Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Отображения. Функции

Раздел электронного учебника
для сопровождения практического занятия

Изд. 4-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2012

Пример 1. *Если* $A_1, A_2, \ldots, A_n$ *— множества, то можно считать, что множество* $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ *состоит из всевозможных функций* f *с областью определения* $\{1, 2, \ldots, n\}$ *и таких, что* $f(k) \in A_k$.

Пример 1. *Если* $A_1, A_2, \ldots, A_n$ — *множества, то можно считать, что множество* $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ *состоит из всевозможных функций* f *с областью определения* $\{1, 2, \ldots, n\}$ *и таких, что* $f(k) \in A_k$.

В самом деле, кортеж $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ можно рассматривать как нижнюю строку таблицы значений функции f:

k	1	2	$\ldots$	n
$f(k)$	a_1	a_2	$\ldots$	a_n

.

Пример 1. *Если* $A_1, A_2, \ldots, A_n$ — *множества, то можно считать, что множество* $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ *состоит из всевозможных функций* f *с областью определения* $\{1, 2, \ldots, n\}$ *и таких, что* $f(k) \in A_k$.

Например, можно считать, что $\{\alpha, \beta\} \times \{0, a\}$ равно не множеству кортежей $\{(\alpha; 0),\ (\alpha; a),\ (\beta; 0),\ (\beta; a)\}$, а множеству функций $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$, определенных таблицей значений

k	1	2
$f_1(k)$	α	0
$f_2(k)$	α	a
$f_3(k)$	β	0
$f_4(k)$	β	a

Такая интерпретация является довольно популярной в алгебре.

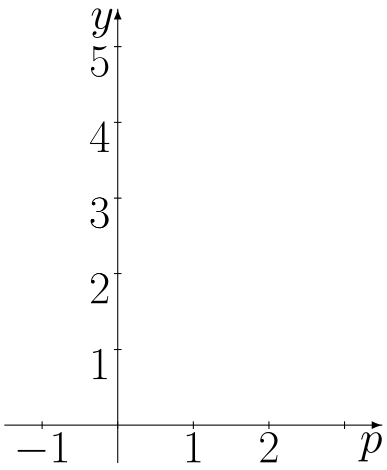
Вернёмся к лекции?

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



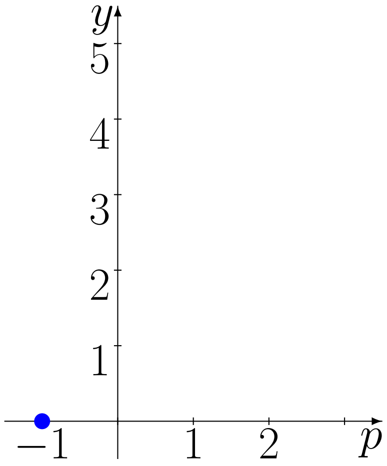
Решение. Начнём, например, с наименьшего значения аргумента:

$\alpha(-1) =$

$$A = \{ M'(-1;\ \ ); \qquad\qquad \}.$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



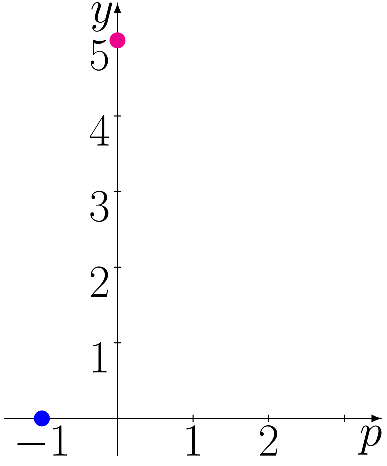
Решение. Начнём, например, с наименьшего значения аргумента:

$\alpha(-1) =$

$$A = \{ M'(-1;\ \ ); \qquad \}.$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



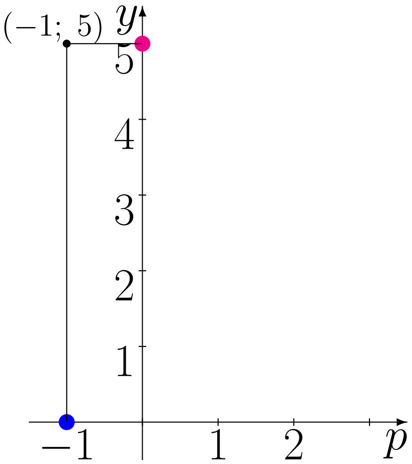
Решение. Начнём, например, с наименьшего значения аргумента:

$\alpha(-1) = 5.$

$$A = \{ M'(-1; 5); \qquad\qquad \}.$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



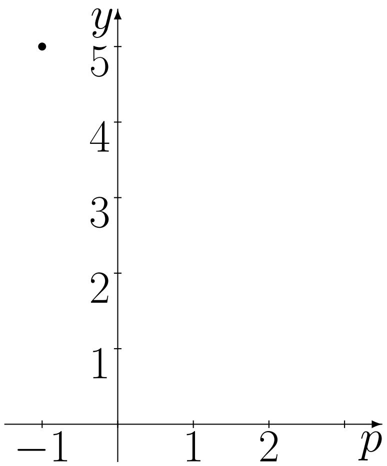
Решение. Начнём, например, с наименьшего значения аргумента:

$\alpha(-1) = 5.$

$$A = \left\{ M'(-1;5); \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



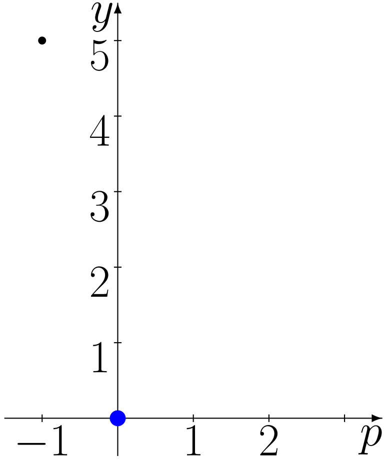
Решение.

$\alpha(-1) = 5,$

$$A = \{ M'(-1; 5); \qquad \qquad \qquad \qquad \} .$$

Пример 2. *Постройте график* A *функции* α, *заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



Решение.

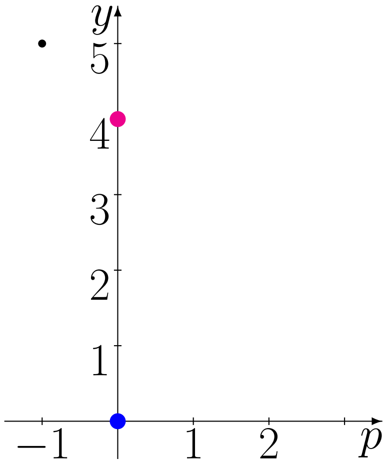
$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) =$

$$A = \Big\{ M'(-1; 5);\ M''(0;\quad);\qquad\qquad\qquad\qquad \Big\}.$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



Решение.

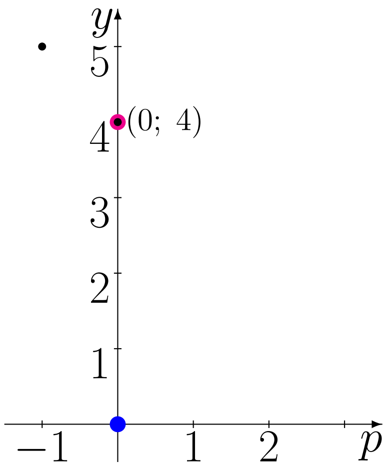
$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

$$A = \{M'(-1;5);\ M''(0;\ \ );\qquad\qquad\qquad\qquad\}.$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



Решение.

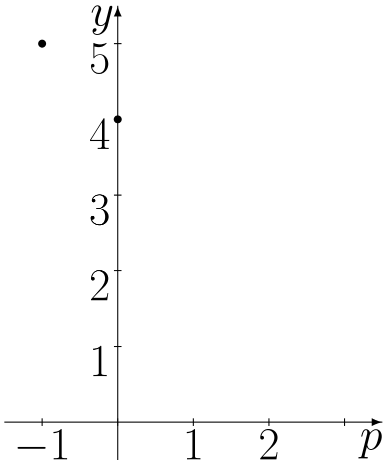
$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

$$A = \{ M'(-1; 5);\ M''(0; 4); \qquad \} .$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



Решение.

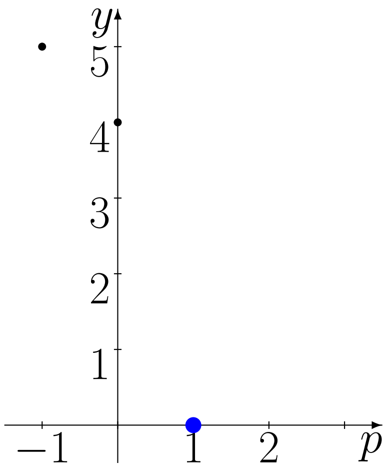
$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

$$A = \Big\{ M'(-1;5);\ M''(0;4); \qquad\qquad\qquad\qquad \Big\}.$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



Решение.

$\alpha(-1) = 5,$

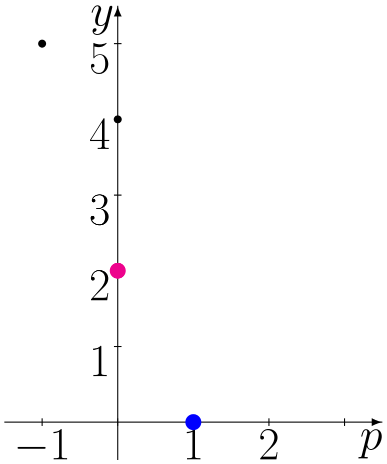
$\alpha(0) = 4,$

$\alpha(1) =$

$$A = \{ M'(-1; 5);\ M''(0; 4);\ M'''(1;\ \ );\qquad\qquad \} .$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



Решение.

