

Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет



Ю. Б. Мельников

Алгебраические операции

Раздел **электронного учебника**
для сопровождения практического занятия

Изд. 4-е, испр. и доп.



e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru

сайты:
<http://melnikov.k66.ru>,
<http://melnikov.web.ur.ru>

Екатеринбург
2012

Пример 1 задания группоидов таблицей Кэли	3
Пример 2 неабелевой группы	70
<i>Примеры задач для самостоятельного решения</i>	99
Задача I.1	100
Ответы и решения	101

Пример 1. Рассмотрим на множестве $A = \{a, b, c\}$ операции, заданные таблицами:

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

\ominus	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

Выяснить, какие из этих операций являются **коммутативными** и какие из **группоидов** $\langle A, \{+\} \rangle$, $\langle A, \{*\} \rangle$, $\langle A, \{\ominus\} \rangle$, $\langle A, \{\odot\} \rangle$, являются **полугруппами**. Выяснить, в каких из этих группоидов имеются **нейтральные элементы** и какие из них становятся **группами** после добавления во множество операций соответствующего нейтрального элемента.

Решение.

Пример 1.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

Пример 1.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = \\ b + a = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ группой?**

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = \\ c + a = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ группой?**

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow a + c = c + a,$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow a + c = c + a,$$

$$\begin{cases} b + c = \\ c + b = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow a + c = c + a,$$

$$\begin{cases} b + c = a, \\ c + b = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow a + c = c + a,$$

$$\begin{cases} b + c = a, \\ c + b = a \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow a + c = c + a,$$

$$\begin{cases} b + c = a, \\ c + b = a \end{cases} \Rightarrow b + c = c + b.$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow a + c = c + a,$$

$$\begin{cases} b + c = a, \\ c + b = a \end{cases} \Rightarrow b + c = c + b. \text{ Значит, } + \text{ коммутативная операция.}$$

Пример 1.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

Для проверки ассоциативности необходимо проверить __ равенств:

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

Для проверки ассоциативности необходимо проверить __ равенств:

$$\left(\underbrace{x}_{\substack{3 \\ \text{варианта}}} + \underbrace{y}_{\substack{3 \\ \text{вар-та}}} \right) + \underbrace{x}_{\substack{3 \\ \text{вар-та}}} \stackrel{?}{=} x + (y + z).$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
 группой?

Решение.

Для проверки ассоциативности необходимо проверить 27 равенств:

$$\left(\underbrace{x}_{\substack{3 \\ \text{варианта}}} + \underbrace{y}_{\substack{3 \\ \text{вар-та}}} \right) + \underbrace{x}_{\substack{3 \\ \text{вар-та}}} \stackrel{?}{=} x + (y + z).$$

Пример 1.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
 группой?

Решение.

$$\begin{array}{lll}
 a + (a + a) = & (a + a) + a = & \Rightarrow \\
 a + (a + b) = & (a + a) + b = & \Rightarrow \\
 a + (a + c) = & (a + a) + c = & \Rightarrow \\
 b + (a + a) = & (b + a) + a = & \Rightarrow \\
 b + (a + b) = & (b + a) + b = & \Rightarrow \\
 b + (a + c) = & (b + a) + c = & \Rightarrow \\
 c + (a + a) = & (c + a) + a = & \Rightarrow \\
 c + (a + b) = & (c + a) + b = & \Rightarrow \\
 c + (a + c) = & (c + a) + c = & \Rightarrow
 \end{array}$$

Пример 1.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
 группой?

Решение.

$$\begin{array}{llll}
 a + (a + a) = a + a = & (a + a) + a = a + a = & \Rightarrow \\
 a + (a + b) = a + b = & (a + a) + b = a + b = & \Rightarrow \\
 a + (a + c) = a + c = & (a + a) + c = a + c = & \Rightarrow \\
 b + (a + a) = b + a = & (b + a) + a = b + a = & \Rightarrow \\
 b + (a + b) = b + b = & (b + a) + b = b + b = & \Rightarrow \\
 b + (a + c) = b + c = & (b + a) + c = b + c = & \Rightarrow \\
 c + (a + a) = c + a = & (c + a) + a = c + a = & \Rightarrow \\
 c + (a + b) = c + b = & (c + a) + b = c + b = & \Rightarrow \\
 c + (a + c) = c + c = & (c + a) + c = c + c = & \Rightarrow
 \end{array}$$

