Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Алгебраические системы

Раздел **электронного учебника**
для сопровождения практического занятия

Изд. 4-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2012

Пример 1. *Приведите пример алгебраической системы сигнатуры* $\Sigma = \langle \{f, g, h\}, \{p\}, \mu \rangle$, *где* μ *задана таблицей*

t	f	g	h	p
$\mu(t)$	2	2	1	2

Пример 1. *Приведите пример алгебраической системы сигнатуры* $\Sigma = \langle \{f, g, h\}\,, \{p\}\,, \mu \rangle$, *где* μ *задана таблицей*

t	f	g	h	p
$\mu(t)$	2	2	1	2

В качестве Ω возьмём множество целых чисел и положим $\mathcal{F} = \{+, \cdot, -\bullet\}, \quad \mathrm{P} = \{\leq\}$.

Пример 1. *Приведите пример алгебраической системы сигнатуры* $\Sigma = \langle \{f, g, h\}, \{p\}, \mu \rangle$, *где* μ *задана таблицей*

t	f	g	h	p
$\mu(t)$	2	2	1	2

В качестве Ω возьмём множество целых чисел и положим $\mathcal{F} = \{+, \cdot, -\bullet\}$, $\quad \mathrm{P} = \{\leq\}$.

Можно предложить две интерпретирующие функции сигнатуры Σ:

Пример 1. *Приведите пример алгебраической системы сигнатуры* $\Sigma = \langle \{f, g, h\}, \{p\}, \mu \rangle$, *где* μ *задана таблицей*

t	f	g	h	p
$\mu(t)$	2	2	1	2

В качестве Ω возьмём множество целых чисел и положим $\mathcal{F} = \{+, \cdot, -\bullet\}, \quad \mathrm{P} = \{\leq\}$.

Можно предложить две интерпретирующие функции сигнатуры Σ:

$$\begin{cases} \nu_1(f)(x, y) = \\ \nu_1(g)(x, y) = \\ \nu_1(h)(x) = \\ \nu_1(p_{\leq})(x, y) \sim «x \leq y» \end{cases}$$

Пример 1. *Приведите пример алгебраической системы сигнатуры* $\Sigma = \langle \{f, g, h\}, \{p\}, \mu \rangle$, *где* μ *задана таблицей*

t	f	g	h	p
$\mu(t)$	2	2	1	2

В качестве Ω возьмём множество целых чисел и положим $\mathcal{F} = \{+, \cdot, -\bullet\}$, $\quad \mathrm{P} = \{\leq\}$.

Можно предложить две интерпретирующие функции сигнатуры Σ:

$$\begin{cases} \nu_1(f)(x, y) = x + y, \\ \nu_1(g)(x, y) = \\ \nu_1(h)(x) = \\ \nu_1(p_{\leq})(x, y) \sim «x \leq y» \end{cases}$$

Пример 1. *Приведите пример алгебраической системы сигнатуры* $\Sigma = \langle \{f, g, h\}, \{p\}, \mu \rangle$, *где* μ *задана таблицей*

t	f	g	h	p
$\mu(t)$	2	2	1	2

В качестве Ω возьмём множество целых чисел и положим $\mathcal{F} = \{+, \cdot, -\bullet\}$, $\quad \mathrm{P} = \{\leq\}$.

Можно предложить две интерпретирующие функции сигнатуры Σ:

$$\begin{cases} \nu_1(f)(x, y) = x + y, \\ \nu_1(g)(x, y) = x \cdot y, \\ \nu_1(h)(x) = \\ \nu_1(p_{\leq})(x, y) \sim «x \leq y» \end{cases}$$

Пример 1. *Приведите пример алгебраической системы сигнатуры* $\Sigma = \langle \{f, g, h\}, \{p\}, \mu \rangle$, *где* μ *задана таблицей*

t	f	g	h	p
$\mu(t)$	2	2	1	2

В качестве Ω возьмём множество целых чисел и положим $\mathcal{F} = \{+, \cdot, -\bullet\}$, $\quad \mathrm{P} = \{\leq\}$.

Можно предложить две интерпретирующие функции сигнатуры Σ:

$$\begin{cases} \nu_1(f)(x, y) = x + y, \\ \nu_1(g)(x, y) = x \cdot y, \\ \nu_1(h)(x) = -x, \\ \nu_1(p_{\leq})(x, y) \sim «x \leq y» \end{cases}$$

Пример 1. *Приведите пример алгебраической системы сигнатуры* $\Sigma = \langle \{f, g, h\}, \{p\}, \mu \rangle$, *где* μ *задана таблицей*

t	f	g	h	p
$\mu(t)$	2	2	1	2

В качестве Ω возьмём множество целых чисел и положим $\mathcal{F} = \{+, \cdot, -\bullet\}, \quad \mathrm{P} = \{\leq\}$.

Можно предложить две интерпретирующие функции сигнатуры Σ:

$$\begin{cases} \nu_1(f)(x, y) = x + y, \\ \nu_1(g)(x, y) = x \cdot y, \\ \nu_1(h)(x) = -x, \\ \nu_1(p_{\leq})(x, y) \sim «x \leq y» \end{cases} \qquad \begin{cases} \nu_2(f)(x, y) = x \cdot y, \\ \nu_2(g)(x, y) = x + y, \\ \nu_1(h)(x) = -x, \\ \nu_2(p)(x, y) \sim «x \leq y». \end{cases}$$

Вернёмся к лекции?

Пример 2. *Для универсальных алгебр*
$\mathcal{A} = \left\langle \{10, 20, 40\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\},\ \max\{\bullet, \bullet\}, 40\right\}\right\rangle$,
$\mathcal{B} = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \left\{\cap, \cup, \{\emptyset\}\right\}\right\rangle$, $\quad \mathcal{C} = \left\langle \{0, 1\}, \left\{\bullet \cdot \bullet, +, 1\right\}\right\rangle$ *рассмотрим*
рассмотрим отображения φ, ψ, ζ, *заданные таблицами*

x	10	20	40	min	max	40
x^{φ}	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ψ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ζ}	0	1	$\cdot$	max	1

.

Если в верном высказывании $\max\{\min\{10, 40\}, \max\{10, 20\}\} = 20$ заменить элементы носителя и операции на их образы относительно φ, то вновь получим верное высказывание.

Пример 2. *Для универсальных алгебр*

$\mathcal{A} = \left\langle \{10, 20, 40\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\},\ \max\{\bullet, \bullet\}, 40\right\} \right\rangle$,

$\mathcal{B} = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \left\{\cap, \cup, \{\emptyset\}\right\} \right\rangle$, $\quad \mathcal{C} = \left\langle \{0, 1\}, \left\{\bullet \cdot \bullet, +, 1\right\} \right\rangle$ *рассмотрим*

рассмотрим отображения φ, ψ, ζ, *заданные таблицами*

x	10	20	40	$\min$	$\max$	40
x^{φ}	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ψ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ζ}	0	1	$\cdot$	$\max$	1

.

$$\max{}^{\varphi}\left\{\min{}^{\varphi}\{10^{\varphi}, 40^{\varphi}\},\ \max{}^{\varphi}\{10^{\varphi}, 20^{\varphi}\}\right\} = 20^{\varphi} \iff$$

$$\iff (\emptyset \cap \{\emptyset\}) \cup (\emptyset \cup \emptyset) = \emptyset,$$

Пример 2. *Для универсальных алгебр*
$\mathcal{A} = \left\langle \{10, 20, 40\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 \right\} \right\rangle$,
$\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \left\{ \cap, \cup, \{\emptyset\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C} = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, +, 1 \right\} \right\rangle$ *рассмотрим рассмотрим отображения* φ, ψ, ζ, *заданные таблицами*

x	10	20	40	min	max	40
x^φ	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^ψ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^ζ	0	1	$\cdot$	max	1

.

Если в верном высказывании $\max\{\min\{10, 40\}, \max\{10, 20\}\} = 20$ заменить элементы носителя и операции на их образы относительно ψ, то вновь получим верное высказывание.

Пример 2. *Для универсальных алгебр*
$\mathcal{A} = \left\langle \{10, 20, 40\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\},\ \max\{\bullet, \bullet\}, 40\right\} \right\rangle,$
$\mathcal{B} = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \left\{\cap, \cup, \{\emptyset\}\right\} \right\rangle, \quad \mathcal{C} = \left\langle \{0, 1\}, \left\{\bullet \cdot \bullet, +, 1\right\} \right\rangle$ *рассмотрим*
рассмотрим отображения φ, ψ, ζ, *заданные таблицами*

x	10	20	40	min	max	40
x^φ	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^ψ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^ζ	0	1	$\cdot$	max	1

.

$$\max{}^{\psi} \left\{ \min{}^{\psi}\{10^\psi, 40^\psi\},\ \max{}^{\psi}\{10^\psi, 20^\psi\} \right\} = 20^\psi \iff$$

$$\iff (\emptyset \cap \{\emptyset\}) \cup (\emptyset \cup \{\emptyset\}) = \{\emptyset\}.$$

Пример 2. *Для универсальных алгебр*
$\mathcal{A} = \Big\langle \{10, 20, 40\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40\big\}\Big\rangle,$
$\mathcal{B} = \Big\langle \big\{\emptyset, \{\emptyset\}\big\}, \big\{\cap, \cup, \{\emptyset\}\big\}\Big\rangle, \quad \mathcal{C} = \Big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, +, 1\big\}\Big\rangle$ *рассмотрим*
рассмотрим отображения φ, ψ, ζ, *заданные таблицами*

x	10	20	40	$\min$	$\max$	40
x^φ	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^ψ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^ζ	0	1	$\cdot$	$\max$	1

.

Можно проверить, что аналогичная ситуация получается с любым высказыванием такого типа (т.е. использующим лишь указанные элементы и операции и, быть может, скобки).

Пример 2. *Для универсальных алгебр*
$\mathcal{A} = \left\langle \{10, 20, 40\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\},\ \max\{\bullet, \bullet\}, 40\right\}\right\rangle$,
$\mathcal{B} = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \left\{\cap, \cup, \{\emptyset\}\right\}\right\rangle$, $\quad \mathcal{C} = \left\langle \{0, 1\}, \left\{\bullet \cdot \bullet, +, 1\right\}\right\rangle$ *рассмотрим*
рассмотрим отображения φ, ψ, ζ, *заданные таблицами*

x	10	20	40	$\min$	$\max$	40
x^{φ}	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ψ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ζ}	0	1	$\cdot$	$\max$	1

.

Можно проверить, что аналогичная ситуация получается с любым высказыванием такого типа. Но отображения φ и ψ не являются взаимно однозначными.

Пример 2. *Для универсальных алгебр*
$\mathcal{A} = \big\langle \{10, 20, 40\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\},\ \max\{\bullet, \bullet\}, 40\big\}\big\rangle$,
$\mathcal{B} = \big\langle \big\{\emptyset, \{\emptyset\}\big\}, \{\cap, \cup, \{\emptyset\}\}\big\rangle$, $\quad \mathcal{C} = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, +, 1\big\}\big\rangle$ *рассмотрим рассмотрим отображения* φ, ψ, ζ, *заданные таблицами*

x	10	20	40	$\min$	$\max$	40
x^{φ}	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ψ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ζ}	0	1	$\cdot$	$\max$	1

.

Можно проверить, что аналогичная ситуация получается с любым высказыванием такого типа. Но отображения φ и ψ не являются взаимно однозначными.

Поэтому если в формуле, верной для алгебры $\mathcal{B}$, заменить элементы на их прообразы в $\mathcal{A}$, можем получить ложную формулу.

Пример 2. *Для универсальных алгебр*
$\mathcal{A} = \Big\langle \{10, 20, 40\}, \Big\{ \min\{\bullet,\bullet\},\ \max\{\bullet,\bullet\}, 40 \Big\} \Big\rangle,$
$\mathcal{B} = \Big\langle \Big\{ \emptyset, \{\emptyset\} \Big\}, \{\cap, \cup, \{\emptyset\}\} \Big\rangle,\quad \mathcal{C} = \Big\langle \{0,1\}, \Big\{ \bullet\cdot\bullet, +, 1 \Big\} \Big\rangle$ *рассмотрим рассмотрим отображения* φ, ψ, ζ, *заданные таблицами*

x	10	20	40	$\min$	$\max$	40
x^{φ}	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ψ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ζ}	0	1	$\cdot$	$\max$	1

.

Функция ζ, являясь взаимно однозначной, тоже сохраняет значения истинности высказывания после замены элементов на их образы относительно ζ.

Пример 2. *Для универсальных алгебр*
$\mathcal{A} = \left\langle \{10, 20, 40\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\},\ \max\{\bullet, \bullet\}, 40\right\}\right\rangle$,
$\mathcal{B} = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \left\{\cap, \cup, \{\emptyset\}\right\}\right\rangle$, $\quad \mathcal{C} = \left\langle \{0, 1\}, \left\{\bullet \cdot \bullet, +, 1\right\}\right\rangle$ *рассмотрим*
рассмотрим отображения φ, ψ, ζ, *заданные таблицами*

x	10	20	40	min	max	40
x^{φ}	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ψ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ζ}	0	1	$\cdot$	max	1

.

В самом деле, например, истинно высказывание $\Big(\{\emptyset\} \cup \emptyset\Big) \cup \emptyset = \emptyset$, и истинно также высказывание

$$\left(\{\emptyset\}^{\zeta} \cap^{\zeta} \emptyset^{\zeta}\right) \cup^{\zeta} \emptyset^{\zeta} = \emptyset^{\zeta},\ \text{т.е.}\ \max\{(1 \cdot 0), 0\} = 0.$$

Пример 2. *Для универсальных алгебр*
$\mathcal{A} = \left\langle \{10, 20, 40\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\},\ \max\{\bullet, \bullet\}, 40\right\}\right\rangle,$
$\mathcal{B} = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\cap, \cup, \{\emptyset\}\}\right\rangle, \quad \mathcal{C} = \left\langle \{0, 1\}, \left\{\bullet \cdot \bullet, +, 1\right\}\right\rangle$ *рассмотрим рассмотрим отображения* φ, ψ, ζ, *заданные таблицами*

x	10	20	40	min	max	40
x^{φ}	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ψ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^{ζ}	0	1	$\cdot$	max	1

.

Таким образом, утверждения такого вида об алгебре $\left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \nu_2^{\Sigma}\right\rangle$ являются верными тогда и только тогда, когда их «перевод» в утверждения об алгебре $\left\langle \{0, 1\}, \nu_3^{\Sigma}\right\rangle$ также являются верными, то есть эти алгебры в этом смысле «как бы одинаковы».

Пример 2. *Для универсальных алгебр*
$\mathcal{A} = \left\langle \{10, 20, 40\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\},\ \max\{\bullet, \bullet\}, 40\right\} \right\rangle,$
$\mathcal{B} = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \left\{\cap, \cup, \{\emptyset\}\right\} \right\rangle, \quad \mathcal{C} = \left\langle \{0, 1\}, \left\{\bullet \cdot \bullet, +, 1\right\} \right\rangle$ *рассмотрим рассмотрим отображения* φ, ψ, ζ, *заданные таблицами*

x	10	20	40	min	max	40
x^φ	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^ψ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^ζ	0	1	$\cdot$	max	1

.

Функции φ и ψ обеспечивают лишь «односторонний перевод», то есть с их помощью верные утверждения об алгебре $\left\langle \{10, 20, 40\}, \nu_1^\Sigma \right\rangle$ «переводятся» в верные утверждения для алгебр $\left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \nu_2^\Sigma \right\rangle$ и $\left\langle \{0, 1\}, \nu_3^\Sigma \right\rangle$.

Пример 2. *Для универсальных алгебр*
$\mathcal{A} = \left\langle \{10, 20, 40\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\},\ \max\{\bullet, \bullet\}, 40\right\}\right\rangle,$
$\mathcal{B} = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \left\{\cap, \cup, \{\emptyset\}\right\}\right\rangle,\quad \mathcal{C} = \left\langle \{0, 1\}, \left\{\bullet \cdot \bullet, +, 1\right\}\right\rangle$ *рассмотрим*
рассмотрим отображения φ, ψ, ζ, *заданные таблицами*

x	10	20	40	$\min$	$\max$	40
x^φ	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^ψ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\{\emptyset\}$
x^ζ	0	1	$\cdot$	$\max$	1

.

Функции φ и ψ обеспечивают лишь «односторонний перевод», то есть с их помощью верные утверждения об алгебре $\left\langle \{10, 20, 40\}, \nu_1^\Sigma \right\rangle$ «переводятся» в верные утверждения для алгебр $\left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \nu_2^\Sigma \right\rangle$ и $\left\langle \{0, 1\}, \nu_3^\Sigma \right\rangle$. **Вернёмся к лекции?**

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1\},\ \{\wedge,\neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,{}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны. При определении операции ${}^{-}$ предполагается, что дополнение берется до множества $\{\emptyset\}$.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\}\rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверить изоморфность естественно с помощью построения **изоморфизма**.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим, что **изоморфизмом** является, например, функция φ, заданная таблицей

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \bar{\ }\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим, что **изоморфизмом** является, например, функция φ, заданная таблицей

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\bar{\ }$	$\subset$

.

Надо проверить, во-первых, **взаимную однозначность**, во-вторых, выполнение **формул** $(f(x_1,\ \ldots, x_n))^\varphi = f^\varphi\,(x_1^\varphi,\ \ldots, x_n^\varphi)$:

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle\{0,1\},\ \{\wedge,\neg\},\ \{<\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle\{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\overline{\ }\},\ \{\subset\}\rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим, что **изоморфизмом** является, например, функция φ, заданная таблицей

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{\ }$	$\subset$

.

Надо проверить, во-первых, **взаимную однозначность**, во-вторых, выполнение **формул** $(f(x_1,\ \ldots, x_n))^\varphi = f^\varphi\,(x_1^\varphi,\ \ldots, x_n^\varphi)$:
$(x \wedge y)^\varphi =$

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим, что **изоморфизмом** является, например, функция φ, заданная таблицей

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	${}^{-}$	$\subset$

.

Надо проверить, во-первых, **взаимную однозначность**, во-вторых, выполнение **формул** $(f(x_1,\ \ldots, x_n))^{\varphi} = f^{\varphi}\,(x_1^{\varphi},\ \ldots, x_n^{\varphi})$:
$(x \wedge y)^{\varphi} = x^{\varphi} \cap y^{\varphi}$,

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\ , \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \bar{\ }\},\ \{\subset\} \rangle\ .$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим, что **изоморфизмом** является, например, функция φ, заданная таблицей

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\bar{\ }$	$\subset$

.

Надо проверить, во-первых, **взаимную однозначность**, во-вторых, выполнение **формул** $(f(x_1,\ \ldots, x_n))^\varphi = f^\varphi\,(x_1^\varphi,\ \ldots, x_n^\varphi)$:
$(x \wedge y)^\varphi = x^\varphi \cap y^\varphi, \qquad (\neg x)^\varphi =$

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{\ \ }\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим, что **изоморфизмом** является, например, функция φ, заданная таблицей

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{\ \ }$	$\subset$

.

Надо проверить, во-первых, **взаимную однозначность**, во-вторых, выполнение **формул** $(f(x_1,\ \ldots, x_n))^\varphi = f^\varphi\,(x_1^\varphi,\ \ldots, x_n^\varphi)$:

$(x \wedge y)^\varphi = x^\varphi \cap y^\varphi, \qquad (\neg x)^\varphi = \overline{x^\varphi},$

Пример 3. *Пусть (воспользуемся **соглашением**)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, ^{\overline{\ \ }}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим, что **изоморфизмом** является, например, функция φ, заданная таблицей

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$^{\overline{\ \ }}$	$\subset$

.

Надо проверить, во-первых, **взаимную однозначность**, во-вторых, выполнение **формул** $(f(x_1,\ \ldots, x_n))^\varphi = f^\varphi\,(x_1^\varphi,\ \ldots, x_n^\varphi)$:

$(x \wedge y)^\varphi = x^\varphi \cap y^\varphi, \qquad (\neg x)^\varphi = \overline{x^\varphi},$

и, в-третьих, $p(x_1, \ldots, x_n) \ \Leftrightarrow\ p^\varphi\,(x_1^\varphi,\ \ldots, x_n^\varphi)$:

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим, что **изоморфизмом** является, например, функция φ, заданная таблицей

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Надо проверить, во-первых, **взаимную однозначность**, во-вторых, выполнение **формул** $(f(x_1,\ \ldots, x_n))^\varphi = f^\varphi\,(x_1^\varphi,\ \ldots, x_n^\varphi)$:

$(x \wedge y)^\varphi = x^\varphi \cap y^\varphi, \qquad (\neg x)^\varphi = \overline{x^\varphi},$

и, в-третьих, $p(x_1, \ldots, x_n) \ \Leftrightarrow\ p^\varphi\,(x_1^\varphi,\ \ldots, x_n^\varphi)$: $\qquad x < y \ \Leftrightarrow$

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим, что **изоморфизмом** является, например, функция φ, заданная таблицей

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Надо проверить, во-первых, **взаимную однозначность**, во-вторых, выполнение **формул** $(f(x_1,\ \ldots, x_n))^\varphi = f^\varphi\,(x_1^\varphi,\ \ldots, x_n^\varphi)$:

$(x \wedge y)^\varphi = x^\varphi \cap y^\varphi, \qquad (\neg x)^\varphi = \overline{x^\varphi}$,

и, в-третьих, $p(x_1, \ldots, x_n) \ \Leftrightarrow\ p^\varphi\,(x_1^\varphi,\ \ldots, x_n^\varphi)$: $\qquad x < y \ \Leftrightarrow\ x^\varphi \subset y^\varphi$.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим, что **изоморфизмом** является, например, функция φ, заданная таблицей

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	${}^{-}$	$\subset$

.

Взаимная **однозначность** ограничения φ на $\Omega = \{0, 1\}$ очевидна.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, ^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ *и* $\mathcal{B}$ *изоморфны.*

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$(0 \wedge 0)^{\varphi} =$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$^{-}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$(0 \wedge 0)^{\varphi} = \qquad\qquad = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	${}^{-}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{\overline{\ \ }}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$(0 \wedge 0)^{\varphi} = 0^{\varphi} = \qquad\qquad\qquad\qquad = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	${}^{\overline{\ \ }}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся **соглашением**)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \bar{}\ \},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$(0 \wedge 0)^{\varphi} = 0^{\varphi} = \quad = \emptyset \cap \emptyset = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\bar{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$(0 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$(0 \wedge 0)^{\varphi} = 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},$$
$$(0 \wedge 1)^{\varphi} =$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	${}^{-}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
(0 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},\\
(0 \wedge 1)^{\varphi} &= \qquad\qquad\qquad\qquad = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	${}^{-}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся **соглашением**)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$(0 \wedge 0)^{\varphi} = 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},$$
$$(0 \wedge 1)^{\varphi} = 0^{\varphi} = \qquad\qquad = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$^{-}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся **соглашением**)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$(0 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,$$
$$(0 \wedge 1)^\varphi = 0^\varphi = \quad = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$(0 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,$$
$$(0 \wedge 1)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	${}^{-}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$(0 \wedge 0)^{\varphi} = 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},$$
$$(0 \wedge 1)^{\varphi} = 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},$$
$$(1 \wedge 0)^{\varphi} =$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
(0 \wedge 0)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
(0 \wedge 1)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
(1 \wedge 0)^\varphi &= \qquad\qquad\qquad\qquad = 1^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
(0 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},\\
(0 \wedge 1)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},\\
(1 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \qquad\qquad\qquad\quad = 1^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
(0 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},\\
(0 \wedge 1)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},\\
(1 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \quad = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$^{-}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$(0 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,$$
$$(0 \wedge 1)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,$$
$$(1 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	${}^{-}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся **соглашением**)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$
\begin{aligned}
&(0 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
&(0 \wedge 1)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
&(1 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
&(1 \wedge 1)^\varphi =
\end{aligned}
$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся **соглашением**)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
(0 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},\\
(0 \wedge 1)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},\\
(1 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},\\
(1 \wedge 1)^{\varphi} &= \qquad\qquad\qquad\qquad = 1^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	${}^{-}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
(0 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},\\
(0 \wedge 1)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},\\
(1 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},\\
(1 \wedge 1)^{\varphi} &= 1^{\varphi} = \qquad\qquad\qquad\qquad = 1^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	${}^{-}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle\{0,1\},\ \{\wedge,\neg\},\ \{<\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle\{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\,^{-}\},\ \{\subset\}\rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
(0\wedge 0)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \emptyset\cap\emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
(0\wedge 1)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \emptyset\cap\{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
(1\wedge 0)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \{\emptyset\}\cap\emptyset = 1^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
(1\wedge 1)^\varphi &= 1^\varphi = \qquad = \{\emptyset\}\cap\{\emptyset\} = 1^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$^{-}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
(0 \wedge 0)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
(0 \wedge 1)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
(1 \wedge 0)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
(1 \wedge 1)^\varphi &= 1^\varphi = \{\emptyset\} = \{\emptyset\} \cap \{\emptyset\} = 1^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
&(0 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
&(0 \wedge 1)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
&(1 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
&(1 \wedge 1)^\varphi = 1^\varphi = \{\emptyset\} = \{\emptyset\} \cap \{\emptyset\} = 1^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
&(\neg 0)^\varphi =
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$^{-}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
(0 \wedge 0)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
(0 \wedge 1)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
(1 \wedge 0)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
(1 \wedge 1)^\varphi &= 1^\varphi = \{\emptyset\} = \{\emptyset\} \cap \{\emptyset\} = 1^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
(\neg 0)^\varphi &= \qquad\qquad\qquad = \neg^\varphi 0^\varphi,
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся **соглашением**)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{\overline{}}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
(0 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},\\
(0 \wedge 1)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},\\
(1 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},\\
(1 \wedge 1)^{\varphi} &= 1^{\varphi} = \{\emptyset\} = \{\emptyset\} \cap \{\emptyset\} = 1^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},\\
(\neg 0)^{\varphi} &= 1^{\varphi} = \qquad\qquad = \neg^{\varphi} 0^{\varphi},
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{\overline{\ \ }}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
(0 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},\\
(0 \wedge 1)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},\\
(1 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},\\
(1 \wedge 1)^{\varphi} &= 1^{\varphi} = \{\emptyset\} = \{\emptyset\} \cap \{\emptyset\} = 1^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},\\
(\neg 0)^{\varphi} &= 1^{\varphi} = \qquad\qquad = \overline{\emptyset} = \neg^{\varphi} 0^{\varphi},
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	${}^{\overline{\ \ }}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$
\begin{aligned}
(0 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},\\
(0 \wedge 1)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},\\
(1 \wedge 0)^{\varphi} &= 0^{\varphi} = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^{\varphi} \wedge^{\varphi} 0^{\varphi},\\
(1 \wedge 1)^{\varphi} &= 1^{\varphi} = \{\emptyset\} = \{\emptyset\} \cap \{\emptyset\} = 1^{\varphi} \wedge^{\varphi} 1^{\varphi},\\
(\neg 0)^{\varphi} &= 1^{\varphi} = \{\emptyset\} = \overline{\emptyset} = \neg^{\varphi} 0^{\varphi},
\end{aligned}
$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся **соглашением**)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$(0 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,$$
$$(0 \wedge 1)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,$$
$$(1 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,$$
$$(1 \wedge 1)^\varphi = 1^\varphi = \{\emptyset\} = \{\emptyset\} \cap \{\emptyset\} = 1^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,$$
$$(\neg 0)^\varphi = 1^\varphi = \{\emptyset\} = \overline{\emptyset} = \neg^\varphi 0^\varphi,$$
$$(\neg 1)^\varphi =$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ *и* $\mathcal{B}$ *изоморфны.*

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$(0 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,$$
$$(0 \wedge 1)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,$$
$$(1 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,$$
$$(1 \wedge 1)^\varphi = 1^\varphi = \{\emptyset\} = \{\emptyset\} \cap \{\emptyset\} = 1^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,$$
$$(\neg 0)^\varphi = 1^\varphi = \{\emptyset\} = \overline{\emptyset} = \neg^\varphi 0^\varphi,$$
$$(\neg 1)^\varphi = \qquad\qquad = \neg^\varphi 1^\varphi.$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1\},\ \{\wedge,\neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
&(0\wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset\cap\emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
&(0\wedge 1)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset\cap\{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
&(1\wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \{\emptyset\}\cap\emptyset = 1^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
&(1\wedge 1)^\varphi = 1^\varphi = \{\emptyset\} = \{\emptyset\}\cap\{\emptyset\} = 1^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
&(\neg 0)^\varphi = 1^\varphi = \{\emptyset\} = \overline{\emptyset} = \neg^\varphi 0^\varphi,\\
&(\neg 1)^\varphi = 0^\varphi = \qquad\qquad\qquad = \neg^\varphi 1^\varphi.
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
&(0 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
&(0 \wedge 1)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
&(1 \wedge 0)^\varphi = 0^\varphi = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
&(1 \wedge 1)^\varphi = 1^\varphi = \{\emptyset\} = \{\emptyset\} \cap \{\emptyset\} = 1^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
&(\neg 0)^\varphi = 1^\varphi = \{\emptyset\} = \overline{\emptyset} = \neg^\varphi 0^\varphi,\\
&(\neg 1)^\varphi = 0^\varphi = \quad = \overline{\{\emptyset\}} = \neg^\varphi 1^\varphi.
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим **утверждение «во-вторых»**:

$$\begin{aligned}
(0 \wedge 0)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \emptyset = 0^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
(0 \wedge 1)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \emptyset \cap \{\emptyset\} = 0^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
(1 \wedge 0)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \{\emptyset\} \cap \emptyset = 1^\varphi \wedge^\varphi 0^\varphi,\\
(1 \wedge 1)^\varphi &= 1^\varphi = \{\emptyset\} = \{\emptyset\} \cap \{\emptyset\} = 1^\varphi \wedge^\varphi 1^\varphi,\\
(\neg 0)^\varphi &= 1^\varphi = \{\emptyset\} = \overline{\emptyset} = \neg^\varphi 0^\varphi,\\
(\neg 1)^\varphi &= 0^\varphi = \emptyset = \overline{\{\emptyset\}} = \neg^\varphi 1^\varphi.
\end{aligned}$$

x	0	1	$\wedge$	$\neg$	$<$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\overline{}$	$\subset$

.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \qquad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим утверждение **«в-третьих»**.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим утверждение **«в-третьих»**.

Применим **перевод на язык отношений** и **перевод с языка отношений на язык предикатов**.

Пример 3. *Пусть (воспользуемся **соглашением**)*

$$\mathcal{A} = \langle\{0,1\},\ \{\wedge,\neg\},\ \{<\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle\{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\overline{}\},\ \{\subset\}\rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим утверждение **«в-третьих»**.

Применим **перевод на язык отношений** и **перевод с языка отношений на язык предикатов**.

$$x < y \ \Leftrightarrow$$

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ *и* $\mathcal{B}$ *изоморфны.*

Решение. Проверим утверждение **«в-третьих»**.

Применим **перевод на язык отношений** и **перевод с языка отношений на язык предикатов**.

$$x < y \ \Leftrightarrow \qquad\qquad \Leftrightarrow\ x^{\varphi} \subseteq y^{\varphi}.$$

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим утверждение **«в-третьих»**.

Применим **перевод на язык отношений** и **перевод с языка отношений на язык предикатов**.

$$x < y \;\Leftrightarrow\; (x; y) \in \qquad\qquad \Leftrightarrow\; x^{\varphi} \subseteq y^{\varphi}.$$

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \overline{}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим утверждение **«в-третьих»**.

Применим **перевод на язык отношений** и **перевод с языка отношений на язык предикатов**.

$$x < y \;\Leftrightarrow\; (x; y) \in \{(0;\ 1)\} \;\Leftrightarrow \qquad\qquad \Leftrightarrow\; x^{\varphi} \subseteq y^{\varphi}.$$

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, ^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим утверждение **«в-третьих»**.

Применим **перевод на язык отношений** и **перевод с языка отношений на язык предикатов**.

$$x < y \ \Leftrightarrow\ (x; y) \in \{(0;\ 1)\} \ \Leftrightarrow\ (x^{\varphi};\ y^{\varphi}) \in \qquad\qquad \Leftrightarrow\ x^{\varphi} \subseteq y^{\varphi}.$$

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1\},\ \{\wedge,\neg\},\ \{<\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\overline{}\},\ \{\subset\}\rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим утверждение **«в-третьих»**.

Применим **перевод на язык отношений** и **перевод с языка отношений на язык предикатов**.

$$x < y \;\Leftrightarrow\; (x;y) \in \{(0;\ 1)\} \;\Leftrightarrow\; (x^{\varphi};\ y^{\varphi}) \in \big\{\emptyset;\{\emptyset\}\big\} \;\Leftrightarrow\; x^{\varphi} \subseteq y^{\varphi}.$$

Пример 3. *Пусть (воспользуемся* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1\},\ \{\wedge, \neg\},\ \{<\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, {}^{-}\},\ \{\subset\} \rangle\,.$$

Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны.

Решение. Проверим утверждение **«в-третьих»**.

Применим **перевод на язык отношений** и **перевод с языка отношений на язык предикатов**.

$$x < y \;\Leftrightarrow\; (x; y) \in \{(0;\ 1)\} \;\Leftrightarrow\; (x^{\varphi};\ y^{\varphi}) \in \big\{\emptyset; \{\emptyset\}\big\} \;\Leftrightarrow\; x^{\varphi} \subseteq y^{\varphi}.$$

Таким образом, φ является **изоморфизмом**, то есть $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ изоморфны, что и требовалось доказать.

Вернёмся к лекции?

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle\{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\}\rangle\,,$$

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что а) φ является ***сильным гомоморфизмом*** *алгебраической системы $\mathcal{A}$ на алгебраическую систему $\mathcal{B}$; б) ψ является гомоморфизмом алгебраической системы $\mathcal{A}$ на алгебраическую систему $\mathcal{B}$, но не является* ***сильным гомоморфизмом****.*

Решение.

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle\{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\}\rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что а) φ является ***сильным гомоморфизмом*** *алгебраической системы $\mathcal{A}$ на алгебраическую систему $\mathcal{B}$; б) ψ является гомоморфизмом алгебраической системы $\mathcal{A}$ на алгебраическую систему $\mathcal{B}$, но не является* ***сильным гомоморфизмом****.*

Решение. Выполнение *равенств* для функций φ и ψ проверьте самостоятельно. Можно это сделать перебором всех значений аргументов, то есть таким же образом, как при **решении примера 3**.