$\alpha(-1) = 5,$

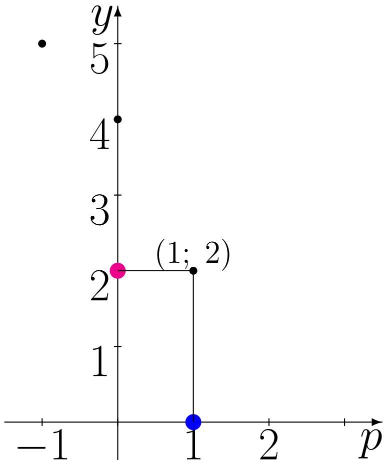
$\alpha(0) = 4,$

$\alpha(1) = 2,$

$$A = \{ M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;\ \ );\qquad\qquad \}.$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



Решение.

$\alpha(-1) = 5$,

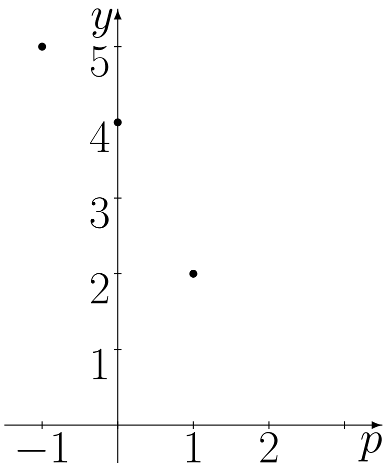
$\alpha(0) = 4$,

$\alpha(1) = 2$,

$$A = \left\{ M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;2); \qquad\qquad \right\}.$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



Решение.

$\alpha(-1) = 5,$

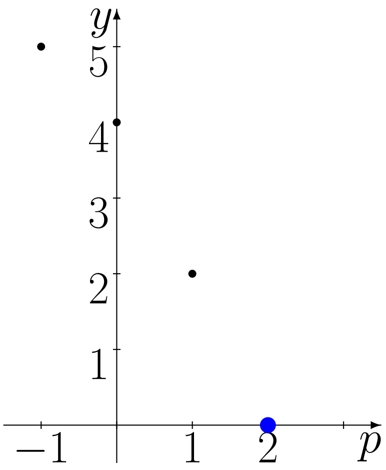
$\alpha(0) = 4,$

$\alpha(1) = 2,$

$$A = \left\{ M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;2); \qquad\qquad \right\}.$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



Решение.

$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

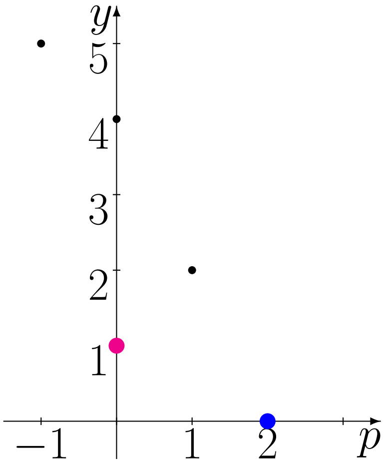
$\alpha(1) = 2,$

$\alpha(2) =$

$$A = \left\{ M'(-1; 5);\ M''(0; 4);\ M'''(1; 2);\ M^{(IV)}(2;\ \ ) \right\}.$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



Решение.

$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

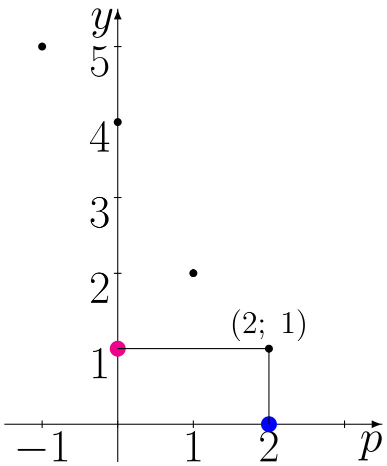
$\alpha(1) = 2,$

$\alpha(2) = 1.$

$$A = \left\{ M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;2);\ M^{(IV)}(2;\quad) \right\}.$$

Пример 2. *Постройте график A функции α, заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



Решение.

$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

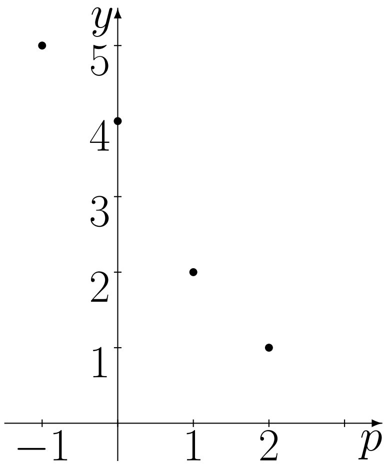
$\alpha(1) = 2,$

$\alpha(2) = 1.$

$$A = \left\{M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;2);\ M^{(IV)}(2;1)\right\}.$$

Пример 2. *Постройте график* A *функции* α, *заданной таблицей значений:*

p	-1	0	1	2
$\alpha(p)$	5	4	2	1



Решение.

$\alpha(-1) = 5$,

$\alpha(0) = 4$,

$\alpha(1) = 2$,

$\alpha(2) = 1$.

Итак, график функции α представляет собой множество из четырёх точек.

$$A = \left\{ M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;2);\ M^{(IV)}(2;1) \right\}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 3. *Функция g задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции, пересечение и объединение множеств $D(g)$ и $E(g)$.*

Решение. В данном примере используется переход от **динамической** модели функции к ее **статической** модели.

Пример 3. *Функция* g *задана формулой* $g(x) = 3x^2 - 1$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции, пересечение и объединение множеств* $D(g)$ *и* $E(g)$.

Решение. По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

Пример 3. *Функция g задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции, пересечение и объединение множеств $D(g)$ и $E(g)$.*

Решение. По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1), g(0), g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \{2, -1\}\,.$$

Пример 3. *Функция* g *задана формулой* $g(x) = 3x^2 - 1$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции, пересечение и объединение множеств* $D(g)$ *и* $E(g)$.

Решение. По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1), g(0), g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \{2, -1\}\,.$$

Поэтому $D(g) \cup E(g) = \{-1, 0, 1, 2\}$, $D(g) \cap E(g) = \{-1\}$.

Пример 3. *Функция g задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции, пересечение и объединение множеств $D(g)$ и $E(g)$.*

Решение. По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1), g(0), g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \{2, -1\}.$$

Поэтому $D(g) \cup E(g) = \{-1, 0, 1, 2\}$, $D(g) \cap E(g) = \{-1\}$.

Таблица значений функции g имеет вид:

x	-1	0	1
$3x^2 - 1$	2	-1	2

.

Вернёмся к лекции?

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение.

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(\mathbf{3}) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(\mathbf{3}) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(\mathbf{3}) = \mathbf{3}^2 - \mathbf{3}$,

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(\mathbf{t}) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(\mathbf{t}) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3$, $\quad f(3) = 6$,

$f(\mathbf{t}) = \mathbf{t}^2 - \mathbf{t}$,

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) = t^2 - t,$
$f(p+1) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(\mathbf{p+1}) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(\mathbf{p}+\mathbf{1}) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(\mathbf{p+1}) = (\mathbf{p+1})^2 - (\mathbf{p+1}),$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) = t^2 - t,$
$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) = t^2 - t,$
$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$
$f(2n) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(\mathbf{2n}) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(\mathbf{2n}) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(\mathbf{2n}) = (\mathbf{2n})^2 - (\mathbf{2n}),$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) = t^2 - t,$
$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$
$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x)=x^2-x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x)=x^2-x$,

$f(3)=3^2-3, \quad f(3)=6,$

$f(t)=t^2-t,$

$f(p+1)=(p+1)^2-(p+1),$

$f(2n)=(2n)^2-(2n),$

$f(x+y)=$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x)=x^2-x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x})=x^2-x$,

$f(3)=3^2-3, \quad f(3)=6,$

$f(t)=t^2-t,$

$f(p+1)=(p+1)^2-(p+1),$

$f(2n)=(2n)^2-(2n),$

$f(\mathbf{x}+\mathbf{y})=$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(\mathbf{x} + \mathbf{y}) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(\mathbf{x}+\mathbf{y}) = (\mathbf{x}+\mathbf{y})^2 - (\mathbf{x}+\mathbf{y}),$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$

$f(2(\alpha-1)) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$

$f(2(\alpha-1)) = (2(\alpha-1))^2 - (2(\alpha-1)), \quad f(2(\alpha-1)) =$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) = t^2 - t,$
$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$
$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$
$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$
$f(2(\alpha-1)) = (2(\alpha-1))^2 - (2(\alpha-1)), \quad f(2(\alpha-1)) = 4\alpha^2 - 4\alpha + 6,$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x)=x^2-x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x)=x^2-x$,
$f(3)=3^2-3, \quad f(3)=6,$
$f(t)=t^2-t,$
$f(p+1)=(p+1)^2-(p+1),$
$f(2n)=(2n)^2-(2n),$
$f(x+y)=(x+y)^2-(x+y),$
$f(2(\alpha-1))=(2(\alpha-1))^2-(2(\alpha-1)), \quad f(2(\alpha-1))=4\alpha^2-4\alpha+6,$
$f(3(a-x)+1)=$

Пример 4. *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

Решение. $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$

$f(2(\alpha - 1)) = (2(\alpha - 1))^2 - (2(\alpha - 1)), \quad f(2(\alpha - 1)) = 4\alpha^2 - 4\alpha + 6,$

$f(3(a-x)+1) = (3(a-x)+1)^2 - (3(a-x)+1).$

Вернёмся к лекции?

