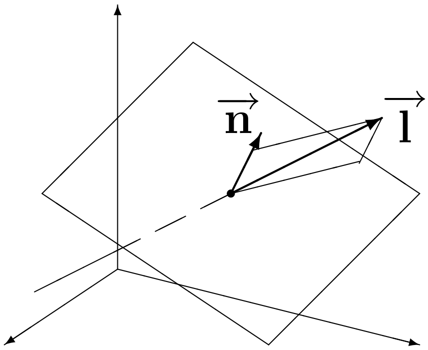


Решение. Надо найти направляющий вектор прямой: $\overrightarrow{\mathbf{l}} =$

$$= \left[\mathbf{0}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{1}\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \mathbf{1}\,\overrightarrow{\mathbf{k}},\ \mathbf{8}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{9}\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + (\mathbf{-5})\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right] =$$

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

б) $2x - y - 2z + 6 = 0$ *и* $\begin{cases} \mathbf{0}x + \mathbf{1}y + \mathbf{1}z - 3 = 0, \\ \mathbf{8}x + \mathbf{9}y + (-\mathbf{5})z - 4 = 0; \end{cases}$



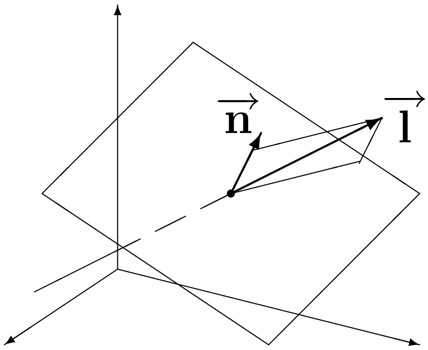
Решение. Надо найти направляющий вектор прямой: $\overrightarrow{\mathbf{l}} =$

$$= \left[\mathbf{0}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{1}\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \mathbf{1}\,\overrightarrow{\mathbf{k}},\ \mathbf{8}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{9}\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + (-\mathbf{5})\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right] =$$

$$= \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{8} & \mathbf{9} & -\mathbf{5} \end{vmatrix} =$$

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

б) $2x - y - 2z + 6 = 0$ *и* $\begin{cases} \mathbf{0}x + \mathbf{1}y + \mathbf{1}z - 3 = 0, \\ \mathbf{8}x + \mathbf{9}y + (\mathbf{-5})z - 4 = 0; \end{cases}$



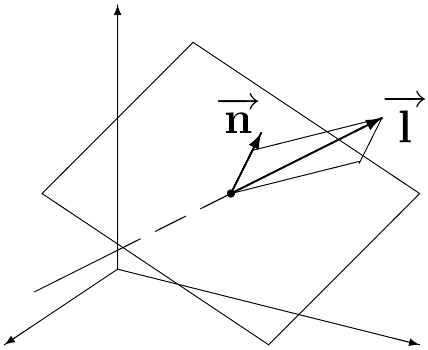
Решение. Надо найти направляющий вектор прямой: $\overrightarrow{\mathbf{l}} =$

$$= \left[\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}},\ 8\overrightarrow{\mathbf{i}} + 9\overrightarrow{\mathbf{j}} - 5\overrightarrow{\mathbf{k}}\right] =$$

$$= \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 0 & 1 & 1 \\ 8 & 9 & -5 \end{vmatrix} = -14\overrightarrow{\mathbf{i}} + 8\overrightarrow{\mathbf{j}} - 8\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

б) $\mathbf{2}x + (\mathbf{-1})y + (\mathbf{-2})z + 6 = 0$ *и* $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0; \end{cases}$

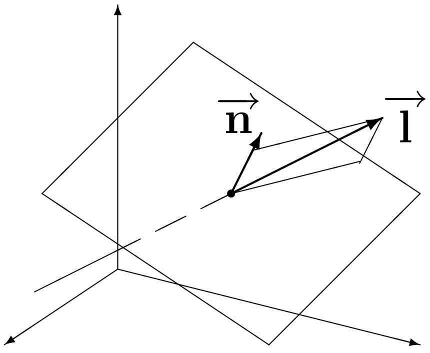


Решение. $\overrightarrow{\mathbf{l}} = -14\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 8\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 8\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

$$\arcsin\left|\frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|}\right| =$$

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

б) $\mathbf{2}x + (-\mathbf{1})y + (-\mathbf{2})z + 6 = 0$ *и* $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0; \end{cases}$



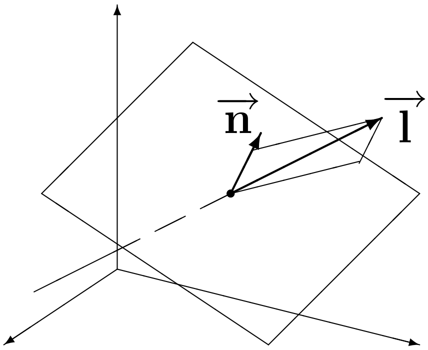
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{l}} = -14\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 8\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 8\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,.$

$$\arcsin\left|\frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}}\,,\,\overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|}\right| =$$

$$= \left|\arcsin\frac{\left(-14\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 8\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 8\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,, 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)}{18 \cdot 3}\right| =$$