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle\{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\}\rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что а) φ является ***сильным гомоморфизмом****.*

Решение. Проверим, что φ — **сильный гомоморфизм**.
Предикат $X \subseteq Y$ истинен в $\Omega' = \{\emptyset,\ \{\emptyset\}\}$ только при

$$(X;Y) \in \{(\emptyset,\emptyset),\ (\emptyset,\{\emptyset\})\,,\ (\{\emptyset\},\{\emptyset\})\}\,.$$

Подберем нужные прообразы:

Пример 4. *Пусть (воспользовались **соглашением**)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\}\rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

*Показать, что а) φ является **сильным гомоморфизмом**.*

Решение. Проверим, что φ — **сильный гомоморфизм**.
Предикат $X \subseteq Y$ истинен в $\Omega' = \{\emptyset,\ \{\emptyset\}\}$ только при

$$(X;Y) \in \{(\emptyset,\emptyset),\ (\emptyset,\{\emptyset\})\,,\ (\{\emptyset\},\{\emptyset\})\}\,.$$

Подберем нужные прообразы:

$$\underbrace{\emptyset}_{=0^{\varphi}} \subseteq \underbrace{\emptyset}_{=0^{\varphi}} \text{ и } 0 \leq 0.$$

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\}\rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что а) φ является ***сильным гомоморфизмом****.*

Решение. Проверим, что φ — **сильный гомоморфизм**.
Предикат $X \subseteq Y$ истинен в $\Omega' = \{\emptyset,\ \{\emptyset\}\}$ только при

$$(X;Y) \in \{(\emptyset,\emptyset)\,,\ (\emptyset,\{\emptyset\}),\ (\{\emptyset\},\{\emptyset\})\}\,.$$

Подберем нужные прообразы:

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\}\rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^ψ	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что а) φ является ***сильным гомоморфизмом****.*

Решение. Проверим, что φ — **сильный гомоморфизм**.
Предикат $X \subseteq Y$ истинен в $\Omega' = \{\emptyset,\ \{\emptyset\}\}$ только при

$$(X;Y) \in \{(\emptyset,\emptyset)\,,\ (\emptyset,\{\emptyset\}),\ (\{\emptyset\},\{\emptyset\})\}\,.$$

Подберем нужные прообразы:

$$\underbrace{\emptyset}_{=0^\varphi} \subseteq \underbrace{\{\emptyset\}}_{=1^\varphi} \text{ и } 0 \leq 1.$$

Пример 4. *Пусть (воспользовались **соглашением**)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\}\rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

*Показать, что а) φ является **сильным гомоморфизмом**.*

Решение. Проверим, что φ — **сильный гомоморфизм**.
Предикат $X \subseteq Y$ истинен в $\Omega' = \{\emptyset,\ \{\emptyset\}\}$ только при

$$(X;Y) \in \{(\emptyset,\emptyset)\,,\ (\emptyset,\{\emptyset\})\,,\ (\{\emptyset\},\{\emptyset\})\}\,.$$

Подберем нужные прообразы:

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\}\rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что а) φ *является* ***сильным гомоморфизмом****.*

Решение. Проверим, что φ — **сильный гомоморфизм**. Предикат $X \subseteq Y$ истинен в $\Omega' = \{\emptyset,\ \{\emptyset\}\}$ только при

$$(X;Y) \in \{(\emptyset,\emptyset)\,,\ (\emptyset,\{\emptyset\})\,,\ (\{\emptyset\},\{\emptyset\})\}\,.$$

Подберем нужные прообразы:

$$\underbrace{\{\emptyset\}}_{=1^{\varphi}} \subseteq \underbrace{\{\emptyset\}}_{=2^{\varphi}} \text{ и } 1 \leq 2.$$

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \cup\},\ \{\subseteq\} \rangle\,,$$

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что а) φ является ***сильным гомоморфизмом****.*

Решение. Проверим, что φ — **сильный гомоморфизм**.
Предикат $X \subseteq Y$ истинен в $\Omega' = \{\emptyset,\ \{\emptyset\}\}$ только при

$$(X; Y) \in \{(\emptyset, \emptyset)\,,\ (\emptyset, \{\emptyset\})\,,\ (\{\emptyset\}, \{\emptyset\})\}\,.$$

Осталось заметить, что для любых прообразов x, y элементов, соответственно, $\{\emptyset\}$ и $\emptyset$ неравенство $x \leq y$ не выполняется.

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\}\rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что а) φ является ***сильным гомоморфизмом****.*

Решение. Проверим, что φ — **сильный гомоморфизм**.

Предикат $X \subseteq Y$ истинен в $\Omega' = \{\emptyset,\ \{\emptyset\}\}$ только при

$$(X;Y) \in \{(\emptyset,\emptyset)\,,\ (\emptyset,\{\emptyset\})\,,\ (\{\emptyset\},\{\emptyset\})\}\,.$$

Осталось заметить, что для любых прообразов x, y элементов, соответственно, $\{\emptyset\}$ и $\emptyset$ неравенство $x \leq y$ не выполняется.

Значит, φ является **сильным гомоморфизмом**.

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\le\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\} \rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^ψ	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что б) ψ является гомоморфизмом, но ***сильным****.*

Решение. Гомоморфизм ψ не является сильным, так как, например,

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\}\rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что б) ψ является гомоморфизмом, но ***сильным****.*

Решение. Гомоморфизм ψ не является сильным, так как, например, $0 < 2$, но

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle\{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\}\rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что б) ψ является гомоморфизмом, но ***сильным****.*

Решение. Гомоморфизм ψ не является сильным, так как, например, $0 < 2$, но

$$0^{\psi} = \qquad\qquad\qquad = 2^{\psi},$$

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\}\rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что б) ψ является гомоморфизмом, но ***сильным****.*

Решение. Гомоморфизм ψ не является сильным, так как, например, $0 < 2$, но

$$0^{\psi} = \{\emptyset\} \qquad = 2^{\psi},$$

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\cap,\cup\},\ \{\subseteq\} \rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что б) ψ является гомоморфизмом, но ***сильным****.*

Решение. Гомоморфизм ψ не является сильным, так как, например, $0 < 2$, но

$$0^{\psi} = \{\emptyset\} \quad \emptyset = 2^{\psi},$$

Пример 4. *Пусть (воспользовались* ***соглашением****)*

$$\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle\,, \quad \mathcal{B} = \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\},\ \{\cap, \cup\},\ \{\subseteq\} \rangle\,,$$

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Показать, что   б) ψ является гомоморфизмом, но ***сильным****.*

Решение. Гомоморфизм ψ не является сильным, так как, например, $0 < 2$, но

$$0^{\psi} = \{\emptyset\} \not\subseteq \emptyset = 2^{\psi},$$

что и требовалось доказать.

Вернёмся к лекции?

Пример 5. *Для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle$ выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$P = \{(0;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,,$$

$$Q = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}\,,$$

$$R = \{(0;0),\ (0;2),\ (2;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,,$$

$$T = \{(0;0),\ (0;1),\ (1;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,.$$

В формулировке этого примера мы воспользовались **соглашением**.

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$P = \{(0;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,,$$

$$Q = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}\,,$$

$$R = \{(0;0),\ (0;2),\ (2;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,,$$

$$T = \{(0;0),\ (0;1),\ (1;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,.$$

Решение. Прежде всего отметим тот очевидный факт, что все эти отношения являются **отношениями эквивалентности**.

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\}\rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$P = \{(0;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,,$$

Решение. Разумеется, отношение P является **конгруенцией**, поскольку на самом деле P — это

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$P = \{(0; 0),\ (1; 1),\ (2; 2)\},$$

Решение. Разумеется, отношение P является **конгруенцией**, поскольку на самом деле P — это

отношение равенства!

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$Q = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}\,,$$

Решение. Классы **эквивалентных** по Q элементов: $\{0\}$ и $\{1, 2\}$.

Попытаемся увидеть, что Q — конгруенция, с помощью специального представления таблиц Кэли для операций этой алгебраической системы. В таблице Кэли самая верхняя компонента столбца представляет собой некоторый элемент x из $\{0, 1, 2\}$.

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$Q = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}\,,$$

Решение. Классы **эквивалентных** по Q элементов: $\{0\}$ и $\{1, 2\}$.

min	0	1 2
0		
1 2		

max	0	1 2
0		
1 2		

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$Q = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\},$$

Решение. Классы **эквивалентных** по Q элементов: $\{0\}$ и $\{1, 2\}$.

min	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	1
2	0	1	2

max	0	1	2
0	0	1	2
1	1	1	2
2	2	2	2

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями***:

$$Q = \{(0; 0),\ (1; 1),\ (1; 2),\ (2; 1),\ (2; 2)\}\,,$$

Решение. Классы **эквивалентных** по Q элементов: $\{0\}$ и $\{1, 2\}$.

min	0_1	1_2	2_2
0_1	0	0	0
1_2	0	1	1
2_2	0	1	2

max	0_1	1_2	2_2
0_1	0	1	2
1_2	1	1	2
2_2	2	2	2

Пример 5. *Для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle$ выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$Q = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\},$$

Решение. Классы **эквивалентных** по Q элементов: $\{0\}$ и $\{1,2\}$.

min	0_1	1_2	2_2
0_1	0_1	0_1	0_1
1_2	0_1	1_2	1_2
2_2	0_1	1_2	2_2

max	0_1	1_2	2_2
0_1	0_1	1_1	2_1
1_2	1_1	1_2	2_2
2_2	2_1	2_2	2_2

Видно, что в каждом «прямоугольном блоке» этих таблиц Кэли все элементы принадлежат одному и тому же классу **эквивалентных** элементов.

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle\{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\}\rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями***:

$$Q = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\},$$

Решение. Классы эквивалентных по Q элементов: $\{0\}$ и $\{1, 2\}$.

min	0_1	1_2	2_2
0_1	0_1	0_1	0_1
1_2	0_1	1_2	1_2
2_2	0_1	1_2	2_2

max	0_1	1_2	2_2
0_1	0_1	1_1	2_1
1_2	1_1	1_2	2_2
2_2	2_1	2_2	2_2

Класс эквивалентных по Q элементов, в который попадает элемент $\min\{x, y\}$ (верно и для $\max\{x, y\}$), определяется только тем, *к какому классу* эквивалентных элементов принадлежат элементы x и y.

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\le\}\rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$Q = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\},$$

Решение. Классы **эквивалентных** по Q элементов: $\{0\}$ и $\{1,2\}$.

$$\begin{array}{|c||c|cc|}\hline \min & 0_1 & 1_2 & 2_2 \\ \hline\hline 0_1 & 0_1 & 0_1 & 0_1 \\ \hline 1_2 & 0_1 & 1_2 & 1_2 \\ 2_2 & 0_1 & 1_2 & 2_2 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{|c||c|cc|}\hline \max & 0_1 & 1_2 & 2_2 \\ \hline\hline 0_1 & 0_1 & 1_1 & 2_1 \\ \hline 1_2 & 1_1 & 1_2 & 2_2 \\ 2_2 & 2_1 & 2_2 & 2_2 \\ \hline \end{array} \tag{1}$$

Таким образом, Q — это **конгруенция**.

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$R = \{(0;0),\ (0;2),\ (2;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\ ,$$

Решение. Классы **эквивалентных** по R элементов:

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруэнциями****:*

$$R = \{(0; 0),\ (0; 2),\ (2; 0),\ (1; 1),\ (2; 2)\}\,,$$

Решение. Классы **эквивалентных** по R элементов: $\{0, 2\}$ и $\{1\}$.

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\le\} \rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$R = \{(0;0),\ (0;2),\ (2;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,,$$

Решение. Классы **эквивалентных** по R элементов: $\{0, 2\}$ и $\{1\}$.

min	0	2	1
0			
2			
1			

max	0	2	1
0			
2			
1			

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\}, \ \{\min, \max\}, \ \{\le\} \rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями***:

$$R = \{(0;0), \ (0;2), \ (2;0), \ (1;1), \ (2;2)\},$$

Решение. Классы **эквивалентных** по R элементов: $\{0, 2\}$ и $\{1\}$.

min	0	2	1
0	0	0	0
2	0	2	1
1	0	1	1

max	0	2	1
0	0	2	1
2	2	2	2
1	1	2	1

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями***:

$$R = \{(0;0),\ (0;2),\ (2;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,,$$

Решение. Классы **эквивалентных** по R элементов: $\{0,2\}$ и $\{1\}$.

min	0_1	2_1	1_2
0_1	0	0	0
2_1	0	2	1
1_2	0	1	1

max	0_1	2_1	1_2
0_1	0	2	1
2_1	2	2	2
1_2	1	2	1

Пример 5. *Для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle$ выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$R = \{(0;0),\ (0;2),\ (2;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,,$$

Решение. Классы **эквивалентных** по R элементов: $\{0,2\}$ и $\{1\}$.

$\min$	0_1	2_1	1_2
0_1	0_1	0_1	0_1
2_1	0_1	2_1	1_2
1_2	0_1	1_2	1_2

$\max$	0_1	2_1	1_2
0_1	0_1	2_1	1_2
2_1	2_1	2_1	2_1
1_2	1_2	2_1	1_2

Пример 5. *Для алгебраической системы*
$\mathcal{A} = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$R = \{(0;0),\ (0;2),\ (2;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,,$$

Решение. Классы **эквивалентных** по R элементов: $\{0,2\}$ и $\{1\}$.

$\min$	0_1	2_1	1_2
0_1	0_1	0_1	0_1
2_1	0_1	2_1	1_2
1_2	0_1	1_2	1_2

$\max$	0_1	2_1	1_2
0_1	0_1	2_1	1_2
2_1	2_1	2_1	2_1
1_2	1_2	2_1	1_2

Таким образом, отношение R, не является **конгруенцией**, поскольку, например,

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями***:

$$R = \{(0;0),\ (0;2),\ (2;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,,$$

Решение. Классы **эквивалентных** по R элементов: $\{0,2\}$ и $\{1\}$.

min	0_1	2_1	1_2
0_1	0_1	0_1	0_1
2_1	0_1	2_1	1_2
1_2	0_1	1_2	1_2

max	0_1	2_1	1_2
0_1	0_1	2_1	1_2
2_1	2_1	2_1	2_1
1_2	1_2	2_1	1_2

Таким образом, отношение R, не является **конгруенцией**, поскольку, например, $\begin{cases}(0;2)\in R\\(1;1)\in R\end{cases}$, но $\overline{(\min\{0,1\};\ \min\{2,1\})\in R}$.

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями:***

$$T = \{(0; 0),\ (0; 1),\ (1; 0),\ (1; 1),\ (2; 2)\}\,.$$

Решение. Классы **эквивалентных** по T элементов:

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$T = \{(0;0),\ (0;1),\ (1;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,.$$

Решение. Классы **эквивалентных** по T элементов: $\{0,1\}$ и $\{2\}$.

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями***:

$$T = \{(0;0),\ (0;1),\ (1;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,.$$

Решение. Классы **эквивалентных** по T элементов: $\{0,1\}$ и $\{2\}$.

min	0	1	2
0			
1			
2			

max	0	1	2
0			
1			
2			

Пример 5. *Для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \{0, 1, 2\}, \ \{\min, \max\}, \ \{\leq\} \rangle$ выяснить, какие из отношений являются **конгруенциями**:*

$$T = \{(0; 0), \ (0; 1), \ (1; 0), \ (1; 1), \ (2; 2)\}.$$

Решение. Классы эквивалентных по T элементов: $\{0, 1\}$ и $\{2\}$.

min	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	1
2	0	1	2

max	0	1	2
0	0	1	2
1	1	1	2
2	2	2	2

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle\{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\}\rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$T = \{(0;0),\ (0;1),\ (1;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,.$$

Решение. Классы **эквивалентных** по T элементов: $\{0, 1\}$ и $\{2\}$.

min	0_1	1_1	2_2
0_1	0	0	0
1_1	0	1	1
2_2	0	1	2

max	0_1	1_1	2_2
0_1	0	1	2
1_1	1	1	2
2_2	2	2	2

Пример 5. *Для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle$ выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$T = \{(0;0),\ (0;1),\ (1;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,.$$

Решение. Классы **эквивалентных** по T элементов: $\{0,1\}$ и $\{2\}$.

$\min$	0_1	1_1	2_2
0_1	0_1	0_1	0_1
1_1	0_1	1_1	1_1
2_2	0_1	1_1	2_2

$\max$	0_1	1_1	2_2
0_1	0_1	1_1	2_2
1_1	1_1	1_1	2_2
2_2	2_2	2_2	2_2

Таким образом, T является **конгруенцией**, так как,
во-первых, класс **эквивалентных** по T элементов, в который попадает $\min\{x,y\}$, определяется только тем, из какого класса **эквивалентных** по T элементов взяты x, y;

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$T = \{(0;0),\ (0;1),\ (1;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,.$$

Решение. Классы **эквивалентных** по T элементов: $\{0,1\}$ и $\{2\}$.

min	0_1	1_1	2_2
0_1	0_1	0_1	0_1
1_1	0_1	1_1	1_1
2_2	0_1	1_1	2_2

max	0_1	1_1	2_2
0_1	0_1	1_1	2_2
1_1	1_1	1_1	2_2
2_2	2_2	2_2	2_2

Таким образом, T является **конгруенцией**, так как, во-вторых, класс **эквивалентных** по T элементов, в который попадает $\max\{x,y\}$, определяется только тем, из какого класса **эквивалентных** по T элементов взяты x, y.

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями***:

$$T = \{(0;0),\ (0;1),\ (1;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,.$$

Решение. Классы **эквивалентных** по T элементов: $\{0,1\}$ и $\{2\}$.

min	0_1	1_1	2_2
0_1	0_1	0_1	0_1
1_1	0_1	1_1	1_1
2_2	0_1	1_1	2_2

max	0_1	1_1	2_2
0_1	0_1	1_1	2_2
1_1	1_1	1_1	2_2
2_2	2_2	2_2	2_2

Таким образом, T является **конгруенцией**.

Обратите внимание на тот факт, что предикат $\leq$ при проверке «на конгруентность» **отношения эквивалентности** никак не используется!

Пример 5. *Для алгебраической системы* $\mathcal{A} = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle$ *выяснить, какие из отношений являются* ***конгруенциями****:*

$$T = \{(0;0),\ (0;1),\ (1;0),\ (1;1),\ (2;2)\}\,.$$

Решение. Классы **эквивалентных** по T элементов: $\{0,1\}$ и $\{2\}$.

min	0_1	1_1	2_2
0_1	0_1	0_1	0_1
1_1	0_1	1_1	1_1
2_2	0_1	1_1	2_2

max	0_1	1_1	2_2
0_1	0_1	1_1	2_2
1_1	1_1	1_1	2_2
2_2	2_2	2_2	2_2

Таким образом, T является **конгруенцией**.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример**?

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P*, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение.

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему $\mathbb{R}(x)$ с носителем из многочленов от переменной x с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение P, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруенцией*** *алгебраической системы $\mathbb{R}(x)$.*

Решение. Конкретизируем формулы из **определения конгруенции** для нашего случая:

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P, *заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \ \Leftrightarrow \ p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение. Конкретизируем формулы из **определения конгруэнции** для нашего случая: если f — это сумма многочленов, то

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему $\mathbb{R}(x)$ с носителем из многочленов от переменной x с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение P, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы $\mathbb{R}(x)$.*

Решение. Конкретизируем формулы из **определения конгруэнции** для нашего случая: если f — это сумма многочленов, то

$$\Big(p_1(x) + p_2(x); \qquad\qquad\qquad \Big)$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P*, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение. Конкретизируем формулы из **определения конгруэнции** для нашего случая: если f — это сумма многочленов, то

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ \end{cases} \Rightarrow \;\Big(p_1(x) + p_2(x); \qquad\qquad\qquad \Big)$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему $\mathbb{R}(x)$ с носителем из многочленов от переменной x с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение P, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруенцией*** *алгебраической системы $\mathbb{R}(x)$.*

Решение. Конкретизируем формулы из **определения конгруенции** для нашего случая: если f — это сумма многочленов, то

$$\left\{ \begin{array}{l} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{array} \right. \;\Rightarrow\; \Big(p_1(x) + p_2(x); \qquad\qquad\qquad\qquad \Big)$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P*, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$*.*

Решение. Конкретизируем формулы из **определения конгруэнции** для нашего случая: если f — это сумма многочленов, то

$$\left\{\begin{array}{l} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{array}\right. \;\Rightarrow\; \big(p_1(x) + p_2(x); q_1(x) + q_2(x)\big) \in P.$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему $\mathbb{R}(x)$ с носителем из многочленов от переменной x с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение P, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \ \Leftrightarrow \ p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы $\mathbb{R}(x)$.*

Решение. Конкретизируем формулы из **определения конгруэнции** для нашего случая: если f — это сумма многочленов, то

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow \ \big(p_1(x) + p_2(x); q_1(x) + q_2(x)\big) \in P.$$

если f — это произведение многочленов, то

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P*, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение. Конкретизируем формулы из **определения конгруэнции** для нашего случая: если f — это сумма многочленов, то

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow \big(p_1(x) + p_2(x); q_1(x) + q_2(x)\big) \in P.$$

если f — это произведение многочленов, то

$$\big(p_1(x)p_2(x); \qquad \qquad \big)$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему $\mathbb{R}(x)$ с носителем из многочленов от переменной x с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение P, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруенцией*** *алгебраической системы $\mathbb{R}(x)$.*

Решение. Конкретизируем формулы из **определения конгруенции** для нашего случая: если f — это сумма многочленов, то

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow \big(p_1(x) + p_2(x); q_1(x) + q_2(x)\big) \in P.$$

если f — это произведение многочленов, то

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ \quad \end{cases} \Rightarrow \big(p_1(x)p_2(x); \qquad\qquad \big)$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему $\mathbb{R}(x)$ с носителем из многочленов от переменной x с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение P, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы $\mathbb{R}(x)$.*

Решение. Конкретизируем формулы из **определения конгруэнции** для нашего случая: если f — это сумма многочленов, то

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow \big(p_1(x) + p_2(x); q_1(x) + q_2(x)\big) \in P.$$

если f — это произведение многочленов, то

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow \big(p_1(x)p_2(x); \qquad\qquad\qquad \big)$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему $\mathbb{R}(x)$ с носителем из многочленов от переменной x с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение P, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы $\mathbb{R}(x)$.*

Решение. Конкретизируем формулы из **определения конгруэнции** для нашего случая: если f — это сумма многочленов, то

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow \big(p_1(x) + p_2(x); q_1(x) + q_2(x)\big) \in P.$$

если f — это произведение многочленов, то

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow \big(p_1(x)p_2(x); q_1(x)q_2(x)\big) \in P.$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P, *заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение.

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P*, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение.

$$\left\{\begin{array}{l}(p_1(x); q_1(x)) \in P\\ (p_2(x); q_2(x)) \in P\end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\;\big(p_1(x) + p_2(x); q_1(x) + q_2(x)\big) \in P.$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P*, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение.

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1(1) = q_1(1), \\ p_2(1) = q_2(1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \;\big(p_1(x) + p_2(x); q_1(x) + q_2(x)\big) \in P.$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P*, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруенцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение.

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1(1) = q_1(1), \\ p_2(1) = q_2(1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; p_1(1) + p_2(1) = q_1(1) + q_2(1) \Rightarrow\; \big(p_1(x) + p_2(x); q_1(x) + q_2(x)\big) \in P.$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P, *заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруенцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение.

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1(1) = q_1(1), \\ p_2(1) = q_2(1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; p_1(1) + p_2(1) = q_1(1) + q_2(1) \Rightarrow\; \big(p_1(x) + p_2(x); q_1(x) + q_2(x)\big) \in P.$$

Для случая, когда f — сумма многочленов, **формула** выполняется.

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P, *заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруенцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение.

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P*, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение.

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \big(p_1(x)p_2(x); q_1(x)q_2(x)\big) \in P.$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P, *заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруенцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение.

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1(1) = q_1(1), \\ p_2(1) = q_2(1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \big(p_1(x)p_2(x); q_1(x)q_2(x)\big) \in P.$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P*, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение.

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1(1) = q_1(1), \\ p_2(1) = q_2(1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; p_1(1)p_2(1) = q_1(1)q_2(1) \Rightarrow\; \big(p_1(x)p_2(x); q_1(x)q_2(x)\big) \in P.$$

Пример 6. *Рассмотрим алгебраическую систему* $\mathbb{R}(x)$ *с носителем из многочленов от переменной* x *с действительными коэффициентами и операциями сложения и умножения многочленов. Доказать, что отношение* P*, заданное формулой:*

$$(p(x), q(x)) \in P \;\Leftrightarrow\; p(1) = q(1). \tag{2}$$

является ***конгруэнцией*** *алгебраической системы* $\mathbb{R}(x)$.

Решение.

$$\begin{cases} (p_1(x); q_1(x)) \in P \\ (p_2(x); q_2(x)) \in P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1(1) = q_1(1), \\ p_2(1) = q_2(1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; p_1(1)p_2(1) = q_1(1)q_2(1) \Rightarrow\; \big(p_1(x)p_2(x); q_1(x)q_2(x)\big) \in P.$$

Следовательно, для случая, когда f — произведение многочленов, **формула** также выполняется. Задача решена.

Вернёмся к лекции?

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle\{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0; 0),\ (1; 1),\ (1; 2),\ (2; 1),\ (2; 2)\}$.*

Решение.

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему** $\mathcal{A}/Q =$ $= \langle\{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0; 0),\ (1; 1),\ (1; 2),\ (2; 1),\ (2; 2)\}$.*

Решение. Носителем **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ является множество классов **эквивалентных** по Q элементов, то есть этот носитель равен

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему** $\mathcal{A}/Q =$ $= \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,/\,\{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}.$*

Решение. Носителем **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ является множество классов **эквивалентных** по Q элементов, то есть этот носитель равен $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$.

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,/\,\{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}.$*

Решение. Носителем **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ является множество классов **эквивалентных** по Q элементов, то есть этот носитель равен $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$. С помощью **таблиц (1)** нетрудно получить таблицы Кэли для образов операций:

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.

Решение. Носителем **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ является множество классов **эквивалентных** по Q элементов, то есть этот носитель равен $\big\{\{0\}, \{1, 2\}\big\}$. С помощью **таблиц (1)** нетрудно получить таблицы Кэли для образов операций:

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1, 2\}$
$\{0\}$		
$\{1, 2\}$		

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.*

Решение. Носителем **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ является множество классов **эквивалентных** по Q элементов, то есть этот носитель равен $\big\{\{0\}, \{1,2\}\big\}$. С помощью **таблиц (1)** нетрудно получить таблицы Кэли для образов операций:

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	
$\{1,2\}$		

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему** $\mathcal{A}/Q =$ $= \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.*

Решение. Носителем **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ является множество классов **эквивалентных** по Q элементов, то есть этот носитель равен $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$. С помощью **таблиц (1)** нетрудно получить таблицы Кэли для образов операций:

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$		

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$ $= \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.

Решение. Носителем **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ является множество классов **эквивалентных** по Q элементов, то есть этот носитель равен $\big\{\{0\}, \{1, 2\}\big\}$. С помощью **таблиц (1)** нетрудно получить таблицы Кэли для образов операций:

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1, 2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1, 2\}$	$\{0\}$	

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}.$*

Решение. Носителем **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ является множество классов **эквивалентных** по Q элементов, то есть этот носитель равен $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$. С помощью **таблиц (1)** нетрудно получить таблицы Кэли для образов операций:

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.*

Решение. Носителем **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ является множество классов **эквивалентных** по Q элементов, то есть этот носитель равен $\{\{0\},\{1,2\}\}$. С помощью **таблиц (1)** нетрудно получить таблицы Кэли для образов операций:

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$		
$\{1,2\}$		

.

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему** $\mathcal{A}/Q =$ $= \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,/\,\{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}.$*

Решение. Носителем **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ является множество классов **эквивалентных** по Q элементов, то есть этот носитель равен $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$. С помощью **таблиц (1)** нетрудно получить таблицы Кэли для образов операций:

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$ $= \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}.$

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

Предикат $\leq^{\psi_Q}$ зададим с помощью отношения:

Пример 7. *Для* ***примера 5*** *найти* ***фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}.$

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\}, \{1, 2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ \qquad\qquad \right\}^{\psi_Q} =$$

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.*

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{(x;y)\,\middle|\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\right\}^{\psi_Q} =$$

Пример 7. *Для* ***примера 5*** *найти* ***фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\}, \{1,2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x;y) \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} \{x;y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ \end{array} \right. \right\}^{\psi_Q} =$$

Пример 7. *Для* ***примера 5*** *найти* ***фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle\{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0; 0),\ (1; 1),\ (1; 2),\ (2; 1),\ (2; 2)\}$.

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\big\{\{0\}, \{1, 2\}\big\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x; y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ x \leq y \end{cases} \right\}^{\psi_Q} =$$

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$ $= \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\le\} \rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\}, \{1,2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x;y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ x \le y \end{cases} \right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{ \qquad\qquad\qquad\qquad \}^{\psi_Q} =$$

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему** $\mathcal{A}/Q =$ $= \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.*

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x;y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ x \leq y \end{cases} \right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0;0)\,, \qquad\qquad\qquad\qquad \}^{\psi_Q} =$$

Пример 7. *Для* ***примера 5*** *найти* ***фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$ $= \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\}, \{1, 2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x;y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ x \leq y \end{cases} \right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0;0)\,,\ (0;1)\,, \qquad\qquad \}^{\psi_Q} =$$

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q = \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0; 0),\ (1; 1),\ (1; 2),\ (2; 1),\ (2; 2)\}$.

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\big\{\{0\}, \{1, 2\}\big\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x; y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ x \leq y \end{cases} \right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0; 0)\,,\ (0; 1)\,,\ (0; 2)\,, \qquad\qquad\qquad \}^{\psi_Q} =$$

Пример 7. *Для* ***примера 5*** *найти* ***фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}.$

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\},\{1,2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x;y) \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} \{x;y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ x \leq y \end{array} \right. \right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0;0)\,,\ (0;1)\,,\ (0;2)\,,\ (1;1)\,, \qquad\qquad \}^{\psi_Q} =$$

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle \, / \, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\}, \{1, 2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x;y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ x \leq y \end{cases} \right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0;0)\,,\ (0;1)\,,\ (0;2)\,,\ (1;1)\,,\ (1;2)\,, \qquad \}^{\psi_Q} =$$

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$ $= \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\}, \{1, 2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x;y) \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} \{x;y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ x \leq y \end{array} \right. \right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0;0)\,,\ (0;1)\,,\ (0;2)\,,\ (1;1)\,,\ (1;2)\,,\ (2;2)\}^{\psi_Q} =$$

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q = \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,/\,\{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\},\{1,2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{(x;y)\;\middle|\;\begin{cases}\{x;y\}\subseteq\{0;\ 1;\ 2\},\\ x\leq y\end{cases}\right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0;0)\,,\ (0;1)\,,\ (0;2)\,,\ (1;1)\,,\ (1;2)\,,\ (2;2)\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(\{0\},\qquad)\,,\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\}\,.$$

Пример 7. *Для примера 5 найти фактор-систему* $\mathcal{A}/Q =$ $= \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,/\,\{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}.$

Решение. Носитель фактор-системы $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\},\{1,2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{(x;y)\ \middle|\ \begin{cases}\{x;y\}\subseteq\{0;\ 1;\ 2\},\\ x\leq y\end{cases}\right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0;0)\,,\ (0;1)\,,\ (0;2)\,,\ (1;1)\,,\ (1;2)\,,\ (2;2)\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(\{0\},\{0\})\,, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \}\,.$$

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle\,/\,\{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}.$

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\},\{1,2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{(x;y)\;\middle|\;\begin{cases}\{x;y\}\subseteq\{0;\ 1;\ 2\},\\ x\leq y\end{cases}\right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0;0)\,,\ (0;1)\,,\ (0;2)\,,\ (1;1)\,,\ (1;2)\,,\ (2;2)\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(\{0\},\{0\})\,,\ (\{0\},\qquad\qquad)\,,\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\}\,.$$

Пример 7. *Для примера 5 найти фактор-систему* $\mathcal{A}/Q = \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\}\rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.

Решение. Носитель фактор-системы $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\},\{1,2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x;y) \,\middle|\, \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ x \leq y \end{cases} \right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0;0)\,,\ (0;1)\,,\ (0;2)\,,\ (1;1)\,,\ (1;2)\,,\ (2;2)\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(\{0\},\{0\})\,,\ (\{0\},\{1,2\})\,, \qquad\qquad\qquad \}\,.$$

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\leq\} \rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}.$

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\},\{1,2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x;y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ x \leq y \end{cases} \right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0;0)\,,\ (0;1)\,,\ (0;2)\,,\ (1;1)\,,\ (1;2)\,,\ (2;2)\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(\{0\},\{0\})\,,\ (\{0\},\{1,2\})\,,\ (\{1,2\}, \qquad)\}\,.$$

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$
$= \langle\{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\le\}\rangle\,/\,\{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}.$

Решение. Носитель фактор-системы $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\},\{1,2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x;y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ x \le y \end{cases} \right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0;0)\,,\ (0;1)\,,\ (0;2)\,,\ (1;1)\,,\ (1;2)\,,\ (2;2)\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(\{0\},\{0\})\,,\ (\{0\},\{1,2\})\,,\ (\{1,2\},\{1,2\})\}\,.$$

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$ $= \langle \{0, 1, 2\},\ \{\min, \max\},\ \{\leq\} \rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\}, \{1,2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x;y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ x \leq y \end{cases} \right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0;0)\,,\ (0;1)\,,\ (0;2)\,,\ (1;1)\,,\ (1;2)\,,\ (2;2)\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(\{0\},\{0\})\,,\ (\{0\},\{1,2\})\,,\ (\{1,2\},\{1,2\})\}\,.$$

Алгебраическая фактор-система $\mathcal{A}/T$ полностью описана.

Пример 7. *Для **примера 5** найти **фактор-систему*** $\mathcal{A}/Q =$ $= \langle \{0,1,2\},\ \{\min,\max\},\ \{\le\} \rangle \,/\, \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}$.

Решение. Носитель **фактор-системы** $\mathcal{A}/Q$ — $\{\{0\},\{1,2\}\}$.

$\min^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

$\max^{\psi_Q}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

.

$$\left\{ (x;y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0;\ 1;\ 2\}, \\ x \le y \end{cases} \right\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(0;0)\,,\ (0;1)\,,\ (0;2)\,,\ (1;1)\,,\ (1;2)\,,\ (2;2)\}^{\psi_Q} =$$

$$= \{(\{0\},\{0\})\,,\ (\{0\},\{1,2\})\,,\ (\{1,2\},\{1,2\})\}\,.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 8. *Для гомоморфизмов φ и ψ* ***примера 4****:*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

,

построить соответствующие ***фактор-системы****.*

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{φ} соответствует конгруенция

$$R = \{(0; \quad), \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \}.$$

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{φ} соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0), \qquad\qquad\qquad\qquad \}.$$

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{φ} соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0),\ (1;\quad),\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\}.$$

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{φ} соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0),\ (1;1), \qquad\qquad\qquad\qquad \}\,.$$

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{φ} соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;\quad),\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \}\,.$$

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{φ} соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\qquad\qquad\qquad\qquad \}.$$

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{φ} соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;\quad),\qquad\qquad \}.$$

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	min	max	$\le$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	min	max	$\le$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{φ} соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\qquad\qquad \}.$$

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{φ} соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;\quad)\}\,.$$

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{φ} соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}\,.$$

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{φ} соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}\,.$$

Получаем носитель **фактор-алгебры** $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$:

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_φ соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}.$$

Получаем носитель фактор-алгебры $\mathcal{A}/\rho_\varphi$: $\{\{0 \qquad\qquad \}$.

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_φ соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}\,.$$

Получаем носитель **фактор-алгебры** $\mathcal{A}/\rho_\varphi$: $\quad \big\{\{0\}, \qquad\qquad \big\}\,.$

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{φ} соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}\,.$$

Получаем носитель фактор-алгебры $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$: $\quad \big\{\{0\},\{1,\ \ \}\big\}\,.$

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{φ} соответствует конгруенция

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}\,.$$

Получаем носитель **фактор-алгебры** $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$: $\quad\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}\,.$

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Носитель **фактор-алгебры** $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$: $\Big\{\{0\}, \qquad \Big\}$.

Пусть m и M — операции, **индуцированные** min и max в $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$.

Зададим операции m и M

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Носитель **фактор-алгебры** $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$: $\Big\{\{0\}, \qquad \Big\}$.

Пусть m и M — операции, **индуцированные** min и max в $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$.

Зададим операции m и M таблицами Кэли:

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Носитель **фактор-алгебры** $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$: $\{\{0\}, \qquad \}$.
Пусть m и M — операции, **индуцированные** $\min$ и $\max$ в $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$.
Зададим операции m и M таблицами Кэли:

m	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$		
$\{1,2\}$		

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Носитель **фактор-алгебры** $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$: $\Big\{\{0\}, \qquad \Big\}$.

Пусть m и M — операции, **индуцированные** min и max в $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$.

Зададим операции m и M таблицами Кэли:

m	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	
$\{1,2\}$		

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Носитель фактор-алгебры $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$: $\Big\{\{0\},\qquad\Big\}$.
Пусть m и M — операции, индуцированные $\min$ и $\max$ в $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$.
Зададим операции m и M таблицами Кэли:

m	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$		

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Носитель **фактор-алгебры** $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$: $\big\{\{0\}, \qquad \big\}$.
Пусть m и M — операции, **индуцированные** min и max в $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$.
Зададим операции m и M таблицами Кэли:

m	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^ψ	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Носитель фактор-алгебры $\mathcal{A}/\rho_\varphi$: $\{\{0\}, \qquad \}$.
Пусть m и M — операции, индуцированные min и max в $\mathcal{A}/\rho_\varphi$.
Зададим операции m и M таблицами Кэли:

m	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Носитель **фактор-алгебры** $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$: $\{\{0\}, \quad\}$.

Пусть m и M — операции, **индуцированные** min и max в $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$.

Зададим операции m и M таблицами Кэли:

m	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

M	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$		
$\{1,2\}$		

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^ψ	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Носитель **фактор-алгебры** $\mathcal{A}/\rho_\varphi$: $\{\{0\}, \qquad \}$.

Пусть m и M — операции, **индуцированные** min и max в $\mathcal{A}/\rho_\varphi$.