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

а) $s(y) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

а) $s(y) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

а) $s(y) = y - 2y^3$.

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

б) $s(n) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

б) $s(n) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

б) $s(n) = n - 2n^3$.

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y);$ ***б)*** $s(n);$ ***в)*** $s(y+n);$ ***г)*** $s(2y);$ ***д)*** $s(2-y);$ ***е)*** $s(1-y^2);$ ***ё)*** $s(t(n));$ ***ж)*** $t(s(n));$ ***з)*** $t(3 - s(n+1));$ ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n)).$

Решение.

в) $s(y+n) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4+s^2(n-t(4n))$.

Решение.

в) $s(y+n) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

в) $s(y+n) = (y+n) - 2(y+n)^3$.

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y + n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2 - y)$; ***е)*** $s(1 - y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n + 1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

г) $s(2y) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

г) $s(2y) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

г) $s(2y) = 2y - 2(2y)^3$.

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

д) $s(2-y) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

д) $s(2-y) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y);$ ***б)*** $s(n);$ ***в)*** $s(y+n);$ ***г)*** $s(2y);$ ***д)*** $s(2-y);$ ***е)*** $s(1-y^2);$ ***ё)*** $s(t(n));$ ***ж)*** $t(s(n));$ ***з)*** $t(3-s(n+1));$ ***и)*** $4+s^2(n-t(4n)).$

Решение.

д) $s(2-y) = (2-y) - 2(2-y)^3.$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

е) $s(1-y^2) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4+s^2(n-t(4n))$.

Решение.

е) $s(1-y^2) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

е) $s(1-y^2) = \left(1-y^2\right) - 2\left(1-y^2\right)^3.$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ё) $s(t(n)) =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ё) $s(t(n)) =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для s...

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ё) $s(t(n)) =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для s...

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ё) $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для s...

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y + n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2 - y)$; ***е)*** $s(1 - y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n + 1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ё) $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для s, осталось «раскрыть» выражение t.

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ё) $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для s, осталось «раскрыть» выражение t.

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ё) $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3$.

Первый вариант: сначала подставим выражение для s, осталось «раскрыть» выражение t.

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ё) $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3.$

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение t...

ё) $s(t(n)) =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ё) $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3$.

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение t...

ё) $s(t(n)) =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ё) $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3$.

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение t...

ё) $s(t(n)) = s\left(2n + \sqrt{n}\right) =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ё) $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3$.

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение t, осталось «раскрыть» выражение s.

ё) $s(t(n)) = s\left(2n + \sqrt{n}\right) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ё) $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3$.

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение t, осталось «раскрыть» выражение s.

ё) $s(t(n)) = s\left(2n + \sqrt{n}\right) =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ё) $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3.$

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение t, осталось «раскрыть» выражение s.

ё) $s(t(n)) = s\left(2n + \sqrt{n}\right) = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3.$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ж) $t(s(n)) =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ж) $t(s(n)) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для s...

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y);$ ***б)*** $s(n);$ ***в)*** $s(y+n);$ ***г)*** $s(2y);$ ***д)*** $s(2-y);$ ***е)*** $s(1-y^2);$ ***ё)*** $s(t(n));$ ***ж)*** $t(s(n));$ ***з)*** $t(3-s(n+1));$ ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n)).$

Решение.

ж) $t(s(n)) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для s...

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4+s^2(n-t(4n))$.

Решение.

ж) $t(s(n)) = t(n-2n^3) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для s...

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ж) $t(s(n)) = t(n - 2n^3) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для s, осталось «избавиться от t».

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4+s^2(n-t(4n))$.

Решение.

ж) $t(s(n)) = t(n - 2n^3) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для s, осталось «избавиться от t».

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ж) $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для s, осталось «избавиться от t».

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ж) $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от t»,

ж) $t(s(n)) =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ж) $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от t»,

ж) $t(s(n)) =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ж) $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от t»,

ж) $t(s(n)) = 2s(n) + \sqrt{s(n)} =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y);$ ***б)*** $s(n);$ ***в)*** $s(y+n);$ ***г)*** $s(2y);$ ***д)*** $s(2-y);$ ***е)*** $s(1-y^2);$ ***ё)*** $s(t(n));$ ***ж)*** $t(s(n));$ ***з)*** $t(3 - s(n+1));$ ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n)).$

Решение.

ж) $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}.$

Второй вариант: сначала «избавимся от t»,

осталось подставить выражение для t.

ж) $t(s(n)) = 2s(n) + \sqrt{s(n)} =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ж) $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}.$

Второй вариант: сначала «избавимся от t», осталось подставить выражение для t.

ж) $t(s(n)) = 2s(n) + \sqrt{s(n)} =$

Пример 5. *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

ж) $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от t», осталось подставить выражение для t.

ж) $t(s(n)) = 2s(n) + \sqrt{s(n)} = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

з) $t(3 - s(n+1)) =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

з) $t(3 - s(n+1)) =$

Допустим, сначала «избавимся от s»...

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$

Допустим, сначала «избавимся от s»...

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$

$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$
$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

Другой вариант:

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$
$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

Другой вариант:

з) $t(3 - s(n+1)) =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$

$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

Другой вариант:

з) $t(3 - s(n+1)) = 2(3 - s(n+1)) + \sqrt{(3 - s(n+1))} =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$
$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

Другой вариант:

з) $t(3 - s(n+1)) = 2(3 - s(n+1)) + \sqrt{(3 - s(n+1))} =$
$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y);$ ***б)*** $s(n);$ ***в)*** $s(y+n);$ ***г)*** $s(2y);$ ***д)*** $s(2-y);$ ***е)*** $s(1-y^2);$ ***ё)*** $s(t(n));$ ***ж)*** $t(s(n));$ ***з)*** $t(3 - s(n+1));$ ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n)).$

Решение.

и) $4 + s^2(n - t(4n)) =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

и) $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \big((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\big)^2 =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

и) $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \big((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\big)^2 =$

$$= 4 + \left(\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

и) $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \left((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\right)^2 =$

$$= 4 + \left(\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

Другой вариант:

и) $4 + s^2(n - t(4n)) =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

и) $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \left((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\right)^2 =$

$$= 4 + \left(\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

Другой вариант:

и) $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + s^2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) =$

Пример 5. *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

Решение.

и) $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \left((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\right)^2 =$

$$= 4 + \left(\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

Другой вариант:

и) $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + s^2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) =$

$$= 4 + \left(\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение.

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

Следующий этап: ищем, в каком виде можно представить ответ.

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

Следующий этап: ищем, в каком виде можно представить ответ. Надо задать *функцию*. В математике обычно применяется один из трех способов:

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

Следующий этап: ищем, в каком виде можно представить ответ. Надо задать *функцию*. В математике обычно применяется один из трех способов: *выражение*, *таблица* и *график*.

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

Следующий этап: ищем, в каком виде можно представить ответ. Надо задать *функцию*. В математике обычно применяется один из трех способов: *выражение*, *таблица* и *график*.

Суперпозиция определялась с помощью выражений, и функции f и g также заданы выражениями, поэтому ответ данной задачи мы представим в виде выражений.

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Подробно опишем процесс вычисления функции $f \circ g$, а для остальных случаев просто приведем результат.

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\big(f(x)\big)$.

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\big(f(x)\big)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) =$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\big(f(x)\big)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\big(f(x)\big) = g(x + 1)$.

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении, задающем функцию g, то есть в выражении $g(x) = x^2$ слово x можно заменить словом $x + 1$.

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении, задающем функцию g, то есть в выражении $g(x) = x^2$ слово x можно заменить словом $x + 1$. Если Вас смущает тот факт, что буква x имеет слишком много разных значений (правильно, кстати, смущает), можно в выражении для g сначала заменить букву x на другую букву, например, на y. Получим $g(y) =$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении, задающем функцию g, то есть в выражении $g(x) = x^2$ слово x можно заменить словом $x + 1$. Если Вас смущает тот факт, что буква x имеет слишком много разных значений (правильно, кстати, смущает), можно в выражении для g сначала заменить букву x на другую букву, например, на y. Получим $g(y) = y^2$.

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово x можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо y подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) =$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово x можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо y подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$.

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово x можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо y подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово x можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо y подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово x можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо y подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово x можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо y подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2.$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово x можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо y подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x+1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово x можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо y подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово x можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо y подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово x можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо y подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 = f^2(x) =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x+1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x+2$, $h_2(x) = x^2+4x+5$.

Решение. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x+1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x+1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово x можно заменить словом $x+1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x+1)$, надо вместо y подставить слово $x+1$. Получим $g(x+1) = (x+1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x+1) = (x+1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 = f^2(x) = (x+1)^2.$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$h_2(x) =$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$h_2(x) = (x+2)^2+1 =$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$h_2(x) = (x{+}2)^2{+}1 = ((x{+}1){+}1)^2{+}1 =$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 = f(f(x))^2+1 =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 = f(f(x))^2+1 =$$

$$= g(f(f(x)) + 1 =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 = f(f(x))^2+1 =$$

$$= g(f(f(x)) + 1 = f(g(f(f(x)))) =$$

Пример 6. *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* f *и* g *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

Решение. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 = f(f(x))^2+1 =$$
$$= g(f(f(x)) + 1 = f(g(f(f(x)))) = f \circ f \circ g \circ f(x).$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 7. *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* f *задано таблицей:*

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2

и функция g *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

Решение.

