Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Основы тензорной алгебры

Раздел электронного учебника
для сопровождения практического занятия

Изд. 4-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2012

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива T, если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива T, если* $T_{1\bullet\bullet 1}^{\bullet 22} = 5, \quad T_{1\bullet\bullet 2}^{\bullet 11} = -8, \quad T_{2\bullet\bullet 2}^{\bullet 11} = 4, \quad T_{2\bullet\bullet 2}^{\bullet 21} = \pi, \quad T_{2\bullet\bullet 1}^{\bullet 12} = 2,$ $T_{1\bullet\bullet 2}^{\bullet 22} = -6, \quad T_{2\bullet\bullet 1}^{\bullet 21} = 11, \quad T_{1\bullet\bullet 1}^{\bullet 12} = 1.$

Решение.

$T_{1\bullet\bullet 1}^{\bullet 22} = 5,$

$$\left(T_{i\bullet\bullet m}^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива* T, *если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$,

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива T, если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$,

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & \\ & \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива T, если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $\quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $\quad T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$,

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & -8 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & \\ & \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива* T, *если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $\quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $\quad T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$,

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & -8 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ 5 & \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива* T, *если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $\quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $\quad T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$,

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & -8 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ 5 & \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & 4 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива T, если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $\quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $\quad T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$,

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & -8 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ 5 & \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & 4 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива* T, *если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$,

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & -8 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ 5 & \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & 4 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \pi \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива* T, *если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$,

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & -8 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ 5 & \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & 4 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \pi \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива T, если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $\quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $\quad T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $\quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$,

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & -8 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ 5 & \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & 4 \\ 2 & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \pi \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива* T, *если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$,

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & -8 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ 5 & \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & 4 \\ 2 & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \pi \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива T, если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $\quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $\quad T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $\quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$,
$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$,

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & -8 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ 5 & -6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & 4 \\ 2 & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \pi \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива* T, *если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$,

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & -8 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ 5 & -6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & 4 \\ 2 & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \pi \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива* T, *если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $\quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$, $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$, $\quad T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1$.

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5$, $\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8$, $\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi$, $\quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2$,
$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6$, $\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11$,

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & -8 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ 5 & -6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & 4 \\ 2 & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 11 & \pi \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива* T, *если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5, \quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8, \quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4, \quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi, \quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2,$
$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6, \quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11, \quad T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1.$

Решение.
$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5, \quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8, \quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4, \quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi, \quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2,$
$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6, \quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11, \quad T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1.$

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & -8 \\ & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ 5 & -6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & 4 \\ 2 & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 11 & \pi \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Пример 1. *Разместите в матрице элементы массива* T, *если* $T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5,\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8,\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4,\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi,\quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2,$
$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6,\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11,\quad T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1.$

Решение.

$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 1} = 5,\quad T^{\bullet 11}_{1\bullet\bullet 2} = -8,\quad T^{\bullet 11}_{2\bullet\bullet 2} = 4,\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 2} = \pi,\quad T^{\bullet 12}_{2\bullet\bullet 1} = 2,$
$T^{\bullet 22}_{1\bullet\bullet 2} = -6,\quad T^{\bullet 21}_{2\bullet\bullet 1} = 11,\quad T^{\bullet 12}_{1\bullet\bullet 1} = 1.$

$$\left(T^{\bullet jk}_{i\bullet\bullet m}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & -8 \\ 1 & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} & \\ 5 & -6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & 4 \\ 2 & \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 11 & \pi \\ & \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Вернуться к лекции?

Пример 2. *Пусть заданы некоторые массивы* $\left(a^{i}_{\bullet j}\right)$, $\left(b^{i}_{\bullet j}\right)$, $\left(c^{i}_{\bullet j}\right)$, $\left(U^{ij}_{\bullet\bullet k}\right)$, *где* $i, j, k \in \{1, 2, \ldots, n\}$. *Записать с помощью матричного умножения массив* $\left(V^{ij}_{\bullet\bullet k}\right)$, *элементы которого вычисляются по правилу*

$$V^{ij}_{\bullet\bullet k} = a^{i}_{\bullet p} \cdot b^{j}_{\bullet q} \cdot c^{r}_{\bullet k} \cdot U^{pq}_{\bullet\bullet r}. \tag{1}$$

Решение.

Пример 2. *Пусть заданы некоторые массивы* $\left(a^i_{\bullet j}\right)$, $\left(b^i_{\bullet j}\right)$, $\left(c^i_{\bullet j}\right)$, $\left(U^{ij}_{\bullet\bullet k}\right)$, *где* $i, j, k \in \{1, 2, \ldots, n\}$. *Записать с помощью матричного умножения массив* $\left(V^{ij}_{\bullet\bullet k}\right)$, *элементы которого вычисляются по правилу*

$$V^{ij}_{\bullet\bullet k} = a^i_{\bullet p} \cdot b^j_{\bullet q} \cdot c^r_{\bullet k} \cdot U^{pq}_{\bullet\bullet r}. \tag{1}$$

Решение. Фактически нам надо перевести **равенство (1)** на язык матричных операций.

Пример 2. *Пусть заданы некоторые массивы* $\left(a^{i}_{\bullet j}\right)$, $\left(b^{i}_{\bullet j}\right)$, $\left(c^{i}_{\bullet j}\right)$, $\left(U^{ij}_{\bullet\bullet k}\right)$, *где* $i, j, k \in \{1, 2, \ldots, n\}$. *Записать с помощью матричного умножения массив* $\left(V^{ij}_{\bullet\bullet k}\right)$, *элементы которого вычисляются по правилу*

$$V^{ij}_{\bullet\bullet k} = a^{i}_{\bullet p} \cdot b^{j}_{\bullet q} \cdot c^{r}_{\bullet k} \cdot U^{pq}_{\bullet\bullet r}. \tag{1}$$

Решение. Алгебраическое выражение в правой части этого равенства представляет собой сумму и произведение чисел, поэтому множители и слагаемые можно менять местами:

Пример 2. *Пусть заданы некоторые массивы* $\left(a^{i}_{\bullet j}\right)$, $\left(b^{i}_{\bullet j}\right)$, $\left(c^{i}_{\bullet j}\right)$, $\left(U^{ij}_{\bullet\bullet k}\right)$, *где* $i, j, k \in \{1, 2, \ldots, n\}$. *Записать с помощью матричного умножения массив* $\left(V^{ij}_{\bullet\bullet k}\right)$, *элементы которого вычисляются по правилу*

$$V^{ij}_{\bullet\bullet k} = a^{i}_{\bullet p} \cdot b^{j}_{\bullet q} \cdot c^{r}_{\bullet k} \cdot U^{pq}_{\bullet\bullet r}. \tag{1}$$

Решение. Алгебраическое выражение в правой части этого равенства представляет собой сумму и произведение $\underline{\text{чисел}}$, поэтому множители и слагаемые можно менять местами:

$$a^{i}_{\bullet p} \cdot b^{j}_{\bullet q} \cdot c^{r}_{\bullet k} \cdot U^{pq}_{\bullet\bullet r} = a^{i}_{\bullet p} \cdot b^{j}_{\bullet q} \cdot U^{pq}_{\bullet\bullet r} \cdot c^{r}_{\bullet k}.$$

Пример 2. *Пусть заданы некоторые массивы* $\left(a^i_{\bullet j}\right)$, $\left(b^i_{\bullet j}\right)$, $\left(c^i_{\bullet j}\right)$, $\left(U^{ij}_{\bullet\bullet k}\right)$, *где* $i, j, k \in \{1, 2, \ldots, n\}$. *Записать с помощью матричного умножения массив* $\left(V^{ij}_{\bullet\bullet k}\right)$, *элементы которого вычисляются по правилу*

$$V^{ij}_{\bullet\bullet k} = a^i_{\bullet p} \cdot b^j_{\bullet q} \cdot c^r_{\bullet k} \cdot U^{pq}_{\bullet\bullet r}. \tag{1}$$

Решение.

$$a^i_{\bullet p} \cdot b^j_{\bullet q} \cdot c^r_{\bullet k} \cdot U^{pq}_{\bullet\bullet r} = a^i_{\bullet p} \cdot b^j_{\bullet q} \cdot U^{pq}_{\bullet\bullet r} \cdot c^r_{\bullet k}.$$

Зафиксируем в правой части **равенства (1)** значение индекса p. Тогда массив элементов $b^j_{\bullet q} \cdot c^r_{\bullet k} \cdot U^{pq}_{\bullet\bullet r} = b^j_{\bullet q} \cdot U^{pq}_{\bullet\bullet r} \cdot c^r_{\bullet k}$ можно представить в виде

$$\left(b^j_{\bullet q} \cdot U^{pq}_{\bullet\bullet r} \cdot c^r_{\bullet k}\right) = \left(b^j_{\bullet q}\right) \left(U^{pq}_{\bullet\bullet r}\right) \left(c^r_{\bullet k}\right).$$

Договоримся, что если $W^1, W^2, \ldots, W^n$ — квадратные матрицы, то умножение матрицы $(a^i_{\bullet p})$ на массив $\begin{pmatrix} W^1 \\ W^2 \\ \ldots \\ W^n \end{pmatrix}$ проводится по правилу, при котором матрицы W^p воспринимаются «как числа», точнее, просто как элементы матрицы-столбца $\begin{pmatrix} W^1 \\ W^2 \\ \ldots \\ W^n \end{pmatrix}$, то есть, например,

$$\begin{pmatrix} a^i_1 & a^i_2 & \ldots & a^i_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^1 \\ W^2 \\ \ldots \\ W^n \end{pmatrix} = \left(a^i_1 W^1 + a^i_2 W^2 + \ldots + a^i_n W^n\right).$$

Например,

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} 1 \cdot \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} \\ 3 \cdot \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 53 & 56 \\ 59 & 62 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 117 & 124 \\ 131 & 138 \end{pmatrix} \end{array} \right).$$

С учетом последнего соглашения[1] получаем, что **равенство (1)** в матричной записи имеет вид:

$$\left(V^{ij}_{\bullet\bullet k}\right) = \left(a^i_{\bullet p} \cdot b^j_{\bullet q} \cdot c^r_{\bullet k} \cdot U^{pq}_{\bullet\bullet r}\right) = \left(a^i_{\bullet p}\right) \cdot \left(\begin{array}{c} \left(b^j_{\bullet q}\right) \left(U^{1q}_{\bullet\bullet r}\right) \left(c^r_{\bullet k}\right) \\ \left(b^j_{\bullet q}\right) \left(U^{2q}_{\bullet\bullet r}\right) \left(c^r_{\bullet k}\right) \\ \cdots \\ \left(b^j_{\bullet q}\right) \left(U^{nq}_{\bullet\bullet r}\right) \left(c^r_{\bullet k}\right) \end{array} \right).$$

Вернуться к лекции?

[1] полагая $W^p = \left(b^j_{\bullet q}\right) \left(U^{pq}_{\bullet\bullet r}\right) \left(c^r_{\bullet k}\right)$.

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение.

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a_p\cdot$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a_p \cdot a_q \cdot$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a_p \cdot a_q \cdot a_r \cdot$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a_p \cdot a_q \cdot a_r \cdot a_t \cdot$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a_p \cdot a_q \cdot a_r \cdot a_t \cdot b^u \cdot$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a_p \cdot a_q \cdot a_r \cdot a_t \cdot b^u \cdot b^v \cdot$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T_{pqrt}^{uvw}.

Решение. $\acute{T}_{pqrt}^{uvw} = a_p \cdot a_q \cdot a_r \cdot a_t \cdot b^u \cdot b^v \cdot b^w \cdot$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T_{pqrt}^{uvw}.

Решение. $\acute{T}_{pqrt}^{uvw} = a_p \cdot a_q \cdot a_r \cdot a_t \cdot b^u \cdot b^v \cdot b^w \cdot T_{\dots}^{\dots}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a^i_p \cdot a_q \cdot a_r \cdot a_t \cdot b^u \cdot b^v \cdot b^w \cdot T^{\dots}_{\dots}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a^i_p \cdot a_q \cdot a_r \cdot a_t \cdot b^u \cdot b^v \cdot b^w \cdot T^{\cdots}_{i\cdots}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a^i_p \cdot a^j_q \cdot a_r \cdot a_t \cdot b^u \cdot b^v \cdot b^w \cdot T^{\cdots}_{i\ldots}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T_{pqrt}^{uvw}.

Решение. $\acute{T}_{pqrt}^{uvw} = a_p^i \cdot a_q^j \cdot a_r \cdot a_t \cdot b^u \cdot b^v \cdot b^w \cdot T_{ij\ldots}^{\cdots}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a^i_p \cdot a^j_q \cdot a^k_r \cdot a_t \cdot b^u \cdot b^v \cdot b^w \cdot T^{\dots}_{ij\dots}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a^i_p \cdot a^j_q \cdot a^k_r \cdot a_t \cdot b^u \cdot b^v \cdot b^w \cdot T^{\dots}_{ijk\dots}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a^i_p \cdot a^j_q \cdot a^k_r \cdot a^m_t \cdot b^u \cdot b^v \cdot b^w \cdot T^{\dots}_{ijk\dots}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T_{pqrt}^{uvw}.

Решение. $\acute{T}_{pqrt}^{uvw} = a_p^i \cdot a_q^j \cdot a_r^k \cdot a_t^m \cdot b^u \cdot b^v \cdot b^w \cdot T_{ijkm}^{\cdots}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a^i_p \cdot a^j_q \cdot a^k_r \cdot a^m_t \cdot b^u_x \cdot b^v \cdot b^w \cdot T^{\cdots}_{ijkm}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a^i_p \cdot a^j_q \cdot a^k_r \cdot a^m_t \cdot b^u_x \cdot b^v \cdot b^w \cdot T^{x\ldots}_{ijkm}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a^i_p \cdot a^j_q \cdot a^k_r \cdot a^m_t \cdot b^u_x \cdot b^v_y \cdot b^w \cdot T^{x\ldots}_{ijkm}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a^i_p \cdot a^j_q \cdot a^k_r \cdot a^m_t \cdot b^u_x \cdot b^v_y \cdot b^w \cdot T^{xy\ldots}_{ijkm}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a^{i}_{p} \cdot a^{j}_{q} \cdot a^{k}_{r} \cdot a^{m}_{t} \cdot b^{u}_{x} \cdot b^{v}_{y} \cdot b^{w}_{z} \cdot T^{xy\ldots}_{ijkm}$

Пример 3. *Запишите* ***тензорный закон*** *для* T^{uvw}_{pqrt}.

Решение. $\acute{T}^{uvw}_{pqrt} = a^i_p \cdot a^j_q \cdot a^k_r \cdot a^m_t \cdot b^u_x \cdot b^v_y \cdot b^w_z \cdot T^{xyz}_{ijkm}$.

Вернуться к лекции?