Пример 1.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{aligned} a + (a + a) &= a + a = a, & (a + a) + a &= a + a = a & \Rightarrow \\ a + (a + b) &= a + b = b, & (a + a) + b &= a + b = b & \Rightarrow \\ a + (a + c) &= a + c = c, & (a + a) + c &= a + c = c & \Rightarrow \\ b + (a + a) &= b + a = b, & (b + a) + a &= b + a = b & \Rightarrow \\ b + (a + b) &= b + b = c, & (b + a) + b &= b + b = c & \Rightarrow \\ b + (a + c) &= b + c = a, & (b + a) + c &= b + c = a & \Rightarrow \\ c + (a + a) &= c + a = c, & (c + a) + a &= c + a = c & \Rightarrow \\ c + (a + b) &= c + b = a, & (c + a) + b &= c + b = a & \Rightarrow \\ c + (a + c) &= c + c = b, & (c + a) + c &= c + c = b & \Rightarrow \end{aligned}$$

Пример 1.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

$$\begin{array}{llll}
 a + (a + a) = a + a = a, & (a + a) + a = a + a = a & \Rightarrow & a + (a + a) = (a + a) + a, \\
 a + (a + b) = a + b = b, & (a + a) + b = a + b = b & \Rightarrow & a + (a + b) = (a + a) + b, \\
 a + (a + c) = a + c = c, & (a + a) + c = a + c = c & \Rightarrow & a + (a + c) = (a + a) + c, \\
 b + (a + a) = b + a = b, & (b + a) + a = b + a = b & \Rightarrow & b + (a + a) = (b + a) + a, \\
 b + (a + b) = b + b = c, & (b + a) + b = b + b = c & \Rightarrow & b + (a + b) = (b + a) + b, \\
 b + (a + c) = b + c = a, & (b + a) + c = b + c = a & \Rightarrow & b + (a + c) = (b + a) + c, \\
 c + (a + a) = c + a = c, & (c + a) + a = c + a = c & \Rightarrow & c + (a + a) = (c + a) + a, \\
 c + (a + b) = c + b = a, & (c + a) + b = c + b = a & \Rightarrow & c + (a + b) = (c + a) + b, \\
 c + (a + c) = c + c = b, & (c + a) + c = c + c = b & \Rightarrow & c + (a + c) = (c + a) + c.
 \end{array}$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция + является **ассоциативной**.
Нейтральным элементом является

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
 группой?

Решение. Операция + является **ассоциативной**.
Нейтральным элементом является *a*.

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение. Операция + является **ассоциативной**.

Нейтральным элементом является *a*.

Обратные элементы:

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция + является **ассоциативной**.

Нейтральным элементом является *a*.

Обратные элементы:

$$a * _ = a \Rightarrow$$

$$b * _ = a \Rightarrow$$

$$c * _ = a \Rightarrow$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.

Нейтральным элементом является a .

Обратные элементы:

$$a * a = a \Rightarrow$$

$$b * _ = a \Rightarrow$$

$$c * _ = a \Rightarrow$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция + является **ассоциативной**.

Нейтральным элементом является *a*.

Обратные элементы:

$$a * a = a \Rightarrow a^{-1} = a,$$

$$b * _ = a \Rightarrow$$

$$c * _ = a \Rightarrow$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция + является **ассоциативной**.

Нейтральным элементом является *a*.

Обратные элементы:

$$a * a = a \Rightarrow a^{-1} = a,$$

$$b * c = a \Rightarrow$$

$$c * _ = a \Rightarrow$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция + является **ассоциативной**.

Нейтральным элементом является *a*.

Обратные элементы:

$$a * a = a \Rightarrow a^{-1} = a,$$

$$b * c = a \Rightarrow b^{-1} = c,$$

$$c * _ = a \Rightarrow$$

Пример 1.

$+$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.

Нейтральным элементом является a .

Обратные элементы:

$$a * a = a \Rightarrow a^{-1} = a,$$

$$b * c = a \Rightarrow b^{-1} = c,$$

$$c * b = a \Rightarrow$$

Пример 1.

$+$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.

Нейтральным элементом является a .

Обратные элементы:

$$a * a = a \Rightarrow a^{-1} = a,$$

$$b * c = a \Rightarrow b^{-1} = c,$$

$$c * b = a \Rightarrow c^{-1} = b.$$

Пример 1.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.

Нейтральным элементом является a .

Обратные элементы:

$$a * a = a \Rightarrow a^{-1} = a,$$

$$b * c = a \Rightarrow b^{-1} = c,$$

$$c * b = a \Rightarrow c^{-1} = b.$$

Значит, группоид $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ является **группой**,

Пример 1.

$+$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.

Нейтральным элементом является a .

Обратные элементы:

$$a * a = a \Rightarrow a^{-1} = a,$$

$$b * c = a \Rightarrow b^{-1} = c,$$

$$c * b = a \Rightarrow c^{-1} = b.$$

Значит, группоид $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ является **группой**,

причем группой **коммутативной**, называемой еще **абелевой**.

Пример 1.