Пример 7. *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* f *задано таблицей:*

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2

и функция g *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

Решение. Сначала найдем таблицы значений функций h_1 и h_2. Так как $h_1(x) = g\big(f(x)\big)$, то для того чтобы можно было найти значение h_1 на элементе x_0, надо, чтобы можно было вычислить $f(x_0)$, то есть значение x_0 переменной x должно принадлежать множеству $D(f) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Пример 7. *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* f *задано таблицей:*

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2

и функция g *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

Решение. Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2
$g(f(x))$					

,

Пример 7. *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* f *задано таблицей:*

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2

и функция g *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

Решение. Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2
$g(f(x))$	–	1^2	0^2	$(-1)^2$	–

,

Пример 7. *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* f *задано таблицей:*

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2

и функция g *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

Решение. Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2
$g(f(x))$	$-$	1^2	0^2	$(-1)^2$	$-$

, т.е.

x	1	2	3
$h_1(x)$	1	0	1

.

Пример 7. *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* f *задано таблицей:*

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2

и функция g *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

Решение. Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2
$g(f(x))$	$-$	1^2	0^2	$(-1)^2$	$-$

, т.е.

x	1	2	3
$h_1(x)$	1	0	1

.

Отметим, что $g\left(f(0)\right) = g(2) = g\left(f(4)\right)$ вычислить нельзя, так как, по условию, $2 \notin D(g) = \{-1, 0, 1\}$.

Пример 7. *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* f *задано таблицей:*

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2

и функция g *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

Решение. Теперь найдем таблицу значений функции $h_2(x) = f(g(x))$. Можно было бы начать с того, что $D(h_2) \subseteq D(g)$, но мы, ради разнообразия (чтобы Вы случайно не заскучали) начнем с области допустимых значений функции h_2. Для этого вновь придется заняться функцией f, так как $E(h_2) \subseteq E(f)$. Таким образом, известно, что во *второй* строке таблицы значений функции стоят только элементы из $E(f) = \{2, 0, -1\}$. Поэтому для того чтобы получить искомому таблицу значений, надо решить уравнения $f\left(g(x)\right) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

Пример 7. *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* f *задано таблицей:*

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2

и функция g *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

Решение. Начнем с уравнения $f\left(g(x)\right) = 2$. Из таблицы значений функции f получаем, что либо $g(x) = 0$, либо $g(x) = 4$. Так как $g(x) = x^2$, то в первом случае $x = 0$ (все в порядке). Во втором случае $x = 2$ или $x = -2$. Но оба полученных значения не входят в область определения функции g (по условию примера $D(g) = \{-1, 0, 1\}$). Значит, значение 2 у функции h_2 появляется только на аргументе, равном 0.

Пример 7. *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* f *задано таблицей:*

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2

и функция g *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

Решение. Теперь рассмотрим уравнение $h_2(x) = 0$, то есть $f\big(g(x)\big) = 0$. Из таблицы значений функции f получаем $g(x) = 2$. Но числа $\sqrt{2}$ и $-\sqrt{2}$ не входят в область определения функции g, поэтому уравнение $h_2(x) = 0$ решений не имеет.

Пример 7. *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* f *задано таблицей:*

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	0	-1	2

и функция g *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

Решение. Аналогично рассуждая, получаем, что уравнение $h_2(x) = -1$ не имеет решений. Таким образом, таблица значений функции h_2 имеет вид:

x	0
$h_2(x)$	2

. Значит, функция h_1 — функция-константа, принимающая только значение 2 на единственном элементе ее области определения, равной $D(h_2) = \{0\}$.

Вернёмся к лекции?

Пример 8. *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* g *задана таблицей*

x	3	2	0
$g(x)$	5	9	2

. Найти функции, обратные к h *и к* g*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$.

Решение.

Пример 8. *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* g *задана таблицей*

x	3	2	0
$g(x)$	5	9	2

. Найти функции, обратные к h *и к* g*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

Решение. Так как область D, в которой к функции f надо найти обратную, не указана, то либо предполагается, что $D = D(f)$, либо мы должны указать все обратные функции на промежутках, которые еще предстоит найти.

Пример 8. *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* g *задана таблицей*

x	3	2	0
$g(x)$	5	9	2

. Найти функции, обратные к h *и к* g, *и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

Решение. Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$. Знак $\equiv$ применяется для обозначения тождества, то есть равенства, справедливого для любого значения переменной, принадлежащего области определения функции.

Пример 8. *Пусть* $f(x) = x^2 + 1$, $\quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* g *задана таблицей*

x	3	2	0
$g(x)$	5	9	2

. Найти функции, обратные к h *и к* g*, и решения уравнений:* $\quad$ *1)* $h(x) = g(x)$*;* $\quad$ *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

Решение. Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$. Но, например, $f(-1) = 2 = f(1)$, поэтому *однозначно* определить, чему должна быть равна функция f^{-1} нельзя, то есть обратная функция к f не существует (во *всей* области определения функции f).

Пример 8. *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* g *задана таблицей*

x	3	2	0
$g(x)$	5	9	2

. *Найти функции, обратные к* h *и к* g, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

Решение. Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$. Обратная функция к f определена только в каждой из областей $x \leq 0$ и $x \geq 0$. Найдем эти обратные функции. Фактически надо решить уравнение $x \equiv f(f^{-1}(x))$ относительно $f^{-1}(x)$.

Процедура решения уравнения в некотором смысле является обратной к процедуре вычисления суперпозиции функций. При вычислении значения выражения $x^2 + 1$ сначала необходимо вычислить x^2, а потом к результату прибавить единицу. То есть при вычислении значения сложной функции мы на каждом шаге в очередную «составляющую ее функцию» последовательно «упаковываем» результат предыдущего вычисления. При решении уравнения все делаем в обратном порядке, «снимаем» со значения функции «обертку» в последовательности, обратной к последовательности вычисления, пока не получим «чистое ядрышко» — искомое значение аргумента.

Пример 8. *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* g *задана таблицей*

x	3	2	0
$g(x)$	5	9	2

. Найти функции, обратные к h *и к* g*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

Решение. Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$. Обратная функция к f определена только в каждой из областей $x \leq 0$ и $x \geq 0$. Найдем эти обратные функции. Фактически надо решить уравнение $x \equiv f(f^{-1}(x))$ относительно $f^{-1}(x)$.

Имеем $x \equiv f(f^{-1}(x)) \equiv (f^{-1}(x))^2 + 1$, то есть сначала надо «убрать прибавление единицы»: $x - 1 \equiv (f^{-1}(x))^2$. Теперь осталось «убрать возведение в квадрат». Поэтому на неположительной полуоси, т.е. при $f^{-1}(x) \leq 0$, получаем $f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1}$, а на неотрицательной полуоси, т.е. при $f^{-1}(x) \geq 0$, получаем $f^{-1}(x) = \sqrt{x-1}$.

Пример 8. *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* g *задана таблицей*

x	3	2	0
$g(x)$	5	9	2

. *Найти функции, обратные к* h *и к* g, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

Решение. Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$. Обратная функция к f определена только в каждой из областей $x \leq 0$ и $x \geq 0$. Найдем эти обратные функции. Фактически надо решить уравнение $x \equiv f(f^{-1}(x))$ относительно $f^{-1}(x)$.

Найти обратную к функции g проще. Но сначала надо ответить на вопрос: что значит «найти функцию»? Это означает — задать ее некоторым «стандартным» способом. Обычно это означает — формулой. Но в нашем случае более естественно найти ее таблицу.

Пример 8. *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* g *задана таблицей*

x	3	2	0
$g(x)$	5	9	2

. *Найти функции, обратные к* h *и к* g, *и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

Решение. Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$. Обратная функция к f определена только в каждой из областей $x \leq 0$ и $x \geq 0$. Найдем эти обратные функции. Фактически надо решить уравнение $x \equiv f(f^{-1}(x))$ относительно $f^{-1}(x)$.

Получаем

t	5	9	2
$g^{-1}(t)$	3	2	0

.

Пример 8. *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* g *задана таблицей*

x	3	2	0
$g(x)$	5	9	2

. Найти функции, обратные к h *и к* g*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

Решение. Осталось решить уравнения. Сначала зададим функцию h формулой. Имеем $h(x) = f(x-1) = (x-1)^2 + 1$. Решим уравнение $h(x) = g(x)$. Область определения функции g представляет собой трехэлементное множество $\{3, 2, 0\}$. Поэтому можно просто сравнить значения функций h и g в этих точках. Получаем $h(3) = 5$, $g(3) = 5$ (то есть $x = 3$ — решение), $h(2) = 2$, $g(2) = 9$ ($x = 2$ не подходит), $h(0) = 2$, $g(0) = 2$ ($x = 0$ — тоже решение). Таким образом, имеется два решения уравнения $h(x) = g(x)$: $x = 3$ и $x = 0$. Можно записать и так: $\Big\{x \,\Big|\, f(x) = g(x)\Big\} = \{0, 3\}$.

Пример 8. *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* g *задана таблицей*

x	3	2	0
$g(x)$	5	9	2

. *Найти функции, обратные к* h *и к* g, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

Решение. Для того чтобы решить уравнение $g(x) = g(x-2)$, найдем таблицу значений функции, заданной выражением $g^*(x) = g(x-2)$. Так как ОДЗ$(g^*) \subseteq E(g) = \{2, 5, 9\}$, то для нахождения таблицы значений функции g^* надо решить уравнения $g(x-2) = 2$, $g(x-2) = 5$ и $g(x-2) = 9$. Из таблицы значений функции g для первого уравнения получаем, $x - 2 = 0$, то есть $x = 2$, поэтому $g^*(2) = 2$. Для второго уравнения $x - 2 = 3$, поэтому $x = 5$. Наконец, для $g(x-2) = 9$ имеем $x - 2 = 2$.