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. Найдем общее решение этого уравнения.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. Найдем общее решение этого уравнения. Это линейное уравнение с постоянными коэффициентами,

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. Найдем общее решение этого уравнения. Это линейное уравнение с постоянными коэффициентами, его характеристический многочлен $k^2 - 4 = 0$ имеет два корня: 2 и -2. Значит, общее решение может быть записано в виде:

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. Найдем общее решение этого уравнения. Это линейное уравнение с постоянными коэффициентами, его характеристический многочлен $k^2 - 4 = 0$ имеет два корня: 2 и -2. Значит, общее решение может быть записано в виде: $y = Ce^{2x} + De^{-2x}$. Но в данном случае его можно представить и в виде $y = E\operatorname{ch}(2x) + F\operatorname{sh}(2x)$.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. Найдем общее решение этого уравнения. Это линейное уравнение с постоянными коэффициентами, его характеристический многочлен $k^2 - 4 = 0$ имеет два корня: 2 и -2. Значит, общее решение может быть записано в виде: $y = Ce^{2x} + De^{-2x}$. Но в данном случае его можно представить и в виде $y = E\operatorname{ch}(2x) + F\operatorname{sh}(2x)$. Таким образом, имеем два базиса этого пространства: $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}$ и $\mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\}$.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\}$. Найдем матрицу оператора дифференцирования в базисах **Б** и $\mathbf{Б}'$:

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}$, $\quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\}$. Найдем матрицу оператора дифференцирования в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$:

$$\left(e^{2x}\right)' =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\}$. Найдем матрицу оператора дифференцирования в базисах **Б** и $\mathbf{Б}'$:

$$\left(e^{2x}\right)' = 2 \cdot e^{2x} =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\}$. Найдем матрицу оператора дифференцирования в базисах **Б** и $\mathbf{Б}'$:

$$\left(e^{2x}\right)' = 2 \cdot e^{2x} = 2 \cdot e^{2x} + 0 \cdot e^{-2x} =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\}$. Найдем матрицу оператора дифференцирования в базисах **Б** и $\mathbf{Б}'$:

$$\left(e^{2x}\right)' = 2 \cdot e^{2x} = 2 \cdot e^{2x} + 0 \cdot e^{-2x} = D_1^1 e^{2x} + D_1^2 e^{-2x}.$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}$, $\quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\}$. Найдем матрицу оператора дифференцирования в базисах **Б** и **Б**$'$:

$$\left(e^{2x}\right)' = 2 \cdot e^{2x} = 2 \cdot e^{2x} + 0 \cdot e^{-2x} = D_1^1 e^{2x} + D_1^2 e^{-2x}.$$

$$\left(e^{-2x}\right)' =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\}$. Найдем матрицу оператора дифференцирования в базисах **Б** и **Б**$'$:

$$\left(e^{2x}\right)' = 2 \cdot e^{2x} = 2 \cdot e^{2x} + 0 \cdot e^{-2x} = D_1^1 e^{2x} + D_1^2 e^{-2x}.$$

$$\left(e^{-2x}\right)' = -2 \cdot e^{-2x} =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}$, $\quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\}$. Найдем матрицу оператора дифференцирования в базисах **Б** и **Б**$'$:

$$\left(e^{2x}\right)' = 2 \cdot e^{2x} = 2 \cdot e^{2x} + 0 \cdot e^{-2x} = D_1^1 e^{2x} + D_1^2 e^{-2x}.$$

$$\left(e^{-2x}\right)' = -2 \cdot e^{-2x} = 0 \cdot e^{2x} - 2 \cdot e^{-2x} =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}$, $\quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\}$. Найдем матрицу оператора дифференцирования в базисах **Б** и $\mathbf{Б}'$:

$$\left(e^{2x}\right)' = 2 \cdot e^{2x} = 2 \cdot e^{2x} + 0 \cdot e^{-2x} = D_1^1 e^{2x} + D_1^2 e^{-2x}.$$

$$\left(e^{-2x}\right)' = -2 \cdot e^{-2x} = 0 \cdot e^{2x} - 2 \cdot e^{-2x} = D_2^1 e^{2x} + D_2^2 e^{-2x}.$$

Поэтому **матрица D оператора дифференцирования** в базисе **Б**

имеет вид:

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение **тензорного закона** для **матрицы этого оператора** в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\}$. Найдем матрицу оператора дифференцирования в базисах **Б** и **Б**$'$:

$$\left(e^{2x}\right)' = 2 \cdot e^{2x} = 2 \cdot e^{2x} + 0 \cdot e^{-2x} = D_1^1 e^{2x} + D_1^2 e^{-2x}.$$

$$\left(e^{-2x}\right)' = -2 \cdot e^{-2x} = 0 \cdot e^{2x} - 2 \cdot e^{-2x} = D_2^1 e^{2x} + D_2^2 e^{-2x}.$$

Поэтому **матрица D оператора дифференцирования** в базисе **Б** имеет вид: $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\}$,

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Аналогично получаем **матрицу** D' **этого линейного оператора** в базисе $\mathbf{Б}'$:

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\}$,
$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

Аналогично получаем **матрицу D' этого линейного оператора** в базисе $\mathbf{Б}'$:

$$(\operatorname{ch}(2x))' =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}$, $\quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\}$,
$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

Аналогично получаем **матрицу D' этого линейного оператора** в базисе $\mathbf{Б}'$:

$$(\operatorname{ch}(2x))' = 2\operatorname{sh}(2x) = 0\operatorname{ch}(2x) + 2\operatorname{sh}(2x),$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}$, $\quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\}$,

$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

Аналогично получаем **матрицу** D' **этого линейного оператора** в базисе $\mathbf{Б}'$:

$$(\operatorname{ch}(2x))' = 2\operatorname{sh}(2x) = 0\operatorname{ch}(2x) + 2\operatorname{sh}(2x),$$

$$(\operatorname{sh}(2x))' =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\},$

$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$

Аналогично получаем **матрицу** D' **этого линейного оператора** в базисе $\mathbf{Б}'$:

$$(\mathrm{ch}(2x))' = 2\,\mathrm{sh}(2x) = 0\,\mathrm{ch}(2x) + 2\,\mathrm{sh}(2x),$$

$$(\mathrm{sh}(2x))' = 2\,\mathrm{ch}(2x) = 2\,\mathrm{ch}(2x) + 0\,\mathrm{sh}(2x),$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\},$
$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$

Аналогично получаем **матрицу D' этого линейного оператора** в базисе $\mathbf{Б}'$:

$$(\mathrm{ch}(2x))' = 2\,\mathrm{sh}(2x) = 0\,\mathrm{ch}(2x) + 2\,\mathrm{sh}(2x),$$

$$(\mathrm{sh}(2x))' = 2\,\mathrm{ch}(2x) = 2\,\mathrm{ch}(2x) + 0\,\mathrm{sh}(2x),$$

откуда

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\},$
$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$

Аналогично получаем **матрицу** D' **этого линейного оператора** в базисе $\mathbf{Б}'$:

$$(\operatorname{ch}(2x))' = 2\operatorname{sh}(2x) = 0\operatorname{ch}(2x) + 2\operatorname{sh}(2x),$$

$$(\operatorname{sh}(2x))' = 2\operatorname{ch}(2x) = 2\operatorname{ch}(2x) + 0\operatorname{sh}(2x),$$

откуда $D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\text{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \text{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\}$,

$$D = D_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\text{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Проверим теперь выполнение тензорного закона. Матрицу перехода найти легко:

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Проверим теперь выполнение **тензорного закона**. Матрицу перехода найти легко:

$$\operatorname{ch}(2x) =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Проверим теперь выполнение **тензорного закона**. Матрицу перехода найти легко:

$$\mathrm{ch}(2x) = \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2}e^{-2x}; \quad \mathrm{sh}(2x) =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\text{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \text{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\text{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Проверим теперь выполнение **тензорного закона**. Матрицу перехода найти легко:

$$\operatorname{ch}(2x) = \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2}e^{-2x}; \quad \operatorname{sh}(2x) = \frac{1}{2} \cdot e^{2x} - \frac{1}{2}e^{-2x},$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\textbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \textbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\},$
$D = D_{\textbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\textbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$

Проверим теперь выполнение **тензорного закона**. Матрицу перехода найти легко:

$$\mathrm{ch}(2x) = \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2}e^{-2x}; \quad \mathrm{sh}(2x) = \frac{1}{2} \cdot e^{2x} - \frac{1}{2}e^{-2x},$$

откуда получаем

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}$, $\quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\}$,
$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, $\quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим теперь выполнение **тензорного закона**. Матрицу перехода найти легко:

$$\operatorname{ch}(2x) = \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2}e^{-2x}; \quad \operatorname{sh}(2x) = \frac{1}{2} \cdot e^{2x} - \frac{1}{2}e^{-2x},$$

откуда получаем $A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, $B = A^{-1} =$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, $B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Осталось провести вычисления.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

С одной стороны, $\acute{D}_1^1 = 0$.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\text{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \text{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\text{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

С одной стороны, $\acute{D}^1_1 = 0$. С другой стороны,

$$\acute{D}^1_1 =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

С одной стороны, $\acute{D}^1_1 = 0$. С другой стороны,

$$\acute{D}^1_1 = a^i_1 \cdot b^1_j \cdot D^j_i =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\text{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \text{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\text{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

С одной стороны, $\acute{D}_1^1 = 0$. С другой стороны,

$$\acute{D}_1^1 = a_1^i \cdot b_j^1 \cdot D_i^j = a_1^1 \cdot b_1^1 \cdot D_1^1 + a_1^1 \cdot b_2^1 \cdot D_1^2 + a_1^2 \cdot b_1^1 \cdot D_2^1 + a_1^2 \cdot b_2^1 \cdot D_2^2 =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\text{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \text{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\}$,

$$D = D_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\text{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

С одной стороны, $\acute{D}_1^1 = 0$. С другой стороны,

$$\acute{D}_1^1 = a_1^i \cdot b_j^1 \cdot D_i^j = a_1^1 \cdot b_1^1 \cdot D_1^1 + a_1^1 \cdot b_2^1 \cdot D_1^2 + a_1^2 \cdot b_1^1 \cdot D_2^1 + a_1^2 \cdot b_2^1 \cdot D_2^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (-2) =$$

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

С одной стороны, $\acute{D}_1^1 = 0$. С другой стороны,

$$\acute{D}_1^1 = a_1^i \cdot b_j^1 \cdot D_i^j = a_1^1 \cdot b_1^1 \cdot D_1^1 + a_1^1 \cdot b_2^1 \cdot D_1^2 + a_1^2 \cdot b_1^1 \cdot D_2^1 + a_1^2 \cdot b_2^1 \cdot D_2^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (-2) = 0,$$

оправдывая наши ожидания.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Теперь надо проверять это соотношение для остальных элементов.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Теперь надо проверять это соотношение для остальных элементов. Тоска смертная. Как упростить вычисления?

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\}$,

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Применим матричное исчисление.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}$, $\quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\}$,

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Для этого «расставим точки» в индексах в тензорном законе: $\acute{D}^{i}_{\bullet j} = a^{p}_{\bullet j} \cdot b^{i}_{\bullet q} \cdot D^{q}_{\bullet p} = b^{i}_{\bullet q} \cdot D^{q}_{\bullet p} \cdot a^{p}_{\bullet j}$.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\}$,

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Для этого «расставим точки» в индексах в тензорном законе: $\acute{D}^i_{\bullet j} = a^p_{\bullet j} \cdot b^i_{\bullet q} \cdot D^q_{\bullet p} = b^i_{\bullet q} \cdot D^q_{\bullet p} \cdot a^p_{\bullet j}$.

Элемент b^i_q мы поставили первым, ибо индекс i, «за который отвечает» этот элемент, стоит первым в $\acute{D}^i_{\bullet j}$, причем и в $b^i_{\bullet q}$ он первый, значит транспонировать матрицу B не надо.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\}$,

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Для этого «расставим точки» в индексах в тензорном законе: $\acute{D}^{i}_{\bullet j} = a^{p}_{\bullet j} \cdot b^{i}_{\bullet q} \cdot D^{q}_{\bullet p} = b^{i}_{\bullet q} \cdot D^{q}_{\bullet p} \cdot a^{p}_{\bullet j}$.

Индекс суммирования q должен быть «внутренним», поэтому вторым множителем будет матрица D.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\mathrm{ch}(2x), \mathrm{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Для этого «расставим точки» в индексах в тензорном законе: $\acute{D}^{i}_{\bullet j} = a^{p}_{\bullet j} \cdot b^{i}_{\bullet q} \cdot D^{q}_{\bullet p} = b^{i}_{\bullet q} \cdot D^{q}_{\bullet p} \cdot a^{p}_{\bullet j}$.

Индекс j является вторым и в $\acute{D}^{i}_{\bullet j}$, и в $a^{p}_{\bullet j}$, поэтому матрица A в транспонировании также не нуждается.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения* $y'' - 4y = 0$ *задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Для этого «расставим точки» в индексах в тензорном законе: $\acute{D}^{i}_{\bullet j} = a^{p}_{\bullet j} \cdot b^{i}_{\bullet q} \cdot D^{q}_{\bullet p} = b^{i}_{\bullet q} \cdot D^{q}_{\bullet p} \cdot a^{p}_{\bullet j}$.

Отметим, что индекс p также оказался «внутренним», что подтверждает правильность вычислений.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Итак, в матричной форме выражение $a^p_{\bullet j} \cdot b^i_{\bullet q} \cdot D^q_{\bullet p}$, равное $b^i_{\bullet q} \cdot D^q_{\bullet p} \cdot a^p_{\bullet j}$, может быть записано в виде $B \cdot D \cdot A$.

Пример 4. *В пространстве решений дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$ задан оператор дифференцирования. Проверить выполнение* ***тензорного закона*** *для* ***матрицы этого оператора*** *в двух каких-нибудь базисах.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{e^{2x}, e^{-2x}\right\}, \quad \mathbf{Б}' = \{\operatorname{ch}(2x), \operatorname{sh}(2x)\},$

$$D = D_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D' = D_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Получаем $B \cdot D \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

что и требовалось доказать.

Вернуться к лекции?

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Скалярное произведение — это билинейная форма. Зададим ее в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$.

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Скалярное произведение — это билинейная форма. Зададим ее в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$. Это легко сделать, ибо $(e_i, e_j) = \delta_{ij}$ (по условию $\{e_1, e_2, e_3\}$ — ОНБ). Поэтому матрица билинейной формы (в данном примере это **матрица Грама**), будет

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Скалярное произведение — это билинейная форма. Зададим ее в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$. Это легко сделать, ибо $(e_i, e_j) = \delta_{ij}$ (по условию $\{e_1, e_2, e_3\}$ — ОНБ). Поэтому матрица билинейной формы (в данном примере это **матрица Грама**), будет единичной.

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Скалярное произведение — это билинейная форма. Зададим ее в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$. Это легко сделать, ибо $(e_i, e_j) = \delta_{ij}$ (по условию $\{e_1, e_2, e_3\}$ — ОНБ). Поэтому матрица билинейной формы (в данном примере это **матрица Грама**), будет единичной. Докажем, что функция, каждому базису ставящая в соответствие **матрицу Грама** этого базиса, является

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Скалярное произведение — это билинейная форма. Зададим ее в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$. Это легко сделать, ибо $(e_i, e_j) = \delta_{ij}$ (по условию $\{e_1, e_2, e_3\}$ — ОНБ). Поэтому матрица билинейной формы (в данном примере это **матрица Грама**), будет единичной. Докажем, что функция, каждому базису ставящая в соответствие **матрицу Грама** этого базиса, является **дважды ковариантным тензором**.

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Скалярное произведение — это билинейная форма. Зададим ее в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$. Это легко сделать, ибо $(e_i, e_j) = \delta_{ij}$ (по условию $\{e_1, e_2, e_3\}$ — ОНБ). Поэтому матрица билинейной формы (в данном примере это **матрица Грама**), будет единичной. Докажем, что функция, каждому базису ставящая в соответствие **матрицу Грама** этого базиса, является **дважды ковариантным тензором**. Итак, надо получить уравнение, то есть вычислить «нечто» двумя способами.

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Скалярное произведение — это билинейная форма. Зададим ее в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$. Это легко сделать, ибо $(e_i, e_j) = \delta_{ij}$ (по условию $\{e_1, e_2, e_3\}$ — ОНБ). Поэтому матрица билинейной формы (в данном примере это **матрица Грама**), будет единичной. Докажем, что функция, каждому базису ставящая в соответствие **матрицу Грама** этого базиса, является **дважды ковариантным тензором**. При проверке **тензорного закона** надо вычислять компоненты в «другом» базисе.

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Итак, выберем два базиса $\{u_1, u_2, u_3\}$ и $\{v_1, v_2, v_3\}$, причем $v_i = a_i^j \cdot u_j$.