$*$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция $*$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a * b = \\ b * a = \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} a * c = \\ c * a = \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} b * c = \\ c * b = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1.

$*$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция $*$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a * b = a, \\ b * a = a \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a * c = a, \\ c * a = a \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b * c = c, \\ c * b = c \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1.

$*$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция $*$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a * b = a, \\ b * a = a \end{cases} \Rightarrow a * b = b * a,$$

$$\begin{cases} a * c = a, \\ c * a = a \end{cases} \Rightarrow a * c = c * a,$$

$$\begin{cases} b * c = c, \\ c * b = c \end{cases} \Rightarrow b * c = c * b.$$

Пример 1.

$*$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция $*$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a * b = a, \\ b * a = a \end{cases} \Rightarrow a * b = b * a,$$

$$\begin{cases} a * c = a, \\ c * a = a \end{cases} \Rightarrow a * c = c * a,$$

$$\begin{cases} b * c = c, \\ c * b = c \end{cases} \Rightarrow b * c = c * b. \text{ Значит, } * \text{ коммутативная операция.}$$

Пример 1.

*	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$
группой?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что * является

Пример 1.

*	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что * является **ассоциативной** операцией.

Пример 1.

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ группой**?

Решение. Операция * является **ассоциативной** операцией.
Нейтральным элементом является

Пример 1.

*	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция * является **ассоциативной** операцией.
Нейтральным элементом является *b*.

Пример 1.

*	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция * является **ассоциативной** операцией.
Нейтральным элементом является *b*.
Обратного элемента нет у элемента

Пример 1.

*	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция * является **ассоциативной** операцией.
Нейтральным элементом является *b*.
Обратного элемента нет у элемента *a*.

Пример 1.

*	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция * является **ассоциативной** операцией.
Нейтральным элементом является *b*.
Обратного элемента нет у элемента *a*.
Значит, группоид $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ не является **группой**.

Пример 1.

\ominus	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция \ominus **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция \ominus является коммутативной?
некоммутативной?

Пример 1.

\ominus	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция \ominus **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция \ominus является коммутативной.

Пример 1.

\ominus	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция \ominus **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что \ominus является

Пример 1.

\ominus	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция \ominus **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что \ominus является **ассоциативной** операцией.

Пример 1.

\ominus	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция \ominus **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция \ominus является **ассоциативной**.
Нейтральный элемент в группоиде $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ _____

Пример 1.

\ominus	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция \ominus **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция \ominus является **ассоциативной**.

Нейтральный элемент в группоиде $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ отсутствует.

Пример 1.

\ominus	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция \ominus **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция \ominus является **ассоциативной**.
Нейтральный элемент в группоиде $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ отсутствует.

Значит, группоид $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ не является **группой**.

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция \odot является коммутативной?
некоммутативной?

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция \odot является коммутативной?
некоммутативной?

$$\begin{cases} a \odot c = \\ c \odot a = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция \odot является коммутативной?
некоммутативной?

$$\begin{cases} a \odot c = b, \\ c \odot a = c \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция \odot является коммутативной?
некоммутативной?

$$\begin{cases} a \odot c = b, \\ c \odot a = c \end{cases} \Rightarrow b * c \neq c * b.$$

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция \odot является некоммутативной.

$$\begin{cases} a \odot c = b, \\ c \odot a = c \end{cases} \Rightarrow b * c \neq c * b.$$

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что \odot не является

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что \odot не является **ассоциативной** операцией:

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что \odot не является **ассоциативной** операцией:

$$(a \odot b) \odot c = \qquad \qquad \qquad = a \odot (b \odot c).$$

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что \odot не является **ассоциативной** операцией:

$$(a \odot b) \odot c = c \odot c = a \odot (b \odot c).$$

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что \odot не является **ассоциативной** операцией:

$$(a \odot b) \odot c = c \odot c = a \qquad \qquad = a \odot (b \odot c).$$

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что \odot не является **ассоциативной** операцией:

$$(a \odot b) \odot c = c \odot c = a \quad \neq \quad a \odot c = a \odot (b \odot c).$$

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что \odot не является **ассоциативной** операцией:

$$(a \odot b) \odot c = c \odot c = a \quad b = a \odot c = a \odot (b \odot c).$$

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что \odot не является **ассоциативной** операцией:

$$(a \odot b) \odot c = c \odot c = a \neq b = a \odot c = a \odot (b \odot c).$$

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция \odot не является **ассоциативной** операцией, поэтому группоид $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ не является **группой**.

Пример 1.

\odot	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция \odot **коммутативной**? **Ассоциативной**? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция \odot не является **ассоциативной** операцией, поэтому группоид $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ не является **группой**.