Пример 8. *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* g *задана таблицей*

x	3	2	0
$g(x)$	5	9	2

. Найти функции, обратные к h *и к* g*, и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

Решение. Для того чтобы решить уравнение $g(x) = g(x-2)$, найдем таблицу значений функции, заданной выражением $g^*(x) = g(x-2)$.

$$g(x-2) = 2 \;\Rightarrow\; x - 2 = 0 \;\Rightarrow\; x = 2 \;\Rightarrow\; g^*(2) = 2,$$
$$g(x-2) = 5 \;\Rightarrow\; x - 2 = 3 \;\Rightarrow\; x = 5 \;\Rightarrow\; g^*(5) = 5,$$
$$g(x-2) = 9 \;\Rightarrow\; x - 2 = 2 \;\Rightarrow\; x = 4 \;\Rightarrow\; g^*(4) = 9,$$

следовательно,

t	2	5	4
$g^*(t)$	2	5	9

.

Пример 8. *Пусть* $f(x) = x^2 + 1$, $\quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* g *задана таблицей*

x	3	2	0
$g(x)$	5	9	2

. Найти функции, обратные к h *и к* g, *и решения уравнений:* $\quad$ *1)* $h(x) = g(x)$; $\quad$ *2)* $g(x) = g(x-2)$.

Решение.

t	2	5	4
$g^*(t)$	2	5	9

.

Из сравнения столбцов таблиц значений функций g и g^* получаем, что равенство $g(x) = g(x-2)$ не выполняется ни при каких x.

Вернёмся к лекции?

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.226.) Известно, что $D(f) = \{-1, 0, 1\}$, причем $f(-1) = 2$, $f(1) = 2 \cdot f(-1)$, $f(0) = f(1) + f(-1)$. Задайте функцию f таблицей значений.

Задача I.2. (Ответ приведен на стр.228.) Функции f и g заданы таблицами значений:

t	-1	0	1
$f(t)$	2	1	-2

,

s	-1	1	0
$g(s)$	2	-2	1

.

Выясните, равны ли функции f и g, постройте их графики. Перебором всех вариантов решите уравнение $f(x) = -2x$.

Задача I.3. (Ответ приведен на стр.230.) Пусть $D(f) = \{0, 1, 2, 3\}$ и в области определения функции f выполняется равенство $f(x) = 1 - x^2$. Задайте функцию f таблицей. Найдите $E(f)$. Является ли функция f *взаимно* однозначной?

Задача I.4. (Ответ приведен на стр.232.) Пусть функция f каждому слову из списка $\{$сорока, грач, жук, акула$\}$ ставит в соответствие количество содержащихся в нем согласных букв, а функция g — количество содержащихся в нем гласных букв. Найдите функции f и g (то есть задайте их стандартным образом), а также функцию h, заданную выражением $h(x) = 2 \cdot f(x) - 3$. Найдите $D(f)$, $E(f)$, $D(g)$,$E(g)$, $D(h)$, $E(h)$. Являются ли функции f и g *взаимно* однозначными? Решите уравнения и неравенства: **1**) $f(x) < g(x)$; **2**) $f(y) > g(y)$; **3**) $f(z) \geq g(z)$; **4**) $f(t) = g(t)$.

Задача I.5. (Ответ приведен на стр.235.) Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $D(g) = D(k) = \{-1, 0, 1\}$ и в своей области определения функции f, g и k заданы формулами $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = x^2 + x$, $k(t) = t^2 + t$. Найдите таблицы значений функций f, g и k. Выясните, какие из функций f, g, h, k равны, если h задана таблицей значений

t	-1	0	1
$h(t)$	0	0	2

.

[1] Функция g называется **ограничением** функции f на множество $\{-1, 0, 1\}$.

Задача I.6. (Ответ приведен на стр.237.) Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{0, 1, 3\}$. Найдите функцию f, если для любого x из области ее определения имеет место неравенство $2 - x < f(x)$. Является ли функция f взаимно однозначной?

Задача I.7. (Ответ приведен на стр.239.) Пусть функция f каждому подмножеству X множества $\{1, 2\}$ ставит в соответствие множество $X \cap \{2, 3, 4\}$, а функция g — множество $X \cup \{2, 3, 4\}$. Задайте функции f и g таблицами. Непосредственной проверкой выясните, для любого ли $X \subseteq \{1, 2\}$ выполняется включение $f(X) \subseteq g(X)$. Являются ли функции f и g взаимно однозначными?

Задача I.8. (Ответ приведен на стр.241.) Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{2, 6, 10\}$, $f(1) = 6$ и $f(2) < 5$. Найдите функцию f. Является ли функция f взаимно однозначной?

Задача I.9. (Ответ приведен на стр.243.) Пусть $D(f) = \{0, 1, 2\}$, $E(f) = \{0, -1, 2\}$ и в области определения функции f выполняются неравенства $x - 2 < f(x) < x^2$. Найдите функцию f. Является ли функция f взаимно однозначной?

Задача I.10. (Ответ приведен на стр.245.) Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $E(f) = \{-2, 0, 2, 4\}$, функция g задана таблицей

t	-2	-1	0	1	2
$g(t)$	-3	-1	2	1	3

и в области определения функции f выполняются неравенства $g(x) < f(x) < g(x) + 3$. Найдите функцию f. Является ли функция f взаимно однозначной?

Задача II.11. (Ответ приведен на стр.247.) Функция f задана таблицей значений

t	-1	0	1	2
$f(t)$	2	1	-1	1

. Найдите таблицы значений функций $p(x) = f(-x)$, $q(x) = -f(x)$, $r(x) = -f(-x)$, $g(x) = f(2x)$, $h(x) = 2f(x)$.

Задача II.12. (Ответ приведен на стр.249.) Пусть

t	-2	-1	0	1	2
$p(t)$	2	0	1	1	-1

,

s	-1	0	1	2
$q(p(s))$	3	2	2	-1

и $D(q) \subseteq E(p)$. Найдите функцию q.

Задача II.13. (Ответ приведен на стр.251.) Пусть

x	-1	0	1
$h(x) = q(p(x))$	4	2	-1

,

y	1	3	5
$q(y)$	-1	4	2

и $D(p) = D(h)$. Найдите функцию p.

Задача II.14. (Ответ приведен на стр.253.) Пусть

x	-1	0	1
$q(p(x))$	4	2	-1

и функция p задана формулой $p(x) = 2x - 1$. Найдите функцию q.

Задача II.15. (Ответ приведен на стр.255.) Пусть

x	-1	0	1
$q(p(x))$	4	2	-1

и функция q задана формулой $q(x) = 2x - 1$. Найдите функцию p.

Задача II.16. (Ответ приведен на стр.257.) Пусть

x	-2	-1	0	1	2
$p(x)$	1	2	-1	1	-3

,

x	-2	-1	0	1	2
$q(x)$	1	-2	0	2	-1

и

x	-2	-1	0	1
$r(q(p(x)))$	5	-2	-2	5

Найдите функцию r.

Задача II.17. (Ответ приведен на стр.259.) Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию q.

Задача II.18. (Ответ приведен на стр.261.) Пусть $p(x) = 2x - 1$, $q(p(x)) = 4x^2 - 8x + 5$. Найдите функцию q.

Задача II.19. (Ответ приведен на стр.263.) Пусть известно, что для любого неотрицательного вещественного числа t имеем $p(t) \leq 0$, $q(t) \geq 0$, $r(y) = y^2 - 1$, $r(p(x)) = r(q(x)) = x + 2\sqrt{x}$. Найдите функции p, q.

Задача II.20. (Ответ приведен на стр.265.) Решите уравнение $q(p(x)) = p(q(x))$, если $p(x) = x^2 + 1$ и $q(x) = 2x$.

Задача II.21. (Ответ приведен на стр.267.) Пусть $f(x) = x + 1$ и $g(f(t)) = t^2 + 2t + 2$. Найдите функцию g.

Задача III.22. (Ответ приведен на стр.269.) Известно, что уравнение $f(x) = x$ имеет два решения. Что можно сказать о количестве решений уравнения $f(f(x)) = f(x)$?

Задача III.23. (Ответ приведен на стр.271.) Функция f задана таблицей

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	-1	-2	-1	2	7

. Найдите таблицу функции g, заданной формулой $g(1-2x) = f(2+x)$.

Задача III.24. (Ответ приведен на стр.273.) Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция g задана таблицей

t	-2	-1	0	1	2
$g(t)$	2	1	2	5	10

, а функция f задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции g. Докажите, что в области определения функции g эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

Задача III.25. (Ответ приведен на стр.279.) Найдите обратную к суперпозиции функций $f(t) = 2t - 1$ и g, заданной таблицей

t	0	1	2
$g(t)$	1	2	0

.

Задача III.26. (Ответ приведен на стр.281.) Пусть f задана таблицей

x	a	b	c	d
$f(x)$	c	c	a	b

и область определения функции g равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d, \quad g(b) = c, \quad g(c) = b, \quad g(d) = a.$

а) является ли f функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию g таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

Задача III.27. (Ответ приведен на стр.286.) Проверьте, какая из функций: $f_1(x) = 3 \cdot 10^x - 5$, $f_2(x) = (3x)^{10} + 5$, $f_3(x) = 10^{3x} - 5$ является обратной к функции $g(y) = \frac{1}{3}\lg(y+5)$ на луче $y > -5$.

Задача III.28. (Ответ приведен на стр.288.) Функция f задана таблицей

s	-1	0	1	2
$f(s)$	3	-1	1	-2

Найдите обратную к функции g, где $g(t) = 2 \cdot f(t-1)$. Постройте графики функций g и g^{-1}.

Задача III.29. (Ответ приведен на стр.290.) Функции f и g заданы таблицами

p	-2	-1	0	1	2
$f(p)$	2	3	1	0	-2

,

q	-1	0	1	2
$g(q)$	3	-1	1	-2

.