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Итак, выберем два базиса $\{u_1, u_2, u_3\}$ и $\{v_1, v_2, v_3\}$, причем $v_i = a_i^j \cdot u_j$. Тогда $T_{ij} = (u_i, u_j)$,

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Итак, выберем два базиса $\{u_1, u_2, u_3\}$ и $\{v_1, v_2, v_3\}$, причем $v_i = a_i^j \cdot u_j$. Тогда $T_{ij} = (u_i, u_j)$,

$$T'_{ij} =$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Итак, выберем два базиса $\{u_1, u_2, u_3\}$ и $\{v_1, v_2, v_3\}$, причем $v_i = a_i^j \cdot u_j$. Тогда $T_{ij} = (u_i, u_j)$,

$$T'_{ij} = (v_i, v_j) =$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Итак, выберем два базиса $\{u_1, u_2, u_3\}$ и $\{v_1, v_2, v_3\}$, причем $v_i = a_i^j \cdot u_j$. Тогда $T_{ij} = (u_i, u_j)$,

$$T'_{ij} = (v_i, v_j) = \left(a_i^p \cdot u_p, a_j^q \cdot u_q\right) =$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Итак, выберем два базиса $\{u_1, u_2, u_3\}$ и $\{v_1, v_2, v_3\}$, причем $v_i = a_i^j \cdot u_j$. Тогда $T_{ij} = (u_i, u_j)$,

$$T'_{ij} = (v_i, v_j) = \left(a_i^p \cdot u_p, a_j^q \cdot u_q\right) = a_i^p \cdot a_j^q \cdot (u_p, u_q) =$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Итак, выберем два базиса $\{u_1, u_2, u_3\}$ и $\{v_1, v_2, v_3\}$, причем $v_i = a_i^j \cdot u_j$. Тогда $T_{ij} = (u_i, u_j)$,

$$T'_{ij} = (v_i, v_j) = \left(a_i^p \cdot u_p, a_j^q \cdot u_q\right) = a_i^p \cdot a_j^q \cdot (u_p, u_q) = a_i^p \cdot a_j^q \cdot T_{pq},$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Итак, выберем два базиса $\{u_1, u_2, u_3\}$ и $\{v_1, v_2, v_3\}$, причем $v_i = a_i^j \cdot u_j$. Тогда $T_{ij} = (u_i, u_j)$,

$$T'_{ij} = (v_i, v_j) = \left(a_i^p \cdot u_p, a_j^q \cdot u_q\right) = a_i^p \cdot a_j^q \cdot (u_p, u_q) = a_i^p \cdot a_j^q \cdot T_{pq},$$

то есть имеем **тензорный закон** для дважды ковариантного тензора.

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Вычислить компоненты этого **тензора** в базисе $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$ можно, как минимум, двумя способами:

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Вычислить компоненты этого **тензора** в базисе $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$ можно, как минимум, двумя способами: **по определению матрицы Грама**, и с помощью **тензорного закона**.

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Сначала вычислим эти компоненты, пользуясь **определением матрицы Грама**. Итак, пусть $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = -e_1 - 2e_2$, $e_3' = e_3$. Сначала найдем компоненты по определению. Имеем:

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Сначала вычислим эти компоненты, пользуясь **определением матрицы Грама**. Итак, пусть $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = -e_1 - 2e_2$, $e_3' = e_3$. Сначала найдем компоненты по определению. Имеем:

$T_{11} =$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Сначала вычислим эти компоненты, пользуясь **определением матрицы Грама**. Итак, пусть $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = -e_1 - 2e_2$, $e_3' = e_3$. Сначала найдем компоненты по определению. Имеем:

$T_{11} = (e_1', e_1') =$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Сначала вычислим эти компоненты, пользуясь **определением матрицы Грама**. Итак, пусть $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = -e_1 - 2e_2$, $e_3' = e_3$. Сначала найдем компоненты по определению. Имеем:

$$T_{11} = (e_1', e_1') = (e_1 + e_2, e_1 + e_2) =$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Сначала вычислим эти компоненты, пользуясь **определением матрицы Грама**. Итак, пусть $e'_1 = e_1 + e_2$, $e'_2 = -e_1 - 2e_2$, $e'_3 = e_3$. Сначала найдем компоненты по определению. Имеем:

$$T_{11} = (e'_1, e'_1) = (e_1 + e_2, e_1 + e_2) = (e_1, e_1)+(e_1, e_2)+(e_2, e_1)+(e_2, e_2) =$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Сначала вычислим эти компоненты, пользуясь **определением матрицы Грама**. Итак, пусть $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = -e_1 - 2e_2$, $e_3' = e_3$. Сначала найдем компоненты по определению. Имеем:

$$T_{11} = (e_1', e_1') = (e_1 + e_2, e_1 + e_2) = (e_1, e_1) + (e_1, e_2) + (e_2, e_1) + (e_2, e_2) = 2.$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Сначала вычислим эти компоненты, пользуясь **определением матрицы Грама**. Итак, пусть $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = -e_1 - 2e_2$, $e_3' = e_3$. Сначала найдем компоненты по определению. Имеем:

$$T_{11} = (e_1', e_1') = (e_1 + e_2, e_1 + e_2) = (e_1, e_1) + (e_1, e_2) + (e_2, e_1) + (e_2, e_2) = 2.$$

Что-то уж очень громоздко.

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = -e_1 - 2e_2$, $e_3' = e_3$. Вычислим скалярные произведения, с помощью пользуясь **теоремой о вычислении скалярного произведения**:

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = -e_1 - 2e_2$, $e_3' = e_3$. Вычислим скалярные произведения, с помощью пользуясь **теоремой о вычислении скалярного произведения**:

$$(T_{11}') = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = (2).$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ $\{e_1, e_2, e_3\}$ задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах $\{e_1, e_2, e_3\}$ и $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.*

Решение. $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = -e_1 - 2e_2$, $e_3' = e_3$. Вычислим скалярные произведения, с помощью пользуясь **теоремой о вычислении скалярного произведения**:
$(T_{11}') = 2$,

$$(T_{12}') = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = -3,$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = -e_1 - 2e_2$, $e_3' = e_3$. Вычислим скалярные произведения, с помощью пользуясь **теоремой о вычислении скалярного произведения**:

$(T'_{11}) = 2, \quad (T'_{12}) = -3,$

$$(T'_{13}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0.$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Используя **умножение матриц «на макроуровне»**, можно полученные три равенства

$$(T'_{11}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(T'_{12}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(T'_{13}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Используя **умножение матриц «на макроуровне»**, можно полученные три равенства представить в виде

$$(T'_{11}\ T'_{12}\ T'_{13}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Используя **умножение матриц «на макроуровне»**, можно полученные три равенства представить в виде

$$(T'_{11}\ T'_{12}\ T'_{13}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Используя **умножение матриц «на макроуровне»**, можно полученные три равенства представить в виде

$$(T'_{11}\ T'_{12}\ T'_{13}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично, используя **умножение матриц «на макроуровне»**, можно найти вторую $(T'_{21}\ T'_{22}\ T'_{23})$ и третью $(T'_{31}\ T'_{32}\ T'_{33})$ строки искомой матрицы Грама.

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Используя **умножение матриц «на макроуровне»**, можно полученные три равенства представить в виде

$$(T'_{11}\ T'_{12}\ T'_{13}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично, используя **умножение матриц «на макроуровне»**, можно найти вторую $(T'_{21}\ T'_{22}\ T'_{23})$ и третью $(T'_{31}\ T'_{32}\ T'_{33})$ строки искомой матрицы Грама.

Это позволяет повторным применением **умножения матриц «на макроуровне»** найти искомую матрицу Грама.

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. $e'_1 = e_1 + e_2$, $e'_2 = -e_1 - 2e_2$, $e'_3 = e_3$. Аналогично можно представить матрицы $\begin{pmatrix} T_{21} & T_{22} & T_{23} \end{pmatrix}$, и $\begin{pmatrix} T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix}$. Вновь используя **умножение матриц «на макроуровне»**, получаем

$$\begin{pmatrix} T'_{11} & T'_{12} & T'_{13} \\ T'_{21} & T'_{22} & T'_{23} \\ T'_{31} & T'_{32} & T'_{33} \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -3 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Теперь вычислим массив $T(\mathbf{Б}')$ с помощью **тензорного закона**. Имеем:

$$\acute{T}_{ij} =$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Теперь вычислим массив $T(\mathbf{Б}')$ с помощью **тензорного закона**. Имеем:

$$\acute{T}_{ij} = a^{p}_{\bullet i} \cdot a^{q}_{\bullet j} \cdot T_{pq} =$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Теперь вычислим массив $T(\mathbf{Б}')$ с помощью **тензорного закона**. Имеем:

$$\acute{T}_{ij} = a^p_{\bullet i} \cdot a^q_{\bullet j} \cdot T_{pq} = a^p_{\bullet i} \cdot T_{pq} \cdot a^q_{\bullet j},$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Теперь вычислим массив $T(\mathbf{Б}')$ с помощью **тензорного закона**. Имеем:

$$\acute{T}_{ij} = a^p_{\bullet i} \cdot a^q_{\bullet j} \cdot T_{pq} = a^p_{\bullet i} \cdot T_{pq} \cdot a^q_{\bullet j},$$

следовательно, матричная запись имеет вид

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Теперь вычислим массив $T(\mathbf{Б}')$ с помощью **тензорного закона**. Имеем:

$$\acute{T}_{ij} = a^{p}_{\bullet i} \cdot a^{q}_{\bullet j} \cdot T_{pq} = a^{p}_{\bullet i} \cdot T_{pq} \cdot a^{q}_{\bullet j},$$

следовательно, матричная запись имеет вид

$$T(\mathbf{Б}') =$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Теперь вычислим массив $T(\mathbf{Б}')$ с помощью **тензорного закона**. Имеем:

$$\acute{T}_{ij} = a^{p}_{\bullet i} \cdot a^{q}_{\bullet j} \cdot T_{pq} = a^{p}_{\bullet i} \cdot T_{pq} \cdot a^{q}_{\bullet j},$$

следовательно, матричная запись имеет вид

$$T(\mathbf{Б}') = T' =$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Теперь вычислим массив $T(\mathbf{Б}')$ с помощью **тензорного закона**. Имеем:

$$\acute{T}_{ij} = a^p_{\bullet i} \cdot a^q_{\bullet j} \cdot T_{pq} = a^p_{\bullet i} \cdot T_{pq} \cdot a^q_{\bullet j},$$

следовательно, матричная запись имеет вид

$$T(\mathbf{Б}') = T' = A^t \cdot T \cdot A =$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Теперь вычислим массив $T(\mathbf{Б}')$ с помощью **тензорного закона**. Имеем:

$$\acute{T}_{ij} = a^p_{\bullet i} \cdot a^q_{\bullet j} \cdot T_{pq} = a^p_{\bullet i} \cdot T_{pq} \cdot a^q_{\bullet j},$$

следовательно, матричная запись имеет вид

$$T(\mathbf{Б}') = T' = A^t \cdot T \cdot A = A^t \cdot T(\mathbf{Б}) \cdot A.$$

Пример 5. *В евклидовом трехмерном пространстве с ОНБ* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *задать скалярное произведение, как тензор-массив в базисах* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *и* $\{e_1 + e_2, -e_1 - 2e_2, e_3\}$.

Решение. Теперь вычислим массив $T(\mathbf{Б}')$ с помощью **тензорного закона**. Имеем:

$$\acute{T}_{ij} = a^p_{\bullet i} \cdot a^q_{\bullet j} \cdot T_{pq} = a^p_{\bullet i} \cdot T_{pq} \cdot a^q_{\bullet j},$$

следовательно, матричная запись имеет вид

$$T(\mathbf{Б}') = T' = A^t \cdot T \cdot A = A^t \cdot T(\mathbf{Б}) \cdot A.$$

Стоящую впереди матрицу A пришлось транспонировать, поскольку индекс i должен быть первым. Равенство $T' = A^t \cdot T \cdot A$ совпадает **равенством (2)**, полученным с помощью умножения матриц «на макроуровне». Задача решена.

Вернуться к лекции?

Пример 6. *Найти тензорное произведение пространства U многочленов степени, не выше 1, на пространство V симметричных 2×2-матриц.*

Решение. Имеем

$$U =$$

Пример 6. *Найти тензорное произведение пространства U многочленов степени, не выше 1, на пространство V симметричных 2×2-матриц.*

Решение. Имеем

$$U = \left\{ a \cdot x + b \,\middle|\, \{a, b\} \in \mathbb{R} \right\},$$

Пример 6. *Найти тензорное произведение пространства U многочленов степени, не выше 1, на пространство V симметричных 2×2-матриц.*

Решение. Имеем

$$U = \left\{ a \cdot x + b \,\middle|\, \{a, b\} \in \mathbb{R} \right\}, \quad V =$$

Пример 6. *Найти тензорное произведение пространства U многочленов степени, не выше 1, на пространство V симметричных 2×2-матриц.*

Решение. Имеем

$$U = \left\{ a \cdot x + b \,\middle|\, \{a, b\} \in \mathbb{R} \right\}, \quad V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \,\middle|\, \{a, b, c\} \in \mathbb{R} \right\}.$$

Пример 6. *Найти тензорное произведение пространства U многочленов степени, не выше 1, на пространство V симметричных 2×2-матриц.*

Решение. Имеем

$$U = \left\{ a \cdot x + b \,\middle|\, \{a, b\} \in \mathbb{R} \right\}, \quad V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \,\middle|\, \{a, b, c\} \in \mathbb{R} \right\}.$$

Значит, $U \otimes V$ — множество формальных сумм, слагаемые которых имеют вид

Пример 6. *Найти тензорное произведение пространства U многочленов степени, не выше 1, на пространство V симметричных 2×2-матриц.*

Решение. Имеем

$$U = \left\{ a \cdot x + b \,\middle|\, \{a, b\} \in \mathbb{R} \right\}, \quad V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \,\middle|\, \{a, b, c\} \in \mathbb{R} \right\}.$$

Значит, $U \otimes V$ — множество формальных сумм, слагаемые которых имеют вид $(a \cdot x + b) \otimes \begin{pmatrix} c & d \\ d & e \end{pmatrix}$.

Пример 6. *Найти тензорное произведение пространства U многочленов степени, не выше 1, на пространство V симметричных 2×2-матриц.*

Решение. Имеем

$$U = \left\{ a \cdot x + b \,\middle|\, \{a, b\} \in \mathbb{R} \right\}, \quad V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \,\middle|\, \{a, b, c\} \in \mathbb{R} \right\}.$$

Например, следующие два выражения являются элементами пространства $U \otimes V$:

$$(2x - 1) \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (x + 2) \otimes \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},$$

Пример 6. *Найти тензорное произведение пространства U многочленов степени, не выше 1, на пространство V симметричных 2×2-матриц.*

Решение. Имеем

$$U = \left\{ a \cdot x + b \,\middle|\, \{a, b\} \in \mathbb{R} \right\}, \quad V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \,\middle|\, \{a, b, c\} \in \mathbb{R} \right\}.$$

Например, следующие два выражения являются элементами пространства $U \otimes V$:

$$(2x - 1) \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (x + 2) \otimes \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$x \otimes \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + (2x - 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 1 \otimes \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что на самом деле эти два выражения определяют один и тот же элемент из W. В самом деле

$$(2x-1)\otimes\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (x+2)\otimes\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} =$$

Заметим, что на самом деле эти два выражения определяют один и тот же элемент из W. В самом деле

$$(2x-1)\otimes\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+(x+2)\otimes\begin{pmatrix}0&-1\\-1&2\end{pmatrix}=$$

$$=2\cdot x\otimes\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}-1\otimes\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+x\otimes\begin{pmatrix}0&-1\\-1&2\end{pmatrix}+2\cdot 1\otimes\begin{pmatrix}0&-1\\-1&2\end{pmatrix}=$$

Заметим, что на самом деле эти два выражения определяют один и тот же элемент из W. В самом деле

$$(2x-1)\otimes\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+(x+2)\otimes\begin{pmatrix}0&-1\\-1&2\end{pmatrix}=$$

$$=2\cdot x\otimes\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}-1\otimes\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+x\otimes\begin{pmatrix}0&-1\\-1&2\end{pmatrix}+2\cdot 1\otimes\begin{pmatrix}0&-1\\-1&2\end{pmatrix}=$$

$$=x\otimes\begin{pmatrix}2&-1\\-1&2\end{pmatrix}+1\otimes\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&4\end{pmatrix}.$$

Заметим, что на самом деле эти два выражения определяют один и тот же элемент из W. В самом деле

$$(2x-1)\otimes\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}+(x+2)\otimes\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=$$

$$=x\otimes\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}+1\otimes\begin{pmatrix}-1 & -2\\ -2 & 4\end{pmatrix}.$$

С другой стороны,

$$x\otimes\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+(2x-1)\otimes\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+1\otimes\begin{pmatrix}-1 & -2\\ -2 & 5\end{pmatrix}=$$

Заметим, что на самом деле эти два выражения определяют один и тот же элемент из W. В самом деле

$$(2x-1)\otimes\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}+(x+2)\otimes\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=$$

$$=x\otimes\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}+1\otimes\begin{pmatrix}-1 & -2\\ -2 & 4\end{pmatrix}.$$

С другой стороны,

$$x\otimes\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+(2x-1)\otimes\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+1\otimes\begin{pmatrix}-1 & -2\\ -2 & 5\end{pmatrix}=$$

$$=x\otimes\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+2\cdot x\otimes\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}-1\otimes\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+1\otimes\begin{pmatrix}-1 & -2\\ -2 & 5\end{pmatrix}=$$

Заметим, что на самом деле эти два выражения определяют один и тот же элемент из W. В самом деле

$$(2x-1)\otimes\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+(x+2)\otimes\begin{pmatrix}0&-1\\-1&2\end{pmatrix}=$$

$$=x\otimes\begin{pmatrix}2&-1\\-1&2\end{pmatrix}+1\otimes\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&4\end{pmatrix}.$$

С другой стороны,

$$x\otimes\begin{pmatrix}2&-1\\-1&0\end{pmatrix}+(2x-1)\otimes\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}+1\otimes\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&5\end{pmatrix}=$$

$$=x\otimes\begin{pmatrix}2&-1\\-1&0\end{pmatrix}+2\cdot x\otimes\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}-1\otimes\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}+1\otimes\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&5\end{pmatrix}=$$

$$=x\otimes\begin{pmatrix}2&-1\\-1&2\end{pmatrix}+1\otimes\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&4\end{pmatrix}.$$

Заметим, что на самом деле эти два выражения определяют один и тот же элемент из W. В самом деле

$$(2x-1)\otimes\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+(x+2)\otimes\begin{pmatrix}0&-1\\-1&2\end{pmatrix}=$$

$$=x\otimes\begin{pmatrix}2&-1\\-1&2\end{pmatrix}+1\otimes\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&4\end{pmatrix}.$$

С другой стороны,

$$x\otimes\begin{pmatrix}2&-1\\-1&0\end{pmatrix}+(2x-1)\otimes\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}+1\otimes\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&5\end{pmatrix}=$$

$$=x\otimes\begin{pmatrix}2&-1\\-1&2\end{pmatrix}+1\otimes\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&4\end{pmatrix}.$$

Таким образом, оба элемента равны одному и тому же элементу из W, поэтому они равны между собой.