Зададим операции m и M таблицами Кэли:

m	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

M	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	
$\{1,2\}$		

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Носитель фактор-алгебры $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$: $\big\{\{0\},\qquad\big\}$.

Пусть m и M — операции, индуцированные min и max в $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$. Зададим операции m и M таблицами Кэли:

m	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

M	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$		

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Носитель **фактор-алгебры** $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$: $\Big\{\{0\},\qquad\Big\}$.
Пусть m и M — операции, **индуцированные** min и max в $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$.
Зададим операции m и M таблицами Кэли:

m	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

M	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Носитель фактор-алгебры $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$: $\quad \{\{0\}, \qquad \}$.
Пусть m и M — операции, индуцированные $\min$ и $\max$ в $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$.
Зададим операции m и M таблицами Кэли:

m	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{1,2\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$

M	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Фактор-алгебра $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$ имеет следующий носитель: $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$. Образ p предиката $\leq$ соответствует отношению

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^ψ	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Фактор-алгебра $\mathcal{A}/\rho_\varphi$ имеет следующий носитель: $\{\{0\},\{1,2\}\}$. Образ p предиката $\le$ соответствует отношению

$$\Big\{(\{0\}, \quad), \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \Big\}.$$

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Фактор-алгебра $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$ имеет следующий носитель: $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$. Образ p предиката $\leq$ соответствует отношению

$$\left\{\left(\{0\},\{0\}\right), \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Фактор-алгебра $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$ имеет следующий носитель: $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$. Образ p предиката $\leq$ соответствует отношению

$$\Big\{\big(\{0\},\{0\}\big),\ \big(\{0\},\qquad\big),\qquad\Big\}.$$

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Фактор-алгебра $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$ имеет следующий носитель: $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$. Образ p предиката $\le$ соответствует отношению

$$\left\{(\{0\},\{0\})\,,\ (\{0\},\{1,2\})\,, \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Пример 8. *Построить **фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Фактор-алгебра $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$ имеет следующий носитель: $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$. Образ p предиката $\leq$ соответствует отношению

$$\Big\{\big(\{0\},\{0\}\big)\,,\ \big(\{0\},\{1,2\}\big)\,,\ \big(\{1,2\},\qquad\quad\big)\Big\}.$$

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Фактор-алгебра $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$ имеет следующий носитель: $\big\{\{0\}, \{1,2\}\big\}$. Образ p предиката $\leq$ соответствует отношению

$$\Big\{\big(\{0\},\{0\}\big)\,,\ \big(\{0\},\{1,2\}\big)\,,\ \big(\{1,2\},\{1,2\}\big)\Big\}.$$

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Фактор-алгебра $\mathcal{A}/\rho_{\varphi}$ имеет следующий носитель: $\big\{\{0\},\{1,2\}\big\}$. Образ p предиката $\leq$ соответствует отношению

$$\Big\{\big(\{0\},\{0\}\big)\,,\ \big(\{0\},\{1,2\}\big)\,,\ \big(\{1,2\},\{1,2\}\big)\Big\}\,.$$

Фактор-алгебра $\mathcal{A} = \Big\langle \big\{\{0\},\{1,2\}\big\}\,,\{m,M\}\,,\{p\}\Big\rangle$ полностью определена.

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^ψ	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Как нетрудно убедиться непосредственной проверкой, в полном соответствии с **теоремой об описании гомоморфных образов**, отображение α, определенное таблицей

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Как нетрудно убедиться непосредственной проверкой, в полном соответствии с **теоремой об описании гомоморфных образов**, отображение α, определенное таблицей

x	$\{0\}$	$\{1,2\}$	m_{φ}	M_{φ}	p
x^{α}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

является взаимно однозначным **сильным гомоморфизмом**.

Пример 8. *Построить фактор-систему*

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^φ	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\le$
x^ψ	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. В силу **критерия изоморфизма** α является изоморфизмом алгебраической **фактор-системы** $\mathcal{A}/\rho_\varphi$ на алгебраическую систему $\mathcal{B}$.

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_ψ соответствует *та же самая конгруенция*

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}\,,$$

что и ρ_φ, то есть эти предикаты совпадают! Значит,

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{ψ} соответствует *та же самая конгруенция*

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}\,,$$

что и ρ_{φ}, то есть эти предикаты совпадают! Значит, и фактор-алгебры совпадают.

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	$\min$	$\max$	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{ψ} соответствует *та же самая конгруенция*

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\},$$

что и ρ_{φ}, то есть эти предикаты совпадают! Однако теперь взаимно однозначный гомоморфизм β, определенный таблицей

x	$\{0\}$	$\{1,2\}$	m_{φ}	M_{φ}	p
x^{β}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

,

не является **сильным гомоморфизмом**. Таким образом,

Пример 8. *Построить* ***фактор-систему***

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{φ}	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\cap$	$\cup$	$\subseteq$

,

x	0	1	2	min	max	$\leq$
x^{ψ}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

.

Решение. Предикату ρ_{ψ} соответствует *та же самая конгруенция*

$$R = \{(0;0),\ (1;1),\ (1;2),\ (2;1),\ (2;2)\}\,,$$

что и ρ_{φ}, то есть эти предикаты совпадают! Однако теперь взаимно однозначный гомоморфизм β, определенный таблицей

x	$\{0\}$	$\{1,2\}$	m_{φ}	M_{φ}	p
x^{β}	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$	$\cup$	$\cap$	$\subseteq$

,

не является **сильным гомоморфизмом**. Таким образом, алгебраические **фактор-системы** $\mathcal{A}/\rho_{\varphi} = \mathcal{A}/\rho_{\psi}$ и $\mathcal{B}$ не изоморфны.

Вернёмся к лекции?

Пример 9. *Рассмотрим циклическую* ***группу*** Z_8 *порядка 8:*

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	0
2	2	3	4	5	6	7	0	1
3	3	4	5	6	7	0	1	2
4	4	5	6	7	0	1	2	3
5	5	6	7	0	1	2	3	4
6	6	7	0	1	2	3	4	5
7	7	0	1	2	3	4	5	6

Рассмотрим ***конгруенции***

$$T = \Big\{(x; y) \,\Big|\, |x - y| \in \{0;\ 4\}\Big\},$$

$$T'' = \Big\{(x; y) \,\Big|\, |x - y| \in \{0;\ 2;\ 4;\ 6\}\Big\}.$$

Найти ***фактор-системы*** $Z_8/T, \quad Z_8/T'', \quad (Z_8/T)\,/T'.$

Решение.

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $\left(Z_8/T\right)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T	
	$\{\quad\}$
$\{\quad\}$	

$$T = \Big\{(x;y) \,\Big|\, |x-y| \in \{0;\ 4\}\Big\},$$

$$T'' = \Big\{(x;y) \,\Big|\, |x-y| \in \{0;\ 2;\ 4;\ 6\}\Big\}.$$

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $\left(Z_8/T\right)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T	
	$\{0;\ 4\}$
$\{0;\ 4\}$	

$$T = \left\{(x;y)\,\middle|\,|x-y| \in \{0;\ 4\}\right\},$$

$$T'' = \left\{(x;y)\,\middle|\,|x-y| \in \{0;\ 2;\ 4;\ 6\}\right\}.$$

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $\left(Z_8/T\right)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T		
	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$
$\{0;\ 4\}$		
$\{1;\ 5\}$		

$$T = \left\{(x; y) \,\middle|\, |x - y| \in \{0;\ 4\}\right\},$$

$$T'' = \left\{(x; y) \,\middle|\, |x - y| \in \{0;\ 2;\ 4;\ 6\}\right\}.$$

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $\left(Z_8/T\right)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T			
	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$
$\{0;\ 4\}$			
$\{1;\ 5\}$			
$\{2;\ 6\}$			

$$T = \Big\{(x;y)\,\Big|\,|x-y| \in \{0;\ 4\}\Big\},$$

$$T'' = \Big\{(x;y)\,\Big|\,|x-y| \in \{0;\ 2;\ 4;\ 6\}\Big\}.$$

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $\left(Z_8/T\right)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T				
	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{0;\ 4\}$				
$\{1;\ 5\}$				
$\{2;\ 6\}$				
$\{3;\ 7\}$				

$$T = \Big\{(x;y)\,\Big|\,|x-y| \in \{0;\ 4\}\Big\},$$

$$T'' = \Big\{(x;y)\,\Big|\,|x-y| \in \{0;\ 2;\ 4;\ 6\}\Big\}.$$

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $(Z_8/T)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T				
	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{0;\ 4\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{1;\ 5\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$
$\{2;\ 6\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$
$\{3;\ 7\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$

$$T = \left\{(x; y) \,\middle|\, |x - y| \in \{0;\ 4\}\right\},$$

$$T'' = \left\{(x; y) \,\middle|\, |x - y| \in \{0;\ 2;\ 4;\ 6\}\right\}.$$

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $\left(Z_8/T\right)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T				
	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{0;\ 4\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{1;\ 5\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$
$\{2;\ 6\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$
$\{3;\ 7\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$

Z_8/T''	

$$T = \left\{(x;y)\,\middle|\,|x-y| \in \{0;\ 4\}\right\},$$

$$T'' = \left\{(x;y)\,\middle|\,|x-y| \in \{0;\ 2;\ 4;\ 6\}\right\}.$$

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $\left(Z_8/T\right)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T				
	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{0;\ 4\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{1;\ 5\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$
$\{2;\ 6\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$
$\{3;\ 7\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$

Z_8/T''	
	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$
$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	

$$T = \left\{(x; y) \,\middle|\, |x-y| \in \{0;\ 4\}\right\},$$

$$T'' = \left\{(x; y) \,\middle|\, |x-y| \in \{0;\ 2;\ 4;\ 6\}\right\}.$$

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $\left(Z_8/T\right)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T				
	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{0;\ 4\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{1;\ 5\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$
$\{2;\ 6\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$
$\{3;\ 7\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$

Z_8/T''		
	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$
$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$		
$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$		

$$T = \left\{(x;y)\,\middle|\,|x-y| \in \{0;\ 4\}\right\},$$

$$T'' = \left\{(x;y)\,\middle|\,|x-y| \in \{0;\ 2;\ 4;\ 6\}\right\}.$$

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $\left(Z_8/T\right)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T				
	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{0;\ 4\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{1;\ 5\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$
$\{2;\ 6\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$
$\{3;\ 7\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$

Z_8/T''		
	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$
$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$
$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$

$$T = \left\{(x;y)\,\Big|\,|x-y| \in \{0;\ 4\}\right\},$$

$$T'' = \left\{(x;y)\,\Big|\,|x-y| \in \{0;\ 2;\ 4;\ 6\}\right\}.$$

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $(Z_8/T)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T				
	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{0;\ 4\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{1;\ 5\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$
$\{2;\ 6\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$
$\{3;\ 7\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$

Z_8/T''		
	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$
$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$
$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$

$(Z_8/T)/T'$		
	$\left\{\qquad\right\}$	$\left\{\qquad\right\}$
$\left\{\qquad\right\}$		

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $\left(Z_8/T\right)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T				
	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{0;\ 4\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{1;\ 5\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$
$\{2;\ 6\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$
$\{3;\ 7\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$

Z_8/T''		
	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$
$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$
$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$

$\left(Z_8/T\right)/T'$		
	$\left\{\{0;\ 4\};\{2;\ 6\}\right\}$	$\left\{\qquad\qquad\right\}$
$\left\{\{0;\ 4\};\{2;\ 6\}\right\}$ $\left\{\qquad\qquad\right\}$		

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $\left(Z_8/T\right)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T				
	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{0;\ 4\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{1;\ 5\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$
$\{2;\ 6\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$
$\{3;\ 7\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$

Z_8/T''		
	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$
$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$
$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$

$\left(Z_8/T\right)/T'$		
	$\big\{\{0;\ 4\};\{2;\ 6\}\big\}$	$\big\{\{1;\ 5\};\{3;\ 7\}\big\}$
$\big\{\{0;\ 4\};\{2;\ 6\}\big\}$		
$\big\{\{1;\ 5\};\{3;\ 7\}\big\}$		

Решение. Операции в фактор-системах Z_8/T, Z_8/T'', $\left(Z_8/T\right)/T'$ можно задать следующими таблицами Кэли:

Z_8/T				
	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{0;\ 4\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$
$\{1;\ 5\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$
$\{2;\ 6\}$	$\{2;\ 6\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$
$\{3;\ 7\}$	$\{3;\ 7\}$	$\{0;\ 4\}$	$\{1;\ 5\}$	$\{2;\ 6\}$

Z_8/T''		
	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$
$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$
$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$	$\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$	$\{0;\ 2;\ 4;\ 6\}$

$\left(Z_8/T\right)/T'$		
	$\left\{\{0;\ 4\};\{2;\ 6\}\right\}$	$\left\{\{1;\ 5\};\{3;\ 7\}\right\}$
$\left\{\{0;\ 4\};\{2;\ 6\}\right\}$	$\left\{\{0;\ 4\};\{2;\ 6\}\right\}$	$\left\{\{1;\ 5\};\{3;\ 7\}\right\}$
$\left\{\{1;\ 5\};\{3;\ 7\}\right\}$	$\left\{\{1;\ 5\};\{3;\ 7\}\right\}$	$\left\{\{0;\ 4\};\{2;\ 6\}\right\}$

Вернёмся к лекции?

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.264.) Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\emptyset, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Задача I.2. (Ответ приведен на стр.299.) Найти все группоиды с носителем $\{1; 2\}$ и нейтральным элементом 1. Указать, какие из них являются группами.

Задача I.3. (Ответ приведен на стр.310.) Проверить, что **группой** является алгебра, операция $\odot$ в которой задана таблицей

$x \odot y$			
$x \backslash y$	1	2	3
1	3	1	2
2	1	2	3
3	2	3	1

Задача I.4. (Ответ приведен на стр.312.) Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\},\ \{\circ,\ \overline{}\},\ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \ \Leftrightarrow\ \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Задача II.5. (Ответ приведен на стр.346.) Запишите формулы из **определения гомоморфизма** для случая, когда рассматривается гомоморфизм τ универсальной алгебры с операциями $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$ на некоторую универсальную алгебру, причем образом операции $+$ является $\min\{a;\ b\}$, операции $\bullet^{-1}$ — операция $(-\bullet)$, $\max\{x;\ y;\ z\}$ — $(x \cdot y \cdot z - z \cdot y \cdot x)$, $\sqrt{\bullet}$ — операция $(-\bullet)$.

Задача II.6. (Ответ приведен на стр.356.) Пусть ψ — гомоморфизм алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle A,\ F_{\mathcal{A}},\ P_{\mathcal{A}} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle B,\ F_{\mathcal{B}},\ P_{\mathcal{B}} \rangle$. Запишите а) определение одноместных отношений P' и предиката π' **индуцированных** одноместным отношением $P \in A$ и одноместным предикатом $\pi(x)$; б) отношений R' и предиката ρ' **индуцированных** двуместным отношением $R \in (A \times A)$ и двуместным предикатом $x\rho y$.

Задача III.7. (Ответ приведен на стр.365.) Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ 1\}\,,\ \{\cdot\} \rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$ **изоморфны**, где $*$ — операция умножения матриц.

Задача III.8. (Ответ приведен на стр.375.) Покажите, что **изоморфны** алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle\{-1;\ i;\ -i;\ 1\},\ \{\cdot\}\rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\right\},\ \{*\}\right\rangle$, где $*$ — операция умножения матриц.

Задача III.9. (Ответ приведен на стр.378.) Постройте **гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ i;\ -i;\ 1\}, \{\cdot\}\rangle$ на $\mathcal{C} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \{*\} \right\rangle$, где $*$ — операция умножения матриц.

Задача III.10. (Ответ приведен на стр.381.) Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \Big\{\{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\}\Big\} \right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle\{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\}\rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

,

$x \circ y$:

$x\backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^φ	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Задача III.11. (Ответ приведен на стр.394.) Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N},\ \{+\},\ \{<\} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \frac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \dfrac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Задача III.12. (Ответ приведен на стр.408.) Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Задача IV.13. (Ответ приведен на стр.436.) Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Задача IV.14. (Ответ приведен на стр.459.) Запишите определение **класса элементов, эквивалентных элементу** m относительно **конгруенции** T.

Задача IV.15. (Ответ приведен на стр.462.) Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения операций, **индуцированных** одноместной операцией α, двуместной операцией β и трехместной операцией γ.

Задача IV.16. (Ответ приведен на стр.472.) Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Задача V.17. (Ответ приведен на стр.485.) Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x, y),\ q(x, y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x, x) = q(x, x)$.

Задача V.18. (Ответ приведен на стр.500.) Рассмотрим **полугруппу** матриц $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ с операцией «**умножение матриц**». Докажите, что **конгруенцией** является отношение S, заданное формулой: $(X,\ Y) \in S \ \Leftrightarrow\ \det X = \det Y$.

Задача V.19. (Ответ приведен на стр.511.) Даны универсальные алгебры $\mathcal{A} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup\} \rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cap, \overline{}\} \rangle$, $\mathcal{C} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$. Проверьте, какие из **отношений эквивалентности** T_1, T_2 и T_3 являются **конгруенциями** алгебр $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, если $T_1 = \left\{ (X, Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X, \ Y\} \subseteq \{\emptyset\}, \\ \{X, \ Y\} \subseteq \{\{a\}, \ \{b\}, \ \{a, b\}\} \end{array} \right. \right\}$,

$$T_2 = \left\{ (X, Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X, \ Y\} \subseteq \{\emptyset\}, \\ \{X, \ Y\} \subseteq \{\{a\}, \ \{b\}\}, \\ \{X, \ Y\} \subseteq \{\{a, b\}\} \end{array} \right. \right\},$$

$$T_3 = \left\{ (X, Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X, \ Y\} \subseteq \{\emptyset, \ \{b\}\}, \\ \{X, \ Y\} \subseteq \{\emptyset, \ \{a\}, \ \{a, b\}\} \end{array} \right. \right\}.$$

Задача VI.20. (Ответ приведен на стр.515.) Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\} \rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle \{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\} \rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^n$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Задача VI.21. (Ответ приведен на стр.549.)

$$\mathcal{A} = \langle \{0;1;2;3\}\,,\ \{f;g\}\,,\ \{P\}\rangle,\quad \mathcal{B} = \langle \{a;b\}\,, \{u;v\}\,,\ \{Q\}\rangle,$$

где $(x;y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0,1,2,3\}, \\ x \leq y, \end{cases}$ $Q = \{a;b\} \times \{a;b\}$ — **универсальное отношение**,

$f(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

$g(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

$u(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

,

$v(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

,

x	0	1	2	3	f	g	P
x^{φ}	a	b	a	b	u	v	Q

.

Проверьте, что функция φ — **сильный гомоморфизм**, найдите конгруенцию T_{φ} и $\mathcal{A}/T_{\varphi}$.

Задача VI.22. (Ответ приведен на стр.562.) На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Задача VI.23. (Ответ приведен на стр.593.) Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Задача VI.24. (Ответ приведен на стр.607.) Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$ $\begin{array}{c|cc} \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Задача VII.25. (Ответ приведен на стр.624.) Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Задача VII.26. (Ответ приведен на стр.691.) Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Задача VII.27. (Ответ приведен на стр.724.) Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Задача VII.28. (Ответ приведен на стр.761.) Постройте конгруенцию T для **гомоморфизма, созданного** при решении **задачи III.9**, и фактор-систему $\mathcal{A}/T$.

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x,y)$	$g(x,y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$			

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\bar{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$		

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle\emptyset, \{f, g, h\}, \mu\rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle\{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle\{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle\{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle\left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\}\right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle\left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\}\right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle\{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle\{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где $\begin{array}{|c|ccc|}\hline x & f & g & h \\ \hline \mu(x) & 2 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$ $\acute{\nu}_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle\emptyset, \{f, g, h\}, \mu\rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle\{10, 20, 30\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\right\}\right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle\{10, 20, 30\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\right\}\right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle\{10, 20, 30\}, \left\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\right\}\right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle\left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\}\right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle\left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\}\right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle\{0, 1\}, \left\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\right\}\right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle\{0, 1\}, \left\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\right\}\right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$ $\acute{\nu}_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$ $\max\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где $\begin{array}{|c|ccc|}\hline x & f & g & h \\ \hline \mu(x) & 2 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\bar{\bullet}, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\emptyset, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$ $\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$ $\max\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$ $\min\{x, y\}$	30

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30

,

Алгебры $\mathcal{A}_2$ и $\mathcal{A}_3$ другой сигнатуры, поскольку имеется одноместная операция $40 - \bullet$:

x	10	20	30

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30

,

Алгебры $\mathcal{A}_2$ и $\mathcal{A}_3$ другой сигнатуры, поскольку имеется одноместная операция $40 - \bullet$:

x	10	20	30
$40 - x$			

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где $\begin{array}{|c|ccc|}\hline x & f & g & h \\ \hline \mu(x) & 2 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\emptyset, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x,y)$	$g(x,y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30

,

Алгебры $\mathcal{A}_2$ и $\mathcal{A}_3$ другой сигнатуры, поскольку имеется одноместная операция $40 - \bullet$:

x	10	20	30
$40 - x$	30	20	10

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle\emptyset, \{f, g, h\}, \mu\rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle\{10, 20, 30\}, \left\{\min\{\bullet,\bullet\}, \max\{\bullet,\bullet\}, 30\right\}\right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle\{10, 20, 30\}, \left\{\min\{\bullet,\bullet\}, \max\{\bullet,\bullet\}, 40-\bullet\right\}\right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle\{10, 20, 30\}, \left\{\min\{x,y\}, 30, 40-\bullet\right\}\right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle\left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\}\right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle\left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\}\right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle\{0, 1\}, \left\{1, \bullet\cdot\bullet, \max\{\bullet,\bullet\}\right\}\right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle\{0, 1\}, \left\{\bullet\cdot\bullet, 1-\bullet, \max\{\bullet,\bullet\}\right\}\right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x,y)$	$g(x,y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x,y\}$	$\max\{x,y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x,y\}$	$\min\{x,y\}$	30

,

$\mathcal{B}_1$ тоже другой сигнатуры, поскольку имеется одноместная операция $\overline{\bullet}$:

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\emptyset, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30

,

$\mathcal{B}_1$ тоже другой сигнатуры, поскольку имеется одноместная операция $\overline{\bullet}$:

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$
$\overline{x}$		

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \Big\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \Big\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30

,

$\mathcal{B}_1$ тоже другой сигнатуры, поскольку имеется одноместная операция $\overline{\bullet}$:

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$
$\overline{x}$	$\{\emptyset\}$	

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x,y)$	$g(x,y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30

,

$\mathcal{B}_1$ тоже другой сигнатуры, поскольку имеется одноместная операция $\overline{\bullet}$:

x	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$
$\overline{x}$	$\{\emptyset\}$	$\emptyset$

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x,y)$	$g(x,y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$			

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu_{\mathcal{B}_2}^{\Sigma}(\alpha)$	$X \cap Y$		

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu_{\mathcal{B}_2}^{\Sigma}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где $\begin{array}{|c|ccc|}\hline x & f & g & h \\ \hline \mu(x) & 2 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\emptyset, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где $\begin{array}{|c|ccc|}\hline x & f & g & h \\ \hline \mu(x) & 2 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \Big\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \Big\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu_{\mathcal{B}_2}^{\Sigma}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}_{\mathcal{B}_2}^{\Sigma}(\alpha)$			

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu_{\mathcal{B}_2}^{\Sigma}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}_{\mathcal{B}_2}^{\Sigma}(\alpha)$	$X \cup Y$		

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где $\begin{array}{|c|ccc|} \hline x & f & g & h \\ \hline \mu(x) & 2 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\}\right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\}\right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x,y)$	$g(x,y)$	h
$\nu_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu_{\mathcal{B}_2}^{\Sigma}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}_{\mathcal{B}_2}^{\Sigma}(\alpha)$	$X \cup Y$	$X \cap Y$	

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cup Y$	$X \cap Y$	$\{\emptyset\}$

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где $\begin{array}{|c|ccc|}\hline x & f & g & h \\ \hline \mu(x) & 2 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\emptyset, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cup Y$	$X \cap Y$	$\{\emptyset\}$
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$			

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cup Y$	$X \cap Y$	$\{\emptyset\}$
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$	$x \cdot y$		

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где $\begin{array}{|c|ccc|}\hline x & f & g & h \\ \hline \mu(x) & 2 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cup Y$	$X \cap Y$	$\{\emptyset\}$
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$	$x \cdot y$	$\max\{x, y\}$	

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где $\begin{array}{|c|ccc|}\hline x & f & g & h \\ \hline \mu(x) & 2 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cup Y$	$X \cap Y$	$\{\emptyset\}$
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$	$x \cdot y$	$\max\{x, y\}$	1

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu\rangle$, где $\begin{array}{|c|ccc|}\hline x & f & g & h \\ \hline \mu(x) & 2 & 2 & 0 \\ \hline\end{array}$. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\}\right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\}\right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cup Y$	$X \cap Y$	$\{\emptyset\}$
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$	$x \cdot y$	$\max\{x, y\}$	1
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$			

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где $\begin{array}{|c|ccc|}\hline x & f & g & h \\ \hline \mu(x) & 2 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\right\}\right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\right\}\right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\right\}\right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\right\}\right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\right\}\right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cup Y$	$X \cap Y$	$\{\emptyset\}$
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$	$x \cdot y$	$\max\{x, y\}$	1
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$		

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где $\begin{array}{|c|ccc|}\hline x & f & g & h \\ \hline \mu(x) & 2 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\bar{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu_{\mathcal{B}_2}^{\Sigma}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}_{\mathcal{B}_2}^{\Sigma}(\alpha)$	$X \cup Y$	$X \cap Y$	$\{\emptyset\}$
$\nu_{\mathcal{C}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$x \cdot y$	$\max\{x, y\}$	1
$\acute{\nu}_{\mathcal{C}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$x \cdot y$	

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}_{\mathcal{A}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu_{\mathcal{B}_2}^{\Sigma}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}_{\mathcal{B}_2}^{\Sigma}(\alpha)$	$X \cup Y$	$X \cap Y$	$\{\emptyset\}$
$\nu_{\mathcal{C}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$x \cdot y$	$\max\{x, y\}$	1
$\acute{\nu}_{\mathcal{C}_1}^{\Sigma}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$x \cdot y$	1

,

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \Big\langle \Big\{\emptyset, \{\emptyset\}\Big\}, \{\emptyset, \cap, \cup\}\Big\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x,y)$	$g(x,y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cup Y$	$X \cap Y$	$\{\emptyset\}$
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$	$x \cdot y$	$\max\{x, y\}$	1
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$x \cdot y$	1

,

$\mathcal{C}_2$ тоже другой сигнатуры, поскольку имеется одноместная операция $1 - \bullet$:

x	0	1

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где $\begin{array}{|c|ccc|}\hline x & f & g & h \\ \hline \mu(x) & 2 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \big\langle \{10, 20, 30\}, \big\{\min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet\big\}\big\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{\emptyset, \{\emptyset\}\right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \big\langle \{0, 1\}, \big\{\bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\}\big\}\big\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x, y)$	$g(x, y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cup Y$	$X \cap Y$	$\{\emptyset\}$
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$	$x \cdot y$	$\max\{x, y\}$	1
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$x \cdot y$	1

,

$\mathcal{C}_2$ тоже другой сигнатуры, поскольку имеется одноместная операция $1 - \bullet$:

x	0	1
$1 - x$		

Задача 1. Рассмотрим сигнатуру $\Sigma = \langle \emptyset, \{f, g, h\}, \mu \rangle$, где

x	f	g	h
$\mu(x)$	2	2	0

. Укажите, какие из алгебр можно рассматривать как алгебры сигнатуры Σ: $\mathcal{A}_1 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 30 \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{\bullet, \bullet\}, \max\{\bullet, \bullet\}, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{A}_3 = \left\langle \{10, 20, 30\}, \left\{ \min\{x, y\}, 30, 40 - \bullet \right\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_1 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\overline{\bullet}, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{B}_2 = \left\langle \left\{ \emptyset, \{\emptyset\} \right\}, \{\emptyset, \cap, \cup\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_1 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ 1, \bullet \cdot \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$, $\mathcal{C}_2 = \left\langle \{0, 1\}, \left\{ \bullet \cdot \bullet, 1 - \bullet, \max\{\bullet, \bullet\} \right\} \right\rangle$. Для ситуаций утвердительного ответа укажите интерпретирующую функцию.

Ответ.

α	$f(x,y)$	$g(x,y)$	h
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\min\{x, y\}$	$\max\{x, y\}$	30
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{A}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$\min\{x, y\}$	30
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\{\emptyset\}$
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{B}_2}(\alpha)$	$X \cup Y$	$X \cap Y$	$\{\emptyset\}$
$\nu^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$	$x \cdot y$	$\max\{x, y\}$	1
$\acute{\nu}^{\Sigma}_{\mathcal{C}_1}(\alpha)$	$\max\{x, y\}$	$x \cdot y$	1

,

$\mathcal{C}_2$ тоже другой сигнатуры, поскольку имеется одноместная операция $1 - \bullet$:

x	0	1
$1 - x$	1	0

Решение задачи 2.

Задача 2. Найти все группоиды с носителем $\{1; 2\}$ и нейтральным элементом 1. Указать, какие из них являются группами.

Задача 2. Найти все группоиды с носителем $\{1; 2\}$ и нейтральным элементом 1. Указать, какие из них являются группами.

Ответ. Получаем группу с групповой операцией, заданной таблицей

Задача 2. Найти все группоиды с носителем $\{1;2\}$ и нейтральным элементом 1. Указать, какие из них являются группами.

Ответ. Получаем группу с групповой операцией, заданной таблицей

$x \backslash y$	1 2	
1 2		

Задача 2. Найти все группоиды с носителем $\{1;2\}$ и нейтральным элементом 1. Указать, какие из них являются группами.

Ответ. Получаем группу с групповой операцией, заданной таблицей

$x \backslash y$	1	2	
1	1	2	
2	2		

Задача 2. Найти все группоиды с носителем $\{1; 2\}$ и нейтральным элементом 1. Указать, какие из них являются группами.

Ответ. Получаем группу с групповой операцией, заданной таблицей

$x \backslash y$	1	2	
1	1	2	
2	2		

У элемента 2 должен быть обратный.

Задача 2. Найти все группоиды с носителем $\{1;2\}$ и нейтральным элементом 1. Указать, какие из них являются группами.

Ответ. Получаем группу с групповой операцией, заданной таблицей

$x \backslash y$	1	2	
1	1	2	
2	2		

У элемента 2 должен быть обратный.
Им может быть только

Задача 2. Найти все группоиды с носителем $\{1;2\}$ и нейтральным элементом 1. Указать, какие из них являются группами.

Ответ. Получаем группу с групповой операцией, заданной таблицей

$x\backslash y$	1	2	
1	1	2	
2	2		

У элемента 2 должен быть обратный.
Им может быть только 2.

Задача 2. Найти все группоиды с носителем $\{1;2\}$ и нейтральным элементом 1. Указать, какие из них являются группами.

Ответ. Получаем группу с групповой операцией, заданной таблицей

$x\backslash y$	1	2	
1	1	2	
2	2	1	

У элемента 2 должен быть обратный.
Им может быть только 2.

Задача 2. Найти все группоиды с носителем $\{1; 2\}$ и нейтральным элементом 1. Указать, какие из них являются группами.

Ответ. Если это не группа, то получаем группоид с операцией, заданной таблицей

$x \backslash y$	1	2	
1	1	2	
2	2	1	

Задача 2. Найти все группоиды с носителем $\{1;2\}$ и нейтральным элементом 1. Указать, какие из них являются группами.

Ответ. Если это не группа, то получаем группоид с операцией, заданной таблицей

$x\backslash y$	1	2	1	2
1	1	2	1	2
2	2	1	2	

Задача 2. Найти все группоиды с носителем $\{1; 2\}$ и нейтральным элементом 1. Указать, какие из них являются группами.

Ответ. Если это не группа, то получаем группоид с операцией, заданной таблицей

$x \backslash y$	1	2	1	2
1	1	2	1	2
2	2	1	2	2

Решение задачи 3.

Задача 3. Проверить, что **группой** является алгебра, операция $\odot$ в которой задана таблицей

$x \odot y$			
$x \backslash y$	1	2	3
1	3	1	2
2	1	2	3
3	2	3	1

Задача 3. Проверить, что **группой** является алгебра, операция $\odot$ в которой задана таблицей

$x \odot y$			
$x \backslash y$	1	2	3
1	3	1	2
2	1	2	3
3	2	3	1

Ответ. Единичным элементом является 2. Нетривиальной является только проверка ассоциативности — 27 равенств.

Решение задачи 4.

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\},\ \{\circ,\ \overline{}\},\ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами.

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\},\ \{\circ,\ \overline{}\},\ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами.

Элементы **носителя** являются **функциями**. Функции обычно задаются:

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами.

Элементы **носителя** являются **функциями**. Функции обычно задаются:

— формулой;

— таблицей;

— графиком.

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами.

Элементы **носителя** являются **функциями**. Функции обычно задаются:

— формулой;

— таблицей;

— графиком.

В данном случае естественно задать функции из **носителя** системы $\mathcal{A}$ с помощью таблиц.

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	
$f_2(x)$	0	1	
$f_3(x)$	1	0	
$f_4(x)$	1	1	

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\},\ \{\circ, \overline{}\},\ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	
$f_3(x)$	1	0	
$f_4(x)$	1	1	

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	
$f_4(x)$	1	1	

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1				
f_2				
f_3				
f_4				

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\},\ \{\circ,\ \overline{}\},\ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1				
f_2				
f_3				
f_4				

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0),$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2				
f_3				
f_4				

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0),$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2				
f_3				
f_4				

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)(x) = g(f_4(x)) \equiv g(1),$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\},\ \{\circ,\ \overline{}\},\ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2				
f_3				
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)(x) = g(f_4(x)) \equiv g(1),$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2				
f_3				
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)(x) = g(f_4(x)) \equiv g(1),$$

$$(g \circ f_1)(x) = f_1(g(x)) \equiv 0,$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\},\ \{\circ,\ \overline{}\},\ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1			
f_3	f_1			
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)(x) = g(f_4(x)) \equiv g(1),$$

$$(g \circ f_1)(x) = f_1(g(x)) \equiv 0,$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\},\ \{\circ,\ \overline{}\},\ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1			
f_3	f_1			
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)(x) = g(f_4(x)) \equiv g(1),$$

$$(g \circ f_1)(x) = f_1(g(x)) \equiv 0, \quad (g \circ f_4)(1) = f_4(g(1)) \equiv 1,$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1			f_4
f_3	f_1			f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)(x) = g(f_4(x)) \equiv g(1),$$

$$(g \circ f_1)(x) = f_1(g(x)) \equiv 0, \quad (g \circ f_4)(1) = f_4(g(1)) \equiv 1,$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1			f_4
f_3	f_1			f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)(x) = g(f_4(x)) \equiv g(1),$$

$$(g \circ f_1)(x) = f_1(g(x)) \equiv 0, \quad (g \circ f_4)(1) = f_4(g(1)) \equiv 1,$$

$$(f_2 \circ f_2)(x) = f_2(f_2(x)) = f_2(x) = x \equiv f_2(x),$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\},\ \{\circ,\ \overline{}\},\ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2		f_4
f_3	f_1			f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)(x) = g(f_4(x)) \equiv g(1),$$

$$(g \circ f_1)(x) = f_1(g(x)) \equiv 0, \quad (g \circ f_4)(1) = f_4(g(1)) \equiv 1,$$

$$(f_2 \circ f_2)(x) = f_2(f_2(x)) = f_2(x) = x \equiv f_2(x),$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\},\ \{\circ,\ \overline{}\},\ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2		f_4
f_3	f_1			f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)(x) = g(f_4(x)) \equiv g(1),$$

$$(g \circ f_1)(x) = f_1(g(x)) \equiv 0, \quad (g \circ f_4)(1) = f_4(g(1)) \equiv 1,$$

$$(f_2 \circ f_2)(x) = f_2(f_2(x)) = f_2(x) = x \equiv f_2(x), \quad (f_2 \circ f_3)(x) = f_3(f_2(x)) \equiv f_3(x),$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\},\ \{\circ,\ \overline{}\},\ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2	f_3	f_4
f_3	f_1			f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)(x) = g(f_4(x)) \equiv g(1),$$

$$(g \circ f_1)(x) = f_1(g(x)) \equiv 0, \quad (g \circ f_4)(1) = f_4(g(1)) \equiv 1,$$

$$(f_2 \circ f_2)(x) = f_2(f_2(x)) = f_2(x) = x \equiv f_2(x), \quad (f_2 \circ f_3)(x) = f_3(f_2(x)) \equiv f_3(x),$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2	f_3	f_4
f_3	f_1			f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

$$(f_1 \circ g)\,(x) = g\,(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)\,(x) = g\,(f_4(x)) \equiv g(1),$$

$$(g \circ f_1)\,(x) = f_1\,(g(x)) \equiv 0, \quad (g \circ f_4)\,(1) = f_4\,(g(1)) \equiv 1,$$

$$(f_2 \circ f_2)\,(x) = f_2\,(f_2(x)) = f_2(x) = x \equiv f_2(x), \quad (f_2 \circ f_3)\,(x) = f_3\,(f_2(x)) \equiv f_3(x),$$

$$(f_3 \circ f_2)\,(x) = f_2\,(f_3(x)) \equiv f_3(x),$$

Задача 4. Задайте таблицей операции алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите сигнатуру этой системы и интерпретации этой сигнатуры.