Найдите таблицы значений функций $(f \circ g)^{-1}$, $(g \circ f)^{-1}$, $f^{-1} \circ g^{-1}$ и $g^{-1} \circ f^{-1}$.

Задача III.30. (Ответ приведен на стр.292.) Проверьте, является ли функция, заданная формулой $f(x) = 2x - 3$, обратной к функции, заданной формулой $g(y) = 0.5y + 1.5$.

Задача III.31. (Ответ приведен на стр.294.) Пусть $E(p) = E(q)$ и

x	-1	0	1
$p(x)$	2	3	1

,

x	-1	0	1
$q^{-1}\left(p(x)\right)$	3	2	0

.

Найдите функцию q.

Задача III.32. (Ответ приведен на стр.296.) Найдите обратную к функции $f(x) = 10^{2x} + 10^x + 2$.

Задача III.33. (Ответ приведен на стр.298.) Найдите обратные (с указанием множеств, на которых найдены обратные функции) к функциям: $f(x) = (x^3 - 5)^{1/5}$, $g(x) = \exp(5x^5 - 3)$, $h(x) = \lg^2\big((2x+4)^3+2\big)$, $k(x) = 4^x + 2^x - 2$, $m(x) = 10^{x-2} + 10$.

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Известно, что $D(f) = \{-1, 0, 1\}$, причем $f(-1) = 2$, $f(1) = 2 \cdot f(-1)$, $f(0) = f(1) + f(-1)$. Задайте функцию f таблицей значений.

Задача 1. Известно, что $D(f) = \{-1, 0, 1\}$, причем $f(-1) = 2$, $f(1) = 2 \cdot f(-1)$, $f(0) = f(1) + f(-1)$. Задайте функцию f таблицей значений.

Ответ.

x	-1	0	1
$f(x)$	2	6	4

.

Решение задачи 2.

Задача 2. Функции f и g заданы таблицами значений:

t	-1	0	1
$f(t)$	2	1	-2

,

s	-1	1	0
$g(s)$	2	-2	1

.

Выясните, равны ли функции f и g, постройте их графики. Перебором всех вариантов решите уравнение $f(x) = -2x$.

Задача 2. Функции f и g заданы таблицами значений:

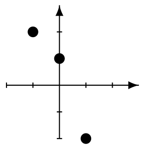
t	-1	0	1
$f(t)$	2	1	-2

,

s	-1	1	0
$g(s)$	2	-2	1

.

Выясните, равны ли функции f и g, постройте их графики. Перебором всех вариантов решите уравнение $f(x) = -2x$.

Ответ. $f = g$,  , $\left\{x \,\middle|\, f(x) = -2x\right\} = \{-1, 1\}$.

Решение задачи 3.

Задача 3. Пусть $D(f) = \{0, 1, 2, 3\}$ и в области определения функции f выполняется равенство $f(x) = 1 - x^2$. Задайте функцию f таблицей. Найдите $E(f)$. Является ли функция f *взаимно* однозначной?

Задача 3. Пусть $D(f) = \{0, 1, 2, 3\}$ и в области определения функции f выполняется равенство $f(x) = 1 - x^2$. Задайте функцию f таблицей. Найдите $E(f)$. Является ли функция f *взаимно* однозначной?

Ответ.

t	0	1	2	3
$f(t)$	1	0	-3	-8

, $E(f) = \{-8, -3, 0, 1\}$. Согласно **критерию**, функция f является взаимно однозначной, так как для любого y из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.

Решение задачи 4.

Задача 4. Пусть функция f каждому слову из списка $\{\text{сорока}, \text{грач}, \text{жук}, \text{акула}\}$ ставит в соответствие количество содержащихся в нем согласных букв, а функция g — количество содержащихся в нем гласных букв. Найдите функции f и g (то есть задайте их стандартным образом), а также функцию h, заданную выражением $h(x) = 2 \cdot f(x) - 3$. Найдите $D(f)$, $E(f)$, $D(g)$,$E(g)$, $D(h)$, $E(h)$. Являются ли функции f и g *взаимно* однозначными? Решите уравнения и неравенства: **1**) $f(x) < g(x)$; **2**) $f(y) > g(y)$; **3**) $f(z) \geq g(z)$; **4**) $f(t) = g(t)$.

Задача 4. Пусть функция f каждому слову из списка $\{\text{сорока}, \text{грач}, \text{жук}, \text{акула}\}$ ставит в соответствие количество содержащихся в нем согласных букв, а функция g — количество содержащихся в нем гласных букв. Найдите функции f и g (то есть задайте их стандартным образом), а также функцию h, заданную выражением $h(x) = 2 \cdot f(x) - 3$. Найдите $D(f)$, $E(f)$, $D(g)$,$E(g)$, $D(h)$, $E(h)$. Являются ли функции f и g *взаимно* однозначными? Решите уравнения и неравенства: **1**) $f(x) < g(x)$; **2**) $f(y) > g(y)$; **3**) $f(z) \geq g(z)$; **4**) $f(t) = g(t)$.

Ответ.

t	сорока	грач	жук	акула
$f(t)$	3	3	2	2
$g(t)$	3	1	1	3

,

$$D(f) = D(g) = \{\text{сорока}, \text{грач}, \text{жук}, \text{акула}\},$$

$$E(f) = \{2, 3\}, \quad E(g) = \{1, 3\}.$$

Задача 4. Пусть функция f каждому слову из списка $\{$сорока, грач, жук, акула$\}$ ставит в соответствие количество содержащихся в нем согласных букв, а функция g — количество содержащихся в нем гласных букв. Найдите функции f и g (то есть задайте их стандартным образом), а также функцию h, заданную выражением $h(x) = 2 \cdot f(x) - 3$. Найдите $D(f)$, $E(f)$, $D(g)$,$E(g)$, $D(h)$, $E(h)$. Являются ли функции f и g *взаимно* однозначными? Решите уравнения и неравенства: **1**) $f(x) < g(x)$; **2**) $f(y) > g(y)$; **3**) $f(z) \geq g(z)$; **4**) $f(t) = g(t)$.

Ответ. f и g — не взаимно однозначные функции, так как, например, $f($сорока$) = f($грач$)$ и $g($грач$) = g($жук$)$. Решения уравнений и неравенств: $x =$ акула, $y \in \{$грач, жук$\}$, $z \in \{$сорока, грач, жук$\}$, $t =$ сорока.

Решение задачи 5.

Задача 5. Пусть $D(f)=\{-2,-1,0,1,2\}$, $D(g)=D(k)=\{-1,0,1\}$ и в своей области определения функции f,g и k заданы формулами $f(x)=x^2+x$, $g(x)=x^2+x$, $k(t)=t^2+t$. Найдите таблицы значений функций f, g и k. Выясните, какие из функций f,g,h,k равны, если h задана таблицей значений

t	-1	0	1
$h(t)$	0	0	2

.

Задача 5. Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $D(g) = D(k) = \{-1, 0, 1\}$ и в своей области определения функции f, g и k заданы формулами $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = x^2 + x$, $k(t) = t^2 + t$. Найдите таблицы значений функций f, g и k. Выясните, какие из функций f, g, h, k равны, если h задана таблицей значений

t	-1	0	1
$h(t)$	0	0	2

Ответ. $g = h = k$,

t	-2	-1	0	1	2
$f(t)$	2	0	0	2	6

Решение задачи 6.

Задача 6. Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{0, 1, 3\}$. Найдите функцию f, если для любого x из области ее определения имеет место неравенство $2 - x < f(x)$. Является ли функция f взаимно однозначной?

Задача 6. Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{0, 1, 3\}$. Найдите функцию f, если для любого x из области ее определения имеет место неравенство $2 - x < f(x)$. Является ли функция f взаимно однозначной?

Ответ.

t	1	2	3
$f(t)$	3	1	0

. Функция f является взаимно однозначной в силу **критерия**.

Решение задачи 7.

Задача 7. Пусть функция f каждому подмножеству X множества $\{1, 2\}$ ставит в соответствие множество $X \cap \{2, 3, 4\}$, а функция g — множество $X \cup \{2, 3, 4\}$. Задайте функции f и g таблицами. Непосредственной проверкой выясните, для любого ли $X \subseteq \{1, 2\}$ выполняется включение $f(X) \subseteq g(X)$. Являются ли функции f и g взаимно однозначными?

Задача 7. Пусть функция f каждому подмножеству X множества $\{1,2\}$ ставит в соответствие множество $X \cap \{2,3,4\}$, а функция g — множество $X \cup \{2,3,4\}$. Задайте функции f и g таблицами. Непосредственной проверкой выясните, для любого ли $X \subseteq \{1,2\}$ выполняется включение $f(X) \subseteq g(X)$. Являются ли функции f и g взаимно однозначными?

Ответ.

t	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{1,2\}$
$f(t)$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{2\}$	$\{2\}$
$g(t)$	$\{2,3,4\}$	$\{1,2,3,4\}$	$\{2,3,4\}$	$\{1,2,3,4\}$

. Включение $f(X) \subseteq g(X)$ выполняется для любого $X \subseteq \{1,2\}$. Функции f и g не являются взаимно однозначными, так как, например, $f(\emptyset) = f(\{1\})$ и $g(\emptyset) = g(\{2\})$.

Решение задачи 8.

Задача 8. Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{2, 6, 10\}$, $f(1) = 6$ и $f(2) < 5$. Найдите функцию f. Является ли функция f взаимно однозначной?

Задача 8. Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{2, 6, 10\}$, $f(1) = 6$ и $f(2) < 5$. Найдите функцию f. Является ли функция f взаимно однозначной?

Ответ.

s	1	2	3
$f(s)$	6	2	10

. Функция f является взаимно однозначной в силу **критерия**.