Пример 12. *Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:*

б) $\mathbf{2}x + (-\mathbf{1})y + (-\mathbf{2})z + 6 = 0$ *и* $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0; \end{cases}$



Решение. $\overrightarrow{\mathbf{l}} = -14\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 8\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 8\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,.$

$$\arcsin\left|\frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{l}}\,,\,\overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{l}}\right|\,\left|\overrightarrow{\mathbf{n}}\right|}\right| =$$

$$= \left|\arcsin\frac{\left(-14\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 8\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 8\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,,\,2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)}{18\cdot 3}\right| = \arcsin\frac{10}{27}.$$

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.354.) Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $B(-3;-2;2)$ $C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Задача II.2. (Ответ приведен на стр.377.) Найти угол между фигурами

$$\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases} \text{ и } \begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$$

Задача II.3. (Ответ приведен на стр.386.) Найти угол между фигурами

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $B(-3;-2;2)$ $C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $\quad B(-3; -2; 2) \quad C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$.

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $\quad B(-3; -2; 2) \quad C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**.

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $\quad B(-3;-2;2)$ $\quad C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три).

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $\quad B(-3;-2;2) \quad C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей.

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0), \quad B(-3; -2; 2) \quad C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$.

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $\quad B(-3;-2;2)$ $\quad C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} =$$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $\quad B(-3;-2;2)$ $\quad C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} =$$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $\quad B(-3;-2;2)$ $\quad C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}} - \left(3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}}\right) =$$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $\quad B(-3;-2;2)$ $\quad C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}} - \left(3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = -6\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $\quad B(-3;-2;2)$ $\quad C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}} - \left(3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = -6\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} =$$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $\quad B(-3;-2;2) \quad C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}} - \left(3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = -6\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}} - \left(-3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = 3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $\quad B(-3;-2;2)$ $\quad C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}} - \left(3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = -6\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}} - \left(-3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = 3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Теперь найдем нормальный вектор плоскости $\triangle ABC$:

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right] =$$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $\quad B(-3;-2;2)\quad C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}} - \left(3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = -6\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}} - \left(-3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = 3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Теперь найдем нормальный вектор плоскости $\triangle ABC$:

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ -6 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{vmatrix} =$$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $\quad B(-3; -2; 2) \quad C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}} - \left(3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = -6\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}} - \left(-3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = 3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Теперь найдем нормальный вектор плоскости $\triangle ABC$:

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ -6 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -10\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 30\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 15\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $B(-3;-2;2)$ $C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}} - \left(3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = -6\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}} - \left(-3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = 3\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Теперь найдем нормальный вектор плоскости $\triangle ABC$:

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ -6 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -10\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 30\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 15\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

В качестве нормального вектора можно взять $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 6\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $\quad B(-3; -2; 2) \quad C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A, а в качестве нормального вектора выберем $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 6\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.
$2(x-3) - 6(y-(-1)) + 3(z-0) = 0$, то есть $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. В целях проверки можно подставить в это уравнение координаты точек A, B, C.

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $B(-3;-2;2)$ $C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A, а в качестве нормального вектора выберем $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 6\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.
$2(x-3)-6(y-(-1))+3(z-0)=0$, то есть $2x-6y+3z-12=0$. Вычислим **отклонения** точек P и Q от этой плоскости:

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $\quad B(-3;-2;2) \quad C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A, а в качестве нормального вектора выберем $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 6\overrightarrow{\mathbf{j}} + 3\overrightarrow{\mathbf{k}}$.
$2(x-3)-6(y-(-1))+3(z-0)=0$, то есть $2x-6y+3z-12=0$. Вычислим **отклонения** точек P и Q от этой плоскости:

$$\rho(P) = \frac{2\cdot 1 - 6\cdot 2 + 3\cdot(-1) - 12}{\sqrt{4+36+9}} =$$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $\quad B(-3;-2;2) \quad C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A, а в качестве нормального вектора выберем $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 6\overrightarrow{\mathbf{j}} + 3\overrightarrow{\mathbf{k}}$.
$2(x-3) - 6(y-(-1)) + 3(z-0) = 0$, то есть $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. Вычислим **отклонения** точек P и Q от этой плоскости:

$$\rho(P) = \frac{2 \cdot 1 - 6 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) - 12}{\sqrt{4+36+9}} = \frac{-25}{7},$$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $\quad B(-3; -2; 2) \quad C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A, а в качестве нормального вектора выберем $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 6\overrightarrow{\mathbf{j}} + 3\overrightarrow{\mathbf{k}}$.
$2(x-3) - 6(y-(-1)) + 3(z-0) = 0$, то есть $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. Вычислим **отклонения** точек P и Q от этой плоскости:

$$\rho(P) = \frac{2\cdot 1 - 6\cdot 2 + 3\cdot(-1) - 12}{\sqrt{4+36+9}} = \frac{-25}{7},$$

$$\rho(Q) = \frac{2\cdot 3 - 6\cdot(-1) + 3\cdot 3 - 12}{\sqrt{4+36+9}} =$$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A, а в качестве нормального вектора выберем $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 6\overrightarrow{\mathbf{j}} + 3\overrightarrow{\mathbf{k}}$.
$2(x-3) - 6(y-(-1)) + 3(z-0) = 0$, то есть $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. Вычислим **отклонения** точек P и Q от этой плоскости:

$$\rho(P) = \frac{2 \cdot 1 - 6 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) - 12}{\sqrt{4+36+9}} = \frac{-25}{7},$$

$$\rho(Q) = \frac{2 \cdot 3 - 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 - 12}{\sqrt{4+36+9}} = \frac{9}{7}.$$

Задача 1. Выяснить, какая из точек $P(1,2,-1)$ и $Q(3,-1,3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;-1;0)$, $\quad B(-3;-2;2)$ $\quad C(0;1;6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A, а в качестве нормального вектора выберем $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 6\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.
$2(x-3) - 6(y-(-1)) + 3(z-0) = 0$, то есть $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. Вычислим **отклонения** точек P и Q от этой плоскости:

$$\rho(P) = \frac{2\cdot 1 - 6\cdot 2 + 3\cdot(-1) - 12}{\sqrt{4+36+9}} = \frac{-25}{7},$$

$$\rho(Q) = \frac{2\cdot 3 - 6\cdot(-1) + 3\cdot 3 - 12}{\sqrt{4+36+9}} = \frac{9}{7}.$$

Значит, во-первых, точка P находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, так как $|\rho(P)| > |\rho(Q)|$, и, во-вторых, точки P и Q находятся по разные стороны от плоскости $\triangle ABC$, поскольку отклонения от этой плоскости у них имеют разные знаки.

Решение задачи 2.

Задача 2. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Задача 2. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.

Задача 2. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.
Угол между ними равен углу между направляющими векторами:

Задача 2. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.
Угол между ними равен углу между направляющими векторами:
$-4\overrightarrow{\mathbf{i}} + 7\overrightarrow{\mathbf{j}} - 4\overrightarrow{\mathbf{k}}$,

Задача 2. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.
Угол между ними равен углу между направляющими векторами:
$-4\overrightarrow{\mathbf{i}} + 7\overrightarrow{\mathbf{j}} - 4\overrightarrow{\mathbf{k}}$,

$\left[2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\overrightarrow{\mathbf{j}} - 3\overrightarrow{\mathbf{k}};\ 4\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}\right] =$

Задача 2. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.

Угол между ними равен углу между направляющими векторами:

$-4\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 7\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 4\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$,

$$\left[2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 3\,\overrightarrow{\mathbf{k}};\ 4\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 2. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.
Угол между ними равен углу между направляющими векторами:
$-4\overrightarrow{\mathbf{i}} + 7\overrightarrow{\mathbf{j}} - 4\overrightarrow{\mathbf{k}}$,

$$\left[2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\overrightarrow{\mathbf{j}} - 3\overrightarrow{\mathbf{k}};\ 4\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 7\overrightarrow{\mathbf{i}} - 14\overrightarrow{\mathbf{j}} + 14\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Значит, искомый угол равен

Задача 2. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.

Угол между ними равен углу между направляющими векторами:

$-4\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 7\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 4\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$,

$$\left[2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 3\,\overrightarrow{\mathbf{k}};\ 4\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 7\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 14\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 14\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Значит, искомый угол равен

$$\arccos \frac{\left(-4\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 7\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 4\,\overrightarrow{\mathbf{k}};\ \overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)}{\left|-4\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 7\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - 4\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right|} =$$

Задача 2. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.

Угол между ними равен углу между направляющими векторами:

$-4\overrightarrow{\mathbf{i}} + 7\overrightarrow{\mathbf{j}} - 4\overrightarrow{\mathbf{k}}$,

$$\left[2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\overrightarrow{\mathbf{j}} - 3\overrightarrow{\mathbf{k}};\ 4\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}\right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 7\overrightarrow{\mathbf{i}} - 14\overrightarrow{\mathbf{j}} + 14\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Значит, искомый угол равен

$$\arccos \frac{\left(-4\overrightarrow{\mathbf{i}} + 7\overrightarrow{\mathbf{j}} - 4\overrightarrow{\mathbf{k}};\ \overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)}{\left|-4\overrightarrow{\mathbf{i}} + 7\overrightarrow{\mathbf{j}} - 4\overrightarrow{\mathbf{k}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{i}} - 2\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\overrightarrow{\mathbf{k}}\right|} = \arccos\left(-\frac{26}{27}\right) = \pi - \arccos\left(\frac{26}{27}\right).$$

Решение задачи 3.

Задача 3. Найти угол между фигурами

Задача 3. Найти угол между фигурами

Ответ.

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?