Ответ. Сначала зададим все элементы носителя системы $\mathcal{A}$ и зададим операции таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2	f_3	f_4
f_3	f_1	f_3		f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)(x) = g(f_4(x)) \equiv g(1),$$

$$(g \circ f_1)(x) = f_1(g(x)) \equiv 0, \quad (g \circ f_4)(1) = f_4(g(1)) \equiv 1,$$

$$(f_2 \circ f_2)(x) = f_2(f_2(x)) = f_2(x) = x \equiv f_2(x), \quad (f_2 \circ f_3)(x) = f_3(f_2(x)) \equiv f_3(x),$$

$$(f_3 \circ f_2)(x) = f_2(f_3(x)) \equiv f_3(x),$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\},\ \{\circ,\ \overline{}\},\ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2	f_3	f_4
f_3	f_1	f_3		f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)(x) = g(f_4(x)) \equiv g(1),$$

$$(g \circ f_1)(x) = f_1(g(x)) \equiv 0, \quad (g \circ f_4)(1) = f_4(g(1)) \equiv 1,$$

$$(f_2 \circ f_2)(x) = f_2(f_2(x)) = f_2(x) = x \equiv f_2(x), \quad (f_2 \circ f_3)(x) = f_3(f_2(x)) \equiv f_3(x),$$

$$(f_3 \circ f_2)(x) = f_2(f_3(x)) \equiv f_3(x),$$

$$(f_3 \circ f_3)(x) = f_3(f_3(x)) = 1 - f_3(x) = 1 - (1 - x) = x \equiv f_2(x).$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2	f_3	f_4
f_3	f_1	f_3	f_2	f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

$$(f_1 \circ g)(x) = g(f_1(x)) \equiv g(0), \quad (f_4 \circ g)(x) = g(f_4(x)) \equiv g(1),$$

$$(g \circ f_1)(x) = f_1(g(x)) \equiv 0, \quad (g \circ f_4)(1) = f_4(g(1)) \equiv 1,$$

$$(f_2 \circ f_2)(x) = f_2(f_2(x)) = f_2(x) = x \equiv f_2(x), \quad (f_2 \circ f_3)(x) = f_3(f_2(x)) \equiv f_3(x),$$

$$(f_3 \circ f_2)(x) = f_2(f_3(x)) \equiv f_3(x),$$

$$(f_3 \circ f_3)(x) = f_3(f_3(x)) = 1 - f_3(x) = 1 - (1 - x) = x \equiv f_2(x).$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \ \{\circ, \ \overline{}\}, \ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2	f_3	f_4
f_3	f_1	f_3	f_2	f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

f	f_1	f_2	f_3	f_4
$\overline{f}$				

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \ \{\circ, \ \overline{}\}, \ \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2	f_3	f_4
f_3	f_1	f_3	f_2	f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

f	f_1	f_2	f_3	f_4
$\overline{f}$	f_4	f_3	f_2	f_1

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2	f_3	f_4
f_3	f_1	f_3	f_2	f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

f	f_1	f_2	f_3	f_4
$\overline{f}$	f_4	f_3	f_2	f_1

$\left\{ (f, g) \,\middle|\, f < g \right\} =$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2	f_3	f_4
f_3	f_1	f_3	f_2	f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

f	f_1	f_2	f_3	f_4
$\overline{f}$	f_4	f_3	f_2	f_1

$$\left\{ (f, g) \,\middle|\, f < g \right\} =$$
$$= \left\{ (f_1, f_2),\ (f_1, f_3),\ (f_1, f_4),\ (f_2, f_4),\ (f_3, f_4) \right\}.$$

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{\quad}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2	f_3	f_4
f_3	f_1	f_3	f_2	f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

f	f_1	f_2	f_3	f_4
$\overline{f}$	f_4	f_3	f_2	f_1

$$\left\{ (f, g) \,\middle|\, f < g \right\} = \\ = \left\{ (f_1, f_2),\ (f_1, f_3),\ (f_1, f_4),\ (f_2, f_4),\ (f_3, f_4) \right\}.$$

В алгебраической системе $\mathcal{A}$ две **операции** и одно отношение, т.е. сигнатуру системы $\mathcal{A}$ можно представить в виде $\Sigma = \langle \{\circ, \overline{\quad}\}, \{<\}, \mu \rangle$, причем

α	$\circ$ $\overline{\quad}$	$<$
$\mu(\alpha)$		

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2	f_3	f_4
f_3	f_1	f_3	f_2	f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

f	f_1	f_2	f_3	f_4
$\overline{f}$	f_4	f_3	f_2	f_1

$$\left\{ (f, g) \,\middle|\, f < g \right\} = $$
$$= \left\{ (f_1, f_2), \ (f_1, f_3), \ (f_1, f_4), \ (f_2, f_4), \ (f_3, f_4) \right\}.$$

В алгебраической системе $\mathcal{A}$ две **операции** и одно отношение, т.е. сигнатуру системы $\mathcal{A}$ можно представить в виде $\Sigma = \langle \{\circ, \overline{}\}, \{<\}, \mu \rangle$, причем

α	$\circ$	$\overline{}$	$<$
$\mu(\alpha)$	2	1	2

Задача 4. Задайте таблицей операции **алгебраической системы** $\mathcal{A} = \left\langle \left\{ f \,\middle|\, f : \{0;\ 1\} \to \{0;\ 1\} \right\}, \{\circ, \overline{}\}, \{<\} \right\rangle$, где $\circ$ определяется формулой $(f \circ g)(x) = g(f(x))$, $\overline{f(x)} = 1 - f(x)$ и $f < g \Leftrightarrow \forall x \in \{0;\ 1\}\ f(x) < g(x)$. Опишите **сигнатуру** этой системы и **интерпретации этой сигнатуры**.

Ответ. Сначала зададим все элементы **носителя** системы $\mathcal{A}$ и зададим **операции** таблицами:

x	0	1	формула
$f_1(x)$	0	0	$f_1(x) \equiv 0$
$f_2(x)$	0	1	$f_2(x) \equiv x$
$f_3(x)$	1	0	$f_3(x) \equiv 1 - x$
$f_4(x)$	1	1	$f_4(x) \equiv 1$

$f \circ g$				
$f \backslash g$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	f_1	f_4	f_4
f_2	f_1	f_2	f_3	f_4
f_3	f_1	f_3	f_2	f_4
f_4	f_1	f_4	f_1	f_4

f	f_1	f_2	f_3	f_4
$\overline{f}$	f_4	f_3	f_2	f_1

$$\left\{ (f, g) \,\middle|\, f < g \right\} = \\ = \left\{ (f_1, f_2),\ (f_1, f_3),\ (f_1, f_4),\ (f_2, f_4),\ (f_3, f_4) \right\}.$$

В алгебраической системе $\mathcal{A}$ две **операции** и одно отношение, т.е. сигнатуру системы $\mathcal{A}$ можно представить в виде $\Sigma = \langle \{\circ, \overline{}\}, \{<\}, \mu \rangle$, причем

α	$\circ$	$\overline{}$	$<$
$\mu(\alpha)$	2	1	2

Интерпретация этой сигнатуры состоит в сопоставлении символам $\circ, \overline{}, <$ операций, заданных представленными выше таблицами и **предиката**, представленного выше **отношением**

$$\left\{ (f, g) \,\middle|\, f < g \right\} = \left\{ (f_1, f_2),\ (f_1, f_3),\ (f_1, f_4),\ (f_2, f_4),\ (f_3, f_4) \right\}.$$

Решение задачи 5.

Задача 5. Запишите формулы из **определения гомоморфизма** для случая, когда рассматривается гомоморфизм τ универсальной алгебры с операциями $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$ на некоторую универсальную алгебру, причем образом операции $+$ является $\min\{a;\ b\}$, операции $\bullet^{-1}$ — операция $(-\bullet)$, $\max\{x;\ y;\ z\}$ — $(x \cdot y \cdot z - z \cdot y \cdot x)$, $\sqrt{\bullet}$ — операция $(-\bullet)$.

Задача 5. Запишите формулы из **определения гомоморфизма** для случая, когда рассматривается гомоморфизм τ универсальной алгебры с операциями $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$ на некоторую универсальную алгебру, причем образом операции $+$ является $\min\{a;\ b\}$, операции $\bullet^{-1}$ — операция $(-\bullet)$, $\max\{x;\ y;\ z\}$ — $(x \cdot y \cdot z - z \cdot y \cdot x)$, $\sqrt{\bullet}$ — операция $(-\bullet)$.

Ответ. $(x+y)^{\tau} =$

Задача 5. Запишите формулы из **определения гомоморфизма** для случая, когда рассматривается гомоморфизм τ универсальной алгебры с операциями $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$ на некоторую универсальную алгебру, причем образом операции $+$ является $\min\{a;\ b\}$, операции $\bullet^{-1}$ — операция $(-\bullet)$, $\max\{x;\ y;\ z\}$ — $(x \cdot y \cdot z - z \cdot y \cdot x)$, $\sqrt{\bullet}$ — операция $(-\bullet)$.

Ответ. $(x+y)^\tau = x^\tau (+)^\tau y^\tau =$

Задача 5. Запишите формулы из **определения гомоморфизма** для случая, когда рассматривается гомоморфизм τ универсальной алгебры с операциями $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$ на некоторую универсальную алгебру, причем образом операции $+$ является $\min\{a;\ b\}$, операции $\bullet^{-1}$ — операция $(-\bullet)$, $\max\{x;\ y;\ z\}$ — $(x \cdot y \cdot z - z \cdot y \cdot x)$, $\sqrt{\bullet}$ — операция $(-\bullet)$.

Ответ. $(x+y)^{\tau} = x^{\tau}(+)^{\tau}y^{\tau} = \min\{x^{\tau},\ y^{\tau}\}$

Задача 5. Запишите формулы из **определения гомоморфизма** для случая, когда рассматривается гомоморфизм τ универсальной алгебры с операциями $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$ на некоторую универсальную алгебру, причем образом операции $+$ является $\min\{a;\ b\}$, операции $\bullet^{-1}$ — операция $(-\bullet)$, $\max\{x;\ y;\ z\}$ — $(x \cdot y \cdot z - z \cdot y \cdot x)$, $\sqrt{\bullet}$ — операция $(-\bullet)$.

Ответ. $(x+y)^{\tau} = \min\{x^{\tau},\ y^{\tau}\}$,
$(x^{-1})^{\tau} =$

Задача 5. Запишите формулы из **определения гомоморфизма** для случая, когда рассматривается гомоморфизм τ универсальной алгебры с операциями $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$ на некоторую универсальную алгебру, причем образом операции $+$ является $\min\{a;\ b\}$, операции $\bullet^{-1}$ — операция $(-\bullet)$, $\max\{x;\ y;\ z\}$ — $(x \cdot y \cdot z - z \cdot y \cdot x)$, $\sqrt{\bullet}$ — операция $(-\bullet)$.

Ответ. $(x+y)^{\tau} = \min\left\{x^{\tau},\ y^{\tau}\right\}$,
$\left(x^{-1}\right)^{\tau} = -\left(x^{\tau}\right)$,

Задача 5. Запишите формулы из **определения гомоморфизма** для случая, когда рассматривается гомоморфизм τ универсальной алгебры с операциями $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$ на некоторую универсальную алгебру, причем образом операции $+$ является $\min\{a;\ b\}$, операции $\bullet^{-1}$ — операция $(-\bullet)$, $\max\{x;\ y;\ z\}$ — $(x \cdot y \cdot z - z \cdot y \cdot x)$, $\sqrt{\bullet}$ — операция $(-\bullet)$.

Ответ. $(x+y)^{\tau} = \min\{x^{\tau},\ y^{\tau}\}$,
$(x^{-1})^{\tau} = -(x^{\tau})$,
$(\max\{x;\ y;\ z\})^{\tau} =$

Задача 5. Запишите формулы из **определения гомоморфизма** для случая, когда рассматривается гомоморфизм τ универсальной алгебры с операциями $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$ на некоторую универсальную алгебру, причем образом операции $+$ является $\min\{a;\ b\}$, операции $\bullet^{-1}$ — операция $(-\bullet)$, $\max\{x;\ y;\ z\}$ — $(x \cdot y \cdot z - z \cdot y \cdot x)$, $\sqrt{\bullet}$ — операция $(-\bullet)$.

Ответ. $(x+y)^{\tau} = \min\{x^{\tau},\ y^{\tau}\}$,
$(x^{-1})^{\tau} = -(x^{\tau})$,
$(\max\{x;\ y;\ z\})^{\tau} = (x^{\tau} \cdot y^{\tau} \cdot z^{\tau} - z^{\tau} \cdot y^{\tau} \cdot x^{\tau})$,

Задача 5. Запишите формулы из **определения гомоморфизма** для случая, когда рассматривается гомоморфизм τ универсальной алгебры с операциями $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$ на некоторую универсальную алгебру, причем образом операции $+$ является $\min\{a;\ b\}$, операции $\bullet^{-1}$ — операция $(-\bullet)$, $\max\{x;\ y;\ z\}$ — $(x \cdot y \cdot z - z \cdot y \cdot x)$, $\sqrt{\bullet}$ — операция $(-\bullet)$.

Ответ. $(x+y)^\tau = \min\{x^\tau,\ y^\tau\}$,
$(x^{-1})^\tau = -(x^\tau)$,
$(\max\{x;\ y;\ z\})^\tau = (x^\tau \cdot y^\tau \cdot z^\tau - z^\tau \cdot y^\tau \cdot x^\tau)$,
$(\sqrt{x})^\tau =$

Задача 5. Запишите формулы из **определения гомоморфизма** для случая, когда рассматривается гомоморфизм τ универсальной алгебры с операциями $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$ на некоторую универсальную алгебру, причем образом операции $+$ является $\min\{a;\ b\}$, операции $\bullet^{-1}$ — операция $(-\bullet)$, $\max\{x;\ y;\ z\}$ — $(x \cdot y \cdot z - z \cdot y \cdot x)$, $\sqrt{\bullet}$ — операция $(-\bullet)$.

Ответ. $(x+y)^{\tau} = \min\{x^{\tau},\ y^{\tau}\}$,
$(x^{-1})^{\tau} = -(x^{\tau})$,
$(\max\{x;\ y;\ z\})^{\tau} = (x^{\tau} \cdot y^{\tau} \cdot z^{\tau} - z^{\tau} \cdot y^{\tau} \cdot x^{\tau})$,
$(\sqrt{x})^{\tau} = -(x^{\tau})$.

Решение задачи 6.

Задача 6. Пусть ψ — гомоморфизм алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle A,\ F_{\mathcal{A}},\ P_{\mathcal{A}}\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle B,\ F_{\mathcal{B}},\ P_{\mathcal{B}}\rangle$. Запишите а) определение одноместных отношений P' и предиката π' **индуцированных** одноместным отношением $P \in A$ и одноместным предикатом $\pi(x)$; б) отношений R' и предиката ρ' **индуцированных** двуместным отношением $R \in (A \times A)$ и двуместным предикатом $x\rho y$.

Задача 6. Пусть ψ — гомоморфизм алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle A,\ F_{\mathcal{A}},\ P_{\mathcal{A}}\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle B,\ F_{\mathcal{B}},\ P_{\mathcal{B}}\rangle$. Запишите а) определение одноместных отношений P' и предиката π' **индуцированных** одноместным отношением $P \in A$ и одноместным предикатом $\pi(x)$; б) отношений R' и предиката ρ' **индуцированных** двуместным отношением $R \in (A \times A)$ и двуместным предикатом $x \rho y$.

Ответ.

$$u \in P' \ \Leftrightarrow$$

Задача 6. Пусть ψ — гомоморфизм алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle A,\ F_{\mathcal{A}},\ P_{\mathcal{A}}\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle B,\ F_{\mathcal{B}},\ P_{\mathcal{B}}\rangle$. Запишите а) определение одноместных отношений P' и предиката π' **индуцированных** одноместным отношением $P \in A$ и одноместным предикатом $\pi(x)$; б) отношений R' и предиката ρ' **индуцированных** двуместным отношением $R \in (A \times A)$ и двуместным предикатом $x\rho y$.

Ответ.

$$u \in P' \Leftrightarrow \left(\exists x \quad \left\{ \begin{array}{l} u = x^{\psi}, \\ x \in P \end{array} \right. \right),$$

Задача 6. Пусть ψ — гомоморфизм алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle A,\ F_{\mathcal{A}},\ P_{\mathcal{A}} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle B,\ F_{\mathcal{B}},\ P_{\mathcal{B}} \rangle$. Запишите а) определение одноместных отношений P' и предиката π' **индуцированных** одноместным отношением $P \in A$ и одноместным предикатом $\pi(x)$; б) отношений R' и предиката ρ' **индуцированных** двуместным отношением $R \in (A \times A)$ и двуместным предикатом $x \rho y$.

Ответ.

$$u \in P' \;\Leftrightarrow\; \left(\exists x \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ x \in P \end{cases} \right), \qquad \pi'(u) \;\Leftrightarrow$$

Задача 6. Пусть ψ — гомоморфизм алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle A,\ F_{\mathcal{A}},\ P_{\mathcal{A}} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle B,\ F_{\mathcal{B}},\ P_{\mathcal{B}} \rangle$. Запишите а) определение одноместных отношений P' и предиката π' **индуцированных** одноместным отношением $P \in A$ и одноместным предикатом $\pi(x)$; б) отношений R' и предиката ρ' **индуцированных** двуместным отношением $R \in (A \times A)$ и двуместным предикатом $x\rho y$.

Ответ.

$$u \in P' \ \Leftrightarrow \ \left(\exists x \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ x \in P \end{cases}\right), \qquad \pi'(u) \ \Leftrightarrow \ \left(\exists x \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ \pi(x) \end{cases}\right),$$

Задача 6. Пусть ψ — гомоморфизм алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle A,\ F_{\mathcal{A}},\ P_{\mathcal{A}}\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle B,\ F_{\mathcal{B}},\ P_{\mathcal{B}}\rangle$. Запишите а) определение одноместных отношений P' и предиката π' **индуцированных** одноместным отношением $P \in A$ и одноместным предикатом $\pi(x)$; б) отношений R' и предиката ρ' **индуцированных** двуместным отношением $R \in (A \times A)$ и двуместным предикатом $x\rho y$.

Ответ.

$$u \in P' \ \Leftrightarrow \left(\exists x \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ x \in P \end{cases}\right), \qquad \pi'(u) \ \Leftrightarrow \left(\exists x \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ \pi(x) \end{cases}\right),$$

$$(u, v) \in R' \ \Leftrightarrow$$

Задача 6. Пусть ψ — гомоморфизм алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle A,\ F_{\mathcal{A}},\ P_{\mathcal{A}}\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle B,\ F_{\mathcal{B}},\ P_{\mathcal{B}}\rangle$. Запишите а) определение одноместных отношений P' и предиката π' **индуцированных** одноместным отношением $P \in A$ и одноместным предикатом $\pi(x)$; б) отношений R' и предиката ρ' **индуцированных** двуместным отношением $R \in (A \times A)$ и двуместным предикатом $x\rho y$.

Ответ.

$$u \in P' \;\Leftrightarrow\; \left(\exists x \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ x \in P \end{cases}\right), \qquad \pi'(u) \;\Leftrightarrow\; \left(\exists x \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ \pi(x) \end{cases}\right),$$

$$(u, v) \in R' \;\Leftrightarrow\; \left(\exists x, y \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ v = y^{\psi}, \\ (x, y) \in R \end{cases}\right),$$

Задача 6. Пусть ψ — гомоморфизм алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle A,\ F_{\mathcal{A}},\ P_{\mathcal{A}}\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle B,\ F_{\mathcal{B}},\ P_{\mathcal{B}}\rangle$. Запишите а) определение одноместных отношений P' и предиката π' **индуцированных** одноместным отношением $P \in A$ и одноместным предикатом $\pi(x)$; б) отношений R' и предиката ρ' **индуцированных** двуместным отношением $R \in (A \times A)$ и двуместным предикатом $x\rho y$.

Ответ.

$$u \in P' \;\Leftrightarrow\; \left(\exists x \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ x \in P \end{cases}\right), \qquad \pi'(u) \;\Leftrightarrow\; \left(\exists x \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ \pi(x) \end{cases}\right),$$

$$(u, v) \in R' \;\Leftrightarrow\; \left(\exists x, y \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ v = y^{\psi}, \\ (x, y) \in R \end{cases}\right), \qquad u\rho' v \;\Leftrightarrow$$

Задача 6. Пусть ψ — гомоморфизм алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle A,\ F_{\mathcal{A}},\ P_{\mathcal{A}}\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle B,\ F_{\mathcal{B}},\ P_{\mathcal{B}}\rangle$. Запишите а) определение одноместных отношений P' и предиката π' **индуцированных** одноместным отношением $P \in A$ и одноместным предикатом $\pi(x)$; б) отношений R' и предиката ρ' **индуцированных** двуместным отношением $R \in (A \times A)$ и двуместным предикатом $x\rho y$.

Ответ.

$$u \in P' \Leftrightarrow \left(\exists x \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ x \in P \end{cases}\right), \qquad \pi'(u) \Leftrightarrow \left(\exists x \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ \pi(x) \end{cases}\right),$$

$$(u, v) \in R' \Leftrightarrow \left(\exists x, y \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ v = y^{\psi}, \\ (x, y) \in R \end{cases}\right), \qquad u\rho' v \Leftrightarrow \left(\exists x, y \quad \begin{cases} u = x^{\psi}, \\ v = y^{\psi}, \\ x\rho y \end{cases}\right).$$

Решение задачи 7.

Задача 7. Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ 1\}\,,\ \{\cdot\}\rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$ **изоморфны**, где $*$ — операция умножения матриц.

Задача 7. Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ 1\}\,,\ \{\cdot\}\rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ;\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$ **изоморфны**, где $*$ — операция умножения матриц.

Ответ.

x	-1	1	$\cdot$
x^{φ}	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$*$

Задача 7. Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ 1\},\ \{\cdot\} \rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ;\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$ **изоморфны**, где $*$ — операция умножения матриц.

Ответ.

x	-1	1	$\cdot$
x^φ	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$*$

$$(-1)^\varphi * (-1)^\varphi = \qquad\qquad = ((-1)\cdot(-1))^\varphi.$$

Задача 7. Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ 1\}\,,\ \{\cdot\} \rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$ **изоморфны**, где $*$ — операция умножения матриц.

Ответ.

x	-1	1	$\cdot$
x^{φ}	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$*$

$$(-1)^{\varphi} * (-1)^{\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \qquad\qquad = ((-1)\cdot(-1))^{\varphi}.$$

Задача 7. Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ 1\},\ \{\cdot\} \rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$ **изоморфны**, где $*$ — операция умножения матриц.

Ответ.

x	-1	1	$\cdot$
x^φ	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$*$

$$(-1)^\varphi * (-1)^\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \quad = ((-1) \cdot (-1))^\varphi.$$

Задача 7. Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ 1\},\ \{\cdot\}\rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$ **изоморфны**, где $*$ — операция умножения матриц.

Ответ.

x	-1	1	$\cdot$
x^{φ}	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$*$

$$(-1)^{\varphi} * (-1)^{\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1^{\varphi} = ((-1)\cdot(-1))^{\varphi}.$$

Задача 7. Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ 1\}\,,\ \{\cdot\} \rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$ **изоморфны**, где $*$ — операция умножения матриц.

Ответ.

x	-1	1	$\cdot$
x^{φ}	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$*$

$$(-1)^{\varphi} * (-1)^{\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1^{\varphi} = ((-1) \cdot (-1))^{\varphi}.$$

$$1^{\varphi} * (-1)^{\varphi} = \qquad\qquad = (1 \cdot (-1))^{\varphi}.$$

Задача 7. Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ 1\}, \{\cdot\} \rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \{*\} \right\rangle$ **изоморфны**, где $*$ — операция умножения матриц.

Ответ.

x	-1	1	$\cdot$
x^φ	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$*$

$$(-1)^\varphi * (-1)^\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1^\varphi = ((-1)\cdot(-1))^\varphi.$$

$$1^\varphi * (-1)^\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = (-1)^\varphi = (1\cdot(-1))^\varphi.$$

Задача 7. Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ 1\}\,,\ \{\cdot\} \rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$ **изоморфны**, где $*$ — операция умножения матриц.

Ответ.

x	-1	1	$\cdot$
x^{φ}	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$*$

$$(-1)^{\varphi} * (-1)^{\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1^{\varphi} = ((-1) \cdot (-1))^{\varphi}.$$

$$1^{\varphi} * (-1)^{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = (-1)^{\varphi} = (1 \cdot (-1))^{\varphi}.$$

$$(-1)^{\varphi} * 1^{\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = (-1)^{\varphi} = ((-1) \cdot 1)^{\varphi}.$$

Задача 7. Покажите, что алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ 1\}\,,\ \{\cdot\} \rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$ **изоморфны**, где $*$ — операция умножения матриц.

Ответ.

x	-1	1	$\cdot$
x^{φ}	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$*$

$$(-1)^{\varphi} * (-1)^{\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1^{\varphi} = ((-1) \cdot (-1))^{\varphi}.$$

$$1^{\varphi} * (-1)^{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = (-1)^{\varphi} = (1 \cdot (-1))^{\varphi}.$$

$$(-1)^{\varphi} * 1^{\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = (-1)^{\varphi} = ((-1) \cdot 1)^{\varphi}.$$

$$1^{\varphi} * 1^{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1^{\varphi} = (1 \cdot 1)^{\varphi}.$$

Решение задачи 8.

Задача 8. Покажите, что **изоморфны** алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ i;\ -i;\ 1\},\ \{\cdot\}\rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$, где $*$ — операция умножения матриц.

Задача 8. Покажите, что **изоморфны** алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle\{-1;\ i;\ -i;\ 1\},\ \{\cdot\}\rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$, где $*$ — операция умножения матриц.

Ответ.

x	-1	1	$-i$	i	$\cdot$
x^ψ	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$*$

Задача 8. Покажите, что **изоморфны** алгебраические системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ i;\ -i;\ 1\},\ \{\cdot\}\rangle$ и $\mathcal{B} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$, где $*$ — операция умножения матриц.

Ответ.

x	-1	1	$-i$	i	$\cdot$
x^ψ	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$*$

x	$-1 = i^2$	$1 = i^4$	$-i = i^3$	$i = i^1$	$\cdot$
x^ψ	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^4$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^3$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^1$	$*$

Решение задачи 9.

Задача 9. Постройте **гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ i;\ -i;\ 1\},\ \{\cdot\} \rangle$ на $\mathcal{C} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$, где $*$ — операция умножения матриц.

Задача 9. Постройте **гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ i;\ -i;\ 1\}\,,\ \{\cdot\}\rangle$ на $\mathcal{C} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$, где $*$ — операция умножения матриц.

Ответ.

x	-1	1	$-i$	i	$\cdot$
x^{ψ}	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$*$

Задача 9. Постройте **гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \{-1;\ i;\ -i;\ 1\},\ \{\cdot\} \rangle$ на $\mathcal{C} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},\ \{*\} \right\rangle$, где $*$ — операция умножения матриц.

Ответ.

x	-1	1	$-i$	i	$\cdot$
x^ψ	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$*$

x	$-1 = i^2$	$1 = i^4$	$-i = i^3$	$i = i^1$	$\cdot$
x^ψ	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^2$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^4$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^3$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^1$	$*$

Решение задачи 10.

Задача 10. Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \Big\{\{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\}\Big\} \right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle \{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\} \rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

,

$x \circ y$:

$x \backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^{φ}	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Задача 10. Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \Big\{\{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\}\Big\} \right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle\{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\}\rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

,

$x \circ y$:

$x \backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^φ	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Ответ.

u	a^φ	b^φ	c^φ
$\alpha(u)$	b^φ	a^φ	b^φ

,

Задача 10. Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \left\{\{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\}\right\} \right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle \{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\} \rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

,

$x \circ y$:

$x \backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^φ	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Ответ.

u	a^φ	b^φ	c^φ
$\alpha(u)$	b^φ	a^φ	b^φ

,

$u \triangle v$:

Задача 10. Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \left\{\{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\}\right\} \right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle \{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\} \rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

,

$x \circ y$:

$x \backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^φ	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Ответ.

u	a^φ	b^φ	c^φ
$\alpha(u)$	b^φ	a^φ	b^φ

,

$u \triangle v$:

$u \backslash v$	a^φ	b^φ	c^φ
a^φ	c^φ	b^φ	a^φ
b^φ	b^φ	b^φ	b^φ
c^φ	a^φ	b^φ	c^φ

,

Задача 10. Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \left\{\{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\}\right\} \right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle \{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\} \rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

, $x \circ y$:

$x \backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^φ	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Ответ.

u	a^φ	b^φ	c^φ
$\alpha(u)$	b^φ	a^φ	b^φ

, $u \triangle v$:

$u \backslash v$	a^φ	b^φ	c^φ
a^φ	c^φ	b^φ	a^φ
b^φ	b^φ	b^φ	b^φ
c^φ	a^φ	b^φ	c^φ

,

$\{a;\ c\}^\varphi =$

$\{(c;b)\ (c;c)\}^\varphi =$

Задача 10. Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \left\{\{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\}\right\} \right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle \{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\} \rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

,

$x \circ y$:

$x \backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^φ	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Ответ.

u	a^φ	b^φ	c^φ
$\alpha(u)$	b^φ	a^φ	b^φ

,

$u \triangle v$:

$u \backslash v$	a^φ	b^φ	c^φ
a^φ	c^φ	b^φ	a^φ
b^φ	b^φ	b^φ	b^φ
c^φ	a^φ	b^φ	c^φ

,

$\{a;\ c\}^\varphi = \{a^\varphi;\ c^\varphi\}$,
$\{(c;b)\ (c;c)\}^\varphi =$

Задача 10. Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \left\{\{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\}\right\} \right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle \{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\} \rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

,

$x \circ y$:

$x \backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^φ	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Ответ.

u	a^φ	b^φ	c^φ
$\alpha(u)$	b^φ	a^φ	b^φ

,

$u \triangle v$:

$u \backslash v$	a^φ	b^φ	c^φ
a^φ	c^φ	b^φ	a^φ
b^φ	b^φ	b^φ	b^φ
c^φ	a^φ	b^φ	c^φ

,

$\{a;\ c\}^\varphi = \{a^\varphi;\ c^\varphi\}$,
$\{(c;b)\ (c;c)\}^\varphi = \{(c^\varphi; b^\varphi)\ (c^\varphi; c^\varphi)\}$.

Задача 10. Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \left\{ \{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\} \right\} \right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle \{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\} \rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

,

$x \circ y$:

$x \backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^φ	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Ответ.

u	a^φ	b^φ	c^φ
$\alpha(u)$	b^φ	a^φ	b^φ

,

$u \triangle v$:

$u \backslash v$	a^φ	b^φ	c^φ
a^φ	c^φ	b^φ	a^φ
b^φ	b^φ	b^φ	b^φ
c^φ	a^φ	b^φ	c^φ

,

$\{a;\ c\}^\varphi = \{a^\varphi;\ c^\varphi\}$,
$\{(c;b)\ (c;c)\}^\varphi = \{(c^\varphi; b^\varphi)\ (c^\varphi; c^\varphi)\}$.

u	2	8
$\beta(u)$	8	2

,

Задача 10. Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \left\{ \{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\} \right\} \right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle \{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\} \rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

, $x \circ y$:

$x \backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^φ	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Ответ.

u	a^φ	b^φ	c^φ
$\alpha(u)$	b^φ	a^φ	b^φ

, $u \triangle v$:

$u \backslash v$	a^φ	b^φ	c^φ
a^φ	c^φ	b^φ	a^φ
b^φ	b^φ	b^φ	b^φ
c^φ	a^φ	b^φ	c^φ

,

$\{a;\ c\}^\varphi = \{a^\varphi;\ c^\varphi\}$,
$\{(c;b)\ (c;c)\}^\varphi = \{(c^\varphi; b^\varphi)\ (c^\varphi; c^\varphi)\}$.

u	2	8
$\beta(u)$	8	2

, $u \triangle v$:

Задача 10. Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \left\{ \{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\} \right\} \right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle \{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\} \rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

,

$x \circ y$:

$x \backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^φ	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Ответ.

u	a^φ	b^φ	c^φ
$\alpha(u)$	b^φ	a^φ	b^φ

,

$u \triangle v$:

$u \backslash v$	a^φ	b^φ	c^φ
a^φ	c^φ	b^φ	a^φ
b^φ	b^φ	b^φ	b^φ
c^φ	a^φ	b^φ	c^φ

,

$$\{a;\ c\}^\varphi = \{a^\varphi;\ c^\varphi\},$$
$$\{(c;b)\ (c;c)\}^\varphi = \{(c^\varphi;b^\varphi)\ (c^\varphi;c^\varphi)\}.$$

u	2	8
$\beta(u)$	8	2

,

$u \triangle v$:

$u \backslash v$	2	8
2	2	8
8	8	8

,

Задача 10. Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \left\{\{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\}\right\} \right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle \{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\} \rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

,

$x \circ y$:

$x \backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^φ	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Ответ.

u	a^φ	b^φ	c^φ
$\alpha(u)$	b^φ	a^φ	b^φ

,

$u \triangle v$:

$u \backslash v$	a^φ	b^φ	c^φ
a^φ	c^φ	b^φ	a^φ
b^φ	b^φ	b^φ	b^φ
c^φ	a^φ	b^φ	c^φ

,

$\{a;\ c\}^\varphi = \{a^\varphi;\ c^\varphi\}$,
$\{(c;b)\ (c;c)\}^\varphi = \{(c^\varphi; b^\varphi)\ (c^\varphi; c^\varphi)\}$.

u	2	8
$\beta(u)$	8	2

,

$u \triangle v$:

$u \backslash v$	2	8
2	2	8
8	8	8

,

$\{a;\ c\}^\varphi =$
$\{(c;b)\ (c;c)\}^\varphi =$

Задача 10. Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \left\{\{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\}\right\}\right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle\{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\}\rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

,

$x \circ y$:

$x \backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^φ	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Ответ.

u	a^φ	b^φ	c^φ
$\alpha(u)$	b^φ	a^φ	b^φ

,

$u \triangle v$:

$u \backslash v$	a^φ	b^φ	c^φ
a^φ	c^φ	b^φ	a^φ
b^φ	b^φ	b^φ	b^φ
c^φ	a^φ	b^φ	c^φ

,

$\{a;\ c\}^\varphi = \{a^\varphi;\ c^\varphi\}$,
$\{(c;b)\ (c;c)\}^\varphi = \{(c^\varphi; b^\varphi)\ (c^\varphi; c^\varphi)\}$.

u	2	8
$\beta(u)$	8	2

,

$u \triangle v$:

$u \backslash v$	2	8
2	2	8
8	8	8

,

$\{a;\ c\}^\varphi = \{2\}$,
$\{(c;b)\ (c;c)\}^\varphi =$

Задача 10. Пусть φ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \left\langle \{a;\ b;\ c\},\ \{\alpha, \circ\},\ \left\{\{a;\ c\}, \{(c;b)\ (c;c)\}\right\} \right\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B} = \langle\{2;\ 8\},\ \{\beta;\ \triangle\},\ \{P, Q\}\rangle$, где

x	a	b	c
$\alpha(x)$	b	a	b

, $x \circ y$:

$x \backslash y$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	b	b
c	a	b	c

x	a	b	c	α	$\circ$	$\{a;\ c\}$	$\{(c;b)\ (c;c)\}$
x^φ	2	8	2	β	$\triangle$	P	Q

Найдите β, $\triangle$, P, Q.