Решение задачи 9.

Задача 9. Пусть $D(f) = \{0, 1, 2\}$, $E(f) = \{0, -1, 2\}$ и в области определения функции f выполняются неравенства $x - 2 < f(x) < x^2$. Найдите функцию f. Является ли функция f взаимно однозначной?

Задача 9. Пусть $D(f) = \{0, 1, 2\}$, $E(f) = \{0, -1, 2\}$ и в области определения функции f выполняются неравенства $x - 2 < f(x) < x^2$. Найдите функцию f. Является ли функция f взаимно однозначной?

Ответ.

s	0	1	2
$f(s)$	-1	0	2

. Функция f является взаимно однозначной в силу **критерия**.

Решение задачи 10.

Задача 10. Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $E(f) = \{-2, 0, 2, 4\}$, функция g задана таблицей

t	-2	-1	0	1	2
$g(t)$	-3	-1	2	1	3

и в области определения функции f выполняются неравенства $g(x) < f(x) < g(x) + 3$. Найдите функцию f. Является ли функция f взаимно однозначной?

Задача 10. Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $E(f) = \{-2, 0, 2, 4\}$, функция g задана таблицей

t	-2	-1	0	1	2
$g(t)$	-3	-1	2	1	3

и в области определения функции f выполняются неравенства $g(x) < f(x) < g(x) + 3$. Найдите функцию f. Является ли функция f взаимно однозначной?

Ответ.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	0	4	2	4

. Функция f не является взаимно однозначной, так как $f(0) = f(2)$.

Решение задачи 11.

Задача 11. Функция f задана таблицей значений

t	-1	0	1	2
$f(t)$	2	1	-1	1

. Найдите таблицы значений функций $p(x) = f(-x)$, $q(x) = -f(x)$, $r(x) = -f(-x)$, $g(x) = f(2x)$, $h(x) = 2f(x)$.

Задача 11. Функция f задана таблицей значений

t	-1	0	1	2
$f(t)$	2	1	-1	1

. Найдите таблицы значений функций $p(x) = f(-x)$, $q(x) = -f(x)$, $r(x) = -f(-x)$, $g(x) = f(2x)$, $h(x) = 2f(x)$.

Ответ.

x	-2	-1	0	1	2
$p(x)$	1	-1	1	2	$-$
$q(x)$	$-$	-2	-1	1	-1
$r(x)$	-1	1	-1	-2	$-$
$h(x)$		4	2	-2	2

,

t	$-1/2$	0	$1/2$	1
$g(t)$	2	1	-1	1

.

Решение задачи 12.

Задача 12. Пусть

t	-2	-1	0	1	2
$p(t)$	2	0	1	1	-1

,

s	-1	0	1	2
$q(p(s))$	3	2	2	-1

и $D(q) \subseteq E(p)$. Найдите функцию q.

Задача 12. Пусть

t	-2	-1	0	1	2
$p(t)$	2	0	1	1	-1

,

s	-1	0	1	2
$q(p(s))$	3	2	2	-1

и $D(q) \subseteq E(p)$. Найдите функцию q.

Ответ.

t	0	1	-1
$q(t)$	3	2	-1

.

Решение задачи 13.

Задача 13. Пусть

x	-1	0	1
$h(x) = q(p(x))$	4	2	-1

,

y	1	3	5
$q(y)$	-1	4	2

и $D(p) = D(h)$. Найдите функцию p.

Задача 13. Пусть

x	-1	0	1
$h(x) = q(p(x))$	4	2	-1

,

y	1	3	5
$q(y)$	-1	4	2

и $D(p) = D(h)$. Найдите функцию p.

Ответ.

t	-1	0	1
$p(t)$	3	5	1

.

Решение задачи 14.

Задача 14. Пусть

x	-1	0	1
$q(p(x))$	4	2	-1

и функция p задана формулой $p(x) = 2x - 1$. Найдите функцию q.

Задача 14. Пусть

x	-1	0	1
$q(p(x))$	4	2	-1

и функция p задана формулой $p(x) = 2x - 1$. Найдите функцию q.

Ответ.

t	-3	-1	1
$q(t)$	4	2	-1

.

Решение задачи 15.

Задача 15. Пусть

x	-1	0	1
$q(p(x))$	4	2	-1

и функция q задана формулой $q(x) = 2x - 1$. Найдите функцию p.

Задача 15. Пусть

x	-1	0	1
$q(p(x))$	4	2	-1

и функция q задана формулой $q(x) = 2x - 1$. Найдите функцию p.

Ответ.

t	-1	0	1
$p(t)$	2.5	1.5	0

.

Решение задачи 16.

Задача 16. Пусть

x	-2	-1	0	1	2
$p(x)$	1	2	-1	1	-3

,

x	-2	-1	0	1	2
$q(x)$	1	-2	0	2	-1

и

x	-2	-1	0	1
$r(q(p(x)))$	5	-2	-2	5

Найдите функцию r.

Задача 16. Пусть

x	-2	-1	0	1	2
$p(x)$	1	2	-1	1	-3

,

x	-2	-1	0	1	2
$q(x)$	1	-2	0	2	-1

и

x	-2	-1	0	1
$r(q(p(x)))$	5	-2	-2	5

Найдите функцию r.

Ответ.

t	-2	-1	2
$r(t)$	-2	-2	5

.

Решение задачи 17.

Задача 17. Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию q.

Задача 17. Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию q.

Ответ. $q(t) = 2t^2 - t + 1$.

Решение задачи 18.

Задача 18. Пусть $p(x) = 2x - 1$, $q(p(x)) = 4x^2 - 8x + 5$. Найдите функцию q.

Задача 18. Пусть $p(x) = 2x - 1$, $q(p(x)) = 4x^2 - 8x + 5$. Найдите функцию q.

Ответ. $q(y) = y^2 - 2y + 3$.

Решение задачи 19.

Задача 19. Пусть известно, что для любого неотрицательного вещественного числа t имеем $p(t) \leq 0, \quad q(t) \geq 0, \quad r(y) = y^2 - 1$, $r(p(x)) = r(q(x)) = x + 2\sqrt{x}$. Найдите функции p, q.

Задача 19. Пусть известно, что для любого неотрицательного вещественного числа t имеем $p(t) \leq 0, \quad q(t) \geq 0, \quad r(y) = y^2 - 1$, $r(p(x)) = r(q(x)) = x + 2\sqrt{x}$. Найдите функции p, q.

Ответ. $p(x) = \sqrt{x} + 1$, $q(x) = -\sqrt{x} - 1$.

Решение задачи 20.

Задача 20. Решите уравнение $q(p(x)) = p(q(x))$, если $p(x) = x^2 + 1$ и $q(x) = 2x$.

Задача 20. Решите уравнение $q(p(x)) = p(q(x))$, если $p(x) = x^2 + 1$ и $q(x) = 2x$.

Ответ. $x \in \left\{-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$.

Решение задачи 21.

Задача 21. Пусть $f(x) = x + 1$ и $g(f(t)) = t^2 + 2t + 2$. Найдите функцию g.

Задача 21. Пусть $f(x) = x + 1$ и $g(f(t)) = t^2 + 2t + 2$. Найдите функцию g.

Ответ. $g(y) = y^2 + 1$.

Решение задачи 22.

Задача 22. Известно, что уравнение $f(x) = x$ имеет два решения. Что можно сказать о количестве решений уравнения $f(f(x)) = f(x)$?

Задача 22. Известно, что уравнение $f(x) = x$ имеет два решения. Что можно сказать о количестве решений уравнения $f(f(x)) = f(x)$?

Ответ. Пусть a — решение уравнения $f(f(x)) = f(x)$. Если положить $b = f(a)$, то из $f(f(a)) = f(a)$ получим $f(b) = b$. Таких значений b, по условию, ровно два. Но уравнение $f(a) = b$ относительно a может иметь сколько угодно решений. Таким образом, количество решений уравнения $f(f(x)) = f(x)$ не меньше 2.

Решение задачи 23.

Задача 23. Функция f задана таблицей

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	-1	-2	-1	2	7

.

Найдите таблицу функции g, заданной формулой $g(1-2x) = f(2+x)$.

Задача 23. Функция f задана таблицей

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	-1	-2	-1	2	7

. Найдите таблицу функции g, заданной формулой $g(1-2x) = f(2+x)$.

Ответ.

t	3	1	-1	-3	-5
$g(t)$	-1	-2	-1	2	7

.

Решение задачи 24.

Задача 24. Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция g задана таблицей

t	-2	-1	0	1	2
$g(t)$	2	1	2	5	10

, а функция f задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции g. Докажите, что в области определения функции g эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

Задача 24. Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция g задана таблицей

t	-2	-1	0	1	2
$g(t)$	2	1	2	5	10

, а функция f задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции g. Докажите, что в области определения функции g эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

Ответ. Решение с помощью таблицы значений.

s	-5	-4	-3	-2	-1
$g(3+s)$	2	1	2	5	10
$f(2s) = 1 - 2s$	11	9	7	5	3

.

Получаем ответ $\left\{t \,\middle|\, f(2t) = g(3+t)\right\} = \{-2\}$.

Задача 24. Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция g задана таблицей

t	-2	-1	0	1	2
$g(t)$	2	1	2	5	10

, а функция f задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции g. Докажите, что в области определения функции g эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

Ответ. Решение с помощью задания функции g **выражением**: $(3+t)^2 + 2(3+t) + 2 = 1 - 2t$, откуда $t^2 + 10t + 16 = 0$, $t \in \{-2, -8\}$. Так как замена функции g выражением $g(x) = x^2 + 2x + 2$ не являлась эквивалентным преобразованием уравнения (ОДЗ уравнения могла увеличиться), то требуется провести отбор корней.