Вернуться к лекции?

Пример 7. *Найти базис пространства* $U \otimes V$ *из* ***примера 6***.

Решение.

Пример 7. *Найти базис пространства $U \otimes V$ из* ***примера 6****.*

Решение. Всякий многочлен[2] $ax^0 + b \cdot x$ из U определяется двумя параметрами a и b.

[2]Напомним, что в теории многочленов полагают по определению $x^0 = 1$. Таким образом, это равенство считается верным даже при $x = 0$.

Пример 7. *Найти базис пространства $U \otimes V$ из* ***примера 6***.

Решение. Всякий многочлен $ax^0 + b \cdot x$ из U определяется двумя параметрами a и b. «Протащим единичку через параметры», то есть положим сначала $(a, b) = (1, 0)$, потом $(a, b) = (0, 1)$, получим систему векторов

Пример 7. *Найти базис пространства $U \otimes V$ из* ***примера 6***.

Решение. Всякий многочлен $ax^0 + b \cdot x$ из U определяется двумя параметрами a и b. «Протащим единичку через параметры», то есть положим сначала $(a, b) = (1, 0)$, потом $(a, b) = (0, 1)$, получим систему векторов $\mathbf{Б}_U = \{x^0, x\}$, которая, очевидно, линейно независима.

Пример 7. *Найти базис пространства $U \otimes V$ из* ***примера 6****.*

Решение. $\text{Б}_U = \{x^0, x\}$.

«Протаскивая единичку» через три параметра, определяющие матрицу из V, получим систему векторов

Пример 7. *Найти базис пространства* $U \otimes V$ *из* ***примера 6***.

Решение. $\mathbf{Б}_U = \{x^0, x\}$.

«Протаскивая единичку» через три параметра, определяющие матрицу из V, получим систему векторов
$\mathbf{Б}_V = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, являющуюся базисом пространства V.

Пример 7. *Найти базис пространства $U \otimes V$ из* ***примера 6****.*

Решение. $\mathbf{Б}_U = \{x^0, x\}, \quad \mathbf{Б}_V = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$

Теперь легко найти базис пространства $U \otimes V$:

Пример 7. *Найти базис пространства $U \otimes V$ из* ***примера 6***.

Решение. $\mathbf{Б}_U = \{x^0, x\}$, $\quad \mathbf{Б}_V = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Теперь легко найти базис пространства $U \otimes V$:

$$\mathbf{Б}_{U\otimes V} = \left\{ x^0 \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$$

$$\left. x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Пример 7. *Найти базис пространства $U \otimes V$ из* ***примера 6***.

Решение.

$$\text{Б}_{U\otimes V} = \left\{ x^0 \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$$

$$\left. x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Найдем в этом базисе, например, **координаты вектора**

$$(x+1) \otimes \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + x \otimes \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 7. *Найти базис пространства $U \otimes V$ из* ***примера 6***.

Решение.

$$\text{Б}_{U\otimes V} = \left\{ x^0 \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$$

$$\left. x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Найдем в этом базисе, например, **координаты вектора**

$$(x+1) \otimes \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + x \otimes \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пользуясь правилами отождествления элементов из $U \otimes V$, получаем, что этот вектор можно представить в виде

Пример 7. *Найти базис пространства $U \otimes V$ из* **примера 6**.

Решение.

$$\mathbf{Б}_{U\otimes V} = \left\{ x^0 \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Найдем в этом базисе, например, **координаты вектора**

$$(x+1) \otimes \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + x \otimes \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пользуясь правилами отождествления элементов из $U \otimes V$, получаем, что этот вектор можно представить в виде

$$x^0 \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot x \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Пример 7. *Найти базис пространства $U \otimes V$ из* ***примера 6***.

Решение. $\text{Б}_{U\otimes V} =$

$$= \left\{ x^0 \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

$$(x+1) \otimes \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + x \otimes \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= x^0 \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot x \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Пример 7. *Найти базис пространства $U \otimes V$ из* **примера 6**.

Решение. $\text{Б}_{U\otimes V} =$

$$= \left\{ x^0 \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

$$(x+1) \otimes \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + x \otimes \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= x^0 \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - x^0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot x \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\left[(x+1) \otimes \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + x \otimes \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\text{Б}_{U\otimes V}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Пользуясь правилами отождествления элементов из $U \otimes V$, получаем, что этот вектор можно представить в виде

Вернуться к лекции?

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных* x, y *функция* f *задается уравнением* $f(F) = F(1, 2)$. *Найти координаты функции* f *в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.

Решение.

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1, 2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \{x^2, y^2\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \{x^2 + y^2, x^2 - y^2\}$.

Решение. Итак, $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2\}$, $\mathbf{Б}'^* = \{g^1, g^2\}$, где f^i, g^i определяются формулами:

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1,2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам $\mathbf{Б} = \{x^2, y^2\}$ и $\mathbf{Б}' = \{x^2 + y^2, x^2 - y^2\}$.*

Решение. Итак, $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2\}$, $\mathbf{Б}'^* = \{g^1, g^2\}$, где f^i, g^i определяются формулами:

$$f^i \left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = \quad , \quad g^i \left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) =$$

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1,2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.

Решение. Итак, $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$, $\mathbf{Б}'^* = \left\{g^1, g^2\right\}$, где f^i, g^i определяются формулами:

$$f^i\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = c^i, \quad g^i\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = d^i.$$

Проще всего найти координаты функции f в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1,2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.

Решение. Итак, $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$, $\mathbf{Б}'^* = \left\{g^1, g^2\right\}$, где f^i, g^i определяются формулами:

$$f^i\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = c^i, \quad g^i\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = d^i.$$

Проще всего найти координаты функции f в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Обозначим

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1,2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам $\mathbf{Б} = \{x^2, y^2\}$ и $\mathbf{Б}' = \{x^2 + y^2, x^2 - y^2\}$.*

Решение. Итак, $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2\}$, $\mathbf{Б}'^* = \{g^1, g^2\}$, где f^i, g^i определяются формулами:

$$f^i\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = c^i, \quad g^i\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = d^i.$$

Проще всего найти координаты функции f в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Обозначим искомые координаты буквами, например, u_1, u_2.

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных* x, y *функция* f *задается уравнением* $f(F) = F(1,2)$. *Найти координаты функции* f *в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2+y^2, x^2-y^2\right\}$.

Решение. Итак, $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$, $\mathbf{Б}'^* = \left\{g^1, g^2\right\}$, где f^i, g^i определяются формулами:

$$f^i\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = c^i, \quad g^i\left(d^1 \cdot \left(x^2+y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2-y^2\right)\right) = d^i.$$

С одной стороны,

$$f\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) =$$

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1,2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.

Решение. Итак, $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$, $\mathbf{Б}'^* = \left\{g^1, g^2\right\}$, где f^i, g^i определяются формулами:

$$f^i\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = c^i, \quad g^i\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = d^i.$$

С одной стороны,

$$f\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = u_1 \cdot f^1\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 y^2\right) + u_2 \cdot f^2\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) =$$

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1, 2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.

Решение. Итак, $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$, $\mathbf{Б}'^* = \left\{g^1, g^2\right\}$, где f^i, g^i определяются формулами:

$$f^i\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = c^i, \quad g^i\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = d^i.$$

С одной стороны,

$$f\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = u_1 \cdot f^1\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 y^2\right) + u_2 \cdot f^2\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) =$$
$$= u_1 \cdot c^1 + u_2 c^2.$$

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1,2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ и $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.*

Решение. Итак, $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$, $\mathbf{Б}'^* = \left\{g^1, g^2\right\}$, где f^i, g^i определяются формулами:

$$f^i\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = c^i, \quad g^i\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = d^i.$$

С одной стороны,

$$f\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = u_1 \cdot c^1 + u_2 c^2.$$

С другой стороны, по определению f,

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1, 2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.

Решение. Итак, $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$, $\mathbf{Б}'^* = \left\{g^1, g^2\right\}$, где f^i, g^i определяются формулами:

$$f^i\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = c^i, \quad g^i\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = d^i.$$

С одной стороны,

$$f\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = u_1 \cdot c^1 + u_2 c^2.$$

С другой стороны, по определению f,

$$f\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 y^2\right) =$$

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1,2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.

Решение. Итак, $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$, $\mathbf{Б}'^* = \left\{g^1, g^2\right\}$, где f^i, g^i определяются формулами:

$$f^i\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = c^i, \quad g^i\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = d^i.$$

С одной стороны,

$$f\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = u_1 \cdot c^1 + u_2 c^2.$$

С другой стороны, по определению f,

$$f\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 y^2\right) = c^1 \cdot 1^2 + c^2 \cdot 2^2 = c^1 + 4 \cdot c^2.$$

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1,2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.

Решение. Итак, $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$, $\mathbf{Б}'^* = \left\{g^1, g^2\right\}$, где f^i, g^i определяются формулами:

$$f^i\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = c^i, \quad g^i\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = d^i.$$

С одной стороны,

$$f\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 \cdot y^2\right) = u_1 \cdot c^1 + u_2 c^2.$$

С другой стороны, по определению f,

$$f\left(c^1 \cdot x^2 + c^2 y^2\right) = c^1 \cdot 1^2 + c^2 \cdot 2^2 = c^1 + 4 \cdot c^2.$$

Итак, $f = f^1 + 4 \cdot f^2$.

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1,2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \{x^2, y^2\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \{x^2 + y^2, x^2 - y^2\}$.

Решение. Остается найти координаты f в базисе $\mathbf{Б}'^*$. Как мы уже знаем, это можно сделать, как минимум, двумя способами:

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1,2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \{x^2, y^2\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \{x^2 + y^2, x^2 - y^2\}$.

Решение. Остается найти координаты f в базисе $\mathbf{Б}'^*$. Как мы уже знаем, это можно сделать, как минимум, двумя способами:
во-первых, так же, как и в предыдущем случае,
во-вторых, с помощью **тензорного закона** (по теореме о ковариантных координатах).

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных* x, y *функция* f *задается уравнением* $f(F) = F(1,2)$. *Найти координаты функции* f *в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.

Решение. С одной стороны,

$$f\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) =$$

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1,2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.

Решение. С одной стороны,

$$f\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) =$$

$$= v_1 \cdot g^1\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) +$$

$$+ v_2 \cdot g^2\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) =$$

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных* x, y *функция* f *задается уравнением* $f(F) = F(1, 2)$. *Найти координаты функции* f *в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.

Решение. С одной стороны,

$$f\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) =$$

$$= v_1 \cdot g^1\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) +$$

$$+ v_2 \cdot g^2\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = v_1 \cdot d^1 + v_2 \cdot d^2.$$

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных* x, y *функция* f *задается уравнением* $f(F) = F(1, 2)$. *Найти координаты функции* f *в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.

Решение. С одной стороны,

$$f\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = v_1 \cdot d^1 + v_2 \cdot d^2.$$

С другой стороны,

$$f\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) =$$

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных* x, y *функция* f *задается уравнением* $f(F) = F(1, 2)$*. Найти координаты функции* f *в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$*.*

Решение. С одной стороны,

$$f\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = v_1 \cdot d^1 + v_2 \cdot d^2.$$

С другой стороны,

$$f\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = 5 \cdot d^1 - 3 \cdot d^2.$$

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных* x, y *функция* f *задается уравнением* $f(F) = F(1,2)$. *Найти координаты функции* f *в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \left\{x^2, y^2\right\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \left\{x^2 + y^2, x^2 - y^2\right\}$.

Решение. С одной стороны,

$$f\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = v_1 \cdot d^1 + v_2 \cdot d^2.$$

С другой стороны,

$$f\left(d^1 \cdot \left(x^2 + y^2\right) + d^2 \cdot \left(x^2 - y^2\right)\right) = 5 \cdot d^1 - 3 \cdot d^2.$$

Значит, $f = 5 \cdot g^1 - 3 \cdot g^2$.

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных* x, y *функция* f *задается уравнением* $f(F) = F(1,2)$. *Найти координаты функции* f *в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \{x^2, y^2\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \{x^2 + y^2, x^2 - y^2\}$.

Решение. Следовательно,

$$\left(u_i \right) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \left(v_j \right) = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix},$$

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных* x, y *функция* f *задается уравнением* $f(F) = F(1,2)$. *Найти координаты функции* f *в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \{x^2, y^2\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \{x^2 + y^2, x^2 - y^2\}$.

Решение. Следовательно,

$$\left(u_i \right) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \left(v_i \right) = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix},$$

Имеем $v_i = a_i^j \cdot u_j$, причем матрица перехода, очевидно, равна $(a^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Пример 8. *В линейном пространстве квадратичных форм канонического вида от двух переменных x, y функция f задается уравнением $f(F) = F(1, 2)$. Найти координаты функции f в базисах, взаимных к базисам* $\mathbf{Б} = \{x^2, y^2\}$ *и* $\mathbf{Б}' = \{x^2 + y^2, x^2 - y^2\}$.

Решение. Следовательно,

$$\left(u_i \right) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \left(v_i \right) = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix},$$

Имеем $v_i = a_i^j \cdot u_j$, причем матрица перехода, очевидно, равна $(a^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Следовательно, $(v_i) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$, что совпадает с предыдущим результатом.

Вернуться к лекции?

Пример 9. *Найти тензор-вектор, имеющий в базисе* $\mathbf{Б} = \{\sin x, \cos x$

массив координат[3] $\left(T^{i\bullet k}_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$

Решение.

[3] На самом деле кроме массива координат мы задали структуру **тензора**, то есть задали тензор-массив.