Ответ.

u	a^φ	b^φ	c^φ
$\alpha(u)$	b^φ	a^φ	b^φ

, $u \triangle v$:

$u \backslash v$	a^φ	b^φ	c^φ
a^φ	c^φ	b^φ	a^φ
b^φ	b^φ	b^φ	b^φ
c^φ	a^φ	b^φ	c^φ

,

$\{a;\ c\}^\varphi = \{a^\varphi;\ c^\varphi\}$,
$\{(c;b)\ (c;c)\}^\varphi = \{(c^\varphi; b^\varphi)\ (c^\varphi; c^\varphi)\}$.

u	2	8
$\beta(u)$	8	2

, $u \triangle v$:

$u \backslash v$	2	8
2	2	8
8	8	8

,

$\{a;\ c\}^\varphi = \{2\}$,
$\{(c;b)\ (c;c)\}^\varphi = \{(2;\ 8),\ (2;\ 2)\}$.

Решение задачи 11.

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N},\ \{+\},\ \{<\}\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \frac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \dfrac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N}, \{+\}, \{<\} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \frac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \frac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Ответ. Ясно, что в условии задачи есть неточность:

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N},\ \{+\},\ \{<\} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \dfrac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \dfrac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Ответ. Ясно, что в условии задачи есть неточность:

$<$ — это не **отношение**, а

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N},\ \{+\},\ \{<\} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \frac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \dfrac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Ответ. Ясно, что в условии задачи есть неточность:
$<$ — это не **отношение**, а **предикат**.

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N},\ \{+\},\ \{<\} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \frac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \frac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Ответ.

$$(n+m)^\theta =$$

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N},\ \{+\},\ \{<\} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \frac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \frac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Ответ.

$$(n+m)^\theta = \frac{1}{2^{n+m}} =$$

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N}, \{+\}, \{<\} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \frac{1}{2^n} \middle| n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \dfrac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Ответ.

$$(n+m)^\theta = \frac{1}{2^{n+m}} = \frac{1}{2^n} \cdot \frac{1}{2^m} =$$

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N},\ \{+\},\ \{<\}\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \frac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \frac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Ответ.

$$(n+m)^\theta = \frac{1}{2^{n+m}} = \frac{1}{2^n} \cdot \frac{1}{2^m} = n^\theta \cdot m^\theta.$$

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N}, \{+\}, \{<\} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \frac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \frac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Ответ.

$$(n+m)^\theta = \frac{1}{2^{n+m}} = \frac{1}{2^n} \cdot \frac{1}{2^m} = n^\theta \cdot m^\theta.$$

Таким образом, $+^\theta = \cdot$.

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N},\ \{+\},\ \{<\} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \frac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \dfrac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Ответ. Получили, что $+^\theta = \cdot$.

$$n < m \ \Rightarrow$$

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N},\ \{+\},\ \{<\} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \frac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \dfrac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Ответ. Получили, что $+^\theta = \cdot$.

$$n < m \ \Rightarrow\ \frac{1}{2^n} \ ?\ \frac{1}{2^m}.$$

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N},\ \{+\},\ \{<\} \rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \frac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \frac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Ответ. Получили, что $+^\theta = \cdot$.

$$n < m \ \Rightarrow\ \frac{1}{2^n} > \frac{1}{2^m}.$$

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N},\ \{+\},\ \{<\}\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \dfrac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \dfrac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Ответ. Получили, что $+^\theta = \cdot$.

$$n < m \ \Rightarrow\ \frac{1}{2^n} > \frac{1}{2^m}.$$

Таким образом, «$<$»$^\theta$ = «$>$».

Задача 11. Пусть θ — **сильный гомоморфизм** алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N},\ \{+\},\ \{<\}\rangle$ в алгебраическую систему $\mathcal{B}$ с носителем $\left\{ \dfrac{1}{2^n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$, заданное формулой $n^\theta = \dfrac{1}{2^n}$. Найдите образы операции $+$ и отношения $<$.

Ответ. Итак, $+^\theta = \cdot$, $\quad$ «$<$»$^\theta$ = «$>$».

Решение задачи 12.

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ. Проверим **соответствующее равенство** для операции $+$.

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} \stackrel{?}{=} \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}?$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.
Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} \stackrel{?}{=} \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} ?$$

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} =$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} \stackrel{?}{=} \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} ?$$

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left((x_1 + x_2)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (y_1 + y_2)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + (z_1 + z_2)\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} =$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A}=\left\langle\left\{x\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,\middle|\,\{x,y,z\}\subseteq\mathbb{R}\right\},\ \{+,f\},\ \{\rho\}\right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right)=\left[\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}}\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B}=\langle\mathbb{C},\ \{+,g\},\ \{\mu\}\rangle,$$

где $g(z)=z\cdot i$ и $z_1\mu z_2\Leftrightarrow|z_1|=|z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}=x+yi$, $f^{\varphi}=g$, $\rho^{\varphi}=\mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)+\left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi}\stackrel{?}{=}\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}+\left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}?$$

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)+\left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi}=\left((x_1+x_2)\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+(y_1+y_2)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+(z_1+z_2)\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}=$$

$$=(x_1+x_2)+(y_1+y_2)\,i=$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} \stackrel{?}{=} \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} ?$$

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left((x_1 + x_2)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (y_1 + y_2)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + (z_1 + z_2)\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} =$$

$$= (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)\,i =$$

$$= (x_1 + y_1 i) + (x_2 + y_2 i) =$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.
Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} \stackrel{?}{=} \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} ?$$

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left((x_1 + x_2)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (y_1 + y_2)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + (z_1 + z_2)\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} =$$

$$= (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)\,i =$$

$$= (x_1 + y_1 i) + (x_2 + y_2 i) = \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left((x_1 + x_2)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (y_1 + y_2)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + (z_1 + z_2)\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} =$$

$$= (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)\,i =$$

$$= (x_1 + y_1 i) + (x_2 + y_2 i) = \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

Проверим **соответствующее равенство** для операции f.

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.
Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} \stackrel{?}{=} f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right)?$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} \stackrel{?}{=} f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right)?$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} =$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A}=\left\langle\left\{x\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,\middle|\,\{x,y,z\}\subseteq\mathbb{R}\right\},\ \{+,f\},\ \{\rho\}\right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right)=\left[\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}}\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B}=\langle\mathbb{C},\ \{+,g\},\ \{\mu\}\rangle,$$

где $g(z)=z\cdot i$ и $z_1\mu z_2\Leftrightarrow|z_1|=|z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}=x+yi$, $f^{\varphi}=g$, $\rho^{\varphi}=\mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)+\left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi}=\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}+\left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi}\stackrel{?}{=}f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right)?$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi}=\left(\left[\overrightarrow{\mathbf{k}},\ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right]\right)^{\varphi}=$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} \stackrel{?}{=} f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right)?$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(\left[\overrightarrow{\mathbf{k}},\ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right]\right)^{\varphi} = \left(x\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - y\,\overrightarrow{\mathbf{i}}\right)^{\varphi} =$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} \stackrel{?}{=} f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right)?$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(\left[\overrightarrow{\mathbf{k}},\ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right]\right)^{\varphi} = \left(x\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - y\,\overrightarrow{\mathbf{i}}\right)^{\varphi} = -y + xi =$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} \stackrel{?}{=} f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right)?$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(\left[\overrightarrow{\mathbf{k}},\ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right]\right)^{\varphi} = \left(x\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - y\,\overrightarrow{\mathbf{i}}\right)^{\varphi} = -y + xi =$$

$$= \qquad\qquad\qquad\qquad = f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right).$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} \stackrel{?}{=} f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right)?$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(\left[\overrightarrow{\mathbf{k}},\ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right]\right)^{\varphi} = \left(x\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - y\,\overrightarrow{\mathbf{i}}\right)^{\varphi} = -y + xi =$$

$$= \qquad = \left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} \cdot i = f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right).$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} \stackrel{?}{=} f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right)?$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(\left[\overrightarrow{\mathbf{k}},\ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right]\right)^{\varphi} = \left(x\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - y\,\overrightarrow{\mathbf{i}}\right)^{\varphi} = -y + xi =$$

$$= (x + yi) \cdot i = \left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} \cdot i = f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right).$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right).$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(\left[\overrightarrow{\mathbf{k}},\ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right]\right)^{\varphi} = \left(x\,\overrightarrow{\mathbf{j}} - y\,\overrightarrow{\mathbf{i}}\right)^{\varphi} = -y + xi =$$

$$= (x + yi) \cdot i = \left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} \cdot i = f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right).$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ.

$$\left(\left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = \left(x_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_1\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} + \left(x_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z_2\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}.$$

$$\left(f\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)\right)^{\varphi} = f^{\varphi}\left(\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}\right).$$

Значит, φ — **гомоморфизм**. Проверим, является ли он **сильным**.

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ. Проверим, является ли он **сильным**.

$$\begin{cases} \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{k}}\right|, \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}^{\,\varphi}\right| = \qquad\qquad\qquad\qquad = \left|\overrightarrow{\mathbf{k}}^{\,\varphi}\right| \end{cases}$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ. Проверим, является ли он **сильным**.

$$\begin{cases} \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{k}}\right|, \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}^{\varphi}\right| = |1 + 0i| = \qquad\qquad |0 + 0i| = \left|\overrightarrow{\mathbf{k}}^{\varphi}\right| \end{cases}$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ. Проверим, является ли он **сильным**.

$$\begin{cases} \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{k}}\right|, \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}^{\varphi}\right| = |1 + 0i| = 1 \quad 0 = |0 + 0i| = \left|\overrightarrow{\mathbf{k}}^{\varphi}\right| \end{cases}$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ. Проверим, является ли он **сильным**.

$$\begin{cases} \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{k}}\right|, \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}^{\varphi}\right| = |1 + 0i| = 1 \neq 0 = |0 + 0i| = \left|\overrightarrow{\mathbf{k}}^{\varphi}\right| \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ. Проверим, является ли он **сильным**.

$$\begin{cases} \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{k}}\right|, \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}^{\varphi}\right| = |1 + 0i| = 1 \neq 0 = |0 + 0i| = \left|\overrightarrow{\mathbf{k}}^{\varphi}\right| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{i}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{k}}, \\ \end{cases}$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A} = \left\langle \left\{ x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}} \,\middle|\, \{x, y, z\} \subseteq \mathbb{R} \right\},\ \{+, f\},\ \{\rho\} \right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right) = \left[\overrightarrow{\mathbf{k}}, \overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B} = \langle \mathbb{C},\ \{+, g\},\ \{\mu\} \rangle,$$

где $g(z) = z \cdot i$ и $z_1 \mu z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi} = x + yi$, $f^{\varphi} = g$, $\rho^{\varphi} = \mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ. Проверим, является ли он **сильным**.

$$\begin{cases} \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{k}}\right|, \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}^{\,\varphi}\right| = |1 + 0i| = 1 \neq 0 = |0 + 0i| = \left|\overrightarrow{\mathbf{k}}^{\,\varphi}\right| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{i}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{k}}, \\ \left(\overrightarrow{\mathbf{i}}^{\,\varphi}\right)\overline{\mu}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}^{\,\varphi}\right). \end{cases}$$

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A}=\left\langle\left\{x\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,\middle|\,\{x,y,z\}\subseteq\mathbb{R}\right\},\ \{+,f\},\ \{\rho\}\right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right)=\left[\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}}\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B}=\langle\mathbb{C},\ \{+,g\},\ \{\mu\}\rangle,$$

где $g\left(z\right)=z\cdot i$ и $z_1\mu z_2\Leftrightarrow|z_1|=|z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}=x+yi$, $f^{\varphi}=g$, $\rho^{\varphi}=\mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ. Проверим, является ли он **сильным**.

$$\begin{cases}\left|\overrightarrow{\mathbf{i}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathbf{k}}\right|,\\ \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}^{\varphi}\right|=|1+0i|=1\neq 0=|0+0i|=\left|\overrightarrow{\mathbf{k}}^{\varphi}\right|\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{\mathbf{i}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{k}},\\ \left(\overrightarrow{\mathbf{i}}^{\varphi}\right)\overline{\mu}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}^{\varphi}\right).\end{cases}$$

Таким образом, φ не является **сильным гомоморфизмом**.

Задача 12. Пусть

$$\mathcal{A}=\left\langle\left\{x\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\,\middle|\,\{x,y,z\}\subseteq\mathbb{R}\right\},\ \{+,f\},\ \{\rho\}\right\rangle,$$

где $f\left(\overrightarrow{\mathbf{r}}\right)=\left[\overrightarrow{\mathbf{k}},\overrightarrow{\mathbf{r}}\right]$ и $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{b}}\ \Leftrightarrow\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|$,

$$\mathcal{B}=\langle\mathbb{C},\ \{+,g\},\ \{\mu\}\rangle,$$

где $g(z)=z\cdot i$ и $z_1\mu z_2\ \Leftrightarrow\ |z_1|=|z_2|$.

Покажите, что отображение φ является **гомоморфизмом**, где $\left(x\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+y\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+z\,\overrightarrow{\mathbf{k}}\right)^{\varphi}=x+yi$, $f^{\varphi}=g$, $\rho^{\varphi}=\mu$. Выясните, является ли этот гомоморфизм **сильным**, будет ли он **изоморфизмом**.

Ответ. Проверим, является ли он **сильным**.

$$\begin{cases}\left|\overrightarrow{\mathbf{i}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathbf{k}}\right|,\\ \left|\overrightarrow{\mathbf{i}}^{\,\varphi}\right|=|1+0i|=1\neq 0=|0+0i|=\left|\overrightarrow{\mathbf{k}}^{\,\varphi}\right|\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{\mathbf{i}}\,\rho\,\overrightarrow{\mathbf{k}},\\ \left(\overrightarrow{\mathbf{i}}^{\,\varphi}\right)\overline{\mu}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}^{\,\varphi}\right).\end{cases}$$

Таким образом, φ не является **сильным гомоморфизмом**.
Следовательно, φ — это не **изоморфизм**.

Решение задачи 13.

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. \qquad\qquad \Rightarrow \ (x_1 + x_2; \qquad + \qquad)$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{ \begin{array}{l} (x_1;\ y_1) \in S, \\ \\ \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad (x_1 + x_2; \quad\quad + \quad\quad)$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1) \in S, \\ \end{array}\right. \Rightarrow\ (x_1 + x_2;\ y_1 + \quad)$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\begin{cases} (x_1;\ y_1) \in S, \\ (x_2;\ y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow (x_1 + x_2;\ y_1 + \quad)$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\begin{cases} (x_1;\ y_1) \in S, \\ (x_2;\ y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2)$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\begin{cases} (x_1;\ y_1) \in S, \\ (x_2;\ y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2) \in S$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\begin{cases} (x_1;\ y_1) \in S, \\ (x_2;\ y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2) \in S,$

$\Rightarrow (x^{-1};\qquad)$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1) \in S,\\ (x_2;\ y_2) \in S\end{array}\right. \Rightarrow (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2) \in S,$

$(x;\ y) \in S \Rightarrow (x^{-1};\qquad)$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1) \in S,\\ (x_2;\ y_2) \in S\end{array}\right. \Rightarrow (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2) \in S,$

$(x;\ y) \in S \Rightarrow (x^{-1};\ y^{-1})$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\begin{cases} (x_1;\ y_1) \in S, \\ (x_2;\ y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow\ (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2) \in S,$

$(x;\ y) \in S\ \Rightarrow\ (x^{-1};\ y^{-1}) \in S$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1)\in S,\\ (x_2;\ y_2)\in S\end{array}\right. \Rightarrow\ (x_1+x_2;\ y_1+y_2)\in S,$

$(x;\ y)\in S\ \Rightarrow\ (x^{-1};\ y^{-1})\in S,$

$$\left\{\begin{array}{l}\\ \\ \\ \end{array}\right. \qquad \Rightarrow\ (\max\{x_1,\ x_2,\ x_3\}; \qquad\qquad\qquad)$$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1)\in S,\\ (x_2;\ y_2)\in S\end{array}\right. \Rightarrow\ (x_1+x_2;\ y_1+y_2)\in S,$

$(x;\ y)\in S\ \Rightarrow\ (x^{-1};\ y^{-1})\in S,$

$$\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1)\in S,\\ \\ \\ \end{array}\right. \Rightarrow\ (\max\{x_1,\ x_2,\ x_3\};\ \max\{\qquad\qquad\})$$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\begin{cases} (x_1;\ y_1) \in S, \\ (x_2;\ y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow\ (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2) \in S,$

$(x;\ y) \in S\ \Rightarrow\ (x^{-1};\ y^{-1}) \in S,$

$$\begin{cases} (x_1;\ y_1) \in S, \\ \\ \\ \end{cases} \Rightarrow\ (\max\{x_1,\ x_2,\ x_3\};\ \max\{y_1,\qquad\quad\})$$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1)\in S,\\ (x_2;\ y_2)\in S\end{array}\right. \Rightarrow\ (x_1+x_2;\ y_1+y_2)\in S,$

$(x;\ y)\in S\ \Rightarrow\ (x^{-1};\ y^{-1})\in S,$

$$\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1)\in S,\\ (x_2;\ y_2)\in S,\\ \\ \end{array}\right. \Rightarrow\ (\max\{x_1,\ x_2,\ x_3\};\ \max\{y_1,\qquad\qquad\})$$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1)\in S,\\(x_2;\ y_2)\in S\end{array}\right. \Rightarrow (x_1+x_2;\ y_1+y_2)\in S,$

$(x;\ y)\in S \ \Rightarrow\ (x^{-1};\ y^{-1})\in S,$

$\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1)\in S,\\(x_2;\ y_2)\in S,\\ \\ \end{array}\right. \Rightarrow\ (\max\{x_1,\ x_2,\ x_3\};\ \max\{y_1,\ y_2,\ \quad\})$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1)\in S,\\ (x_2;\ y_2)\in S\end{array}\right. \Rightarrow (x_1+x_2;\ y_1+y_2)\in S,$

$(x;\ y)\in S \ \Rightarrow\ (x^{-1};\ y^{-1})\in S,$

$\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1)\in S,\\ (x_2;\ y_2)\in S,\\ (x_3;\ y_3)\in S\end{array}\right. \Rightarrow (\max\{x_1,\ x_2,\ x_3\};\ \max\{y_1,\ y_2,\quad\})$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\begin{cases} (x_1;\ y_1) \in S, \\ (x_2;\ y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2) \in S,$

$(x;\ y) \in S \ \Rightarrow\ (x^{-1};\ y^{-1}) \in S,$

$\begin{cases} (x_1;\ y_1) \in S, \\ (x_2;\ y_2) \in S, \\ (x_3;\ y_3) \in S \end{cases} \Rightarrow (\max\{x_1,\ x_2,\ x_3\};\ \max\{y_1,\ y_2,\ y_3\})$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1) \in S,\\ (x_2;\ y_2) \in S\end{array}\right. \Rightarrow (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2) \in S,$

$(x;\ y) \in S \ \Rightarrow\ (x^{-1};\ y^{-1}) \in S,$

$\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1) \in S,\\ (x_2;\ y_2) \in S,\\ (x_3;\ y_3) \in S\end{array}\right. \Rightarrow (\max\{x_1,\ x_2,\ x_3\};\ \max\{y_1,\ y_2,\ y_3\}) \in S$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1) \in S,\\ (x_2;\ y_2) \in S\end{array}\right. \Rightarrow (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2) \in S,$

$(x;\ y) \in S \ \Rightarrow\ (x^{-1};\ y^{-1}) \in S,$

$$\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1) \in S,\\ (x_2;\ y_2) \in S,\\ (x_3;\ y_3) \in S\end{array}\right. \Rightarrow (\max\{x_1,\ x_2,\ x_3\};\ \max\{y_1,\ y_2,\ y_3\}) \in S,$$

$$\Rightarrow\ \left(\sqrt{x};\qquad\right)$$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\begin{cases} (x_1;\ y_1) \in S, \\ (x_2;\ y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow\ (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2) \in S,$

$(x;\ y) \in S\ \Rightarrow\ (x^{-1};\ y^{-1}) \in S,$

$\begin{cases} (x_1;\ y_1) \in S, \\ (x_2;\ y_2) \in S, \\ (x_3;\ y_3) \in S \end{cases} \Rightarrow\ (\max\{x_1,\ x_2,\ x_3\};\ \max\{y_1,\ y_2,\ y_3\}) \in S,$

$(x;\ y) \in S\ \Rightarrow\ \left(\sqrt{x};\qquad\right)$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1)\in S,\\ (x_2;\ y_2)\in S\end{array}\right. \Rightarrow (x_1+x_2;\ y_1+y_2)\in S,$

$(x;\ y)\in S \Rightarrow (x^{-1};\ y^{-1})\in S,$

$\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1)\in S,\\ (x_2;\ y_2)\in S,\\ (x_3;\ y_3)\in S\end{array}\right. \Rightarrow (\max\{x_1,\ x_2,\ x_3\};\ \max\{y_1,\ y_2,\ y_3\})\in S,$

$(x;\ y)\in S \Rightarrow \left(\sqrt{x};\ \sqrt{y}\right)$

Задача 13. Запишите формулы из **определения конгруенции** S для случая, когда в исходной алгебраической системе рассматриваются операции $+$, $\bullet^{-1}$, $\max\{x;\ y;\ z\}$, $\sqrt{\bullet}$.

Ответ. $\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1)\in S,\\ (x_2;\ y_2)\in S\end{array}\right. \;\Rightarrow\; (x_1+x_2;\ y_1+y_2)\in S,$

$(x;\ y)\in S \;\Rightarrow\; (x^{-1};\ y^{-1})\in S,$

$\left\{\begin{array}{l}(x_1;\ y_1)\in S,\\ (x_2;\ y_2)\in S,\\ (x_3;\ y_3)\in S\end{array}\right. \;\Rightarrow\; (\max\{x_1,\ x_2,\ x_3\};\ \max\{y_1,\ y_2,\ y_3\})\in S,$

$(x;\ y)\in S \;\Rightarrow\; \left(\sqrt{x};\ \sqrt{y}\right)\in S.$

Решение задачи 14.

Задача 14. Запишите определение **классa элементов, эквивалентных элементу** m относительно **конгруенции** T.

Задача 14. Запишите определение **класса элементов, эквивалентных элементу** m относительно **конгруенции** T.

Ответ. Согласно определению **класса эквивалентных элементов** $C(m) =$

Задача 14. Запишите определение **класса элементов, эквивалентных элементу** m относительно **конгруенции** T.

Ответ. Согласно определению **класса эквивалентных элементов** $C(m) = \left\{ t \,\middle|\, (m;\ t) \in T \right\}$.

Решение задачи 15.

Задача 15. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения операций, **индуцированных** одноместной операцией α, двуместной операцией β и трехместной операцией γ.

Задача 15. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения операций, **индуцированных** одноместной операцией α, двуместной операцией β и трехместной операцией γ.

Ответ. По **определению индуцированной операции**

$\alpha'(C) =$

Задача 15. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения операций, **индуцированных** одноместной операцией α, двуместной операцией β и трехместной операцией γ.

Ответ. По **определению индуцированной операции**

$$\alpha'(C) = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}$$

Задача 15. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения операций, **индуцированных** одноместной операцией α, двуместной операцией β и трехместной операцией γ.

Ответ. По **определению индуцированной операции**

$$\alpha'(C) = \left\{ t \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} (\qquad ; \; t) \in T, \\ \end{array} \right. \right\}$$

Задача 15. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения операций, **индуцированных** одноместной операцией α, двуместной операцией β и трехместной операцией γ.

Ответ. По **определению индуцированной операции**

$$\alpha'(C) = \left\{ t \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} (\qquad ;\ t) \in T, \\ x \in C \end{array} \right. \right\}$$

Задача 15. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения операций, **индуцированных** одноместной операцией α, двуместной операцией β и трехместной операцией γ.

Ответ. По **определению индуцированной операции**

$$\alpha'(C) = \left\{ t \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} (\alpha(x);\ t) \in T, \\ x \in C \end{array} \right. \right\},$$

Задача 15. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения операций, **индуцированных** одноместной операцией α, двуместной операцией β и трехместной операцией γ.

Ответ. По **определению индуцированной операции**

$$\alpha'(C) = \left\{ t \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} (\alpha(x);\ t) \in T, \\ x \in C \end{array} \right. \right\},$$

$$\beta'(C;\ D) =$$

Задача 15. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения операций, **индуцированных** одноместной операцией α, двуместной операцией β и трехместной операцией γ.

Ответ. По **определению индуцированной операции**

$$\alpha'(C) = \left\{ t \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} (\alpha(x);\ t) \in T, \\ x \in C \end{array} \right. \right\},$$

$$\beta'(C;\ D) = \left\{ t \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} (\beta(x;\ y);\ t) \in T, \\ x \in C, \\ y \in D \end{array} \right. \right\},$$

Задача 15. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения операций, **индуцированных** одноместной операцией α, двуместной операцией β и трехместной операцией γ.

Ответ. По **определению индуцированной операции**

$$\alpha'(C) = \left\{ t \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} (\alpha(x);\ t) \in T, \\ x \in C \end{array} \right. \right\},$$

$$\beta'(C;\ D) = \left\{ t \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} (\beta(x;\ y);\ t) \in T, \\ x \in C, \\ y \in D \end{array} \right. \right\},$$

$$\gamma'(C;\ D;\ E) =$$

Задача 15. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения операций, **индуцированных** одноместной операцией α, двуместной операцией β и трехместной операцией γ.

Ответ. По **определению индуцированной операции**

$$\alpha'(C) = \left\{ t \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} (\alpha(x);\ t) \in T, \\ x \in C \end{array} \right. \right\},$$

$$\beta'(C;\ D) = \left\{ t \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} (\beta(x;\ y);\ t) \in T, \\ x \in C, \\ y \in D \end{array} \right. \right\},$$

$$\gamma'(C;\ D;\ E) = \left\{ t \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} (\gamma(x;\ y;\ z);\ t) \in T, \\ x \in C, \\ y \in D, \\ z \in E \end{array} \right. \right\}.$$

Решение задачи 16.

Задача 16. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Задача 16. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Ответ. По **определению индуцированного отношения**

$$P' =$$

Задача 16. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Ответ. По **определению индуцированного отношения**

$$P' = \left\{ \qquad\qquad\qquad \middle| x \in P \right\}$$

Задача 16. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Ответ. По **определению индуцированного отношения**

$$P' = \left\{ \left\{ \qquad\qquad\qquad \right\} \middle| \, x \in P \right\}$$

Задача 16. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Ответ. По **определению индуцированного отношения**

$$P' = \left\{ \left\{ t \,\middle|\, (t, x) \in T \right\} \,\middle|\, x \in P \right\},$$

Задача 16. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Ответ. По **определению индуцированного отношения**

$$P' = \left\{ \left\{ t \,\middle|\, (t,x) \in T \right\} \,\middle|\, x \in P \right\},$$

$$Q' =$$

Задача 16. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Ответ. По **определению индуцированного отношения**

$$P' = \left\{ \left\{ t \,\middle|\, (t, x) \in T \right\} \,\middle|\, x \in P \right\},$$

$$Q' = \left\{ \left(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right) \,\middle|\, (x;\; y) \in Q \right\},$$

Задача 16. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Ответ. По **определению индуцированного отношения**

$$P' = \left\{ \left\{ t \,\middle|\, (t, x) \in T \right\} \,\middle|\, x \in P \right\},$$

$$Q' = \left\{ \left(\left\{ \qquad\qquad \right\}; \left\{ \qquad\qquad \right\} \right) \,\middle|\, (x;\ y) \in Q \right\},$$

Задача 16. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Ответ. По **определению индуцированного отношения**

$$P' = \left\{ \left\{ t \,\middle|\, (t, x) \in T \right\} \,\middle|\, x \in P \right\},$$

$$Q' = \left\{ \left(\left\{ t \,\middle|\, (t, x) \in T \right\}; \left\{ s \,\middle|\, (s, y) \in T \right\} \right) \,\middle|\, (x;\ y) \in Q \right\},$$

Задача 16. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Ответ. По **определению индуцированного отношения**

$$P' = \left\{ \left\{ t \,\middle|\, (t, x) \in T \right\} \,\middle|\, x \in P \right\},$$

$$Q' = \left\{ \left(\left\{ t \,\middle|\, (t, x) \in T \right\} ; \left\{ s \,\middle|\, (s, y) \in T \right\} \right) \,\middle|\, (x;\ y) \in Q \right\},$$

$$R' =$$

Задача 16. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Ответ. По **определению индуцированного отношения**

$$P' = \left\{ \left\{ t \,\middle|\, (t, x) \in T \right\} \,\middle|\, x \in P \right\},$$

$$Q' = \left\{ \left(\left\{ t \,\middle|\, (t, x) \in T \right\}; \left\{ s \,\middle|\, (s, y) \in T \right\} \right) \,\middle|\, (x;\ y) \in Q \right\},$$

$$R' = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \middle|\, (x;\ y;\ z) \in R \right\}.$$

Задача 16. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Ответ. По **определению индуцированного отношения**

$$P' = \left\{ \left\{ t \,\middle|\, (t,x) \in T \right\} \,\middle|\, x \in P \right\},$$

$$Q' = \left\{ \left(\left\{ t \,\middle|\, (t,x) \in T \right\}; \left\{ s \,\middle|\, (s,y) \in T \right\} \right) \,\middle|\, (x;\ y) \in Q \right\},$$

$$R' = \left\{ \left(\left\{ \qquad\qquad \right\}; \left\{ \qquad\qquad \right\}; \left\{ \qquad\qquad \right\} \right) \,\middle|\, (x;\ y;\ z) \in R \right\}.$$

Задача 16. Пусть T — конгруенция алгебраической системы $\mathcal{A}$. Запишите определения отношений, **индуцированных** одноместным отношением P, двуместным отношением Q и трехместным отношением R.

Ответ. По **определению индуцированного отношения**

$$P' = \left\{ \left\{ t \,\middle|\, (t, x) \in T \right\} \,\middle|\, x \in P \right\},$$

$$Q' = \left\{ \left(\left\{ t \,\middle|\, (t, x) \in T \right\}; \left\{ s \,\middle|\, (s, y) \in T \right\} \right) \,\middle|\, (x;\; y) \in Q \right\},$$

$$R' = \left\{ \left(\left\{ u \,\middle|\, (u, x) \in T \right\}; \left\{ v \,\middle|\, (v, y) \in T \right\}; \left\{ w \,\middle|\, (w, z) \in T \right\} \right) \,\middle|\, (x;\; y;\; z) \in R \right\}.$$

Решение задачи 17.

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $\quad (p(x, y),\ q(x, y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x, x) = q(x, x)$.

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x, y),\ q(x, y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x, x) = q(x, x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x,x) = q(x,x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (\qquad\qquad , \qquad\qquad) \in T, \\ (\qquad\qquad , \qquad\qquad) \in T \end{cases} \Rightarrow (\qquad\qquad + \qquad\qquad , \qquad\qquad + \qquad\qquad) \in T,$$

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x,x) = q(x,x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T, \\ (\qquad\qquad , \qquad\qquad) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (p_1(x,y) + \qquad\qquad\qquad , q_1(x,y) + \qquad\qquad\qquad) \in T,$$

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x,x) = q(x,x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T, \\ (p_2(x,y), q_2(x,y)) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (p_1(x,y) + p_2(x,y), q_1(x,y) + q_2(x,y)) \in T,$$

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x, y),\ q(x, y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x, x) = q(x, x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (p_1(x, y), q_1(x, y)) \in T, \\ (p_2(x, y), q_2(x, y)) \in T \end{cases} \ \Rightarrow\ (p_1(x, y) + p_2(x, y), q_1(x, y) + q_2(x, y)) \in T,$$

$(p(x, y),\ q(x, y)) \in T \ \Rightarrow\ (\lambda p(x, y);\ \lambda q(x, y)) \in T.$

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x,x) = q(x,x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\left\{\begin{array}{l}(p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T,\\ (p_2(x,y), q_2(x,y)) \in T\end{array}\right. \ \Rightarrow\ (p_1(x,y) + p_2(x,y), q_1(x,y) + q_2(x,y)) \in T,$$

$(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ (\lambda p(x,y);\ \lambda q(x,y)) \in T.$

$$\left\{\begin{array}{l}(p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T,\\ (p_2(x,y), q_2(x,y)) \in T\end{array}\right. \ \Rightarrow$$

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x,y),\ q(x,y))\in T \ \Rightarrow\ p(x,x)=q(x,x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\left\{\begin{array}{l}(p_1(x,y),q_1(x,y))\in T,\\ (p_2(x,y),q_2(x,y))\in T\end{array}\right. \ \Rightarrow\ (p_1(x,y)+p_2(x,y),q_1(x,y)+q_2(x,y))\in T,$$

$(p(x,y),\ q(x,y))\in T \ \Rightarrow\ (\lambda p(x,y);\ \lambda q(x,y))\in T.$

$$\left\{\begin{array}{l}(p_1(x,y),q_1(x,y))\in T,\\ (p_2(x,y),q_2(x,y))\in T\end{array}\right. \ \Rightarrow\ \mathbf{???}\ \Rightarrow$$

$\Rightarrow\ (p_1(x,y)+p_2(x,y),q_1(x,y)+q_2(x,y))\in T,$

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x,x) = q(x,x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T, \\ (p_2(x,y), q_2(x,y)) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (p_1(x,y) + p_2(x,y), q_1(x,y) + q_2(x,y)) \in T,$$

$$(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ (\lambda p(x,y);\ \lambda q(x,y)) \in T.$$

$$\begin{cases} (p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T, \\ (p_2(x,y), q_2(x,y)) \in T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1(x,x) = q_1(x,x), \\ p_2(x,x) = q_2(x,x) \end{cases} \Rightarrow\ \mathbf{???}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ (p_1(x,y) + p_2(x,y), q_1(x,y) + q_2(x,y)) \in T,$$

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x,x) = q(x,x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\left\{\begin{array}{l}(p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T,\\ (p_2(x,y), q_2(x,y)) \in T\end{array}\right. \ \Rightarrow\ (p_1(x,y) + p_2(x,y), q_1(x,y) + q_2(x,y)) \in T,$$

$$(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ (\lambda p(x,y);\ \lambda q(x,y)) \in T.$$

$$\left\{\begin{array}{l}(p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T,\\ (p_2(x,y), q_2(x,y)) \in T\end{array}\right. \ \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}p_1(x,x) = q_1(x,x),\\ p_2(x,x) = q_2(x,x)\end{array}\right. \ \Rightarrow\ p_1(x,x) + p_2(x,x) = q_1(x,x) + q_2(x,x) \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ (p_1(x,y) + p_2(x,y), q_1(x,y) + q_2(x,y)) \in T,$$

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x,y),\ q(x,y))\in T\ \Rightarrow\ p(x,x)=q(x,x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases}(p_1(x,y),q_1(x,y))\in T,\\(p_2(x,y),q_2(x,y))\in T\end{cases}\Rightarrow\ (p_1(x,y)+p_2(x,y),q_1(x,y)+q_2(x,y))\in T,$$

$$(p(x,y),\ q(x,y))\in T\ \Rightarrow\ (\lambda p(x,y);\ \lambda q(x,y))\in T.$$

$$\begin{cases}(p_1(x,y),q_1(x,y))\in T,\\(p_2(x,y),q_2(x,y))\in T\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}p_1(x,x)=q_1(x,x),\\p_2(x,x)=q_2(x,x)\end{cases}\Rightarrow\ p_1(x,x)+p_2(x,x)=q_1(x,x)+q_2(x,x)\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ (p_1(x,y)+p_2(x,y),q_1(x,y)+q_2(x,y))\in T,$$

$$(p(x,y),q(x,y))\in T\ \Rightarrow$$

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x,x) = q(x,x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T, \\ (p_2(x,y), q_2(x,y)) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (p_1(x,y) + p_2(x,y), q_1(x,y) + q_2(x,y)) \in T,$$

$$(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ (\lambda p(x,y);\ \lambda q(x,y)) \in T.$$

$$\begin{cases} (p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T, \\ (p_2(x,y), q_2(x,y)) \in T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1(x,x) = q_1(x,x), \\ p_2(x,x) = q_2(x,x) \end{cases} \Rightarrow\ p_1(x,x) + p_2(x,x) = q_1(x,x) + q_2(x,x)\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ (p_1(x,y) + p_2(x,y), q_1(x,y) + q_2(x,y)) \in T,$$

$$(p(x,y), q(x,y)) \in T\ \Rightarrow \qquad\qquad \Rightarrow\ (\lambda p(x,y), \lambda q(x,y)) \in T.$$

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x,x) = q(x,x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T, \\ (p_2(x,y), q_2(x,y)) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (p_1(x,y) + p_2(x,y), q_1(x,y) + q_2(x,y)) \in T,$$

$$(p(x,y),\ q(x,y)) \in T\ \Rightarrow\ (\lambda p(x,y);\ \lambda q(x,y)) \in T.$$

$$\begin{cases} (p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T, \\ (p_2(x,y), q_2(x,y)) \in T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1(x,x) = q_1(x,x), \\ p_2(x,x) = q_2(x,x) \end{cases} \Rightarrow\ p_1(x,x) + p_2(x,x) = q_1(x,x) + q_2(x,x)\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ (p_1(x,y) + p_2(x,y), q_1(x,y) + q_2(x,y)) \in T,$$

$$(p(x,y), q(x,y)) \in T\ \Rightarrow\ p(x,x) = q(x,x)\ \Rightarrow \qquad \Rightarrow\ (\lambda p(x,y), \lambda q(x,y)) \in T.$$

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x,x) = q(x,x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T, \\ (p_2(x,y), q_2(x,y)) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (p_1(x,y) + p_2(x,y), q_1(x,y) + q_2(x,y)) \in T,$$

$$(p(x,y),\ q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ (\lambda p(x,y);\ \lambda q(x,y)) \in T.$$

$$\begin{cases} (p_1(x,y), q_1(x,y)) \in T, \\ (p_2(x,y), q_2(x,y)) \in T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1(x,x) = q_1(x,x), \\ p_2(x,x) = q_2(x,x) \end{cases} \Rightarrow\ p_1(x,x) + p_2(x,x) = q_1(x,x) + q_2(x,x) \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ (p_1(x,y) + p_2(x,y), q_1(x,y) + q_2(x,y)) \in T,$$

$$(p(x,y), q(x,y)) \in T \ \Rightarrow\ p(x,x) = q(x,x) \ \Rightarrow\ \lambda p(x,x) = \lambda q(x,x) \ \Rightarrow\ (\lambda p(x,y), \lambda q(x,y)) \in T.$$

Задача 17. Рассмотрим алгебру $\mathcal{A}$ квадратичных форм $p(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$ с операциями сложения квадратичных форм и умножения квадратичной формы на число. Проверьте **по определению**, что конгруенцией является отношение T, определенное на алгебре $\mathcal{A}$ формулой: $(p(x,y),\ q(x,y))\in T\ \Rightarrow\ p(x,x)=q(x,x)$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases}(p_1(x,y),q_1(x,y))\in T,\\ (p_2(x,y),q_2(x,y))\in T\end{cases}\ \Rightarrow\ (p_1(x,y)+p_2(x,y),q_1(x,y)+q_2(x,y))\in T,$$

$$(p(x,y),\ q(x,y))\in T\ \Rightarrow\ (\lambda p(x,y);\ \lambda q(x,y))\in T.$$

$$\begin{cases}(p_1(x,y),q_1(x,y))\in T,\\ (p_2(x,y),q_2(x,y))\in T\end{cases}\ \Rightarrow\ \begin{cases}p_1(x,x)=q_1(x,x),\\ p_2(x,x)=q_2(x,x)\end{cases}\ \Rightarrow\ p_1(x,x)+p_2(x,x)=q_1(x,x)+q_2(x,x)\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ (p_1(x,y)+p_2(x,y),q_1(x,y)+q_2(x,y))\in T,$$

$$(p(x,y),q(x,y))\in T\ \Rightarrow\ p(x,x)=q(x,x)\ \Rightarrow\ \lambda p(x,x)=\lambda q(x,x)\ \Rightarrow\ (\lambda p(x,y),\lambda q(x,y))\in T.$$

Задача решена.