Задача 24. Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция g задана таблицей

t	-2	-1	0	1	2
$g(t)$	2	1	2	5	10

, а функция f задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции g. Докажите, что в области определения функции g эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

Ответ. При $t = -2:$

$$\begin{cases} g(t+3) = g(-2+3) = g(1) = 5 \\ f(2t) = f(-4) = 1 - (-4) = 5 \end{cases} \Rightarrow g(-2+3) = f(2 \cdot (-2)).$$

Задача 24. Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция g задана таблицей

t	-2	-1	0	1	2
$g(t)$	2	1	2	5	10

, а функция f задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции g. Докажите, что в области определения функции g эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

Ответ. При $t = -8$:

$$\begin{cases} g(t+3) = g(-8+3) = g(-5) \text{ — не определено,} \\ f(2t) = f(-16) = 1 - (-16) = 17. \end{cases}$$

Задача 24. Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция g задана таблицей

t	-2	-1	0	1	2
$g(t)$	2	1	2	5	10

, а функция f задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции g. Докажите, что в области определения функции g эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

Ответ. Значит, -8 не является решением уравнения $f(2t) = -g(3+t)$. Таким образом, единственным решением этого уравнения является число -2.

Решение задачи 25.

Задача 25. Найдите обратную к суперпозиции функций $f(t) = 2t - 1$ и g, заданной таблицей

t	0	1	2
$g(t)$	1	2	0

.

Задача 25. Найдите обратную к суперпозиции функций $f(t) = 2t - 1$ и g, заданной таблицей

t	0	1	2
$g(t)$	1	2	0

.

Ответ.

x	1/2	1	3/2
$f(x)$	0	1	2
$h(x) = g(f(x))$	1	2	0

, поэтому

y	1	2	0
$h^{-1}(y)$	1/2	1	3/2

.

Решение задачи 26.

Задача 26. Пусть f задана таблицей

x	a	b	c	d
$f(x)$	c	c	a	b

и область определения функции g равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d$, $\quad g(b) = c$, $g(c) = b$, $\quad g(d) = a$.

а) является ли f функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию g таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

Задача 26. Пусть f задана таблицей

x	a	b	c	d
$f(x)$	c	c	a	b

и область определения функции g равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d$, $\quad g(b) = c$, $g(c) = b$, $\quad g(d) = a$.

а) является ли f функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию g таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

Ответ. а) f — функция, но обратной у нее нет, так как она не является взаимно однозначной.

Задача 26. Пусть f задана таблицей

x	a	b	c	d
$f(x)$	c	c	a	b

и область определения функции g равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d$, $\quad g(b) = c$, $g(c) = b$, $\quad g(d) = a$.

а) является ли f функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию g таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

Ответ. б)

t	a	b	c	d
$g(t)$	d	c	b	a

.

Задача 26. Пусть f задана таблицей

x	a	b	c	d
$f(x)$	c	c	a	b

и область определения функции g равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d$, $\quad g(b) = c$, $g(c) = b$, $\quad g(d) = a$.

а) является ли f функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию g таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

Ответ. в)

t	a	b	c	d
$f \circ g(t) = g(f(t))$	b	b	d	c

,

t	a	b	c	d
$g \circ f(t) = f(g(t))$	b	a	c	c

.

Задача 26. Пусть f задана таблицей

x	a	b	c	d
$f(x)$	c	c	a	b

и область определения функции g равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d$, $\quad g(b) = c$, $g(c) = b$, $\quad g(d) = a$.

а) является ли f функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию g таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

Ответ. г) $\left\{x \,\middle|\, f(x) = g(x)\right\} = \{b\}$.

Решение задачи 27.

Задача 27. Проверьте, какая из функций: $f_1(x) = 3 \cdot 10^x - 5$, $f_2(x) = (3x)^{10} + 5$, $f_3(x) = 10^{3x} - 5$ является обратной к функции $g(y) = \frac{1}{3}\lg(y+5)$ на луче $y > -5$.

Задача 27. Проверьте, какая из функций: $f_1(x) = 3 \cdot 10^x - 5$, $f_2(x) = (3x)^{10} + 5$, $f_3(x) = 10^{3x} - 5$ является обратной к функции $g(y) = \frac{1}{3}\lg(y+5)$ на луче $y > -5$.

Ответ. $g^{-1} = f_3$.

Решение задачи 28.

Задача 28. Функция f задана таблицей

s	-1	0	1	2
$f(s)$	3	-1	1	-2

Найдите обратную к функции g, где $g(t) = 2 \cdot f(t-1)$. Постройте графики функций g и g^{-1}.

Задача 28. Функция f задана таблицей

s	-1	0	1	2
$f(s)$	3	-1	1	-2

Найдите обратную к функции g, где $g(t) = 2 \cdot f(t-1)$. Постройте графики функций g и g^{-1}.

Ответ.

t	0	1	2	3
$g(t)$	6	-2	2	-4

,

t	-4	-2	2	6
$g^{-1}(t)$	3	1	2	0

.

Решение задачи 29.

Задача 29. Функции f и g заданы таблицами

p	-2	-1	0	1	2
$f(p)$	2	3	1	0	-2

,

q	-1	0	1	2
$g(q)$	3	-1	1	-2

.

Найдите таблицы значений функций $(f \circ g)^{-1}$, $(g \circ f)^{-1}$, $f^{-1} \circ g^{-1}$ и $g^{-1} \circ f^{-1}$.

Задача 29. Функции f и g заданы таблицами

p	-2	-1	0	1	2
$f(p)$	2	3	1	0	-2

,

q	-1	0	1	2
$g(q)$	3	-1	1	-2

.

Найдите таблицы значений функций $(f \circ g)^{-1}$, $(g \circ f)^{-1}$, $f^{-1} \circ g^{-1}$ и $g^{-1} \circ f^{-1}$.

Ответ.

p	-2	1	-1
$g^{-1} \circ f^{-1}(p) = (f \circ g)^{-1}(p)$	-2	0	1

,

p	3	0	2
$f^{-1} \circ g^{-1}(p) = (g \circ f)^{-1}(p)$	0	1	2

.

Решение задачи 30.

Задача 30. Проверьте, является ли функция, заданная формулой $f(x) = 2x - 3$, обратной к функции, заданной формулой $g(y) = 0.5y + 1.5$.

Задача 30. Проверьте, является ли функция, заданная формулой $f(x) = 2x - 3$, обратной к функции, заданной формулой $g(y) = 0.5y + 1.5$.

Ответ. Является, так как $g(f(x)) = 0.5 \cdot (2x - 3) + 1.5 = x$ и $f(g(y)) = 2 \cdot (0.5y + 1.5) - 3 = y$.

Решение задачи 31.

Задача 31. Пусть $E(p) = E(q)$ и

x	-1	0	1
$p(x)$	2	3	1

,

x	-1	0	1
$q^{-1}\left(p(x)\right)$	3	2	0

.

Найдите функцию q.

Задача 31. Пусть $E(p) = E(q)$ и

x	-1	0	1
$p(x)$	2	3	1

,

x	-1	0	1
$q^{-1}\big(p(x)\big)$	3	2	0

.

Найдите функцию q.

Ответ.

y	3	2	0
$q(y)$	2	3	1

.

Решение задачи 32.

Задача 32. Найдите обратную к функции $f(x) = 10^{2x} + 10^{x} + 2$.

Задача 32. Найдите обратную к функции $f(x) = 10^{2x} + 10^x + 2$.

Ответ. $f^{-1}(t) = \lg\left(\sqrt{4t-7} - 1\right) - \lg 2$.

Решение задачи 33.

Задача 33. Найдите обратные (с указанием множеств, на которых найдены обратные функции) к функциям: $f(x) = (x^3 - 5)^{1/5}$, $g(x) = \exp(5x^5 - 3)$, $h(x) = \lg^2\big((2x+4)^3 + 2\big)$, $k(x) = 4^x + 2^x - 2$, $m(x) = 10^{x-2} + 10$.

Задача 33. Найдите обратные (с указанием множеств, на которых найдены обратные функции) к функциям: $f(x) = (x^3 - 5)^{1/5}$, $g(x) = \exp(5x^5 - 3)$, $h(x) = \lg^2\big((2x+4)^3 + 2\big)$, $k(x) = 4^x + 2^x - 2$, $m(x) = 10^{x-2} + 10$.

Ответ.

$f(x) = (x^3 - 5)^{1/5}$	$x \in \mathbb{R}$	$f^{-1}(z) = \left(x^5 + 5\right)^{1/3}$
$g(x) = \exp(5x^5 - 3)$	$x \in \mathbb{R}$	$g^{-1}(t) = \left(\dfrac{3 + \ln t}{5}\right)^{1/5}$
$h(x) = \lg^2\big((2x+4)^3 + 2\big)$ $h(x) = \lg^2\big((2x+4)^3 + 2\big)$	$x \geq -1$ $\begin{cases} -2 - \dfrac{1}{\sqrt[3]{4}} < x \\ x \leq -1 \end{cases}$	$h^{-1}(y) = \frac{1}{2}\left(10^{\sqrt{y}} - 2\right)^{1/3} - 2$ $h^{-1}(y) = \frac{1}{2}\left(10^{-\sqrt{y}} - 2\right)^{1/3} - 2$
$k(x) = 4^x + 2^x - 2$	$x \in \mathbb{R}$	$k^{-1}(s) =$ $\log_2\left(\sqrt{4s+9} - 1\right) - 1$
$m(x) = 10^{x-2} + 10$	$x \in \mathbb{R}$	$m^{-1}(y) = 2 + \lg\left(y - 10\right)$

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?