Пример 9. *Найти тензор-вектор, имеющий в базисе* $\mathbf{Б} = \{\sin x, \cos x$

массив координат $\left(T^{i\bullet k}_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$

Решение. Для краткости введем обозначения: $e_1 = \sin x$, $e_2 = \cos x$. Взаимный базис состоит из функций, определенных соотношениями:

Пример 9. *Найти тензор-вектор, имеющий в базисе* $\mathbf{Б} = \{\sin x, \cos x$

массив координат $\left(T^{i\bullet k}_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$

Решение. Для краткости введем обозначения: $e_1 = \sin x$, $e_2 = \cos x$. Взаимный базис состоит из функций, определенных соотношениями:

$$f^i\left(c^1 e_1 + c^2 e_2\right) = f^i\left(c^1 \sin x + c^2 \cos x\right) = c^i.$$

Поэтому данному тензор-массиву соответствует тензор-вектор

Пример 9. *Найти тензор-вектор, имеющий в базисе* $\mathbf{Б} = \{\sin x, \cos x$

массив координат $\left(T^{i\bullet k}_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$

Решение. Для краткости введем обозначения: $e_1 = \sin x$, $e_2 = \cos x$. Взаимный базис состоит из функций, определенных соотношениями:

$$f^i\left(c^1 e_1 + c^2 e_2\right) = f^i\left(c^1 \sin x + c^2 \cos x\right) = c^i.$$

Поэтому данному тензор-массиву соответствует тензор-вектор

$$\overrightarrow{\mathbf{T}} = T^{i\bullet k}_{\bullet j} \cdot e_i \otimes f^j \otimes e_k =$$

Пример 9. *Найти тензор-вектор, имеющий в базисе* $\mathbf{Б} = \{\sin x, \cos x$

массив координат $\left(T^{i\bullet k}_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$

Решение. Для краткости введем обозначения: $e_1 = \sin x$, $e_2 = \cos x$. Взаимный базис состоит из функций, определенных соотношениями:

$$f^i\left(c^1 e_1 + c^2 e_2\right) = f^i\left(c^1 \sin x + c^2 \cos x\right) = c^i.$$

Поэтому данному тензор-массиву соответствует тензор-вектор

$$\overrightarrow{\mathbf{T}} = T^{i\bullet k}_{\bullet j} \cdot e_i \otimes f^j \otimes e_k =$$

$$= \sin x \otimes f^1 \otimes \sin x - \sin x \otimes f^2 \otimes \sin x + 2\cos x \otimes f^1 \otimes \cos x.$$

Еще пример или **вернуться к лекции?**

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение.

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Как мы уже отмечали, с линейным оператором $\hat{L}$ «по умолчанию» связывается тензор, ставящий каждому базису в соответствие матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Как мы уже отмечали, с линейным оператором $\hat{L}$ «по умолчанию» связывается тензор, ставящий каждому базису в соответствие матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе. Поэтому сначала выберем какой-либо базис линейного пространства многочленов степени не выше 1, например, базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$.

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

В данном случае эти функции можно ввести и как-нибудь иначе, например,

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

В данном случае эти функции можно ввести и как-нибудь иначе, например,

$$f^1\left(\mu(x)\right) = \mu(0), \quad f^2\left(\mu(x)\right) = \mu'(0).$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}$ найдем обычным образом:

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}$ найдем обычным образом:

$$\left[\hat{L}\left(e_1\right)\right] =$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}$ найдем обычным образом:

$$\left[\hat{L}\left(e_1\right)\right] = \left[\frac{d}{dx} x^0\right] =$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}$ найдем обычным образом:

$$\left[\hat{L}\left(e_1\right)\right] = \left[\frac{d}{dx}x^0\right] = [0] =$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}$ найдем обычным образом:

$$\left[\hat{L}\left(e_1\right)\right] = \left[\frac{d}{dx}x^0\right] = [0] = \left[0 \cdot x^0 + 0 \cdot x\right] =$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}$ найдем обычным образом:

$$\left[\hat{L}\left(e_1\right)\right] = \left[\frac{d}{dx}x^0\right] = [0] = \left[0 \cdot x^0 + 0 \cdot x\right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{L}\left(e_2\right)\right] =$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}$ найдем обычным образом:

$$\left[\hat{L}\left(e_1\right)\right] = \left[\frac{d}{dx}x^0\right] = [0] = \left[0 \cdot x^0 + 0 \cdot x\right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{L}\left(e_2\right)\right] = \left[\frac{d}{dx}x\right] =$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}$ найдем обычным образом:

$$\left[\hat{L}\left(e_1\right)\right] = \left[\frac{d}{dx}x^0\right] = [0] = \left[0 \cdot x^0 + 0 \cdot x\right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{L}\left(e_2\right)\right] = \left[\frac{d}{dx}x\right] = \left[x^0\right] =$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}$ найдем обычным образом:

$$\left[\hat{L}\left(e_1\right)\right] = \left[\frac{d}{dx} x^0\right] = [0] = \left[0 \cdot x^0 + 0 \cdot x\right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{L}\left(e_2\right)\right] = \left[\frac{d}{dx} x\right] = \left[x^0\right] = \left[1 \cdot x^0 + 0 \cdot x\right] =$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}$ найдем обычным образом:

$$\left[\hat{L}\left(e_1\right)\right] = \left[\frac{d}{dx} x^0\right] = [0] = \left[0 \cdot x^0 + 0 \cdot x\right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{L}\left(e_2\right)\right] = \left[\frac{d}{dx} x\right] = \left[x^0\right] = \left[1 \cdot x^0 + 0 \cdot x\right] = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}$ найдем обычным образом:

$$\left[\hat{L}\left(e_1\right)\right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{L}\left(e_2\right)\right] = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}$ найдем обычным образом:

$$\left[\hat{L}\left(e_1\right)\right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{L}\left(e_2\right)\right] = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Как мы уже отмечали, линейному оператору сопоставляется тензор, каждому базису ставящий в соответствие матрицу оператора в этом базисе, причем этот тензор является контра-ковариантным.

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Получили тензор-массив

$$L_{\mathbf{Б}} = \left(L^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Получили тензор-массив

$$L_{\mathbf{Б}} = \left(L^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ему соответствует вектор

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Получили тензор-массив

$$L_{\mathbf{Б}} = \left(L^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ему соответствует вектор

$\overrightarrow{\mathbf{L}} =$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Получили тензор-массив

$$L_{\mathbf{Б}} = \left(L^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ему соответствует вектор

$$\overrightarrow{\mathbf{L}} = L^i_{\bullet j} e_i \otimes f^j =$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Получили тензор-массив

$$L_{\mathbf{Б}} = \left(L^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ему соответствует вектор

$\overrightarrow{\mathbf{L}} = L^i_{\bullet j} e_i \otimes f^j = 0 \cdot e_1 \otimes f^1 +$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Получили тензор-массив

$$L_{\mathbf{Б}} = \left(L^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ему соответствует вектор

$\overrightarrow{\mathbf{L}} = L^i_{\bullet j} e_i \otimes f^j = 0 \cdot e_1 \otimes f^1 + 1 \cdot e_1 \otimes f^2 +$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Получили тензор-массив

$$L_{\mathbf{Б}} = \left(L^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ему соответствует вектор

$$\overrightarrow{\mathbf{L}} = L^i_{\bullet j} e_i \otimes f^j = 0 \cdot e_1 \otimes f^1 + 1 \cdot e_1 \otimes f^2 + 0 \cdot e_2 \otimes f^1 +$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x\right\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1, f^2\right\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Получили тензор-массив

$$L_{\mathbf{Б}} = \left(L^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ему соответствует вектор

$$\overrightarrow{\mathbf{L}} = L^i_{\bullet j} e_i \otimes f^j = 0 \cdot e_1 \otimes f^1 + 1 \cdot e_1 \otimes f^2 + 0 \cdot e_2 \otimes f^1 + 0 \cdot e_2 \otimes f^2 =$$

Пример 10. *Найти тензор-вектор, соответствующий оператору дифференцирования в линейном пространстве многочленов степени не выше 1.*

Решение. Выберем базис $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$. Векторы сопряженного базиса $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2\}$ можно задать **формулами**

$$f^1\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^1, \quad f^2\left(\alpha^1 x^0 + \alpha^2 x\right) = \alpha^2.$$

Получили тензор-массив

$$L_{\mathbf{Б}} = (L^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ему соответствует вектор

$$\overrightarrow{\mathbf{L}} = L^i_{\bullet j} e_i \otimes f^j = 0 \cdot e_1 \otimes f^1 + 1 \cdot e_1 \otimes f^2 + 0 \cdot e_2 \otimes f^1 + 0 \cdot e_2 \otimes f^2 = 1 \cdot e_1 \otimes f^2.$$

Еще пример или **вернуться к лекции?**

Пример 11. *Докажите, что для* ***массива координат тензор-вектора*** *выполняется* ***тензорный закон***.

Решение.

Пример 11. *Докажите, что для* ***массива координат тензор-вектора*** *выполняется* ***тензорный закон****.*

Решение. Тензорный закон — это уравнение. Для того, чтобы получить уравнение, надо

Пример 11. *Докажите, что для* ***массива координат тензор-вектора*** *выполняется* ***тензорный закон****.*

Решение. Тензорный закон — это уравнение. Для того, чтобы получить уравнение, надо «нечто» вычислить двумя разными способами. При доказательстве выполнения **тензорного закона** обычно двумя способами вычисляют

Пример 11. *Докажите, что для* ***массива координат тензор-вектора*** *выполняется* ***тензорный закон****.*

Решение. Тензорный закон — это уравнение. Для того, чтобы получить уравнение, надо «нечто» вычислить двумя разными способами. При доказательстве выполнения **тензорного закона** обычно двумя способами вычисляют компоненты **тензора** в «новом» базисе.

Пример 11. *Докажите, что для* ***массива координат тензор-вектора*** *выполняется* ***тензорный закон****.*

Решение. С одной стороны, вектор в базисе B', соответствующем базису $\mathbf{Б}'$, можно представить в виде

$$\overrightarrow{\mathbf{T}} = \acute{T}^{j_1 \ldots j_k}_{i_1 \ldots i_m} \cdot e'_{j_1} \otimes e'_{j_2} \otimes \ldots \otimes e'_{j_k} \otimes \acute{f}^{i_1} \otimes \ldots \otimes \acute{f}^{i_m}.$$

Пример 11. *Докажите, что для* ***массива координат тензор-вектора*** *выполняется* ***тензорный закон***.

Решение. С одной стороны, вектор в базисе B', соответствующем базису $\mathbf{Б}'$, можно представить в виде

$$\overrightarrow{\mathbf{T}} = \acute{T}^{j_1 \ldots j_k}_{i_1 \ldots i_m} \cdot e'_{j_1} \otimes e'_{j_2} \otimes \ldots \otimes e'_{j_k} \otimes \acute{f}^{i_1} \otimes \ldots \otimes \acute{f}^{i_m}.$$

С другой стороны, этот вектор можно разложить и по базису B, соответствующему «старому» базису $\mathbf{Б}$:

$$\overrightarrow{\mathbf{T}} = T^{j_1 \ldots j_k}_{i_1 \ldots i_m} \cdot e_{j_1} \otimes e_{j_2} \otimes \ldots \otimes e_{j_k} \otimes f^{i_1} \otimes \ldots \otimes f^{i_m}.$$

Но, по предположению, $e'_i = a^j_{\bullet i} \cdot e_j$.

Пример 11. *Докажите, что для **массива координат тензор-вектора** выполняется **тензорный закон**.*

Решение. С одной стороны, вектор в базисе B', соответствующем базису $\mathbf{Б}'$, можно представить в виде

$$\overrightarrow{\mathbf{T}} = \acute{T}^{j_1 \ldots j_k}_{i_1 \ldots i_m} \cdot e'_{j_1} \otimes e'_{j_2} \otimes \ldots \otimes e'_{j_k} \otimes \acute{f}^{i_1} \otimes \ldots \otimes \acute{f}^{i_m}.$$

С другой стороны, этот вектор можно разложить и по базису B, соответствующему «старому» базису $\mathbf{Б}$:

$$\overrightarrow{\mathbf{T}} = T^{j_1 \ldots j_k}_{i_1 \ldots i_m} \cdot e_{j_1} \otimes e_{j_2} \otimes \ldots \otimes e_{j_k} \otimes f^{i_1} \otimes \ldots \otimes f^{i_m}.$$

Но, по предположению, $e'_i = a^{j}_{\bullet i} \cdot e_j$. По **теореме об изменении векторов взаимного базиса** имеем $\acute{f}^i = b^i_j f^j$.

Пример 11. *Докажите, что для* ***массива координат тензор-вектора*** *выполняется* ***тензорный закон.***

Решение. С одной стороны, вектор в базисе B', соответствующем базису $\mathbf{Б}'$, можно представить в виде

$$\overrightarrow{\mathbf{T}} = \acute{T}^{j_1 \dots j_k}_{i_1 \dots i_m} \cdot e'_{j_1} \otimes e'_{j_2} \otimes \dots \otimes e'_{j_k} \otimes \acute{f}^{i_1} \otimes \dots \otimes \acute{f}^{i_m}.$$

С другой стороны, этот вектор можно разложить и по базису B, соответствующему «старому» базису $\mathbf{Б}$:

$$\overrightarrow{\mathbf{T}} = T^{j_1 \dots j_k}_{i_1 \dots i_m} \cdot e_{j_1} \otimes e_{j_2} \otimes \dots \otimes e_{j_k} \otimes f^{i_1} \otimes \dots \otimes f^{i_m}.$$

Но, по предположению, $e'_i = a^j_{\bullet i} \cdot e_j$. По **теореме об изменении векторов взаимного базиса** имеем $\acute{f}^i = b^i_j f^j$. Отсюда $e_q = b^j_q e'_j$ и $f^p = a^p_i \cdot \acute{f}^i$.

Пример 11. *Докажите, что для **массива координат тензор-вектора** выполняется **тензорный закон**.*

Решение. $e_i' = a^j_{\bullet i} \cdot e_j, \quad \acute{f}^i = b^i_j f^j, \quad e_q = b^j_q e_j', \quad f^p = a^p_i \cdot \acute{f}^i.$

$$\overrightarrow{\mathbf{T}} = \acute{T}^{j_1 \ldots j_k}_{i_1 \ldots i_m} \cdot e_{j_1}' \otimes e_{j_2}' \otimes \ldots \otimes e_{j_k}' \otimes \acute{f}^{i_1} \otimes \ldots \otimes \acute{f}^{i_m} =$$

$$= T^{j_1 \ldots j_k}_{i_1 \ldots i_m} \cdot e_{j_1} \otimes e_{j_2} \otimes \ldots \otimes e_{j_k} \otimes f^{i_1} \otimes \ldots \otimes f^{i_m} =$$

Пример 11. *Докажите, что для **массива координат тензор-вектора** выполняется **тензорный закон**.*

Решение. $e'_i = a^j_{\bullet i} \cdot e_j, \quad \acute{f}^i = b^i_j f^j, \quad e_q = b^j_q e'_j, \quad f^p = a^p_i \cdot \acute{f}^i.$

$$\overrightarrow{\mathbf{T}} = \acute{T}^{j_1 \ldots j_k}_{i_1 \ldots i_m} \cdot e'_{j_1} \otimes e'_{j_2} \otimes \ldots \otimes e'_{j_k} \otimes \acute{f}^{i_1} \otimes \ldots \otimes \acute{f}^{i_m} =$$

$$= T^{j_1 \ldots j_k}_{i_1 \ldots i_m} \cdot e_{j_1} \otimes e_{j_2} \otimes \ldots \otimes e_{j_k} \otimes f^{i_1} \otimes \ldots \otimes f^{i_m} =$$

$$= T^{q_1 \ldots q_k}_{p_1 \ldots p_m} \cdot b^{j_1}_{q_1} e'_{j_1} \otimes \ldots \otimes b^{j_k}_{q_k} e'_{j_k} \otimes a^{p_1}_{i_1} \acute{f}^{i_1} \otimes \ldots \otimes a^{p_m}_{i_m} \acute{f}^{i_m},$$

откуда получаем тензорный закон для координат вектора $\overrightarrow{\mathbf{T}}$:

Пример 11. *Докажите, что для* ***массива координат тензор-вектора*** *выполняется* ***тензорный закон***.