Решение задачи 18.

Задача 18. Рассмотрим **полугруппу** матриц $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ с операцией «**умножение матриц**». Докажите, что **конгруенцией** является отношение S, заданное формулой: $(X,\ Y) \in S \ \Leftrightarrow\ \det X = \det Y$.

Задача 18. Рассмотрим **полугруппу** матриц $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ с операцией «**умножение матриц**». Докажите, что **конгруенцией** является отношение S, заданное формулой: $(X,\ Y) \in S \ \Leftrightarrow\ \det X = \det Y$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

Задача 18. Рассмотрим **полугруппу** матриц $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ с операцией «**умножение матриц**». Докажите, что **конгруенцией** является отношение S, заданное формулой: $(X,\ Y) \in S \iff \det X = \det Y$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (\quad,\quad) \in S, \\ (\quad,\quad) \in S \end{cases} \Rightarrow (\qquad\quad,\qquad\quad) \in S.$$

Задача 18. Рассмотрим **полугруппу** матриц $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ с операцией «**умножение матриц**». Докажите, что **конгруенцией** является отношение S, заданное формулой: $(X,\ Y) \in S \ \Leftrightarrow\ \det X = \det Y$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (X_1, \quad\ ) \in S, \\ (X_2, \quad\ ) \in S \end{cases} \Rightarrow\ (X_1 X_2, \qquad\quad) \in S.$$

Задача 18. Рассмотрим **полугруппу** матриц $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ с операцией «**умножение матриц**». Докажите, что **конгруенцией** является отношение S, заданное формулой: $(X,\ Y) \in S \ \Leftrightarrow\ \det X = \det Y$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (X_1, Y_1) \in S, \\ (X_2, Y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow\ (X_1 X_2,\ Y_1 Y_2) \in S.$$

Задача 18. Рассмотрим **полугруппу** матриц $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ с операцией «**умножение матриц**». Докажите, что **конгруенцией** является отношение S, заданное формулой: $(X,\ Y) \in S \ \Leftrightarrow\ \det X = \det Y$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (X_1, Y_1) \in S, \\ (X_2, Y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow\ (X_1 X_2,\ Y_1 Y_2) \in S.$$

$$\begin{cases} (X_1, Y_1) \in S, \\ (X_2, Y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 18. Рассмотрим **полугруппу** матриц $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ с операцией «**умножение матриц**». Докажите, что **конгруенцией** является отношение S, заданное формулой: $(X,\ Y) \in S \ \Leftrightarrow\ \det X = \det Y$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (X_1, Y_1) \in S, \\ (X_2, Y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow\ (X_1X_2,\ Y_1Y_2) \in S.$$

$$\begin{cases} (X_1, Y_1) \in S, \\ (X_2, Y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ (X_1X_2,\ Y_1Y_2) \in S.$$

Задача 18. Рассмотрим **полугруппу** матриц $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ с операцией «**умножение матриц**». Докажите, что **конгруенцией** является отношение S, заданное формулой: $(X,\ Y)\in S \iff \det X = \det Y$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (X_1, Y_1)\in S, \\ (X_2, Y_2)\in S \end{cases} \Rightarrow\ (X_1X_2,\ Y_1Y_2)\in S.$$

$$\begin{cases} (X_1, Y_1)\in S, \\ (X_2, Y_2)\in S \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \det(X_1X_2) = \det(Y_1Y_2)\ \Rightarrow\ (X_1X_2,\ Y_1Y_2)\in S.$$

Задача 18. Рассмотрим **полугруппу** матриц $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ с операцией «**умножение матриц**». Докажите, что **конгруенцией** является отношение S, заданное формулой: $(X,\ Y) \in S \ \Leftrightarrow\ \det X = \det Y$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (X_1, Y_1) \in S, \\ (X_2, Y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow\ (X_1 X_2,\ Y_1 Y_2) \in S.$$

$$\begin{cases} (X_1, Y_1) \in S, \\ (X_2, Y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow \qquad \Rightarrow\ \det X_1 \det X_2 = \det Y_1 \det Y_2\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \det(X_1 X_2) = \det(Y_1 Y_2)\ \Rightarrow\ (X_1 X_2,\ Y_1 Y_2) \in S.$$

Задача 18. Рассмотрим **полугруппу** матриц $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ с операцией «**умножение матриц**». Докажите, что **конгруенцией** является отношение S, заданное формулой: $(X,\ Y) \in S \ \Leftrightarrow\ \det X = \det Y$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases} (X_1, Y_1) \in S, \\ (X_2, Y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow\ (X_1X_2,\ Y_1Y_2) \in S.$$

$$\begin{cases} (X_1, Y_1) \in S, \\ (X_2, Y_2) \in S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \det X_1 = \det Y_1, \\ \det X_2 = \det Y_2 \end{cases} \Rightarrow \det X_1 \det X_2 = \det Y_1 \det Y_2\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \det(X_1X_2) = \det(Y_1Y_2)\ \Rightarrow\ (X_1X_2,\ Y_1Y_2) \in S.$$

Задача 18. Рассмотрим **полугруппу** матриц $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ с операцией «**умножение матриц**». Докажите, что **конгруенцией** является отношение S, заданное формулой: $(X,\ Y)\in S\ \Leftrightarrow\ \det X=\det Y$.

Ответ. Надо доказать **по определению** конгруенции, что

$$\begin{cases}(X_1,Y_1)\in S,\\(X_2,Y_2)\in S\end{cases}\Rightarrow\ (X_1X_2,\ Y_1Y_2)\in S.$$

$$\begin{cases}(X_1,Y_1)\in S,\\(X_2,Y_2)\in S\end{cases}\Rightarrow\ \begin{cases}\det X_1=\det Y_1,\\\det X_2=\det Y_2\end{cases}\Rightarrow\ \det X_1\det X_2=\det Y_1\det Y_2\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \det(X_1X_2)=\det(Y_1Y_2)\ \Rightarrow\ (X_1X_2,\ Y_1Y_2)\in S.$$

Задача решена.

Решение задачи 19.

Задача 19. Даны универсальные алгебры $\mathcal{A} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup\} \rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cap, \overline{}\} \rangle$, $\mathcal{C} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$. Проверьте, какие из **отношений эквивалентности** T_1, T_2 и T_3 являются **конгруенциями** алгебр $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, если

$$T_1 = \left\{ (X, Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\{a\},\ \{b\},\ \{a, b\}\} \end{array} \right. \right\}, \quad T_2 = \left\{ (X, Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\{a\},\ \{b\}\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\{a, b\}\} \end{array} \right. \right\},$$

$$T_3 = \left\{ (X, Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset,\ \{b\}\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset,\ \{a\},\ \{a, b\}\} \end{array} \right. \right\}.$$

Задача 19. Даны универсальные алгебры $\mathcal{A} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup\} \rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cap, \overline{}\} \rangle$, $\mathcal{C} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$. Проверьте, какие из **отношений эквивалентности** T_1, T_2 и T_3 являются **конгруенциями** алгебр $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, если

$$T_1 = \left\{ (X, Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\{a\},\ \{b\},\ \{a, b\}\} \end{array} \right. \right\}, \quad T_2 = \left\{ (X, Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\{a\},\ \{b\}\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\{a, b\}\} \end{array} \right. \right\},$$

$$T_3 = \left\{ (X, Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset,\ \{b\}\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset,\ \{a\},\ \{a, b\}\} \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Для T_1 имеем

Задача 19. Даны универсальные алгебры $\mathcal{A} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup\} \rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cap, \overline{}\} \rangle$, $\mathcal{C} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$. Проверьте, какие из **отношений эквивалентности** T_1, T_2 и T_3 являются **конгруенциями** алгебр $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, если

$$T_1 = \left\{ (X, Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\{a\},\ \{b\},\ \{a, b\}\} \end{array} \right. \right\}, \quad T_2 = \left\{ (X, Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\{a\},\ \{b\}\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\{a, b\}\} \end{array} \right. \right\},$$

$$T_3 = \left\{ (X, Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset,\ \{b\}\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset,\ \{a\},\ \{a, b\}\} \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Для T_1 имеем $\left\{ \begin{array}{l} X \cup Y \neq \emptyset, \\ (X, Y) \in T_1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} X \neq \emptyset, \\ Y \neq \emptyset. \end{array} \right.$

Задача 19. Даны универсальные алгебры $\mathcal{A} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a,b\}\}, \{\cup\} \rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a,b\}\}, \{\cap, \overline{}\} \rangle$, $\mathcal{C} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a,b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$. Проверьте, какие из **отношений эквивалентности** T_1, T_2 и T_3 являются **конгруенциями** алгебр $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, если

$$T_1 = \left\{ (X,Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\{a\},\ \{b\},\ \{a,b\}\} \end{array} \right. \right\}, \quad T_2 = \left\{ (X,Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\{a\},\ \{b\}\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\{a,b\}\} \end{array} \right. \right\},$$

$$T_3 = \left\{ (X,Y) \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset,\ \{b\}\}, \\ \{X,\ Y\} \subseteq \{\emptyset,\ \{a\},\ \{a,b\}\} \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Для T_1 имеем $(X,Y) \in T_1 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} X = Y = \emptyset, \\ \emptyset \notin \{X,Y\}. \end{array} \right.$

Поэтому по **определению конгруенции**, $\left\{ \begin{array}{l} (X_1;\ Y_1) \in T_1, \\ (X_2;\ Y_2) \in T_1 \end{array} \right. \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} X_1 = Y_1 = \emptyset, \\ (X_2;\ Y_2) \in T_1 \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} X_1 = Y_1 = X_2 = Y_2 = \emptyset, \\ \emptyset \notin \{X_1 \cup X_2;\ Y_1 \cup Y_2\} \end{array} \right. \Rightarrow (X_1 \cup X_2;\ Y_1 \cup Y_2) \in T_1, \\ \\ \left\{ \begin{array}{l} \emptyset \notin \{X_1, Y_1\}, \\ (X_2;\ Y_2) \in T_1 \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \emptyset \notin \{X_1, Y_1, X_2, Y_2\}, \\ \emptyset \notin \{X_1 \cup \underbrace{X_2}_{\emptyset}, Y_1 \cup \underbrace{Y_2}_{\emptyset}\} \end{array} \right. \Rightarrow (X_1 \cup X_2;\ Y_1 \cup Y_2) \in T_1. \end{array} \right.$$

Решение задачи 20.

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\dots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle \{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Ясно, что $+^{\varphi} = \cdot$ и $(-\bullet)^{\varphi} = \overline{\bullet}$, что следует из

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Ясно, что $+^{\varphi} = \cdot$ и $(-\bullet)^{\varphi} = \overline{\bullet}$, что следует из
сравнения «арностей» этих операций.

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\dots\},\{\bullet+\bullet,-\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm1;\pm i\},\{\bullet\cdot\bullet,\overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.
$(n+m)^{\varphi} =$

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\dots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^\varphi = i^n$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.

$(n+m)^\varphi = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad = n^\varphi +^\varphi m^\varphi,$

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.

$(n+m)^{\varphi} = i^{n+m} = \qquad\qquad\qquad\qquad = n^{\varphi} +^{\varphi} m^{\varphi}$,

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.
$(n + m)^{\varphi} = i^{n+m} = i^{n} \cdot i^{m} = \qquad\qquad = n^{\varphi} +^{\varphi} m^{\varphi}$,

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\},\{\bullet+\bullet,-\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm1;\pm i\},\{\bullet\cdot\bullet,\overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.
$(n+m)^{\varphi} = i^{n+m} = i^{n}\cdot i^{m} = n^{\varphi}\cdot m^{\varphi} = n^{\varphi} +^{\varphi} m^{\varphi}$,

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\dots\}, \{\bullet+\bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet\cdot\bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.
$(n+m)^{\varphi} = i^{n+m} = i^{n}\cdot i^{m} = n^{\varphi}\cdot m^{\varphi} = n^{\varphi} +^{\varphi} m^{\varphi}$,
$(-n)^{\varphi} =$

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\dots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.
$(n+m)^{\varphi} = i^{n+m} = i^{n} \cdot i^{m} = n^{\varphi} \cdot m^{\varphi} = n^{\varphi} +^{\varphi} m^{\varphi}$,
$(-n)^{\varphi} =$ $= \overline{(n^{\varphi})}$,

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\} \rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle \{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\} \rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.

$(n+m)^{\varphi} = i^{n+m} = i^{n} \cdot i^{m} = n^{\varphi} \cdot m^{\varphi} = n^{\varphi} +^{\varphi} m^{\varphi}$,

$(-n)^{\varphi} = i^{-n} = \qquad = \overline{(n^{\varphi})}$,

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^\varphi = i^n$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.

$(n+m)^\varphi = i^{n+m} = i^n \cdot i^m = n^\varphi \cdot m^\varphi = n^\varphi +^\varphi m^\varphi$,

$(-n)^\varphi = i^{-n} = i^{n-2n} = \qquad = \overline{(n^\varphi)}$,

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^\varphi = i^n$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.

$(n+m)^\varphi = i^{n+m} = i^n \cdot i^m = n^\varphi \cdot m^\varphi = n^\varphi +^\varphi m^\varphi$,

$(-n)^\varphi = i^{-n} = i^{n-2n} = i^n(-1)^n = \qquad = \overline{(n^\varphi)}$,

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.

$(n+m)^{\varphi} = i^{n+m} = i^{n} \cdot i^{m} = n^{\varphi} \cdot m^{\varphi} = n^{\varphi} +^{\varphi} m^{\varphi}$,

$(-n)^{\varphi} = i^{-n} = i^{n-2n} = i^{n}(-1)^{n} = (-i)^{n} = \qquad = \overline{(n^{\varphi})}$,

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\} \rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle \{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\} \rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруэнцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.
$(n+m)^{\varphi} = i^{n+m} = i^{n} \cdot i^{m} = n^{\varphi} \cdot m^{\varphi} = n^{\varphi} +^{\varphi} m^{\varphi}$,
$(-n)^{\varphi} = i^{-n} = i^{n-2n} = i^{n}(-1)^{n} = (-i)^{n} = \left(\, \bar{i}\, \right)^{n} = \qquad = \overline{(n^{\varphi})}$,

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^\varphi = i^n$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.
$(n+m)^\varphi = i^{n+m} = i^n \cdot i^m = n^\varphi \cdot m^\varphi = n^\varphi +^\varphi m^\varphi$,
$(-n)^\varphi = i^{-n} = i^{n-2n} = i^n(-1)^n = (-i)^n = \left(\ \bar{i}\ \right)^n = \overline{(i^n)} = \overline{(n^\varphi)}$,

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Проверим, что φ — **гомоморфизм**.

$(n+m)^{\varphi} = i^{n+m} = i^{n} \cdot i^{m} = n^{\varphi} \cdot m^{\varphi} = n^{\varphi} +^{\varphi} m^{\varphi}$,

$(-n)^{\varphi} = i^{-n} = i^{n-2n} = i^{n}(-1)^{n} = (-i)^{n} = \left(\,\bar{i}\,\right)^{n} = \overline{(i^{n})} = \overline{(n^{\varphi})}$, значит, φ — **гомоморфизм**.

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle \{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:

$(m, n) \in T_{\varphi} \ \Leftrightarrow$

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:
$(m, n) \in T_{\varphi} \ \Leftrightarrow\ m^{\varphi} = n^{\varphi} \ \Leftrightarrow$

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle \{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^n$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:
$(m, n) \in T_{\varphi} \ \Leftrightarrow \ m^{\varphi} = n^{\varphi} \ \Leftrightarrow \ i^m = i^n \ \Leftrightarrow$

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:
$(m, n) \in T_{\varphi} \ \Leftrightarrow\ m^{\varphi} = n^{\varphi} \ \Leftrightarrow\ i^{m} = i^{n} \ \Leftrightarrow\ i^{m-n} = 1 \ \Leftrightarrow$

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^n$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:
$(m, n) \in T_{\varphi} \;\Leftrightarrow\; m^{\varphi} = n^{\varphi} \;\Leftrightarrow\; i^m = i^n \;\Leftrightarrow\; i^{m-n} = 1 \;\Leftrightarrow\; m - n = 4k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:
$(m, n) \in T_{\varphi} \;\Leftrightarrow\; m^{\varphi} = n^{\varphi} \;\Leftrightarrow\; i^{m} = i^{n} \;\Leftrightarrow\; i^{m-n} = 1 \;\Leftrightarrow\; m - n = 4k$, где $k \in \mathbb{Z}$.
Операции $\circ$ и $\hat{\bullet}$ **фактор-системы** зададим

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:
$(m,n) \in T_{\varphi} \ \Leftrightarrow\ m^{\varphi} = n^{\varphi} \ \Leftrightarrow\ i^{m} = i^{n} \ \Leftrightarrow\ i^{m-n} = 1 \ \Leftrightarrow\ m - n = 4k$, где $k \in \mathbb{Z}$.
Операции $\circ$ и $\hat{\bullet}$ **фактор-системы** зададим таблицами:

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet\cdot\bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:
$(m, n) \in T_{\varphi} \ \Leftrightarrow\ m^{\varphi} = n^{\varphi} \ \Leftrightarrow\ i^{m} = i^{n} \ \Leftrightarrow\ i^{m-n} = 1 \ \Leftrightarrow\ m - n = 4k$, где $k \in \mathbb{Z}$.
Операции $\circ$ и $\hat{\bullet}$ **фактор-системы** зададим таблицами:

$\circ$	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$
$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$				
$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$				
$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$				
$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$				

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet+\bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm1;\pm i\}, \{\bullet\cdot\bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^\varphi = i^n$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:
$(m,n)\in T_\varphi \ \Leftrightarrow\ m^\varphi = n^\varphi \ \Leftrightarrow\ i^m = i^n \ \Leftrightarrow\ i^{m-n} = 1 \ \Leftrightarrow\ m-n = 4k$, где $k\in\mathbb{Z}$.
Операции $\circ$ и $\hat{\bullet}$ **фактор-системы** зададим таблицами:

$\circ$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$
$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$
$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$
$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$
$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^{n}$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:

$(m, n) \in T_{\varphi} \ \Leftrightarrow\ m^{\varphi} = n^{\varphi} \ \Leftrightarrow\ i^{m} = i^{n} \ \Leftrightarrow\ i^{m-n} = 1 \ \Leftrightarrow\ m - n = 4k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Операции $\circ$ и $\hat{\bullet}$ **фактор-системы** зададим таблицами:

$\circ$	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$
$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$
$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$
$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$
$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$

C	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$
$\hat{C}$				

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\dots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\} \rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle \{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\} \rangle$, функция, заданная формулой $n^\varphi = i^n$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:

$(m,n) \in T_\varphi \ \Leftrightarrow\ m^\varphi = n^\varphi \ \Leftrightarrow\ i^m = i^n \ \Leftrightarrow\ i^{m-n} = 1 \ \Leftrightarrow\ m - n = 4k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Операции $\circ$ и $\hat{\bullet}$ **фактор-системы** зададим таблицами:

$\circ$	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$
$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$
$\{1;-3;5;-7;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$
$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$
$\{3;-1;7;-5;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$

C	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$
$\hat{C}$	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\},\{\bullet+\bullet,-\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm1;\pm i\},\{\bullet\cdot\bullet,\overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^n$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:
$(m,n)\in T_{\varphi} \Leftrightarrow m^{\varphi} = n^{\varphi} \Leftrightarrow i^m = i^n \Leftrightarrow i^{m-n} = 1 \Leftrightarrow m-n = 4k$, где $k\in\mathbb{Z}$.
Операции $\circ$ и $\hat{\bullet}$ **фактор-системы** зададим таблицами:

$\circ$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$
$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$
$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$
$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$
$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$

C	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$
$\hat{C}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$

Естественный изоморфизм ε зададим

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\dots\}, \{\bullet+\bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm1; \pm i\}, \{\bullet\cdot\bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^{\varphi} = i^n$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:
$(m, n) \in T_{\varphi} \Leftrightarrow m^{\varphi} = n^{\varphi} \Leftrightarrow i^m = i^n \Leftrightarrow i^{m-n} = 1 \Leftrightarrow m - n = 4k$, где $k \in \mathbb{Z}$.
Операции $\circ$ и $\hat{\bullet}$ **фактор-системы** зададим таблицами:

$\circ$	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$
$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$
$\{1;-3;5;-7;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$
$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$
$\{3;-1;7;-5;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$

C	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$
$\hat{C}$	$\{0;-4;4;-8;\dots\}$	$\{3;-1;7;-5;\dots\}$	$\{2;-2;6;-6;\dots\}$	$\{1;-3;5;-7;\dots\}$

Естественный изоморфизм ε зададим таблицей:

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet+\bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm1;\pm i\}, \{\bullet\cdot\bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^\varphi = i^n$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:
$(m, n) \in T_\varphi \ \Leftrightarrow\ m^\varphi = n^\varphi \ \Leftrightarrow\ i^m = i^n \ \Leftrightarrow\ i^{m-n} = 1 \ \Leftrightarrow\ m - n = 4k$, где $k \in \mathbb{Z}$.
Операции $\circ$ и $\hat{\bullet}$ **фактор-системы** зададим таблицами:

$\circ$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$
$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$
$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$
$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$
$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$

C	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$
$\hat{C}$	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$

Естественный изоморфизм ε зададим таблицей:

C	$\{0;-4;4;-8;\ldots\}$	$\{1;-3;5;-7;\ldots\}$	$\{2;-2;6;-6;\ldots\}$	$\{3;-1;7;-5;\ldots\}$	$\circ$	$\hat{\bullet}$
C^ε						

Задача 20. Проверьте, что для алгебраической системы $\mathcal{A} = \langle\{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2;\ldots\}, \{\bullet + \bullet, -\bullet\}\rangle$ и алгебраической системы $\mathcal{B} = \langle\{\pm 1; \pm i\}, \{\bullet \cdot \bullet, \overline{\bullet}\}\rangle$, функция, заданная формулой $n^\varphi = i^n$, определяет **гомоморфизм**. Найдите **конгруенцию**, порожденную этим гомоморфизмом, **фактор-систему** и и **естественный изоморфизм** ε.

Ответ. Найдем **конгруенцию**, порожденную гомоморфизмом φ:
$(m, n) \in T_\varphi \ \Leftrightarrow\ m^\varphi = n^\varphi \ \Leftrightarrow\ i^m = i^n \ \Leftrightarrow\ i^{m-n} = 1 \ \Leftrightarrow\ m - n = 4k$, где $k \in \mathbb{Z}$.
Операции $\circ$ и $\hat{\bullet}$ **фактор-системы** зададим таблицами:

$\circ$	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$
$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$
$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$
$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$
$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$

C	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$
$\hat{C}$	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$

Естественный изоморфизм ε зададим таблицей:

C	$\{0; -4; 4; -8; \ldots\}$	$\{1; -3; 5; -7; \ldots\}$	$\{2; -2; 6; -6; \ldots\}$	$\{3; -1; 7; -5; \ldots\}$	$\circ$	$\hat{\bullet}$
C^ε	$i^0 = i^{-4} = i^4 = \ldots = 1$	$i^1 = i^{-3} = i^5 = \ldots = i$	$i^2 = i^{-2} = i^6 = \ldots = -1$	$i^3 = i^{-1} = i^7 = \ldots = -i$	$\cdot$	$\overline{\bullet}$

Решение задачи 21.

Задача 21. $\mathcal{A} = \langle \{0;1;2;3\}, \{f;g\}, \{P\}\rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{a;b\}, \{u;v\}, \{Q\}\rangle$, где

$$(x;y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0,1,2,3\}, \\ x \le y, \end{cases} \qquad Q = \{a;b\} \times \{a;b\}$$ — **универсальное отношение**,

$f(x;y)$				
$y\backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

$g(x;y)$				
$y\backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

$u(x;y)$		
$y\backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

,

$v(x;y)$		
$y\backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

,

x	0	1	2	3	f	g	P
x^{φ}	a	b	a	b	u	v	Q

.

Проверьте, что функция φ — **сильный гомоморфизм**, найдите конгруенцию T_{φ} и $\mathcal{A}/T_{\varphi}$.

Задача 21. $\mathcal{A} = \langle \{0;1;2;3\}, \{f;g\}, \{P\} \rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{a;b\}, \{u;v\}, \{Q\} \rangle$, где $(x;y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0,1,2,3\}, \\ x \le y, \end{cases}$ $Q = \{a;b\} \times \{a;b\}$ — **универсальное отношение**,

$f(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

$g(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

$u(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

,

$v(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

,

x	0	1	2	3	f	g	P
x^φ	a	b	a	b	u	v	Q

.

Проверьте, что функция φ — **сильный гомоморфизм**, найдите конгруенцию T_φ и $\mathcal{A}/T_\varphi$.

Ответ. В таблицах Кэли операций f и g заменим все элементы их образами относительно действия φ:

$(f(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	b	a	b
$1^\varphi = b$		b	a	b	a
$2^\varphi = a$		a	b	a	b
$3^\varphi = b$		b	a	b	a

,

$(g(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	a	a	a
$1^\varphi = b$		a	b	a	b
$2^\varphi = a$		a	a	a	a
$3^\varphi = b$		a	b	a	b

.

Задача 21. $\mathcal{A} = \langle \{0;1;2;3\}, \{f;g\}, \{P\}\rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{a;b\}, \{u;v\}, \{Q\}\rangle$, где $(x;y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0,1,2,3\}, \\ x \le y, \end{cases}$ $Q = \{a;b\} \times \{a;b\}$ — **универсальное отношение**,

$f(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

$g(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

$u(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

,

$v(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

,

x	0	1	2	3	f	g	P
x^φ	a	b	a	b	u	v	Q

.

Проверьте, что функция φ — **сильный гомоморфизм**, найдите конгруенцию T_φ и $\mathcal{A}/T_\varphi$.

Ответ.

$(f(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	b	a	b
$1^\varphi = b$		b	a	b	a
$2^\varphi = a$		a	b	a	b
$3^\varphi = b$		b	a	b	a

,

$(g(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	a	a	a
$1^\varphi = b$		a	b	a	b
$2^\varphi = a$		a	a	a	a
$3^\varphi = b$		a	b	a	b

.

Задача 21. $\mathcal{A} = \langle \{0;1;2;3\}, \{f;g\}, \{P\} \rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{a;b\}, \{u;v\}, \{Q\} \rangle$, где

$$(x;y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0,1,2,3\}, \\ x \leq y, \end{cases} \qquad Q = \{a;b\} \times \{a;b\} \text{ — универсальное отношение,}$$

$f(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

$g(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

$u(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

,

$v(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

,

x	0	1	2	3	f	g	P
x^φ	a	b	a	b	u	v	Q

.

Проверьте, что функция φ — **сильный гомоморфизм**, найдите конгруенцию T_φ и $\mathcal{A}/T_\varphi$.

Ответ.

$(f(x;y))^\varphi$				
x	0	1	2	3
y^φ \ x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$	a	b	a	b
$1^\varphi = b$	b	a	b	a
$2^\varphi = a$	a	b	a	b
$3^\varphi = b$	b	a	b	a

,

$(g(x;y))^\varphi$				
x	0	1	2	3
y^φ \ x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$	a	a	a	a
$1^\varphi = b$	a	b	a	b
$2^\varphi = a$	a	a	a	a
$3^\varphi = b$	a	b	a	b

.

Нетрудно увидеть, что эти таблицы совпадают, с точностью до дублирования строк и столбцов, с соответствующими таблицами Кэли для операций u и v. Следовательно, φ является гомоморфизмом.

Задача 21. $\mathcal{A} = \langle \{0;1;2;3\}, \{f;g\}, \{P\}\rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{a;b\}, \{u;v\}, \{Q\}\rangle$, где $(x;y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0,1,2,3\}, \\ x \leq y, \end{cases}$ $Q = \{a;b\} \times \{a;b\}$ — **универсальное отношение**,

$f(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

$g(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

$u(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

,

$v(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

,

x	0	1	2	3	f	g	P
x^φ	a	b	a	b	u	v	Q

.

Проверьте, что функция φ — **сильный гомоморфизм**, найдите конгруенцию T_φ и $\mathcal{A}/T_\varphi$.

Ответ.

$(f(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	b	a	b
$1^\varphi = b$		b	a	b	a
$2^\varphi = a$		a	b	a	b
$3^\varphi = b$		b	a	b	a

,

$(g(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	a	a	a
$1^\varphi = b$		a	b	a	b
$2^\varphi = a$		a	a	a	a
$3^\varphi = b$		a	b	a	b

.

Нетрудно увидеть, что эти таблицы совпадают, с точностью до дублирования строк и столбцов, с соответствующими таблицами Кэли для операций u и v. Следовательно, φ является гомоморфизмом.

Чтобы проверить, что это ***сильный*** гомоморфизм, построим **индуцированное отношение** P':

Задача 21. $\mathcal{A} = \langle \{0;1;2;3\}\,,\ \{f;g\}\,,\ \{P\}\rangle$, $\quad \mathcal{B} = \langle \{a;b\}\,, \{u;v\}\,,\ \{Q\}\rangle$, где

$(x;y) \in P \ \Leftrightarrow \ \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0,1,2,3\}, \\ x \leq y, \end{cases}$ $\qquad Q = \{a;b\} \times \{a;b\}$ — **универсальное отношение**,

$f(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

$g(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

$u(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

,

$v(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

,

x	0	1	2	3	f	g	P
x^{φ}	a	b	a	b	u	v	Q

.

Проверьте, что функция φ — **сильный гомоморфизм**, найдите конгруенцию T_{φ} и $\mathcal{A}/T_{\varphi}$.

Ответ.

$(f(x;y))^{\varphi}$					
	x	0	1	2	3
y^{φ}	x^{φ}	a	b	a	b
$0^{\varphi} = a$		a	b	a	b
$1^{\varphi} = b$		b	a	b	a
$2^{\varphi} = a$		a	b	a	b
$3^{\varphi} = b$		b	a	b	a

,

$(g(x;y))^{\varphi}$					
	x	0	1	2	3
y^{φ}	x^{φ}	a	b	a	b
$0^{\varphi} = a$		a	a	a	a
$1^{\varphi} = b$		a	b	a	b
$2^{\varphi} = a$		a	a	a	a
$3^{\varphi} = b$		a	b	a	b

.

Нетрудно увидеть, что эти таблицы совпадают, с точностью до дублирования строк и столбцов, с соответствующими таблицами Кэли для операций u и v. Следовательно, φ является гомоморфизмом.

Чтобы проверить, что это *сильный* гомоморфизм, построим **индуцированное отношение** P':

$$\begin{cases} (0;0) \in P \ \ \Rightarrow \ \ (0^{\varphi};0^{\varphi}) = (a;a) \in P' \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 21. $\mathcal{A} = \langle\{0;1;2;3\}, \{f;g\}, \{P\}\rangle$, $\mathcal{B} = \langle\{a;b\}, \{u;v\}, \{Q\}\rangle$, где

$$(x;y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0,1,2,3\}, \\ x \le y, \end{cases} \qquad Q = \{a;b\} \times \{a;b\} \text{ — универсальное отношение},$$

$f(x;y)$				
$y\backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

$g(x;y)$				
$y\backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

$u(x;y)$		
$y\backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

,

$v(x;y)$		
$y\backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

,

x	0	1	2	3	f	g	P
x^φ	a	b	a	b	u	v	Q

.

Проверьте, что функция φ — **сильный гомоморфизм**, найдите конгруенцию T_φ и $\mathcal{A}/T_\varphi$.

Ответ.

$(f(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	b	a	b
$1^\varphi = b$		b	a	b	a
$2^\varphi = a$		a	b	a	b
$3^\varphi = b$		b	a	b	a

,

$(g(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	a	a	a
$1^\varphi = b$		a	b	a	b
$2^\varphi = a$		a	a	a	a
$3^\varphi = b$		a	b	a	b

.

Нетрудно увидеть, что эти таблицы совпадают, с точностью до дублирования строк и столбцов, с соответствующими таблицами Кэли для операций u и v. Следовательно, φ является гомоморфизмом.

Чтобы проверить, что это *сильный* гомоморфизм, построим **индуцированное отношение** P':

$$\begin{cases} (0;0) \in P \Rightarrow (0^\varphi; 0^\varphi) = (a;a) \in P' \\ (0;1) \in P \Rightarrow (0^\varphi; 1^\varphi) = (a;b) \in P' \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 21. $\mathcal{A} = \langle \{0;1;2;3\}, \{f;g\}, \{P\}\rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{a;b\}, \{u;v\}, \{Q\}\rangle$, где

$(x;y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0,1,2,3\}, \\ x \le y, \end{cases}$ $\quad Q = \{a;b\} \times \{a;b\}$ — **универсальное отношение**,

$f(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

$g(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

$u(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

,

$v(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

,

x	0	1	2	3	f	g	P
x^φ	a	b	a	b	u	v	Q

.

Проверьте, что функция φ — **сильный гомоморфизм**, найдите конгруенцию T_φ и $\mathcal{A}/T_\varphi$.

Ответ.