Нейтрального элемента в этом группоиде нет.

Вернемся к лекции или рассмотрим **пример неабелевой группы**?

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

Решение.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} =$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} =$$

$$\alpha \circ _ = \alpha.$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} =$$

$$\alpha \circ \underline{\alpha} = \alpha.$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha,$$

$$\alpha \circ \underline{\alpha} = \alpha.$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} =$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} =$$

$$\beta \circ _ = \alpha.$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} =$$

$$\beta \circ \underline{\gamma} = \alpha.$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммутативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma,$$

$$\beta \circ \underline{\gamma} = \alpha.$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} =$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta,$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta, \quad \delta^{-1} =$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммутативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta, \quad \delta^{-1} = \delta,$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta, \quad \delta^{-1} = \delta, \quad \varepsilon^{-1} =$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta, \quad \delta^{-1} = \delta, \quad \varepsilon^{-1} = \varepsilon,$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta, \quad \delta^{-1} = \delta, \quad \varepsilon^{-1} = \varepsilon, \quad \zeta^{-1} =$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммутативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Нейтральным элементом является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta, \quad \delta^{-1} = \delta, \quad \varepsilon^{-1} = \varepsilon, \quad \zeta^{-1} = \zeta.$$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. ассоциативности операции \circ можно было бы доказать с помощью непосредственной проверки 6^3 равенств. Это целесообразно сделать с помощью компьютера, выкладки и текст программы мы приводить не будем.

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Но ассоциативность операции \circ можно получить с помощью следующего представления рассматриваемого группоида:

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Рассмотрим множество всех взаимно однозначных отображений множества $\{1, 2, 3\}$ на себя, β и δ обозначают отображения, заданные таблицами Кэли:

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции \circ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$,

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции \circ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$, $\gamma(x) \equiv$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции \circ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$, $\gamma(x) \equiv (\beta \circ \beta)(x) \equiv \beta(\beta(x))$,

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэли, является некоммутативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции \circ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$, $\gamma(x) \equiv (\beta \circ \beta)(x) \equiv \beta(\beta(x))$, $\varepsilon(x) \equiv$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэли, является некоммутативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции \circ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$, $\gamma(x) \equiv (\beta \circ \beta)(x) \equiv \beta(\beta(x))$, $\varepsilon(x) \equiv (\beta \circ \delta)(x) = \delta(\beta(x))$,

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэли, является некоммутативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции \circ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$, $\gamma(x) \equiv (\beta \circ \beta)(x) \equiv \beta(\beta(x))$, $\varepsilon(x) \equiv (\beta \circ \delta)(x) = \delta(\beta(x))$, $\zeta(x) \equiv$

Пример 2.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией \circ , заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммутативной группой.

\circ	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции \circ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$, $\gamma(x) \equiv (\beta \circ \beta)(x) \equiv \beta(\beta(x))$, $\varepsilon(x) \equiv (\beta \circ \delta)(x) = \delta(\beta(x))$, $\zeta(x) \equiv (\beta \circ \beta \circ \delta)(x) = \delta(\beta(\beta(x)))$.

Вернемся к лекции?

Обратите внимание на пример.

Задания для самостоятельного выполнения

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.103.) На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0			2
1			0
2	2	0	1

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0			2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0			2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0			2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0			2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0			2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0		2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0		2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0		2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0		2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0		2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0		2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

Можно было иначе:

$$0 = 1 \star 2 =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

Можно было иначе:

$$0 = 1 \star 2 = 1 \star (0 \star 2) =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

Можно было иначе:

$$0 = 1 \star 2 = 1 \star (0 \star 2) = (1 \star 0) \star 2 \Rightarrow$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

Можно было иначе:

$$0 = 1 \star 2 = 1 \star (0 \star 2) = (1 \star 0) \star 2 \Rightarrow 1 \star 0 = 1,$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

$$1 \star 1 =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

$$1 \star 1 = 1 \star (2 \star 2) =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

$$1 \star 1 = 1 \star (2 \star 2) = (1 \star 2) \star 2 =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

$$1 \star 1 = 1 \star (2 \star 2) = (1 \star 2) \star 2 = 0 \star 2 =$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

$$1 \star 1 = 1 \star (2 \star 2) = (1 \star 2) \star 2 = 0 \star 2 = 2.$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

$$1 \star 1 = 1 \star (2 \star 2) = (1 \star 2) \star 2 = 0 \star 2 = 2.$$

Задача 1. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена коммутативная ассоциативная операция \star , причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

\star	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

Искомая таблица Кэли получена.

Спасибо

за

внимание!

е-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: <http://melnikov.k66.ru>, <http://melnikov.web.ur.ru>

Вернуться к списку презентаций?