Решение. $e'_i = a^{j}_{\bullet i} \cdot e_j, \quad \acute{f}^i = b^i_j f^j, \quad e_q = b^j_q e'_j, \quad f^p = a^p_i \cdot \acute{f}^i.$

$$\overrightarrow{\mathbf{T}} = \acute{T}^{j_1 \dots j_k}_{i_1 \dots i_m} \cdot e'_{j_1} \otimes e'_{j_2} \otimes \dots \otimes e'_{j_k} \otimes \acute{f}^{i_1} \otimes \dots \otimes \acute{f}^{i_m} =$$

$$= T^{j_1 \dots j_k}_{i_1 \dots i_m} \cdot e_{j_1} \otimes e_{j_2} \otimes \dots \otimes e_{j_k} \otimes f^{i_1} \otimes \dots \otimes f^{i_m} =$$

$$= T^{q_1 \dots q_k}_{p_1 \dots p_m} \cdot b^{j_1}_{q_1} e'_{j_1} \otimes \dots \otimes b^{j_k}_{q_k} e'_{j_k} \otimes a^{p_1}_{i_1} \acute{f}^{i_1} \otimes \dots \otimes a^{p_m}_{i_m} \acute{f}^{i_m},$$

откуда получаем тензорный закон для координат вектора $\overrightarrow{\mathbf{T}}$:

$$\acute{T}^{j_1 \dots j_k}_{i_1 \dots i_m} = T^{q_1 \dots q_k}_{p_1 \dots p_m} \cdot b^{j_1}_{q_1} \cdot \dots \cdot b^{j_k}_{q_k} \cdot a^{p_1}_{i_1} \cdot \dots \cdot a^{p_m}_{i_m}.$$

Вернуться к лекции?

Задачи для самостоятельного решения

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.268.) Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Задача I.2. (Ответ приведен на стр.312.) Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, — базисы линейного пространства, и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Задача I.3. (Ответ приведен на стр.326.) Пусть для тензора T имеем $T(\{x^0, x\}) = (T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Задача II.4. (Ответ приведен на стр.342.) Пусть F — некоторая функция, каждому базису **Б** линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Задача II.5. (Ответ приведен на стр.355.) Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу** $L_{\text{Б}}$ **линейного оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Задача II.6. (Ответ приведен на стр.379.) Пусть F — билинейная форма на линейном пространстве U. Покажите, что функция $\mathbf{F}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $\mathbf{F}_{\text{Б}}$ билинейной формы F** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Задача II.7. (Ответ приведен на стр.389.) Пусть x - вектор трехмерного пространства. Докажите, что T — **тензор**, и выясните его строение, если для всякого базиса $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3\}$, $T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} \text{пр}_x(e_1) \\ \text{пр}_x(e_2) \\ \text{пр}_x(e_3) \end{pmatrix}$.

Задача II.8. (Ответ приведен на стр.398.) Рассмотрим линейное пространство симметричных (т.е. $X^t = X$) 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{E_1, E_2, E_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$, где $T[i] = \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_i \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$. Объяснить смысл этой функции, проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Задача II.9. (Ответ приведен на стр.405.) Рассмотрим линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не большей 2 с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{p_1,\ p_2,\ p_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} p_1(1) \\ p_2(1) \\ p_3(1) \end{pmatrix}$. Проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Задача II.10. (Ответ приведен на стр.410.) Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие **матрицу Грама** $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Задача II.11. (Ответ приведен на стр.417.) Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Задача II.12. (Ответ приведен на стр.446.) Пусть функция T каждому базису $\{f_0, f_1, f_2\}$ линейного пространства многочленов с вещественными коэффициентами, степени не выше 2, ставит в соответствие массив $\begin{pmatrix} u_0^0 & u_0^1 & u_0^2 \\ u_1^0 & u_1^1 & u_1^2 \\ u_2^0 & u_2^1 & u_2^2 \end{pmatrix}$, где u_m^k определяются правилом: $u_m^k f_k(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m(k) x^k$. Выясните, является ли T **тензором**, и если да, то укажите структуру этого **тензора**.

Задача III.13. (Ответ приведен на стр.453.) Найдите **тензорное произведение** тензоров $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$,

$(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Задача III.14. (Ответ приведен на стр.470.) Пусть

$$(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad (v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}, \quad (w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right), \quad (q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad (r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Задача III.15. (Ответ приведен на стр.489.) $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$,

$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Задача III.16. (Ответ приведен на стр.527.) Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $\left(q_i r^i\right)$, $\left(u_{ij} r^j\right)$, $\left(u_{ij} r^i\right)$, $\left(u_{ij} v^{jt}\right)$, $\left(u_{ij} v^{sj}\right)$, $\left(u_{ij} v^{si}\right)$, $\left(u_{ij} v^{it}\right)$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Задача III.17. (Ответ приведен на стр.570.) Выполните транспонирования

$$(T_{ijkmn}) = \left(\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \end{array} \right)$$

для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Задача IV.18. (Ответ приведен на стр.591.) На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Задача IV.19. (Ответ приведен на стр.656.) Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\operatorname{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Задача V.20. (Ответ приведен на стр.682.) Пусть $U = \left\{ax + by \,\middle|\, a, b \in \mathbb{R}\right\}$, $V = \left\{\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix} \,\middle|\, t, p \in \mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U \otimes V$

1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U \otimes V$, где

$$w_1 = (2x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad w_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes (4x + 5);$$

$$w_3 = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$w_4 = (5x+1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \otimes (3x+y); \quad w_5 = (4x-1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1 = w_3$;
4. Найти координаты вектора $w = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U \otimes V$.

Задача VI.21. (Ответ приведен на стр.709.) Пусть $\text{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\text{Б}^* = \left\{f^1,\ f^2\right\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$;

в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$;

е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Задача VI.22. (Ответ приведен на стр.728.) Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \left\{f^1,\ f^2\right\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i =$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i \cdot P$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j =$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a_j \cdot Q$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} =$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha} \cdot$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha \cdot a_\beta \cdot$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha} \cdot a_{\beta} \cdot R^{\cdots}_{\cdots}$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a_\beta \cdot R^i_{\dots}$;

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} =$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;
б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;
в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;
г) $\acute{S}_{uv} = a_u \cdot$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a_u \cdot a_v \cdot$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a_u \cdot a_v \cdot S_{...}$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a_v \cdot S_{p\ldots}$;

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} =$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p \cdot b^q \cdot T$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q \cdot T^{i\ldots}$;

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} =$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a_i \cdot$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a_i \cdot a_j \cdot$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a_i \cdot a_j \cdot a_k \cdot$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a_i \cdot a_j \cdot a_k \cdot b^p \cdot$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;
б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;
в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;
г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;
д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;
е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a_i \cdot a_j \cdot a_k \cdot b^p \cdot b^q \cdot$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a_i \cdot a_j \cdot a_k \cdot b^p \cdot b^q \cdot T^{\dots}_{\dots}$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a^u_i \cdot a_j \cdot a_k \cdot b^p \cdot b^q \cdot T^{\dots}_{u\dots}$;

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a^u_i \cdot a^v_j \cdot a_k \cdot b^p \cdot b^q \cdot T^{\dots}_{uv\dots}$;

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a^u_i \cdot a^v_j \cdot a^w_k \cdot b^p \cdot b^q \cdot T^{\cdots}_{uvw}$;

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a^u_i \cdot a^v_j \cdot a^w_k \cdot b^p_s \cdot b^q \cdot T^{s\ldots}_{uvw}$;

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a^u_i \cdot a^v_j \cdot a^w_k \cdot b^p_s \cdot b^q_t \cdot T^{st}_{uvw}$;

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a^u_i \cdot a^v_j \cdot a^w_k \cdot b^p_s \cdot b^q_t \cdot T^{st}_{uvw}$;

ж) $\acute{T}^{pqr}_{m} =$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a^u_i \cdot a^v_j \cdot a^w_k \cdot b^p_s \cdot b^q_t \cdot T^{st}_{uvw}$;

ж) $\acute{T}^{pqr}_m = a_m \cdot$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a^u_i \cdot a^v_j \cdot a^w_k \cdot b^p_s \cdot b^q_t \cdot T^{st}_{uvw}$;

ж) $\acute{T}^{pqr}_{m} = a_m \cdot b^p \cdot$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a^u_i \cdot a^v_j \cdot a^w_k \cdot b^p_s \cdot b^q_t \cdot T^{st}_{uvw}$;

ж) $\acute{T}^{pqr}_{m} = a_m \cdot b^p \cdot b^q \cdot$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a^u_i \cdot a^v_j \cdot a^w_k \cdot b^p_s \cdot b^q_t \cdot T^{st}_{uvw}$;

ж) $\acute{T}^{pqr}_m = a_m \cdot b^p \cdot b^q \cdot b^r \cdot$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^α_β; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_m.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^\alpha_\beta = b^\alpha_i \cdot a^j_\beta \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a^u_i \cdot a^v_j \cdot a^w_k \cdot b^p_s \cdot b^q_t \cdot T^{st}_{uvw}$;

ж) $\acute{T}^{pqr}_m = a_m \cdot b^p \cdot b^q \cdot b^r \cdot T^{\cdots}_{\cdots}$

Задача 1. Запишите **тензорный закон** для тензоров с компонентами а) P^i; б) Q_j; в) R^{α}_{β}; г) S_{uv}; д) T^{pq}; е) T^{pq}_{ijk}; ж) T^{pqr}_{m}.

Ответ. а) $\acute{P}^i = b^i_j \cdot P^j$;

б) $\acute{Q}_j = a^k_j \cdot Q_k$;

в) $\acute{R}^{\alpha}_{\beta} = b^{\alpha}_i \cdot a^j_{\beta} \cdot R^i_j$;

г) $\acute{S}_{uv} = a^p_u \cdot a^q_v \cdot S_{pq}$;

д) $\acute{T}^{pq} = b^p_i \cdot b^q_j \cdot T^{ij}$;

е) $\acute{T}^{pq}_{ijk} = a^u_i \cdot a^v_j \cdot a^w_k \cdot b^p_s \cdot b^q_t \cdot T^{st}_{uvw}$;

ж) $\acute{T}^{pqr}_{m} = a^k_m \cdot b^p_u \cdot b^q_v \cdot b^r_w \cdot T^{uvw}_{k}$.

Решение задачи 2.

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, — базисы линейного пространства, и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, — базисы линейного пространства, и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Ответ. $\acute{T}_i^{\bullet jk} =$

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\quad$ $\mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, $\quad$ — базисы линейного пространства, $\quad$ и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Ответ. $\acute{T}_i^{\bullet jk} = a_{\bullet i} \cdot b^j \cdot b^k \cdot T^{\bullet} \quad =$

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, — базисы линейного пространства, и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Ответ. $\acute{T}_i^{\bullet jk} = a^p_{\bullet i} \cdot b^j \cdot b^k \cdot T_p^{\bullet} \quad =$

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\quad \mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, $\quad$ — базисы линейного пространства, $\quad$ и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Ответ. $\acute{T}_i^{\bullet jk} = a_{\bullet i}^{p} \cdot b_{\bullet q}^{j} \cdot b^{k} \cdot T_p^{\bullet q} \ =$

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, — базисы линейного пространства, и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Ответ. $\acute{T}_i^{\bullet jk} = a^p_{\bullet i} \cdot b^j_{\bullet q} \cdot b^k_{\bullet r} \cdot T_p^{\bullet qr} =$

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, — базисы линейного пространства, и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Ответ. $\acute{T}_i^{\bullet jk} = a^p_{\bullet i} \cdot b^j_{\bullet q} \cdot b^k_{\bullet r} \cdot T_p^{\bullet qr} = a^p_{\bullet i} \cdot \left[b^j_{\bullet q} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b^k_{\bullet r}\right],$

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\quad \mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, $\quad$ — базисы линейного пространства, $\quad$ и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \right)$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Ответ. $\acute{T}_i^{\bullet jk} = a_{\bullet i}^{p} \cdot b_{\bullet q}^{j} \cdot b_{\bullet r}^{k} \cdot T_p^{\bullet qr} = a_{\bullet i}^{p} \cdot \left[b_{\bullet q}^{j} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b_{\bullet r}^{k}\right]$,

$\left(\acute{T}_i^{\bullet jk}\right) = \left(a_{\bullet i}^{p} \cdot \left[b_{\bullet q}^{j} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b_{\bullet r}^{k}\right]\right) =$

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\quad \mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, $\quad$ — базисы линейного пространства, $\quad$ и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \right)$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Ответ. $\acute{T}_i^{\bullet jk} = a^p_{\bullet i} \cdot b^j_{\bullet q} \cdot b^k_{\bullet r} \cdot T_p^{\bullet qr} = a^p_{\bullet i} \cdot \left[b^j_{\bullet q} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b^k_{\bullet r} \right]$,

$$\left(\acute{T}_i^{\bullet jk}\right) = \left(a^p_{\bullet i} \cdot \left[b^j_{\bullet q} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b^k_{\bullet r} \right]\right) = \left(a^p_{\bullet i}\right)^t \left(\begin{array}{c} \left(b^j_{\bullet q}\right) \cdot \left(T_1^{\bullet qr}\right) \cdot \left(b^k_{\bullet r}\right)^t \\ \left(b^j_{\bullet q}\right) \cdot \left(T_2^{\bullet qr}\right) \cdot \left(b^k_{\bullet r}\right)^t \end{array} \right) =$$

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, — базисы линейного пространства, и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{array}\right)$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Ответ. $\acute{T}_i^{\bullet jk} = a^p_{\bullet i} \cdot b^j_{\bullet q} \cdot b^k_{\bullet r} \cdot T_p^{\bullet qr} = a^p_{\bullet i} \cdot \left[b^j_{\bullet q} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b^k_{\bullet r}\right]$,

$$\left(\acute{T}_i^{\bullet jk}\right) = \left(a^p_{\bullet i} \cdot \left[b^j_{\bullet q} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b^k_{\bullet r}\right]\right) = \left(a^p_{\bullet i}\right)^t \left(\begin{array}{c} \left(b^j_{\bullet q}\right) \cdot \left(T_1^{\bullet qr}\right) \cdot \left(b^k_{\bullet r}\right)^t \\ \left(b^j_{\bullet q}\right) \cdot \left(T_2^{\bullet qr}\right) \cdot \left(b^k_{\bullet r}\right)^t \end{array}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^t \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^t \\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^t \end{array}\right) =$$

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, — базисы линейного пространства, и для тензора T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Ответ. $\acute{T}_i^{\bullet jk} = a^p_{\bullet i} \cdot b^j_{\bullet q} \cdot b^k_{\bullet r} \cdot T_p^{\bullet qr} = a^p_{\bullet i} \cdot \left[b^j_{\bullet q} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b^k_{\bullet r}\right]$,

$$\left(\acute{T}_i^{\bullet jk}\right) = \left(a^p_{\bullet i} \cdot \left[b^j_{\bullet q} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b^k_{\bullet r}\right]\right) = \left(a^p_{\bullet i}\right)^t \begin{pmatrix} \left(b^j_{\bullet q}\right) \cdot \left(T_1^{\bullet qr}\right) \cdot \left(b^k_{\bullet r}\right)^t \\ \left(b^j_{\bullet q}\right) \cdot \left(T_2^{\bullet qr}\right) \cdot \left(b^k_{\bullet r}\right)^t \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^t \\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \end{pmatrix} =$$

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\quad \mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, $\quad$ — базисы линейного пространства, $\quad$ и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{array}\right)$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Ответ. $\acute{T}_i^{\bullet jk} = a^p_{\bullet i} \cdot b^j_{\bullet q} \cdot b^k_{\bullet r} \cdot T_p^{\bullet qr} = a^p_{\bullet i} \cdot \left[b^j_{\bullet q} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b^k_{\bullet r}\right]$,

$$\left(\acute{T}_i^{\bullet jk}\right) = \left(a^p_{\bullet i} \cdot \left[b^j_{\bullet q} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b^k_{\bullet r}\right]\right) = \left(a^p_{\bullet i}\right)^t \left(\begin{array}{c} \left(b^j_{\bullet q}\right) \cdot \left(T_1^{\bullet qr}\right) \cdot \left(b^k_{\bullet r}\right)^t \\ \left(b^j_{\bullet q}\right) \cdot \left(T_2^{\bullet qr}\right) \cdot \left(b^k_{\bullet r}\right)^t \end{array}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^t \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^t \\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^t \end{array}\right) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \end{array}\right) =$$

$$= \left(\begin{array}{c} 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \\ \\ \end{array}\right) =$$

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\quad$ $\mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, $\quad$ — базисы линейного пространства, $\quad$ и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Ответ. $\acute{T}_i^{\bullet jk} = a^p_{\bullet i} \cdot b^j_{\bullet q} \cdot b^k_{\bullet r} \cdot T_p^{\bullet qr} = a^p_{\bullet i} \cdot \left[b^j_{\bullet q} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b^k_{\bullet r}\right]$,

$$\left(\acute{T}_i^{\bullet jk}\right) = \left(a^p_{\bullet i} \cdot \left[b^j_{\bullet q} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b^k_{\bullet r}\right]\right) = \left(a^p_{\bullet i}\right)^t \begin{pmatrix} \left(b^j_{\bullet q}\right) \cdot \left(T_1^{\bullet qr}\right) \cdot \left(b^k_{\bullet r}\right)^t \\ \left(b^j_{\bullet q}\right) \cdot \left(T_2^{\bullet qr}\right) \cdot \left(b^k_{\bullet r}\right)^t \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^t \\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \\ 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \end{pmatrix} =$$

Задача 2. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$, $\quad \mathbf{Б'} = \{3e_1 - e_2,\ e_1\}$, $\quad$ — базисы линейного пространства, и для **тензора** T имеем $\mathbf{T}(\mathbf{Б}) = \left(T_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найдите $\mathbf{T}(\mathbf{Б'})$.