$(f(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	b	a	b
$1^\varphi = b$		b	a	b	a
$2^\varphi = a$		a	b	a	b
$3^\varphi = b$		b	a	b	a

,

$(g(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	a	a	a
$1^\varphi = b$		a	b	a	b
$2^\varphi = a$		a	a	a	a
$3^\varphi = b$		a	b	a	b

.

Нетрудно увидеть, что эти таблицы совпадают, с точностью до дублирования строк и столбцов, с соответствующими таблицами Кэли для операций u и v. Следовательно, φ является гомоморфизмом.

Чтобы проверить, что это *сильный* гомоморфизм, построим **индуцированное отношение** P':

$$\begin{cases} (0;0) \in P \Rightarrow (0^\varphi;0^\varphi) = (a;a) \in P' \\ (0;1) \in P \Rightarrow (0^\varphi;1^\varphi) = (a;b) \in P' \\ (1;2) \in P \Rightarrow (1^\varphi;2^\varphi) = (b;a) \in P' \end{cases}$$

Задача 21. $\mathcal{A} = \langle \{0;1;2;3\}\,,\ \{f;g\}\,,\ \{P\}\rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{a;b\}\,, \{u;v\}\,,\ \{Q\}\rangle$, где $(x;y) \in P \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0,1,2,3\}, \\ x \le y, \end{cases}$ $Q = \{a;b\} \times \{a;b\}$ — **универсальное отношение**,

$f(x;y)$				
$y\backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

$g(x;y)$				
$y\backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

$u(x;y)$		
$y\backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

,

$v(x;y)$		
$y\backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

,

x	0	1	2	3	f	g	P
x^φ	a	b	a	b	u	v	Q

.

Проверьте, что функция φ — **сильный гомоморфизм**, найдите конгруенцию T_φ и $\mathcal{A}/T_\varphi$.

Ответ.

$(f(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	b	a	b
$1^\varphi = b$		b	a	b	a
$2^\varphi = a$		a	b	a	b
$3^\varphi = b$		b	a	b	a

,

$(g(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	a	a	a
$1^\varphi = b$		a	b	a	b
$2^\varphi = a$		a	a	a	a
$3^\varphi = b$		a	b	a	b

.

Нетрудно увидеть, что эти таблицы совпадают, с точностью до дублирования строк и столбцов, с соответствующими таблицами Кэли для операций u и v. Следовательно, φ является гомоморфизмом.

Чтобы проверить, что это *сильный* гомоморфизм, построим **индуцированное отношение** P':

$$\begin{cases} (0;0) \in P & \Rightarrow & (0^\varphi;0^\varphi) = (a;a) \in P' \\ (0;1) \in P & \Rightarrow & (0^\varphi;1^\varphi) = (a;b) \in P' \\ (1;2) \in P & \Rightarrow & (1^\varphi;2^\varphi) = (b;a) \in P' \\ (1;3) \in P & \Rightarrow & (1^\varphi;3^\varphi) = (b;b) \in P' \end{cases}$$

Задача 21. $\mathcal{A} = \langle\{0;1;2;3\}, \{f;g\}, \{P\}\rangle$, $\mathcal{B} = \langle\{a;b\}, \{u;v\}, \{Q\}\rangle$, где $(x;y)\in P \Leftrightarrow \begin{cases} \{x;y\}\subseteq\{0,1,2,3\}, \\ x\le y, \end{cases}$ $Q = \{a;b\}\times\{a;b\}$ — универсальное отношение,

$f(x;y)$				
$y\backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

$g(x;y)$				
$y\backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

$u(x;y)$		
$y\backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

,

$v(x;y)$		
$y\backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

,

x	0	1	2	3	f	g	P
x^φ	a	b	a	b	u	v	Q

.

Проверьте, что функция φ — сильный гомоморфизм, найдите конгруенцию T_φ и $\mathcal{A}/T_\varphi$.

Ответ.

$(f(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	b	a	b
$1^\varphi = b$		b	a	b	a
$2^\varphi = a$		a	b	a	b
$3^\varphi = b$		b	a	b	a

,

$(g(x;y))^\varphi$					
	x	0	1	2	3
y^φ	x^φ	a	b	a	b
$0^\varphi = a$		a	a	a	a
$1^\varphi = b$		a	b	a	b
$2^\varphi = a$		a	a	a	a
$3^\varphi = b$		a	b	a	b

.

Нетрудно увидеть, что эти таблицы совпадают, с точностью до дублирования строк и столбцов, с соответствующими таблицами Кэли для операций u и v. Следовательно, φ является гомоморфизмом.

Чтобы проверить, что это *сильный* гомоморфизм, построим индуцированное отношение P':

$$\begin{cases} (0;0)\in P \;\Rightarrow\; (0^\varphi;0^\varphi) = (a;a)\in P' \\ (0;1)\in P \;\Rightarrow\; (0^\varphi;1^\varphi) = (a;b)\in P' \\ (1;2)\in P \;\Rightarrow\; (1^\varphi;2^\varphi) = (b;a)\in P' \\ (1;3)\in P \;\Rightarrow\; (1^\varphi;3^\varphi) = (b;b)\in P' \end{cases} \Rightarrow\; P' = Q.$$

Задача 21. $\mathcal{A} = \langle \{0;1;2;3\}, \{f;g\}, \{P\} \rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{a;b\}, \{u;v\}, \{Q\} \rangle$, где $(x;y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0,1,2,3\}, \\ x \le y, \end{cases}$ $Q = \{a;b\} \times \{a;b\}$ — **универсальное отношение**,

$f(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

$g(x;y)$				
$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

$u(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

,

$v(x;y)$		
$y \backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

,

x	0	1	2	3	f	g	P
x^{φ}	a	b	a	b	u	v	Q

.

Проверьте, что функция φ — **сильный гомоморфизм**, найдите конгруенцию T_{φ} и $\mathcal{A}/T_{\varphi}$.

Ответ. **Конгруенция** T_{φ} имеет вид

$$T_{\varphi} = \{(0;0),\ (0;2),\ (2;0),\ (2;2),\ (1;1),\ (1;3),\ (3;1),\ (3;3)\}.$$

Классы **эквивалентных** по R_{φ} элементов таковы $\{0;2\}$, $\{1;3\}$. Алгебраическая фактор-система имеет вид

$$\mathcal{A}/R_{\varphi} = \langle \{\{0;2\},\ \{1;3\}\}, \{f', g'\}, \{P'\} \rangle,$$

где

$f'(x';y')$		
$y' \backslash x'$	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$
$\{0;2\}$	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$
$\{1;3\}$	$\{1;3\}$	$\{0;2\}$

,

$g'(x';y')$		
$y' \backslash x'$	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$
$\{0;2\}$	$\{0;2\}$	$\{0;2\}$
$\{1;3\}$	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$

, $P' = \{\{0;2\},\ \{1;3\}\} \times \{\{0;2\},\ \{1;3\}\}$.

Задача 21. $\mathcal{A} = \langle\{0;1;2;3\}\,,\ \{f;g\}\,,\ \{P\}\rangle,\quad \mathcal{B} = \langle\{a;b\}\,,\{u;v\}\,,\ \{Q\}\rangle,$ где $(x;y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0,1,2,3\}, \\ x \le y, \end{cases}$ $Q = \{a;b\} \times \{a;b\}$ — **универсальное отношение**,

$f(x;y)$				
$y\backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

$g(x;y)$				
$y\backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

$u(x;y)$		
$y\backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

,

$v(x;y)$		
$y\backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

,

x	0	1	2	3	f	g	P
x^φ	a	b	a	b	u	v	Q

.

Проверьте, что функция φ — **сильный гомоморфизм**, найдите конгруенцию T_φ и $\mathcal{A}/T_\varphi$.

Ответ.

$f'(x';y')$		
$y'\backslash x'$	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$
$\{0;2\}$	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$
$\{1;3\}$	$\{1;3\}$	$\{0;2\}$

,

$g'(x';y')$		
$y'\backslash x'$	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$
$\{0;2\}$	$\{0;2\}$	$\{0;2\}$
$\{1;3\}$	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$

, $P' = \{\{0;2\},\ \{1;3\}\} \times \{\{0;2\},\ \{1;3\}\}$.

Таблицы для f' и g' с точностью до обозначений совпадают с таблицами для u и v, аналогично и для отношений P' и Q. Поэтому функция ε, заданная таблицей

x	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$	f'	g'	P'
x^ε	a	b	u	v	Q

является **взаимно однозначным гомоморфизмом**, более того,

Задача 21. $\mathcal{A} = \langle \{0;1;2;3\}, \{f;g\}, \{P\} \rangle$, $\mathcal{B} = \langle \{a;b\}, \{u;v\}, \{Q\} \rangle$, где

$$(x;y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} \{x;y\} \subseteq \{0,1,2,3\}, \\ x \le y, \end{cases} \qquad Q = \{a;b\} \times \{a;b\} \text{ — универсальное отношение},$$

$f(x;y)$:

$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

$g(x;y)$:

$y \backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

$u(x;y)$:

$y \backslash x$	a	b
a	a	b
b	b	a

$v(x;y)$:

$y \backslash x$	a	b
a	a	a
b	a	b

x	0	1	2	3	f	g	P
x^φ	a	b	a	b	u	v	Q

Проверьте, что функция φ — **сильный гомоморфизм**, найдите конгруенцию T_φ и $\mathcal{A}/T_\varphi$.

Ответ.

$f'(x';y')$:

$y' \backslash x'$	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$
$\{0;2\}$	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$
$\{1;3\}$	$\{1;3\}$	$\{0;2\}$

$g'(x';y')$:

$y' \backslash x'$	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$
$\{0;2\}$	$\{0;2\}$	$\{0;2\}$
$\{1;3\}$	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$

$P' = \{\{0;2\}, \{1;3\}\} \times \{\{0;2\}, \{1;3\}\}$.

Таблицы для f' и g' с точностью до обозначений совпадают с таблицами для u и v, аналогично и для отношений P' и Q. Поэтому функция ε, заданная таблицей

x	$\{0;2\}$	$\{1;3\}$	f'	g'	P'
x^ε	a	b	u	v	Q

является **взаимно однозначным гомоморфизмом**, более того, **изоморфизмом**.

Решение задачи 22.

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T \ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Leftrightarrow\ \alpha = \lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\; \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \;\Leftrightarrow\; \alpha = \lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность:

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Leftrightarrow\ \alpha = \lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha = \alpha \ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Leftrightarrow\ \alpha = \lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha = \alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$

Симметричность:

$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T\ \Rightarrow$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha \overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta \overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda \overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu \overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Leftrightarrow\ \alpha = \lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\quad \alpha = \alpha \ \Rightarrow\ \left(\alpha \overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta \overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha \overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta \overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha \overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta \overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda \overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu \overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Rightarrow \qquad \Rightarrow\ \left(\lambda \overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu \overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha \overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta \overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Leftrightarrow\ \alpha = \lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\quad \alpha = \alpha \ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Rightarrow\ \alpha = \lambda \ \Rightarrow \qquad \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\quad \alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Leftrightarrow\ \alpha = \lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha = \alpha \ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Rightarrow\ \alpha = \lambda \ \Rightarrow\ \lambda = \alpha \ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases} \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T, \\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow \qquad \Rightarrow\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\ \begin{cases}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{cases}\Rightarrow\qquad\Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\quad \alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\ \Rightarrow\ \begin{cases}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{cases}\ \Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Leftrightarrow\ \alpha = \lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha = \alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T\ \Rightarrow\ \alpha = \lambda\ \Rightarrow\ \lambda = \alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases} \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T, \\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \lambda, \\ \lambda = \gamma \end{cases} \Rightarrow\ \alpha = \gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases} \\ \\ \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad \left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\qquad\qquad\right)$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\ \begin{cases}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{cases}\Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases}\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}+\alpha_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\overrightarrow{\mathbf{j}};\qquad\qquad + \qquad\qquad\right)$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\ \begin{cases}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{cases}\Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases}\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \\ \end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}+\alpha_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}+\qquad\qquad\right)$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\ \begin{cases}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{cases}\Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases}\left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad\left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+\qquad\qquad\right)$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Leftrightarrow\ \alpha = \lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha = \alpha \ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Rightarrow\ \alpha = \lambda \ \Rightarrow\ \lambda = \alpha \ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases} \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T, \\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \lambda, \\ \lambda = \gamma \end{cases} \Rightarrow\ \alpha = \gamma \ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases} \left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T, \\ \left(\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad \left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \gamma_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\ \Rightarrow\ \begin{cases}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{cases}\ \Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases}\left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad \left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+\gamma_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\quad \alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\left\{\begin{array}{l}\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{array}\right.\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{array}\right.\ \Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Конгруенция:

$$\left\{\begin{array}{l}\left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{array}\right.\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l}\alpha_1=\lambda_1,\\ \alpha_2=\lambda_2\end{array}\right.\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad \left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+\gamma_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\quad \alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\ \Rightarrow\ \begin{cases}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{cases}\ \Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases}\left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\ \Rightarrow\ \begin{cases}\alpha_1=\lambda_1,\\ \alpha_2=\lambda_2\end{cases}\ \Rightarrow\ \alpha_1+\alpha_2=\gamma_1+\gamma_2\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad \left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+\gamma_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\ \begin{cases}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{cases}\Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases}\left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\ \begin{cases}\alpha_1=\lambda_1,\\ \alpha_2=\lambda_2\end{cases}\Rightarrow\ \alpha_1+\alpha_2=\gamma_1+\gamma_2\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad\left((\alpha_1+\alpha_2)\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+(\beta_1+\beta_2)\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ (\gamma_1+\gamma_2)\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+(\delta_1+\delta_2)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad\left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+\gamma_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{cases}\Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases}\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\alpha_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_2\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}+\alpha_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\overrightarrow{\mathbf{j}};\gamma_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}+\gamma_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_2\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T \ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{cases}\Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases}\left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\gamma_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}+\gamma_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

$$\Rightarrow\ \left(\lambda\left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right);\qquad\qquad\qquad\right)$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\left\{\begin{array}{l}\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{array}\right.\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{array}\right.\ \Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Конгруенция:

$$\left\{\begin{array}{l}\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\alpha_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_2\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{array}\right.\Rightarrow\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}+\alpha_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\overrightarrow{\mathbf{j}};\gamma_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}+\gamma_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_2\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

$$\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\lambda\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right);\qquad\qquad\qquad\right)$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\ \begin{cases}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{cases}\ \Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases}\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\alpha_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_2\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}+\alpha_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\overrightarrow{\mathbf{j}};\gamma_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}+\gamma_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_2\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

$$\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\lambda\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right);\ \lambda\left(\gamma_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\right)$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Leftrightarrow\ \alpha = \lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha = \alpha \ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Rightarrow\ \alpha = \lambda \ \Rightarrow\ \lambda = \alpha \ \Rightarrow\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases} \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T, \\ \left(\lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \lambda, \\ \lambda = \gamma \end{cases} \Rightarrow\ \alpha = \gamma \ \Rightarrow\ \left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases} \left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T, \\ \left(\alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow \left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \alpha_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\gamma_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \gamma_2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta_2\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T.$$

$$\left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\lambda\left(\alpha_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right);\ \lambda\left(\gamma_1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta_1\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\right) \in T.$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\quad \alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\ \begin{cases}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{cases}\ \Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases}\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\alpha_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_2\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}+\alpha_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\overrightarrow{\mathbf{j}};\gamma_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}+\gamma_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_2\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

$$\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha_1=\gamma_1\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\lambda\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right);\ \lambda\left(\gamma_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\right)\in T.$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Проверим, что T — **отношение эквивалентности**.

Рефлексивность: $\alpha=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$

Симметричность:

$$\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha=\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\alpha\ \Rightarrow\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Транзитивность:

$$\begin{cases}\left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\lambda\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\ \begin{cases}\alpha=\lambda,\\ \lambda=\gamma\end{cases}\ \Rightarrow\ \alpha=\gamma\ \Rightarrow\ \left(\alpha\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

Конгруенция:

$$\begin{cases}\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T,\\ \left(\alpha_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu_2\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\end{cases}\Rightarrow\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}+\alpha_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_2\overrightarrow{\mathbf{j}};\gamma_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}+\gamma_2\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_2\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T.$$

$$\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \gamma_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Rightarrow\ \alpha_1=\gamma_1\ \Rightarrow\ \lambda\alpha_1=\lambda\gamma_1\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\lambda\left(\alpha_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right);\ \lambda\left(\gamma_1\overrightarrow{\mathbf{i}}+\delta_1\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\right)\in T.$$

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Leftrightarrow\ \alpha = \lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Каждый класс **эквивалентных** элементов может быть представлен как

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) \in T \ \Leftrightarrow\ \alpha = \lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Каждый класс **эквивалентных** элементов может быть представлен как множество радиусов-векторов точек на прямой, параллельной оси ординат.

Задача 22. На двумерном пространстве V геометрических векторов **отношение** T определено правилом:

$$\left(\alpha\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\beta\,\overrightarrow{\mathbf{j}};\ \lambda\,\overrightarrow{\mathbf{i}}+\mu\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\in T\ \Leftrightarrow\ \alpha=\lambda.$$

Докажите, что T — **конгруенция**. Найдите **фактор-алгебру** V/T.

Ответ. Каждый класс **эквивалентных** элементов может быть представлен как множество радиусов-векторов точек на прямой, параллельной оси ординат.
Операция может быть представлена как суммирование чисел — точек пересечения оси абсцисс с прямыми, параллельными оси ординат.

Решение задачи 23.

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Ответ. $I = \left\{ \qquad\qquad \right\},$

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Ответ. $I = \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\},$

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Ответ. $I = \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$,

Докажем, что I — это **идеал**:

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Ответ. $I = \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$,
Докажем, что I — это **идеал**:

$m \cdot I =$

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Ответ. $I = \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$,

Докажем, что I — это **идеал**:

$m \cdot I = m \cdot \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\} =$

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Ответ. $I = \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$,

Докажем, что I — это **идеал**:

$m \cdot I = m \cdot \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\} = \left\{2mn \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\} =$

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Ответ. $I = \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$,

Докажем, что I — это **идеал**:

$m \cdot I = m \cdot \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\} = \left\{2mn \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\} = \left\{2(mn) \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\} \subseteq I.$

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Ответ. $I = \left\{ 2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z} \right\}$,

Носитель **фактор-системы**:

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Ответ. $I = \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$,

Носитель **фактор-системы**: $\{I, 1 + I\} = \{I, 3 + I\} = \ldots =$

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Ответ. $I = \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$,

Носитель **фактор-системы**: $\{I, 1 + I\} = \ldots = \left\{\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}, \left\{2n + 1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}\right\}$.

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Ответ. $I = \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$,

Носитель **фактор-системы**: $\{I, 1+I\} = \left\{\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}, \left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}\right\}$.

	$X \oplus Y$	
$X \backslash Y$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$
$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$
$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Ответ. $I = \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$,

Носитель **фактор-системы**: $\{I, 1+I\} = \left\{\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}, \left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}\right\}$.

	$X \oplus Y$		$X \odot Y$	
$X \backslash Y$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$
$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$
$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$

Задача 23. Покажите, что в кольце целых чисел множество D четных чисел является носителем **идеала**. Найдите **фактор-кольцо** кольца целых чисел по этому идеалу. Покажите, что это **фактор-кольцо** изоморфно полю $GF(2)$, с носителем $\{0;\ 1\}$ в котором операции «сложение» $\boxed{+}$ и «умножение» $\boxed{\cdot}$ заданы таблицами

$\boxed{+}$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\boxed{\cdot}$	0	1
0	0	0
1	0	1

Ответ. $I = \left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$,

Носитель **фактор-системы**: $\{I, 1+I\} = \left\{\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}, \left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}\right\}$.

	$X \oplus Y$		$X \odot Y$	
$X \backslash Y$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$
$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$
$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\left\{2n+1 \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\}$

Эти таблицы с точностью до обозначений совпадают с таблицами для $\boxed{+}$ и $\boxed{\cdot}$, что доказывает изоморфность этих алгебр.

Решение задачи 24.

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{|c|cc|}\hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|cc|}\hline \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{|c|cc|}\hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline\end{array}$ $\begin{array}{|c|cc|}\hline \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline\end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Ответ. $\begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \beta_1 & \alpha_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2 & \beta_2 \\ \beta_2 & \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2 & \alpha_1\beta_2 + \beta_1\alpha_2 \\ \beta_1\alpha_2 + \alpha_1\beta_2 & \beta_1\beta_2 + \alpha_1\alpha_2 \end{pmatrix} \in K,$

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{|c|cc|}\hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline\end{array}$ $\begin{array}{|c|cc|}\hline \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline\end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha;\beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Ответ. $\begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \beta_1 & \alpha_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2 & \beta_2 \\ \beta_2 & \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2 & \alpha_1\beta_2 + \beta_1\alpha_2 \\ \beta_1\alpha_2 + \alpha_1\beta_2 & \beta_1\beta_2 + \alpha_1\alpha_2 \end{pmatrix} \in K$,
$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \beta_1 & \alpha_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_2 & \beta_2 \\ \beta_2 & \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 & \beta_1 + \beta_2 \\ \beta_1 + \beta_2 & \alpha_1 + \alpha_2 \end{pmatrix} \in K$,

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{|c|cc|}\hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|cc|}\hline \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \left(\begin{array}{cc} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{array} \right) \middle| \{\alpha ; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \left(\begin{array}{cc} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{array} \right) \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Ответ. $\left(\begin{array}{cc} \alpha_1 & \beta_1 \\ \beta_1 & \alpha_1 \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} \alpha_2 & \beta_2 \\ \beta_2 & \alpha_2 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2 & \alpha_1\beta_2 + \beta_1\alpha_2 \\ \beta_1\alpha_2 + \alpha_1\beta_2 & \beta_1\beta_2 + \alpha_1\alpha_2 \end{array} \right) \in K$,

$\left(\begin{array}{cc} \alpha_1 & \beta_1 \\ \beta_1 & \alpha_1 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cc} \alpha_2 & \beta_2 \\ \beta_2 & \alpha_2 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \alpha_1 + \alpha_2 & \beta_1 + \beta_2 \\ \beta_1 + \beta_2 & \alpha_1 + \alpha_2 \end{array} \right) \in K$,

следовательно, $\cdot$ и $+$ действительно являются **операциями** на множестве K.

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{|c|cc|}\hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline\end{array}$ $\begin{array}{|c|cc|}\hline \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline\end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Ответ. Выполнение **аксиом кольца** следует из **свойств сложения** и **умножения матриц**.

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$ $\begin{array}{c|cc} \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Ответ. Покажем, что I — **идеал** в K.

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{|c|cc|}\hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|cc|}\hline \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Ответ. Покажем, что I — **идеал** в K.

Ясно, что I — полугруппа относительно операции сложения.

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{|c|cc|} \hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|cc|} \hline \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha;\beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Ответ. Покажем, что I — **идеал** в K.
Ясно, что I — полугруппа относительно операции сложения.
Проверим, что множество I «устойчиво относительно умножения» на элементы из K.

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{|c|cc|} \hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|cc|} \hline \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha;\beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Ответ. Покажем, что I — **идеал** в K.
Ясно, что I — полугруппа относительно операции сложения.
Проверим, что множество I «устойчиво относительно умножения» на элементы из K.

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} =$$

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$ $\begin{array}{c|cc} \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Ответ. Покажем, что I — **идеал** в K.
Ясно, что I — полугруппа относительно операции сложения.
Проверим, что множество I «устойчиво относительно умножения» на элементы из K.

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha\gamma + \beta\gamma & \alpha\gamma + \beta\gamma \\ \beta\gamma + \alpha\gamma & \beta\gamma + \alpha\gamma \end{pmatrix}$$

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{|c|cc|}\hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|cc|}\hline \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Ответ. Покажем, что I — **идеал** в K.
Ясно, что I — полугруппа относительно операции сложения.
Проверим, что множество I «устойчиво относительно умножения» на элементы из K.
$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha\gamma + \beta\gamma & \alpha\gamma + \beta\gamma \\ \beta\gamma + \alpha\gamma & \beta\gamma + \alpha\gamma \end{pmatrix} \in I.$

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{|c|cc|}\hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline\end{array}$ $\begin{array}{|c|cc|}\hline \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline\end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите фактор-кольцо K/I.

Ответ. Осталось найти фактор-кольцо.

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{|c|cc|}\hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|cc|}\hline \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите фактор-кольцо K/I.

Ответ. Осталось найти фактор-кольцо.

Носитель составляют множества:

$$I = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + I = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$ $\begin{array}{c|cc} \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Ответ. Осталось найти **фактор-кольцо**.

Носитель составляют множества:

$$I = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + I = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Образ сложения и умножения зададим формулами:

$$(X + I) + (Y + I) =$$

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{|c|cc|}\hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|cc|}\hline \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите фактор-кольцо K/I.

Ответ. Осталось найти фактор-кольцо.

Носитель составляют множества:

$$I = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + I = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Образ сложения и умножения зададим формулами:

$$(X + I) + (Y + I) = (X + Y) + I,$$

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$ $\begin{array}{c|cc} \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \,\middle|\, \{\alpha; \beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \,\middle|\, \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите **фактор-кольцо** K/I.

Ответ. Осталось найти **фактор-кольцо**.

Носитель составляют множества:

$$I = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + I = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Образ сложения и умножения зададим формулами:

$$(X + I) + (Y + I) = (X + Y) + I, \quad (X + I) \cdot (Y + I) =$$

Задача 24. Пусть $GF(2)$ — кольцо (поле) вычетов по модулю 2, т.е. операции в этом поле заданы таблицами $\begin{array}{|c|cc|}\hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline\end{array}$ $\begin{array}{|c|cc|}\hline \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline\end{array}$. Проверьте, что кольцом является алгебра матриц с носителем $K = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \middle| \{\alpha;\beta\} \subseteq GF(2) \right\}$, с обычными операциями сложения и умножения матриц (с учетом специфики умножения в $GF(2)$). Покажите, что множество $I = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{pmatrix} \middle| \gamma \in GF(2) \right\}$ является носителем идеала в K. Найдите фактор-кольцо K/I.

Ответ. Осталось найти фактор-кольцо.

Носитель составляют множества:

$$I = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + I = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Образ сложения и умножения зададим формулами:

$$(X+I)+(Y+I) = (X+Y)+I, \quad (X+I)\cdot(Y+I) = (X\cdot Y)+I.$$

Решение задачи 25.

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.
Ответ. Пусть носитель исходной группы имеет вид $G = \{a^0,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5\}$.

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть носитель исходной группы имеет вид $G = \{a^0,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5\}$. Конгруенция — это отношение эквивалентности. Согласно **критерию отношения эквивалентности** нам достаточно указать классы **эквивалентных** элементов.

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть носитель исходной группы имеет вид $G = \{a^0,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5\}$. Конгруенция — это отношение эквивалентности. Согласно **критерию отношения эквивалентности** нам достаточно указать классы **эквивалентных** элементов.
В соответствии со **стратегией приоритетного изучения экстремальных ситуаций** рассмотрим класс, содержащий «особый» элемент, в данном случае — элемент

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть носитель исходной группы имеет вид $G = \{a^0,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5\}$.
Конгруенция — это отношение эквивалентности. Согласно **критерию отношения эквивалентности** нам достаточно указать классы **эквивалентных** элементов.
В соответствии со **стратегией приоритетного изучения экстремальных ситуаций** рассмотрим класс, содержащий «особый» элемент, в данном случае — элемент $e = a^0$.

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e\} = \{a^0\}$.

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e\} = \{a^0\}$. Пусть $C' = \left\{a^k,\ a^m\right\}$, то $\left(a^k;\ a^m\right) \in T$. Следовательно, по **определению конгруенции**,

$$\begin{cases} \left(a^k;\ a^m\right) \in T, \\ \left(a^{-k};\ a^{-k}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e\} = \{a^0\}$. Пусть $C' = \left\{a^k,\ a^m\right\}$, то $\left(a^k;\ a^m\right) \in T$. Следовательно, по **определению конгруенции**,

$$\begin{cases} \left(a^k;\ a^m\right) \in T, \\ \left(a^{-k};\ a^{-k}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow \left(a^{k-k};\ a^{m-k}\right) \in T.$$

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e\} = \{a^0\}$. Пусть $C' = \left\{a^k,\ a^m\right\}$, то $\left(a^k;\ a^m\right) \in T$. Следовательно, по **определению конгруенции**,

$$\begin{cases} \left(a^k;\ a^m\right) \in T, \\ \left(a^{-k};\ a^{-k}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow \left(a^0;\ a^{m-k}\right) \in T. \text{ Поэтому } a^{m-k} \in C_0 = \{a^0\}.$$

Следовательно, $m - k = 0$, т.е. $a^k = a^m$.

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e\} = \{a^0\}$. Пусть $C' = \left\{a^k,\ a^m\right\}$, то $\left(a^k;\ a^m\right) \in T$. Следовательно, по **определению конгруенции**,

$$\begin{cases} \left(a^k;\ a^m\right) \in T, \\ \left(a^{-k};\ a^{-k}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow \left(a^0;\ a^{m-k}\right) \in T.$$ Поэтому $a^{m-k} \in C_0 = \{a^0\}$.

Следовательно, $m - k = 0$, т.е. $a^k = a^m$.

Таким образом, все классы являются одноэлементными.

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.
Ответ. Следовательно, если $C_0 = \{e\} = \{a^0\}$, то конгруенция T — это отношение равенства.

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.
Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$.

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow .$$

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (a^m;\ a^{2m}) \in T.$$

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\left\{ \begin{array}{l} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{array} \right. \Rightarrow\ (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Следовательно, m делит нацело число 6.

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По определению конгруенции

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Следовательно, m делит нацело число 6.

В самом деле, пусть

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По определению конгруенции

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Следовательно, m делит нацело число 6.

В самом деле, пусть $6 = mk + r$, где r — остаток от деления на m, в частности, $0 \leq r < m$. Тогда, согласно определению конгруенции

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Следовательно, m делит нацело число 6.

В самом деле, пусть $6 = mk + r$, где r — остаток от деления на m, в частности, $0 \leq r < m$. Тогда, согласно **определению конгруенции**

$$\begin{cases} \left(a^0;\ a^{-km}\right) \in T, \\ \left(a^6;\ a^{km+r}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Следовательно, m делит нацело число 6.

В самом деле, пусть $6 = mk + r$, где r — остаток от деления на m, в частности, $0 \le r < m$. Тогда, согласно **определению конгруенции**

$$\begin{cases} \left(a^0;\ a^{-km}\right) \in T, \\ \left(a^6;\ a^{km+r}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(a^0;\ a^{-km}\right) \in T, \\ \left(a^0;\ a^{km+r}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Следовательно, m делит нацело число 6.

В самом деле, пусть $6 = mk + r$, где r — остаток от деления на m, в частности, $0 \le r < m$. Тогда, согласно **определению конгруенции**

$$\begin{cases} \left(a^0;\ a^{-km}\right) \in T, \\ \left(a^6;\ a^{km+r}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(a^0;\ a^{-km}\right) \in T, \\ \left(a^0;\ a^{km+r}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow \left(a^0 \cdot a^0;\ a^{-km} \cdot a^{km+r}\right) \in T,$$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Следовательно, m делит нацело число 6.

В самом деле, пусть $6 = mk + r$, где r — остаток от деления на m, в частности, $0 \leq r < m$.

Тогда, согласно **определению конгруенции**

$$\begin{cases} \left(a^0;\ a^{-km}\right) \in T, \\ \left(a^6;\ a^{km+r}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(a^0;\ a^{-km}\right) \in T, \\ \left(a^0;\ a^{km+r}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^0;\ a^r) \in T,$$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Следовательно, m делит нацело число 6.

В самом деле, пусть $6 = mk + r$, где r — остаток от деления на m, в частности, $0 \le r < m$. Тогда, согласно **определению конгруенции**

$\begin{cases} \left(a^0;\ a^{-km}\right) \in T, \\ \left(a^6;\ a^{km+r}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(a^0;\ a^{-km}\right) \in T, \\ \left(a^0;\ a^{km+r}\right) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^0;\ a^r) \in T$, что противоречит минимальности выбора m.

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Ситуации с делителями 1 и 6 мы уже рассмотрели.

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\left\{\begin{array}{l}(a^0;\ a^m) \in T,\\ (a^m;\ a^m) \in T\end{array}\right. \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Ситуации с делителями 1 и 6 мы уже рассмотрели.

Если $a^2 \in C_0$, то по **определению конгруенции**

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Ситуации с делителями 1 и 6 мы уже рассмотрели.

Если $a^2 \in C_0$, то по **определению конгруенции** $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^2) \in T \end{cases} \Rightarrow$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Ситуации с делителями 1 и 6 мы уже рассмотрели.

Если $a^2 \in C_0$, то по **определению конгруенции** $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^2) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^0 \cdot a^2;\ a^2 \cdot a^2) \in T$

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По определению конгруенции

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Ситуации с делителями 1 и 6 мы уже рассмотрели.

Если $a^2 \in C_0$, то по определению конгруенции $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^2) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^2;\ a^4) \in T.$

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По определению конгруенции

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Ситуации с делителями 1 и 6 мы уже рассмотрели.

Если $a^2 \in C_0$, то по определению конгруенции $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^2) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^2;\ a^4) \in T$. Из транзитивности T следует, что

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Ситуации с делителями 1 и 6 мы уже рассмотрели.

Если $a^2 \in C_0$, то по **определению конгруенции** $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^2) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^2;\ a^4) \in T$. Из **транзитивности** T следует, что $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^4) \in T \end{cases} \Rightarrow .$

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Ситуации с делителями 1 и 6 мы уже рассмотрели.

Если $a^2 \in C_0$, то по **определению конгруенции** $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^2) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^2;\ a^4) \in T.$ Из **транзитивности** T следует, что $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^4) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^0;\ a^4) \in T.$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Ситуации с делителями 1 и 6 мы уже рассмотрели.

Если $a^2 \in C_0$, то по **определению конгруенции** $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^2) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^2;\ a^4) \in T$. Из **транзитивности** T следует, что $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^4) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^0;\ a^4) \in T.$

Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}, \quad C_1 = \{a,$

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Ситуации с делителями 1 и 6 мы уже рассмотрели.

Если $a^2 \in C_0$, то по **определению конгруенции** $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^2) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^2;\ a^4) \in T$. Из **транзитивности** T следует, что $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^4) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^0;\ a^4) \in T$.

Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}, \quad C_1 = \{a,$

$\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a;\ a) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^0 \cdot a;\ a^2 \cdot a) \in T.$

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Ситуации с делителями 1 и 6 мы уже рассмотрели.

Если $a^2 \in C_0$, то по **определению конгруенции** $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^2) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^2;\ a^4) \in T$. Из **транзитивности** T следует, что $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^4) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^0;\ a^4) \in T$.

Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}, \quad C_1 = \{a,\ a^3$

$\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a;\ a) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^0 \cdot a;\ a^2 \cdot a) \in T.$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Ситуации с делителями 1 и 6 мы уже рассмотрели.

Если $a^2 \in C_0$, то по **определению конгруенции** $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^2) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^2;\ a^4) \in T$. Из **транзитивности** T следует, что $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^4) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^0;\ a^4) \in T$.

Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}, \quad C_1 = \{a,\ a^3$

$$\begin{cases} (a^0;\ a^4) \in T, \\ (a;\ a) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^0 \cdot a;\ a^4 \cdot a) \in T.$$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Пусть $C_0 = \{e,\ a^m\} = \{a^0,\ a^m\}$. Можно считать, что m — минимальное натуральное число со свойством $(a^0,\ a^m) \in T$.

По **определению конгруенции**

$\begin{cases} (a^0;\ a^m) \in T, \\ (a^m;\ a^m) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^m;\ a^{2m}) \in T.$ Продолжая этот процесс, получаем, что $\{a^0,\ a^m,\ a^{2m},\ a^{3m},\ \ldots\}$. Мы доказали, что m делит нацело число 6.

У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Ситуации с делителями 1 и 6 мы уже рассмотрели.

Если $a^2 \in C_0$, то по **определению конгруенции** $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^2) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^2;\ a^4) \in T$. Из **транзитивности** T следует, что $\begin{cases} (a^0;\ a^2) \in T, \\ (a^2;\ a^4) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^0;\ a^4) \in T$.

Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}, \quad C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$.

$$\begin{cases} (a^0;\ a^4) \in T, \\ (a;\ a) \in T \end{cases} \Rightarrow (a^0 \cdot a;\ a^4 \cdot a) \in T.$$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}, \quad C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$. Индуцированную операцию зададим таблицей Кэли

$$C_i * C_j$$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$		
$\{a,\ a^3,\ a^5\}$		

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}$, $C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$. Индуцированную операцию зададим таблицей Кэли

$$C_i * C_j$$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$ $\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$ $\{a,\ a^3,\ a^5\}$	

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}$, $\quad C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$. Индуцированную операцию зададим таблицей Кэли

$C_i * C_j$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	
$\{a,\ a^3,\ a^5\}$		

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}$, $\quad C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$. Индуцированную операцию зададим таблицей Кэли

$$C_i * C_j$$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	
$\{a,\ a^3,\ a^5\}$		

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}, \quad C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$. Индуцированную операцию зададим таблицей Кэли

$$C_i * C_j$$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	
$\{a,\ a^3,\ a^5\}$		

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}$, $\quad C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$. Индуцированную операцию зададим таблицей Кэли

$$C_i * C_j$$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a,\ a^3,\ a^5\}$		

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}, \quad C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$. Индуцированную операцию зададим таблицей Кэли

$$C_i * C_j$$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$ $\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$ $\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a,\ a^3,\ a^5\}$	

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}$, $\quad C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$. Индуцированную операцию зададим таблицей Кэли

$$C_i * C_j$$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a,\ a^3,\ a^5\}$		

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}, \quad C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$. Индуцированную операцию зададим таблицей Кэли

$C_i * C_j$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a,\ a^3,\ a^5\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$	

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}, \quad C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$. Индуцированную операцию зададим таблицей Кэли

$$C_i * C_j$$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a,\ a^3,\ a^5\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$	

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}, \quad C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$. Индуцированную операцию зададим таблицей Кэли

$$C_i * C_j$$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a,\ a^3,\ a^5\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$	

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}$, $\quad C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$. Индуцированную операцию зададим таблицей Кэли

$$C_i * C_j$$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a,\ a^3,\ a^5\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Итак, $C_0 = \{a^0,\ a^2,\ a^4\}, \quad C_1 = \{a,\ a^3,\ a^5\}$. Индуцированную операцию зададим таблицей Кэли

$C_i * C_j$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$
$\{a,\ a^3,\ a^5\}$	$\{a,\ a^3,\ a^5\}$	$\{a^0,\ a^2,\ a^4\}$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.
Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$. Тогда

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.
Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$. Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}$,

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}, \quad C_1 = \{a,$

По **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (a^0;\ a^3) \in T, \\ (a;\ a) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (a^0 \cdot a;\ a^3 \cdot a) \in T.$$

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}, \quad C_1 = \{a,\ a^4\}, \quad C_2 = \{a^2,$

По **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (a^0;\ a^3) \in T, \\ (a;\ a) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (a;\ a^4) \in T.$$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}, \quad C_1 = \{a,\ a^4\}, \quad C_2 = \{a^2,$

По **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (a^0;\ a^3) \in T, \\ (a^2;\ a^2) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (a^0 \cdot a^2;\ a^3 \cdot a^2) \in T.$$

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}, \quad C_1 = \{a,\ a^4\}, \quad C_2 = \{a^2,\ a^5\}$

По **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (a^0;\ a^3) \in T, \\ (a^2;\ a^2) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (a^2;\ a^5) \in T.$$

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}, \quad C_1 = \{a,\ a^4\}, \quad C_2 = \{a^2,\ a^5\}$

Операцию зададим таблицей Кэли:

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}$, $\quad C_1 = \{a,\ a^4\}$, $\quad C_2 = \{a^2,\ a^5\}$

Операцию зададим таблицей Кэли:

$C_i * C_j$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^3\}$			
$\{a,\ a^4\}$			
$\{a^2,\ a^5\}$			

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}, \quad C_1 = \{a,\ a^4\}, \quad C_2 = \{a^2,\ a^5\}$

Операцию зададим таблицей Кэли:

$C_i * C_j$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a^0,\ a^3\}$		
$\{a,\ a^4\}$			
$\{a^2,\ a^5\}$			

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.
Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}, \quad C_1 = \{a,\ a^4\}, \quad C_2 = \{a^2,\ a^5\}$
Операцию зададим таблицей Кэли:

$C_i * C_j$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	
$\{a,\ a^4\}$			
$\{a^2,\ a^5\}$			

Задача 25. Найти все фактор-группы циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}, \quad C_1 = \{a,\ a^4\}, \quad C_2 = \{a^2,\ a^5\}$

Операцию зададим таблицей Кэли:

$C_i * C_j$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a,\ a^4\}$			
$\{a^2,\ a^5\}$			

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}, \quad C_1 = \{a,\ a^4\}, \quad C_2 = \{a^2,\ a^5\}$

Операцию зададим таблицей Кэли:

$C_i * C_j$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a,\ a^4\}$	$\{a,\ a^4\}$		
$\{a^2,\ a^5\}$			

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}$, $\quad C_1 = \{a,\ a^4\}$, $\quad C_2 = \{a^2,\ a^5\}$

Операцию зададим таблицей Кэли:

$C_i * C_j$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a,\ a^4\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$	
$\{a^2,\ a^5\}$			

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}, \quad C_1 = \{a,\ a^4\}, \quad C_2 = \{a^2,\ a^5\}$

Операцию зададим таблицей Кэли:

$C_i * C_j$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a,\ a^4\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$	$\{a^0,\ a^3\}$
$\{a^2,\ a^5\}$			

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}, \quad C_1 = \{a,\ a^4\}, \quad C_2 = \{a^2,\ a^5\}$

Операцию зададим таблицей Кэли:

$C_i * C_j$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a,\ a^4\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$	$\{a^0,\ a^3\}$
$\{a^2,\ a^5\}$	$\{a^2,\ a^5\}$		

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}, \quad C_1 = \{a,\ a^4\}, \quad C_2 = \{a^2,\ a^5\}$

Операцию зададим таблицей Кэли:

$C_i * C_j$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a,\ a^4\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$	$\{a^0,\ a^3\}$
$\{a^2,\ a^5\}$	$\{a^2,\ a^5\}$	$\{a^0,\ a^3\}$	

Задача 25. Найти все **фактор-группы** циклической группы порядка 6.

Ответ. Остался последний случай: $a^3 \in C_0$.

Тогда $C_0 = \{a^0,\ a^3\}, \quad C_1 = \{a,\ a^4\}, \quad C_2 = \{a^2,\ a^5\}$

Операцию зададим таблицей Кэли:

$$C_i * C_j$$

$C_i \backslash C_j$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$
$\{a,\ a^4\}$	$\{a,\ a^4\}$	$\{a^2,\ a^5\}$	$\{a^0,\ a^3\}$
$\{a^2,\ a^5\}$	$\{a^2,\ a^5\}$	$\{a^0,\ a^3\}$	$\{a,\ a^4\}$

Решение задачи 26.

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид:

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{ \emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\} \Big\}$.

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Применим **стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»**.

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Рассмотрим класс **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент»

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a,b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a,b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a;b\}\Big\}$.

Рассмотрим класс **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\emptyset$ или $\{a,b\}$. Выберем, например, $\{a,b\}$.

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{ \emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\} \Big\}$.

Рассмотрим класс эквивалентных по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\emptyset$ или $\{a, b\}$. Выберем, например, $\{a, b\}$.

Если $C_0 = \{a, b\}$, то все классы эквивалентных элементов являются одноэлементными. Действительно, во-первых, в одном классе эквивалентных элементов не могут быть элементы a и b, иначе в этот же класс попал бы элемент $\{a, b\}$.

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.
Рассмотрим класс **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\emptyset$ или $\{a, b\}$. Выберем, например, $\{a, b\}$.
Если $C_0 = \{a, b\}$, то все классы **эквивалентных** элементов являются одноэлементными. Значит, во-вторых, в неодноэлементный класс должен попасть элемент $\emptyset$ и, допустим, a.

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Рассмотрим класс **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\emptyset$ или $\{a, b\}$. Выберем, например, $\{a, b\}$.

Если $C_0 = \{a, b\}$, то все классы **эквивалентных** элементов являются одноэлементными. Значит, во-вторых, в неодноэлементный класс должен попасть элемент $\emptyset$ и, допустим, a. Тогда $\emptyset \cap \{b\} = \{a\} \cap \{b\} = \emptyset \in \{\emptyset,\ \{a\}\}$, но

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{\quad}\} \rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{ \emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\} \Big\}$.

Рассмотрим класс **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\emptyset$ или $\{a, b\}$. Выберем, например, $\{a, b\}$.

Если $C_0 = \{a, b\}$, то все классы **эквивалентных** элементов являются одноэлементными. Значит, во-вторых, в неодноэлементный класс должен попасть элемент $\emptyset$ и, допустим, a. Тогда $\emptyset \cap \{b\} = \{a\} \cap \{b\} = \emptyset \in \{\emptyset,\ \{a\}\}$, но $\{a\} \cap \{b\} = \{a, b\} \notin \{\emptyset,\ \{a\}\}$, противоречие с **определением конгруенции**.

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Рассмотрим класс **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\emptyset$ или $\{a, b\}$. Выберем, например, $\{a, b\}$.

Мы доказали, что если $C_0 = \{a, b\}$, то все классы **эквивалентных** элементов являются одноэлементными, т.е данная конгруенция — это

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a,b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a,b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a;b\}\Big\}$.

Рассмотрим класс **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\emptyset$ или $\{a,b\}$. Выберем, например, $\{a,b\}$.

Мы доказали, что если $C_0 = \{a,b\}$, то все классы **эквивалентных** элементов являются одноэлементными, т.е данная конгруенция — это отношение равенства.

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства. Пусть класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$.

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a,b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a,b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a;b\}\Big\}$.
Первый вариант конгруенции — отношение равенства. Пусть класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a,b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$.
Если этот класс C_0 включает в себя и элемент $\{b\}$, то, согласно **определению конгруенции** и **определению класса эквивалентных элементов**,

$$\begin{cases} (\{a\},\{a,b\}) \in T, \\ (\{b\},\{b\}) \in T \end{cases} \quad \Rightarrow$$

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a,b\}$: $\mathcal{P}=\langle\{X\,|\,X\subseteq\{a,b\}\}\,,\{\cup,\cap,\overline{}\}\rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P}=\Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a;b\}\Big\}$.
Первый вариант конгруенции — отношение равенства. Пусть класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a,b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$.
Если этот класс C_0 включает в себя и элемент $\{b\}$, то, согласно **определению конгруенции** и **определению класса эквивалентных элементов**,

$$\begin{cases}(\{a\},\{a,b\})\in T,\\ (\{b\},\{b\})\in T\end{cases}\quad\Rightarrow\quad(\{a\}\cap\{b\},\{a,b\}\cap\{b\})\in T$$

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a,b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a,b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a;b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства. Пусть класс C_0 эквивалентных по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a,b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$.

Если этот класс C_0 включает в себя и элемент $\{b\}$, то, согласно определению конгруенции и определению класса эквивалентных элементов,

$$\begin{cases} (\{a\},\{a,b\}) \in T, \\ (\{b\},\{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (\{a\} \cap \{b\}, \{a,b\} \cap \{b\}) \in T\ \Rightarrow\ (\emptyset, \{b\}) \in T.$$

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства. Пусть класс C_0 эквивалентных по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$.

Если этот класс C_0 включает в себя и элемент $\{b\}$, то, согласно определению конгруенции и определению класса эквивалентных элементов,

$$\begin{cases} (\{a\}, \{a, b\}) \in T, \\ (\{b\}, \{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow (\{a\} \cap \{b\}, \{a, b\} \cap \{b\}) \in T \Rightarrow (\emptyset, \{b\}) \in T.$$

Получили фактор-систему $\mathcal{P}/T$ с индуцированными операциями $\cup'$, $\cap'$, $\overline{}'$

$C_\alpha \cup' C_\beta$

$C_\alpha \backslash C_\beta$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$
$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$
$\{\{a\}, \{a, b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства. Пусть класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$.

Если этот класс C_0 включает в себя и элемент $\{b\}$, то, согласно **определению конгруенции** и **определению класса эквивалентных элементов**,

$$\begin{cases} (\{a\}, \{a, b\}) \in T, \\ (\{b\}, \{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow (\{a\} \cap \{b\}, \{a, b\} \cap \{b\}) \in T \Rightarrow (\emptyset, \{b\}) \in T.$$

Получили фактор-систему $\mathcal{P}/T$ с индуцированными операциями $\cup'$, $\cap'$, $\overline{}'$

$C_\alpha \cup' C_\beta$

$C_\alpha \backslash C_\beta$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$
$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$
$\{\{a\}, \{a, b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$

$C_\alpha \cap' C_\beta$

$C_\alpha \backslash C_\beta$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$
$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$
$\{\{a\}, \{a, b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \,|\, X \subseteq \{a, b\}\}\,, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a;b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства. Пусть класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$.

Если этот класс C_0 включает в себя и элемент $\{b\}$, то, согласно **определению конгруенции** и **определению класса эквивалентных элементов**,

$$\begin{cases} (\{a\}, \{a, b\}) \in T, \\ (\{b\}, \{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow \ (\{a\} \cap \{b\}, \{a, b\} \cap \{b\}) \in T \ \Rightarrow \ (\emptyset, \{b\}) \in T.$$

Получили фактор-систему $\mathcal{P}/T$ с индуцированными операциями $\cup'$, $\cap'$, $\overline{}'$

$C_\alpha \cup' C_\beta$

$C_\alpha \backslash C_\beta$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$
$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$
$\{\{a\}, \{a, b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$

$C_\alpha \cap' C_\beta$

$C_\alpha \backslash C_\beta$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$
$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$
$\{\{a\}, \{a, b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$

C	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$
$\overline{C}'$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства. Пусть класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$.

Если этот класс C_0 включает в себя и элемент $\{b\}$, то, согласно **определению конгруенции** и **определению класса эквивалентных элементов**,

$$\begin{cases} (\{a\}, \{a, b\}) \in T, \\ (\{b\}, \{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow (\{a\} \cap \{b\}, \{a, b\} \cap \{b\}) \in T \Rightarrow (\emptyset, \{b\}) \in T.$$

Получили фактор-систему $\mathcal{P}/T$ с индуцированными операциями $\cup'$, $\cap'$, $\overline{}'$

$C_\alpha \cup' C_\beta$

$C_\alpha \backslash C_\beta$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$
$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$
$\{\{a\}, \{a, b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$

$C_\alpha \cap' C_\beta$

$C_\alpha \backslash C_\beta$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$
$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$
$\{\{a\}, \{a, b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$

C	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\{a\}, \{a, b\}\}$
$\overline{C}'$	$\{\emptyset, \{b\}\}$	$\{\emptyset, \{b\}\}$

Аналогично получаем изоморфную построенной системе фактор-систему с носителем $\Big\{\{\emptyset, \{a\}\},\ \{\{b\}, \{a, b\}\}\Big\}$.

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.
Первый вариант конгруенции — отношение равенства.
Второй вариант конгруенции приводит к фактор-системам с носителями $\Big\{\{\emptyset, \{b\}\},\ \{\{a\}, \{a, b\}\}\Big\}$ и $\Big\{\{\emptyset, \{a\}\},\ \{\{b\}, \{a, b\}\}\Big\}$.
Пусть класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$ и $\{b\}$.

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a,b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a,b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a;b\}\Big\}$.
Первый вариант конгруенции — отношение равенства.
Второй вариант конгруенции приводит к фактор-системам с носителями $\Big\{\{\emptyset,\{b\}\},\ \{\{a\},\{a,b\}\}\Big\}$ и $\Big\{\{\emptyset,\{a\}\},\ \{\{b\},\{a,b\}\}\Big\}$.
Пусть класс C_0 эквивалентных по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a,b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$ и $\{b\}$, то, согласно определению конгруенции и определению класса эквивалентных элементов, $(\{a\},\{b\}) \in T$

$$\begin{cases} (\{a\},\{a\}) \in T, \\ (\{a\},\{b\}) \in T \end{cases} \quad \Rightarrow$$

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства.

Второй вариант конгруенции приводит к фактор-системам с носителями $\Big\{\{\emptyset, \{b\}\},\ \{\{a\}, \{a, b\}\}\Big\}$ и $\Big\{\{\emptyset, \{a\}\},\ \{\{b\}, \{a, b\}\}\Big\}$.

Пусть класс C_0 эквивалентных по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$ и $\{b\}$, то, согласно определению конгруенции и определению класса эквивалентных элементов, $(\{a\}, \{b\}) \in T$

$$\begin{cases} (\{a\}, \{a\}) \in T, \\ (\{a\}, \{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow (\{a\} \cap \{a\}, \{a\} \cap \{b\}) \in T \Rightarrow$$

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства.

Второй вариант конгруенции приводит к фактор-системам с носителями $\Big\{\{\emptyset, \{b\}\},\ \{\{a\}, \{a, b\}\}\Big\}$ и $\Big\{\{\emptyset, \{a\}\},\ \{\{b\}, \{a, b\}\}\Big\}$.

Пусть класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$ и $\{b\}$, то, согласно **определению конгруенции** и **определению класса эквивалентных элементов**, $(\{a\}, \{b\}) \in T$

$$\begin{cases} (\{a\}, \{a\}) \in T, \\ (\{a\}, \{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (\{a\} \cap \{a\}, \{a\} \cap \{b\}) \in T\ \Rightarrow\ (\{a\}, \emptyset) \in T\ \Rightarrow$$

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства.

Второй вариант конгруенции приводит к фактор-системам с носителями $\Big\{\{\emptyset, \{b\}\},\ \{\{a\}, \{a, b\}\}\Big\}$ и $\Big\{\{\emptyset, \{a\}\},\ \{\{b\}, \{a, b\}\}\Big\}$.

Пусть класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$ и $\{b\}$, то, согласно **определению конгруенции** и **определению класса эквивалентных элементов**, $(\{a\}, \{b\}) \in T$

$$\begin{cases} (\{a\}, \{a\}) \in T, \\ (\{a\}, \{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (\{a\} \cap \{a\}, \{a\} \cap \{b\}) \in T\ \Rightarrow\ (\{a\}, \emptyset) \in T\ \Rightarrow\ (\{a\}, \emptyset) \in T\ \Rightarrow$$

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a,b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a,b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a;b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства.

Второй вариант конгруенции приводит к фактор-системам с носителями $\Big\{\{\emptyset,\{b\}\},\ \{\{a\},\{a,b\}\}\Big\}$ и $\Big\{\{\emptyset,\{a\}\},\ \{\{b\},\{a,b\}\}\Big\}$.

Пусть класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a,b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$ и $\{b\}$, то, согласно **определению конгруенции** и **определению класса эквивалентных элементов**, $(\{a\},\{b\}) \in T$

$$\begin{cases} (\{a\},\{a\}) \in T, \\ (\{a\},\{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (\{a\}\cap\{a\},\{a\}\cap\{b\}) \in T\ \Rightarrow\ (\{a\},\emptyset) \in T\ \Rightarrow\ (\{a\},\emptyset) \in T\ \Rightarrow$$

$\Rightarrow\ C_0 = \{\{a,b\},\ \{a\},\ \{b\},\ \emptyset\}$.

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a,b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \,|\, X \subseteq \{a,b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a;b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства.

Второй вариант конгруенции приводит к фактор-системам с носителями $\Big\{\{\emptyset,\{b\}\},\ \{\{a\},\{a,b\}\}\Big\}$ и $\Big\{\{\emptyset,\{a\}\},\ \{\{b\},\{a,b\}\}\Big\}$.

Пусть класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a,b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$ и $\{b\}$, то, согласно **определению конгруенции** и **определению класса эквивалентных элементов**, $(\{a\},\{b\}) \in T$

$$\begin{cases} (\{a\},\{a\}) \in T, \\ (\{a\},\{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (\{a\} \cap \{a\}, \{a\} \cap \{b\}) \in T\ \Rightarrow\ (\{a\},\emptyset) \in T\ \Rightarrow\ (\{a\},\emptyset) \in T\ \Rightarrow$$

$\Rightarrow\ C_0 = \{\{a,b\},\ \{a\},\ \{b\},\ \emptyset\}$.

Значит, в этом случае конгруенция является **универсальным отношением**.

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.
Первый вариант конгруенции — отношение равенства.
Второй вариант конгруенции приводит к фактор-системам с носителями $\Big\{\{\emptyset, \{b\}\},\ \{\{a\}, \{a, b\}\}\Big\}$ и $\Big\{\{\emptyset, \{a\}\},\ \{\{b\}, \{a, b\}\}\Big\}$.
Третий вариант конгруенции — универсальное отношение.
Осталось рассмотреть случай, когда класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$ и $\emptyset$, то, согласно **определению конгруенции** и **определению класса эквивалентных элементов**, $(\{a\}, \emptyset) \in T$

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.
Первый вариант конгруенции — отношение равенства.
Второй вариант конгруенции приводит к фактор-системам с носителями $\Big\{\{\emptyset, \{b\}\},\ \{\{a\}, \{a, b\}\}\Big\}$ и $\Big\{\{\emptyset, \{a\}\},\ \{\{b\}, \{a, b\}\}\Big\}$.
Третий вариант конгруенции — универсальное отношение.
Осталось рассмотреть случай, когда класс C_0 эквивалентных по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$ и $\emptyset$, то, согласно определению конгруенции и определению класса эквивалентных элементов, $(\{a\}, \emptyset) \in T$

$$\begin{cases} (\{a\}, \emptyset) \in T, \\ (\{b\}, \{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства.

Второй вариант конгруенции приводит к фактор-системам с носителями $\Big\{\{\emptyset, \{b\}\},\ \{\{a\}, \{a, b\}\}\Big\}$ и $\Big\{\{\emptyset, \{a\}\},\ \{\{b\}, \{a, b\}\}\Big\}$.

Третий вариант конгруенции — универсальное отношение.

Осталось рассмотреть случай, когда класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$ и $\emptyset$, то, согласно **определению конгруенции** и **определению класса эквивалентных элементов**, $(\{a\}, \emptyset) \in T$

$$\begin{cases} (\{a\}, \emptyset) \in T, \\ (\{b\}, \{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (\{a\} \cup \{b\}, \emptyset \cup \{b\}) \in T\ \Rightarrow\ (\{a, b\}, \{b\}) \in T\ \Rightarrow$$

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства.

Второй вариант конгруенции приводит к фактор-системам с носителями $\Big\{\{\emptyset, \{b\}\},\ \{\{a\}, \{a, b\}\}\Big\}$ и $\Big\{\{\emptyset, \{a\}\},\ \{\{b\}, \{a, b\}\}\Big\}$.

Третий вариант конгруенции — универсальное отношение.

Осталось рассмотреть случай, когда класс C_0 эквивалентных по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$ и $\emptyset$, то, согласно определению конгруенции и определению класса эквивалентных элементов, $(\{a\}, \emptyset) \in T$

$$\begin{cases} (\{a\}, \emptyset) \in T, \\ (\{b\}, \{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (\{a\} \cup \{b\}, \emptyset \cup \{b\}) \in T\ \Rightarrow\ (\{a, b\}, \{b\}) \in T\ \Rightarrow\ C_0 = \{\{a, b\},\ \{a\},\ \{b\},\ \emptyset\}.$$

Задача 26. Найти все фактор-алгебры алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\} \rangle$.

Ответ. **Носитель** алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{ \emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\} \Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства.

Второй вариант конгруенции приводит к фактор-системам с носителями $\Big\{ \{\emptyset, \{b\}\},\ \{\{a\}, \{a, b\}\} \Big\}$ и $\Big\{ \{\emptyset, \{a\}\},\ \{\{b\}, \{a, b\}\} \Big\}$.

Третий вариант конгруенции — универсальное отношение.

Осталось рассмотреть случай, когда класс C_0 **эквивалентных** по конгруенции T элементов из $\mathbf{P}$, содержащий «экстремальный элемент» $\{a, b\}$ включает в себя элемент $\{a\}$ и $\emptyset$, то, согласно **определению конгруенции** и **определению класса эквивалентных элементов**, $(\{a\}, \emptyset) \in T$

$$\begin{cases} (\{a\}, \emptyset) \in T, \\ (\{b\}, \{b\}) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (\{a\} \cup \{b\}, \emptyset \cup \{b\}) \in T\ \Rightarrow\ (\{a, b\}, \{b\}) \in T\ \Rightarrow\ C_0 = \{\{a, b\},\ \{a\},\ \{b\},\ \emptyset\}.$$

Значит, в этом случае конгруенция является **универсальным отношением**.

Задача 26. Найти все **фактор-алгебры** алгебры всех подмножеств множества $\{a, b\}$: $\mathcal{P} = \langle \{X \mid X \subseteq \{a, b\}\}, \{\cup, \cap, \overline{}\}\rangle$.

Ответ. Носитель алгебры $\mathcal{P}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \Big\{\emptyset,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a; b\}\Big\}$.

Первый вариант конгруенции — отношение равенства.

Второй вариант конгруенции приводит к фактор-системам с носителями $\Big\{\{\emptyset, \{b\}\},\ \{\{a\}, \{a, b\}\}\Big\}$ и $\Big\{\{\emptyset, \{a\}\},\ \{\{b\}, \{a, b\}\}\Big\}$.

Третий вариант конгруенции — универсальное отношение.

Решение задачи 27.

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число».

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число». Ясно, что «экстремальными» являются числа

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число». Ясно, что «экстремальными» являются числа 0 и 1.

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число». Ясно, что «экстремальными» являются числа 0 и 1. Какое из них «экстремальнее»?

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число». Ясно, что «экстремальными» являются числа 0 и 1. Какое из них «экстремальнее»?
Число 0 «ведет» себя необычно и относительно сложения, и относительно умножения.

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0.

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Ясно, что один из вариантов конгруенции — отношение равенства. Поэтому рассмотрим конгруенции, отличные от отношения равенства.

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Ясно, что один из вариантов конгруенции — отношение равенства. Поэтому рассмотрим конгруенции, отличные от отношения равенства.

Значит, есть различные числа m и n такие, что $(m,\ n) \in T$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\left\{ \begin{array}{l} (m;\ n) \in T, \\ (-m,\ -m) \in T \end{array} \right. \quad \Rightarrow$$

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Ясно, что один из вариантов конгруенции — отношение равенства. Поэтому рассмотрим конгруенции, отличные от отношения равенства.
Значит, есть различные числа m и n такие, что $(m,\ n) \in T$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (m;\ n) \in T, \\ (-m;\ -m) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (m-m;\ n-m) \in T\ \Rightarrow$$

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Ясно, что один из вариантов конгруенции — отношение равенства. Поэтому рассмотрим конгруенции, отличные от отношения равенства.

Значит, есть различные числа m и n такие, что $(m,\ n) \in T$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\left\{\begin{array}{l} (m;\ n) \in T, \\ (-m;\ -m) \in T \end{array}\right. \Rightarrow\ (m-m;\ n-m) \in T\ \Rightarrow\ (0, n-m) \in T.$$

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Ясно, что один из вариантов конгруенции — отношение равенства. Поэтому рассмотрим конгруенции, отличные от отношения равенства.

Значит, есть различные числа m и n такие, что $(m,\ n) \in T$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (m;\ n) \in T, \\ (-m;\ -m) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (m-m;\ n-m) \in T\ \Rightarrow\ (0, n-m) \in T.$$

Значит, мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций» рассмотрим класс C_0 эквивалентных элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Если отрицательное число x принадлежит C_0, то по определению конгруенции

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (x;\ 0) \in T \end{cases}$$

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Если отрицательное число x принадлежит C_0, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (x;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1) \cdot x;\ (-1) \cdot 0) \in T\ \Rightarrow$$

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Если отрицательное число x принадлежит C_0, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (x;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1)\cdot x;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-x, 0) \in T.$$

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Если отрицательное число x принадлежит C_0, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (x;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow ((-1) \cdot x;\ (-1) \cdot 0) \in T \Rightarrow (-x, 0) \in T.$$

Поэтому если в классе C_0 содержится ненулевое число, то в этом классе содержится положительное число.

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.
Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.

Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.

Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.

Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\left\{ \begin{array}{l} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{array} \right. \Rightarrow\ ((-1) \cdot m;\ (-1) \cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.
Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.
Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.
Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow ((-1) \cdot m;\ (-1) \cdot 0) \in T \Rightarrow (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.
Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.
Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.
Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1)\cdot m;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.
Разделим $(m+1)$ на $(k+1)$ с остатком:

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.

Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.

Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1)\cdot m;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.

Разделим m на k с остатком: $\quad m = pk + r$, где

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.

Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.

Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\left\{\begin{array}{l}(-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T\end{array}\right. \Rightarrow\ ((-1)\cdot m;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.

Разделим m на k с остатком: $\quad m = pk + r$, где $0 \leq r \leq k-1$.

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.
Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.
Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.
Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1) \cdot m;\ (-1) \cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.
Разделим m на k с остатком: $m = pk + r$, где $0 \leq r \leq k - 1$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (k;\ 0) \in T, \\ (p;\ p) \in T \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.

Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.

Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1)\cdot m;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.

Разделим m на k с остатком: $\quad m = pk + r$, где $0 \le r \le k-1$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (k;\ 0) \in T, \\ (p;\ p) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (kp;\ 0p) \in T.$$

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.
Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.
Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.
Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1)\cdot m;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.
Разделим m на k с остатком: $m = pk + r$, где $0 \le r \le k-1$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (k;\ 0) \in T, \\ (p;\ p) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (kp;\ 0p) \in T.$$ Как мы доказали ранее, $(kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow$

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.

Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.

Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1)\cdot m;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.

Разделим m на k с остатком: $m = pk + r$, где $0 \le r \le k - 1$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (k;\ 0) \in T, \\ (p;\ p) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (kp;\ 0p) \in T.$$ Как мы доказали ранее, $(kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (-kp;\ 0) \in T$.

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.
Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.
Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.
Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1)\cdot m;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.
Разделим m на k с остатком: $m = pk + r$, где $0 \le r \le k-1$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (k;\ 0) \in T, \\ (p;\ p) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (kp;\ 0p) \in T.\ \text{Как мы доказали ранее, } (kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (-kp;\ 0) \in T.$$

Следовательно, по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-kp;\ 0) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.

Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.

Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1) \cdot m;\ (-1) \cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.

Разделим m на k с остатком: $m = pk + r$, где $0 \leq r \leq k - 1$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (k;\ 0) \in T, \\ (p;\ p) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (kp;\ 0p) \in T.$$ Как мы доказали ранее, $(kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (-kp;\ 0) \in T$.

Следовательно, по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-kp;\ 0) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (m - kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow$$

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.

Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.

Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1)\cdot m;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.

Разделим m на k с остатком: $\quad m = pk + r$, где $0 \leq r \leq k-1$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (k;\ 0) \in T, \\ (p;\ p) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (kp;\ 0p) \in T. \text{ Как мы доказали ранее, } (kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (-kp;\ 0) \in T.$$

Следовательно, по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-kp;\ 0) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (m-kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow$$

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.

Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.

Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1)\cdot m;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.

Разделим m на k с остатком: $m = pk + r$, где $0 \le r \le k-1$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (k;\ 0) \in T, \\ (p;\ p) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (kp;\ 0p) \in T. \text{ Как мы доказали ранее, } (kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (-kp;\ 0) \in T.$$

Следовательно, по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-kp;\ 0) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (m-kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (r;\ 0) \in T, \text{ но}$$

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.
Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.
Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.
Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**
$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1) \cdot m;\ (-1) \cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$
Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.
Разделим m на k с остатком: $m = pk + r$, где $0 \leq r \leq k - 1$. Тогда по **определению конгруенции**
$$\begin{cases} (k;\ 0) \in T, \\ (p;\ p) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (kp;\ 0p) \in T.$$ Как мы доказали ранее, $(kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (-kp;\ 0) \in T$.
Следовательно, по **определению конгруенции**
$$\begin{cases} (-kp;\ 0) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (m - kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (r;\ 0) \in T,$$ но k — минимальное положительное число с этим свойством. Значит,

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.

Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.

Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1)\cdot m;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.

Разделим m на k с остатком: $m = pk + r$, где $0 \leq r \leq k - 1$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (k;\ 0) \in T, \\ (p;\ p) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (kp;\ 0p) \in T.$$ Как мы доказали ранее, $(kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (-kp;\ 0) \in T$.

Следовательно, по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-kp;\ 0) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (m - kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (r;\ 0) \in T,$$ но k — минимальное положительное число с этим свойством. Значит, $r = 0$.

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.

Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.

Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1)\cdot m;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.

Разделим m на k с остатком: $\quad m = pk + r$, где $0 \le r \le k-1$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (k;\ 0) \in T, \\ (p;\ p) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (kp;\ 0p) \in T. \text{ Как мы доказали ранее, } (kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (-kp;\ 0) \in T.$$

Следовательно, по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-kp;\ 0) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (m - kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (r;\ 0) \in T, \text{ но } k \text{ — минимальное положительное}$$

число с этим свойством. Значит, $r = 0$.

Значит, фактор-система представляет собой кольцо вычетов по модулю k, т.е. $(x;\ y) \in T\ \Leftrightarrow\ \Big(\exists p \in \mathbb{Z}\ (x - y = kp)\Big)$. Отношение $<$ индуцирует

Задача 27. Найти все **фактор-алгебры** кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.

Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.

Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.

Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1)\cdot m;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.

Разделим m на k с остатком: $\quad m = pk + r$, где $0 \leq r \leq k-1$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (k;\ 0) \in T, \\ (p;\ p) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (kp;\ 0p) \in T.$$ Как мы доказали ранее, $(kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (-kp;\ 0) \in T$.

Следовательно, по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-kp;\ 0) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (m-kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (r;\ 0) \in T,$$ но k — минимальное положительное число с этим свойством. Значит, $r = 0$.

Значит, фактор-система представляет собой кольцо вычетов по модулю k, т.е. $(x;\ y) \in T\ \Leftrightarrow\ \Big(\exists p \in \mathbb{Z}\ (x - y = kp)\Big)$. Отношение $<$ индуцирует **универсальное отношение**, т.к.

Задача 27. Найти все фактор-алгебры кольца целых чисел с отношением $<$.

Ответ. В соответствии со **стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** рассмотрим класс C_0 **эквивалентных** элементов, содержащий «экстремальное число» 0. Мы рассматриваем ситуацию, когда в классе C_0, содержащем 0, имеется хотя бы один ненулевой элемент.
Возьмем минимальное положительное число k, содержащееся в C_0.
Пусть m — произвольное ненулевое число из C_0.
Если $m < 0$, то по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-1;\ -1) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ ((-1)\cdot m;\ (-1)\cdot 0) \in T\ \Rightarrow\ (-m, 0) \in T.$$

Значит, согласно **определению класса эквивалентных элементов** $(-m) \in C_0$. Итак, можно считать, что m — положительный элемент из C_0.
Разделим m на k с остатком: $m = pk + r$, где $0 \le r \le k-1$. Тогда по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (k;\ 0) \in T, \\ (p;\ p) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (kp;\ 0p) \in T.\ \text{Как мы доказали ранее, } (kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (-kp;\ 0) \in T.$$

Следовательно, по **определению конгруенции**

$$\begin{cases} (-kp;\ 0) \in T, \\ (m;\ 0) \in T \end{cases} \Rightarrow\ (m-kp;\ 0) \in T\ \Rightarrow\ (r;\ 0) \in T,\ \text{ но } k \text{ — минимальное положительное}$$

число с этим свойством. Значит, $r = 0$.
Значит, фактор-система представляет собой кольцо вычетов по модулю k, т.е. $(x;\ y) \in T\ \Leftrightarrow\ \Big(\exists p \in \mathbb{Z}\ (x - y = kp)\Big)$. Отношение $<$ индуцирует **универсальное отношение**, т.к. для любых целых чисел x, y найдется такое целое число q, что $x < y + kp$.

Решение задачи 28.

Задача 28. Постройте конгруенцию T для **гомоморфизма, созданного** при решении **задачи III.9**, и фактор-систему $\mathcal{A}/T$.

Задача 28. Постройте конгруенцию T для **гомоморфизма, созданного** при решении **задачи III.9**, и фактор-систему $\mathcal{A}/T$.

Ответ. $T = \{(-1;-1)\,,\ (-1;1)\,,\ (1;-1)\,,\ (1;1)\,,\ (i;i)\,,\ (i;-i)\,,\ (-i;i)\,,\ (-i;-i)\}\,.$

Задача 28. Постройте конгруенцию T для **гомоморфизма, созданного** при решении **задачи III.9**, и фактор-систему $\mathcal{A}/T$.

Ответ.

$x \backslash y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$

Спасибо за внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?