Ответ. $\acute{T}_i^{\bullet jk} = a_{\bullet i}^{p} \cdot b_{\bullet q}^{j} \cdot b_{\bullet r}^{k} \cdot T_p^{\bullet qr} = a_{\bullet i}^{p} \cdot \left[b_{\bullet q}^{j} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b_{\bullet r}^{k}\right]$,

$$\left(\acute{T}_i^{\bullet jk}\right) = \left(a_{\bullet i}^{p} \cdot \left[b_{\bullet q}^{j} \cdot T_p^{\bullet qr} \cdot b_{\bullet r}^{k}\right]\right) = \left(a_{\bullet i}^{p}\right)^t \begin{pmatrix} \left(b_{\bullet q}^{j}\right) \cdot \left(T_1^{\bullet qr}\right) \cdot \left(b_{\bullet r}^{k}\right)^t \\ \left(b_{\bullet q}^{j}\right) \cdot \left(T_2^{\bullet qr}\right) \cdot \left(b_{\bullet r}^{k}\right)^t \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^t \\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \\ 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 3.

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0, x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0, x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \right)$.

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) =$

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0, x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \right)$. Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$,

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0, x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}\right).$

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \left(b^i_{\bullet j}\right) =$

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0, x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$.

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \left(b^i_{\bullet j}\right) = \left(a^i_{\bullet j}\right)^{-1} =$

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0, x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \left(b^i_{\bullet j}\right) = \left(a^i_{\bullet j}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix},$

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0, x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \right).$

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \left(b^i_{\bullet j}\right) = \left(a^i_{\bullet j}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix},$

$T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) =$

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0, x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \right).$

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $\quad \left(b^i_{\bullet j}\right) = \left(a^i_{\bullet j}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$,

$T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(b^i_{\bullet p} \cdot a^q_{\bullet j} \cdot a^r_{\bullet k} \cdot b^m_{\bullet s} \cdot T^{p\bullet\bullet s}_{\bullet qr}\right) =$

Задача 3. Пусть для тензора T имеем $T(\{x^0, x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$.

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $\quad \left(b^i_{\bullet j}\right) = \left(a^i_{\bullet j}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$,

$T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(b^i_{\bullet p} \cdot a^q_{\bullet j} \cdot a^r_{\bullet k} \cdot b^m_{\bullet s} \cdot T^{p\bullet\bullet s}_{\bullet qr}\right) =$

$= \left(b^i_{\bullet p}\right) \cdot \left(\begin{matrix} \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t & \quad \\ & \end{matrix} \right) \cdot \left(a^q_{\bullet j}\right) =$

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0, x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}\right).$

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \left(b^i_{\bullet j}\right) = \left(a^i_{\bullet j}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix},$

$T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(b^i_{\bullet p} \cdot a^q_{\bullet j} \cdot a^r_{\bullet k} \cdot b^m_{\bullet s} \cdot T^{p\bullet\bullet s}_{\bullet qr}\right) =$

$= \left(b^i_{\bullet p}\right) \cdot \begin{pmatrix} \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t & \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 2r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t \\ & \end{pmatrix} \cdot \left(a^q_{\bullet j}\right) =$

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0, x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \right)$.

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $\quad \left(b^i_{\bullet j}\right) = \left(a^i_{\bullet j}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(b^i_{\bullet p} \cdot a^q_{\bullet j} \cdot a^r_{\bullet k} \cdot b^m_{\bullet s} \cdot T^{p\bullet\bullet s}_{\bullet qr}\right) =$$

$$= \left(b^i_{\bullet p}\right) \cdot \left(\begin{array}{cc} \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t & \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 2r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t \\ \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{2\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t & \end{array} \right) \cdot \left(a^q_{\bullet j}\right) =$$

Задача 3. Пусть для тензора T имеем $T(\{x^0, x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \right).$

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $\quad \left(b^i_{\bullet j}\right) = \left(a^i_{\bullet j}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$,

$T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(b^i_{\bullet p} \cdot a^q_{\bullet j} \cdot a^r_{\bullet k} \cdot b^m_{\bullet s} \cdot T^{p\bullet\bullet s}_{\bullet qr}\right) =$

$= \left(b^i_{\bullet p}\right) \cdot \begin{pmatrix} (a^r_{\bullet k})^t \cdot (T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}) \cdot (b^m_{\bullet s})^t & (a^r_{\bullet k})^t \cdot (T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 2r}) \cdot (b^m_{\bullet s})^t \\ (a^r_{\bullet k})^t \cdot (T^{2\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}) \cdot (b^m_{\bullet s})^t & (a^r_{\bullet k})^t \cdot (T^{2\bullet\bullet s}_{\bullet 2r}) \cdot (b^m_{\bullet s})^t \end{pmatrix} \cdot \left(a^q_{\bullet j}\right) =$

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0,x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}\right)$.

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $\quad \left(b^i_{\bullet j}\right) = \left(a^i_{\bullet j}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(b^i_{\bullet p} \cdot a^q_{\bullet j} \cdot a^r_{\bullet k} \cdot b^m_{\bullet s} \cdot T^{p\bullet\bullet s}_{\bullet qr}\right) =$$

$$= \left(b^i_{\bullet p}\right) \cdot \begin{pmatrix} \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t & \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 2r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t \\ \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{2\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t & \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{2\bullet\bullet s}_{\bullet 2r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t \end{pmatrix} \cdot \left(a^q_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \left(\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}\right) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} =$$

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0, x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}\right)$.

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $\quad \left(b^i_{\bullet j}\right) = \left(a^i_{\bullet j}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(b^i_{\bullet p} \cdot a^q_{\bullet j} \cdot a^r_{\bullet k} \cdot b^m_{\bullet s} \cdot T^{p\bullet\bullet s}_{\bullet qr}\right) =$$

$$= \left(b^i_{\bullet p}\right) \cdot \begin{pmatrix} \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t & \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 2r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t \\ \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{2\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t & \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{2\bullet\bullet s}_{\bullet 2r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t \end{pmatrix} \cdot \left(a^q_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}\right) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \end{matrix}\right) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} =$$

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0,x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Найдите $T\left(x^0-2x,\ x^0-x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $\quad \left(b^i_{\bullet j}\right) = \left(a^i_{\bullet j}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T\left(x^0-2x,\ x^0-x\right) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(b^i_{\bullet p}\cdot a^q_{\bullet j}\cdot a^r_{\bullet k}\cdot b^m_{\bullet s}\cdot T^{p\bullet\bullet s}_{\bullet qr}\right) =$$

$$= \left(b^i_{\bullet p}\right)\cdot\begin{pmatrix} \left(a^r_{\bullet k}\right)^t\cdot\left(T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}\right)\cdot\left(b^m_{\bullet s}\right)^t & \left(a^r_{\bullet k}\right)^t\cdot\left(T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 2r}\right)\cdot\left(b^m_{\bullet s}\right)^t \\ \left(a^r_{\bullet k}\right)^t\cdot\left(T^{2\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}\right)\cdot\left(b^m_{\bullet s}\right)^t & \left(a^r_{\bullet k}\right)^t\cdot\left(T^{2\bullet\bullet s}_{\bullet 2r}\right)\cdot\left(b^m_{\bullet s}\right)^t \end{pmatrix}\cdot\left(a^q_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\cdot$$

$$\cdot\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -6 & 10 \\ -5 & 9 \end{pmatrix} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} =$$

Задача 3. Пусть для **тензора** T имеем $T(\{x^0,x\}) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Найдите $T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right)$.

Ответ. $\left(a^i_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $\quad \left(b^i_{\bullet j}\right) = \left(a^i_{\bullet j}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T\left(x^0 - 2x,\ x^0 - x\right) = \left(T^{i\bullet\bullet m}_{\bullet jk}\right) = \left(b^i_{\bullet p} \cdot a^q_{\bullet j} \cdot a^r_{\bullet k} \cdot b^m_{\bullet s} \cdot T^{p\bullet\bullet s}_{\bullet qr}\right) =$$

$$= \left(b^i_{\bullet p}\right) \cdot \begin{pmatrix} \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t & \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{1\bullet\bullet s}_{\bullet 2r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t \\ \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{2\bullet\bullet s}_{\bullet 1r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t & \left(a^r_{\bullet k}\right)^t \cdot \left(T^{2\bullet\bullet s}_{\bullet 2r}\right) \cdot \left(b^m_{\bullet s}\right)^t \end{pmatrix} \cdot \left(a^q_{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -6 & 10 \\ -5 & 9 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ -2 & 7 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 16 & -26 \\ 12 & -22 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 10 & -16 \\ 7 & -13 \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 4.

Задача 4. Пусть F — некоторая функция, каждому базису **Б** линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Задача 4. Пусть F — некоторая функция, каждому базису $\mathbf{Б}$ линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Ответ. Одной из основных задач при развитии теории конечномерных линейных пространств является представление практически любой рассматриваемой «конструкций» k в линейном пространстве $\mathbb{R}^n$:

Задача 4. Пусть F — некоторая функция, каждому базису **Б** линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Ответ. Одной из основных задач при развитии теории конечномерных линейных пространств является представление практически любой рассматриваемой «конструкций» k в линейном пространстве $\mathbb{R}^n$: вектора в виде **столбца координат**, скалярного произведения в **евклидовом пространстве** — с помощью **матрицы Грама**, линейного оператора — с помощью **матрица линейного оператора**, **билинейной формы** — с помощью **матрицы билинейной формы**. Это рассматривается в дальнейшем как один из стандартных способов задания «конструкции» k. Обычно в $\mathbb{R}^n$ этот стандартный способ формулируется в терминах матричной алгебры.

Задача 4. Пусть F — некоторая функция, каждому базису **Б** линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Ответ. Одной из основных задач при развитии теории конечномерных линейных пространств является представление практически любой рассматриваемой «конструкций» k в линейном пространстве $\mathbb{R}^n$: вектора в виде **столбца координат**, скалярного произведения в **евклидовом пространстве** — с помощью **матрицы Грама**, линейного оператора — с помощью **матрица линейного оператора**, **билинейной формы** — с помощью **матрицы билинейной формы**. Это рассматривается в дальнейшем как один из стандартных способов задания «конструкции» k. Обычно в $\mathbb{R}^n$ этот стандартный способ формулируется в терминах матричной алгебры.

Как правило, рассматривается также связь между стандартными представлениями «конструкции» k в разных базисах исходного пространства U с помощью **матрицы перехода**.

Задача 4. Пусть F — некоторая функция, каждому базису **Б** линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Ответ. Одной из основных задач при развитии теории конечномерных линейных пространств является представление практически любой рассматриваемой «конструкций» k в линейном пространстве $\mathbb{R}^n$: вектора в виде **столбца координат**, скалярного произведения в **евклидовом пространстве** — с помощью **матрицы Грама**, линейного оператора — с помощью **матрица линейного оператора**, **билинейной формы** — с помощью **матрицы билинейной формы**. Это рассматривается в дальнейшем как один из стандартных способов задания «конструкции» k. Обычно в $\mathbb{R}^n$ этот стандартный способ формулируется в терминах матричной алгебры.

Как правило, рассматривается также связь между стандартными представлениями «конструкции» k в разных базисах исходного пространства U с помощью **матрицы перехода**. Как правило, эта связь фиксируется в виде матричного равенства.

Поэтому один из типовых способов доказательства факта, что F является тензором, является представление этого матричного равенства в тензорных обозначениях, т.е. использование теоремы **о координатах вектора в разных базисах**, теоремы **о матрице оператора в другом базисе**, теоремы **о матрице билинейной формы в разных базисах** и др.

Задача 4. Пусть F — некоторая функция, каждому базису **Б** линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Ответ. Один из типовых способов доказательства факта, что F является тензором, является представление этого матричного равенства в тензорных обозначениях, т.е. использование теоремы **о координатах вектора в разных базисах**, теоремы **о матрице оператора в другом базисе**, теоремы **о матрице билинейной формы в разных базисах** и др. Другой типовой способ состоит в непосредственной проверке того, что F удовлетворяет **определению тензор-функции**.

Задача 4. Пусть F — некоторая функция, каждому базису **Б** линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Ответ. Один из типовых способов доказательства факта, что F является тензором, является представление этого матричного равенства в тензорных обозначениях, т.е. использование теоремы **о координатах вектора в разных базисах**, теоремы **о матрице оператора в другом базисе**, теоремы **о матрице билинейной формы в разных базисах** и др.
Другой типовой способ состоит в непосредственной проверке того, что F удовлетворяет **определению тензор-функции**.
В соответствии с этим определением нам необходимо ввести:

Задача 4. Пусть F — некоторая функция, каждому базису **Б** линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Ответ. Один из типовых способов доказательства факта, что F является тензором, является представление этого матричного равенства в тензорных обозначениях, т.е. использование теоремы **о координатах вектора в разных базисах**, теоремы **о матрице оператора в другом базисе**, теоремы **о матрице билинейной формы в разных базисах** и др.
Другой типовой способ состоит в непосредственной проверке того, что F удовлетворяет **определению тензор-функции**.
В соответствии с этим определением нам необходимо ввести:
— обозначения для двух базисов и входящих в них векторов;

Задача 4. Пусть F — некоторая функция, каждому базису **Б** линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Ответ. Один из типовых способов доказательства факта, что F является тензором, является представление этого матричного равенства в тензорных обозначениях, т.е. использование теоремы **о координатах вектора в разных базисах**, теоремы **о матрице оператора в другом базисе**, теоремы **о матрице билинейной формы в разных базисах** и др.
Другой типовой способ состоит в непосредственной проверке того, что F удовлетворяет **определению тензор-функции**.
В соответствии с этим определением нам необходимо ввести:
— обозначения для двух базисов и входящих в них векторов;
— обозначения для компонентов массивов значений функции F в этих базисах.

Задача 4. Пусть F — некоторая функция, каждому базису **Б** линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Ответ. Один из типовых способов доказательства факта, что F является тензором, является представление этого матричного равенства в тензорных обозначениях, т.е. использование теоремы **о координатах вектора в разных базисах**, теоремы **о матрице оператора в другом базисе**, теоремы **о матрице билинейной формы в разных базисах** и др.
Другой типовой способ состоит в непосредственной проверке того, что F удовлетворяет **определению тензор-функции**.
В соответствии с этим определением нам необходимо ввести:
— обозначения для двух базисов и входящих в них векторов;
— обозначения для компонентов массивов значений функции F в этих базисах.
Обычно доказательство **тензорного закона** использует

Задача 4. Пусть F — некоторая функция, каждому базису **Б** линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Ответ. Один из типовых способов доказательства факта, что F является тензором, является представление этого матричного равенства в тензорных обозначениях, т.е. использование теоремы **о координатах вектора в разных базисах**, теоремы **о матрице оператора в другом базисе**, теоремы **о матрице билинейной формы в разных базисах** и др.
Другой типовой способ состоит в непосредственной проверке того, что F удовлетворяет **определению тензор-функции**.
В соответствии с этим определением нам необходимо ввести:
— обозначения для двух базисов и входящих в них векторов;
— обозначения для компонентов массивов значений функции F в этих базисах.
Обычно доказательство **тензорного закона** использует
— равенства из определения функции F;

Задача 4. Пусть F — некоторая функция, каждому базису **Б** линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Ответ. Один из типовых способов доказательства факта, что F является тензором, является представление этого матричного равенства в тензорных обозначениях, т.е. использование теоремы **о координатах вектора в разных базисах**, теоремы **о матрице оператора в другом базисе**, теоремы **о матрице билинейной формы в разных базисах** и др.
Другой типовой способ состоит в непосредственной проверке того, что F удовлетворяет **определению тензор-функции**.
В соответствии с этим определением нам необходимо ввести:
— обозначения для двух базисов и входящих в них векторов;
— обозначения для компонентов массивов значений функции F в этих базисах.
Обычно доказательство **тензорного закона** использует
— равенства из определения функции F;
— равенства для **матриц перехода**;

Задача 4. Пусть F — некоторая функция, каждому базису **Б** линейного пространства U сопоставляющая некоторый массив чисел. Как доказать, что F является **тензором**?

Ответ. Один из типовых способов доказательства факта, что F является тензором, является представление этого матричного равенства в тензорных обозначениях, т.е. использование теоремы **о координатах вектора в разных базисах**, теоремы **о матрице оператора в другом базисе**, теоремы **о матрице билинейной формы в разных базисах** и др.
Другой типовой способ состоит в непосредственной проверке того, что F удовлетворяет **определению тензор-функции**.
В соответствии с этим определением нам необходимо ввести:
— обозначения для двух базисов и входящих в них векторов;
— обозначения для компонентов массивов значений функции F в этих базисах.
Обычно доказательство **тензорного закона** использует
— равенства из определения функции F;
— равенства для **матриц перехода**;
— известные свойства функции F.

Решение задачи 5.

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Можно сослаться на **теорему о матрице оператора в другом базисе**, но здесь мы приведем другое доказательство, целиком сформулированное на языке тензорной алгебры.

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Равенство из **определения матрицы (L_{ij}) линейного оператора $\hat{L}$** в тензорных обозначениях переписывается в виде $\hat{L}\,(e_i) = L[j; i]e_j$.

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Равенство из **определения матрицы (L_{ij}) линейного оператора $\hat{L}$** в тензорных обозначениях переписывается в виде $\hat{L}\,(e_i) = L[j;i]e_j$. Индекс i в левой части равенства, по-видимому, должен остаться нижним, поэтому в $L[j;i]$ этот символ, видимо, следует записать внизу.

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Равенство из **определения матрицы (L_{ij}) линейного оператора $\hat{L}$** в тензорных обозначениях переписывается в виде $\hat{L}\,(e_i) = L[j;i]e_j$. Индекс i в левой части равенства, по-видимому, должен остаться нижним, поэтому в $L[j;i]$ этот символ, видимо, следует записать внизу. Для того, чтобы суммирование по j происходило по разновысоким индексам в $L[j;i]$ символ j, видимо, следует записать наверху.

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису $\mathbf{Б}$ ставящая в соответствие **матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе $\mathbf{Б}$, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Итак, попытаемся доказать, что функция $\mathbf{L}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ ставящая в соответствие матрицу $\left(L^{j}_{\bullet i}\right)$ оператора $\hat{L}$ этом базисе, является **тензором**.

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Итак, попытаемся доказать, что функция $\mathbf{L}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие матрицу $\left(L^{j}_{\bullet i}\right)$ оператора $\hat{L}$ этом базисе, является **тензором**. Фактически проверять надо только выполнение **тензорного закона**.

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Итак, попытаемся доказать, что функция $\mathbf{L}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие матрицу $\left(L^{j}_{\bullet i}\right)$ оператора $\hat{L}$ этом базисе, является **тензором**.

Если $\mathbf{L}\left(\mathbf{Б}'\right) = L' = \left(\acute{L}^{j}_{\bullet i}\right), \quad \mathbf{L}\left(\mathbf{Б}\right) = L = \left(L^{j}_{\bullet i}\right), \quad e'_p = a^q_p\, e_q$, то

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу** $L_{\mathbf{Б}}$ **линейного оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Итак, попытаемся доказать, что функция $\mathbf{L}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие матрицу $\left(L^{j}_{\bullet i}\right)$ оператора $\hat{L}$ этом базисе, является **тензором**.

Если $\mathbf{L}\left(\mathbf{Б}'\right) = L' = \left(\acute{L}^{j}_{\bullet i}\right)$, $\quad \mathbf{L}\left(\mathbf{Б}\right) = L = \left(L^{j}_{\bullet i}\right)$, $\quad e'_p = a^q_p\, e_q$, то

$$= \hat{L}\left(e'_i\right) = \acute{L}^{j}_{i}\, e'_j =$$

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Итак, попытаемся доказать, что функция $\mathbf{L}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие матрицу $\left(L^{j}_{\bullet i}\right)$ оператора $\hat{L}$ этом базисе, является **тензором**.

Если $\mathbf{L}\left(\mathbf{Б}'\right) = L' = \left(\acute{L}^{j}_{\bullet i}\right)$, $\quad \mathbf{L}\left(\mathbf{Б}\right) = L = \left(L^{j}_{\bullet i}\right)$, $\quad e'_p = a^q_p\, e_q$, то

$$= \hat{L}\left(e'_i\right) = \acute{L}^j_i\, e'_j = \acute{L}^j_i a^k_j\, e_k,$$

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Итак, попытаемся доказать, что функция **L**, каждому базису **Б** ставящая в соответствие матрицу $\left(L^{j}_{\bullet i}\right)$ оператора $\hat{L}$ этом базисе, является **тензором**.

Если $\mathbf{L}\,(\mathbf{Б}') = L' = \left(\acute{L}^{j}_{\bullet i}\right)$, $\quad \mathbf{L}\,(\mathbf{Б}) = L = \left(L^{j}_{\bullet i}\right)$, $\quad e'_p = a^q_p\, e_q$, то

$$= \hat{L}\,(a^p_i\, e_p) = \hat{L}\,(e'_i) = \acute{L}^j_i\, e'_j = \acute{L}^j_i a^k_j\, e_k,$$

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу** $L_{\mathbf{Б}}$ **линейного оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Итак, попытаемся доказать, что функция $\mathbf{L}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие матрицу $\left(L^{j}_{\bullet i}\right)$ оператора $\hat{L}$ этом базисе, является **тензором**.

Если $\mathbf{L}\left(\mathbf{Б}'\right) = L' = \left(\acute{L}^{j}_{\bullet i}\right)$, $\quad \mathbf{L}\left(\mathbf{Б}\right) = L = \left(L^{j}_{\bullet i}\right)$, $\quad e'_p = a^q_p\, e_q$, то

$$a^p_i L^q_p\, e_q = \hat{L}\left(a^p_i\, e_p\right) = \hat{L}\left(e'_i\right) = \acute{L}^j_i\, e'_j = \acute{L}^j_i a^k_j\, e_k,$$

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ.

$$\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Для того, чтобы сравнить коэффициенты в разложении вектора $\hat{L}\,(e'_i)$ по базису **Б**, заменим в выражении $\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k$ символ суммирования[4] k на q.

[4]можно было сделать наоборот, то есть заменить q на k в равенстве $a_i^p L_p^q\, e_q$.

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ.

$$\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Для того, чтобы сравнить коэффициенты в разложении вектора $\hat{L}\,(e_i')$ по базису **Б**, заменим в выражении $\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k$ символ суммирования k на q. Получаем

$$\acute{L}_i^j a_j^q\, e_q = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Из **теоремы о единственности разложения по базису** получаем, что $\acute{L}_i^j a_j^q = a_i^p L_p^q$.

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ.

$$\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Для того, чтобы сравнить коэффициенты в разложении вектора $\hat{L}\,(e'_i)$ по базису **Б**, заменим в выражении $\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k$ символ суммирования k на q. Получаем

$$\acute{L}_i^j a_j^q\, e_q = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Из **теоремы о единственности разложения по базису** получаем, что $\acute{L}_i^j a_j^q = a_i^p L_p^q$.
На матричном языке последнее равенство имеет вид $AL' = LA$.

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ.

$$\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Для того, чтобы сравнить коэффициенты в разложении вектора $\hat{L}\,(e_i')$ по базису **Б**, заменим в выражении $\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k$ символ суммирования k на q. Получаем

$$\acute{L}_i^j a_j^q\, e_q = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Из **теоремы о единственности разложения по базису** получаем, что $\acute{L}_i^j a_j^q = a_i^p L_p^q$. На матричном языке последнее равенство имеет вид $AL' = LA$. Для того, чтобы выразить L' надо умножить обе части этого равенства *слева* на матрицу

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ.

$$\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Для того, чтобы сравнить коэффициенты в разложении вектора $\hat{L}\,(e_i')$ по базису **Б**, заменим в выражении $\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k$ символ суммирования k на q. Получаем

$$\acute{L}_i^j a_j^q\, e_q = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Из **теоремы о единственности разложения по базису** получаем, что $\acute{L}_i^j a_j^q = a_i^p L_p^q$.
На матричном языке последнее равенство имеет вид $AL' = LA$. Для того, чтобы выразить L' надо умножить обе части этого равенства *слева* на матрицу $B = A^{-1}$. На языке тензорных обозначений это запишется так:

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ.

$$\acute{L}_i^j a_j^k \, e_k = a_i^p L_p^q \, e_q.$$

Для того, чтобы сравнить коэффициенты в разложении вектора $\hat{L}\,(e'_i)$ по базису **Б**, заменим в выражении $\acute{L}_i^j a_j^k \, e_k$ символ суммирования k на q. Получаем

$$\acute{L}_i^j a_j^q \, e_q = a_i^p L_p^q \, e_q.$$

Из **теоремы о единственности разложения по базису** получаем, что $\acute{L}_i^j a_j^q = a_i^p L_p^q$.
На матричном языке последнее равенство имеет вид $AL' = LA$. Для того, чтобы выразить L' надо умножить обе части этого равенства *слева* на матрицу $B = A^{-1}$. На языке тензорных обозначений это запишется так: умножим обе части равенства $a_i^p L_p^q = \acute{L}_i^j a_j^q$ на b_q^k и просуммируем по q. Получаем

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ.

$$\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Для того, чтобы сравнить коэффициенты в разложении вектора $\hat{L}\,(e_i')$ по базису **Б**, заменим в выражении $\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k$ символ суммирования k на q. Получаем

$$\acute{L}_i^j a_j^q\, e_q = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Из **теоремы о единственности разложения по базису** получаем, что $\acute{L}_i^j a_j^q = a_i^p L_p^q$.
На матричном языке последнее равенство имеет вид $AL' = LA$. Для того, чтобы выразить L' надо умножить обе части этого равенства *слева* на матрицу $B = A^{-1}$. На языке тензорных обозначений это запишется так: умножим обе части равенства $a_i^p L_p^q = \acute{L}_i^j a_j^q$ на b_q^k и просуммируем по q. Получаем

$$a_i^p L_p^q b_q^k = \acute{L}_i^j a_j^q b_q^k =$$

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ.

$$\acute{L}_i^j a_j^k \, e_k = a_i^p L_p^q \, e_q.$$

Для того, чтобы сравнить коэффициенты в разложении вектора $\hat{L}\,(e'_i)$ по базису **Б**, заменим в выражении $\acute{L}_i^j a_j^k \, e_k$ символ суммирования k на q. Получаем

$$\acute{L}_i^j a_j^q \, e_q = a_i^p L_p^q \, e_q.$$

Из **теоремы о единственности разложения по базису** получаем, что $\acute{L}_i^j a_j^q = a_i^p L_p^q$.
На матричном языке последнее равенство имеет вид $AL' = LA$. Для того, чтобы выразить L' надо умножить обе части этого равенства *слева* на матрицу $B = A^{-1}$. На языке тензорных обозначений это запишется так: умножим обе части равенства $a_i^p L_p^q = \acute{L}_i^j a_j^q$ на b_q^k и просуммируем по q. Получаем

$$a_i^p L_p^q b_q^k = \acute{L}_i^j \underbrace{a_j^q b_q^k}_{=\,\delta_j^k} =$$

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ.

$$\acute{L}_i^j a_j^k e_k = a_i^p L_p^q e_q.$$

Для того, чтобы сравнить коэффициенты в разложении вектора $\hat{L}(e_i')$ по базису **Б**, заменим в выражении $\acute{L}_i^j a_j^k e_k$ символ суммирования k на q. Получаем

$$\acute{L}_i^j a_j^q e_q = a_i^p L_p^q e_q.$$

Из **теоремы о единственности разложения по базису** получаем, что $\acute{L}_i^j a_j^q = a_i^p L_p^q$.
На матричном языке последнее равенство имеет вид $AL' = LA$. Для того, чтобы выразить L' надо умножить обе части этого равенства *слева* на матрицу $B = A^{-1}$. На языке тензорных обозначений это запишется так: умножим обе части равенства $a_i^p L_p^q = \acute{L}_i^j a_j^q$ на b_q^k и просуммируем по q. Получаем

$$a_i^p L_p^q b_q^k = \acute{L}_i^j \underbrace{a_j^q b_q^k}_{=\delta_j^k} = \acute{L}_i^j \delta_j^k =$$

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ.

$$\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Для того, чтобы сравнить коэффициенты в разложении вектора $\hat{L}\,(e'_i)$ по базису **Б**, заменим в выражении $\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k$ символ суммирования k на q. Получаем

$$\acute{L}_i^j a_j^q\, e_q = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Из **теоремы о единственности разложения по базису** получаем, что $\acute{L}_i^j a_j^q = a_i^p L_p^q$.
На матричном языке последнее равенство имеет вид $AL' = LA$. Для того, чтобы выразить L' надо умножить обе части этого равенства *слева* на матрицу $B = A^{-1}$. На языке тензорных обозначений это запишется так: умножим обе части равенства $a_i^p L_p^q = \acute{L}_i^j a_j^q$ на b_q^k и просуммируем по q. Получаем

$$a_i^p L_p^q b_q^k = \acute{L}_i^j \underbrace{a_j^q b_q^k}_{=\delta_j^k} = \acute{L}_i^j \delta_j^k = \acute{L}_i^1 \cdot \underbrace{\delta_1^k}_{=0} + \ldots + \acute{L}_i^k \cdot \underbrace{\delta_k^k}_{=1} + \ldots + \acute{L}_i^n \cdot \underbrace{\delta_n^k}_{=0} =$$

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ.

$$\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Для того, чтобы сравнить коэффициенты в разложении вектора $\hat{L}\,(e'_i)$ по базису **Б**, заменим в выражении $\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k$ символ суммирования k на q. Получаем

$$\acute{L}_i^j a_j^q\, e_q = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Из **теоремы о единственности разложения по базису** получаем, что $\acute{L}_i^j a_j^q = a_i^p L_p^q$.
На матричном языке последнее равенство имеет вид $AL' = LA$. Для того, чтобы выразить L' надо умножить обе части этого равенства *слева* на матрицу $B = A^{-1}$. На языке тензорных обозначений это запишется так: умножим обе части равенства $a_i^p L_p^q = \acute{L}_i^j a_j^q$ на b_q^k и просуммируем по q. Получаем

$$a_i^p L_p^q b_q^k = \acute{L}_i^j \underbrace{a_j^q b_q^k}_{=\delta_j^k} = \acute{L}_i^j \delta_j^k = \acute{L}_i^1 \cdot \underbrace{\delta_1^k}_{=0} + \ldots + \acute{L}_i^k \cdot \underbrace{\delta_k^k}_{=1} + \ldots + \acute{L}_i^n \cdot \underbrace{\delta_n^k}_{=0} = \acute{L}_i^k.$$

Задача 5. Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U. Покажите, используя, по возможности, тензорные обозначения, что функция, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $L_{\text{Б}}$ линейного оператора $\hat{L}$** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ.

$$\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Для того, чтобы сравнить коэффициенты в разложении вектора $\hat{L}\,(e_i')$ по базису **Б**, заменим в выражении $\acute{L}_i^j a_j^k\, e_k$ символ суммирования k на q. Получаем

$$\acute{L}_i^j a_j^q\, e_q = a_i^p L_p^q\, e_q.$$

Из **теоремы о единственности разложения по базису** получаем, что $\acute{L}_i^j a_j^q = a_i^p L_p^q$.
На матричном языке последнее равенство имеет вид $AL' = LA$. Для того, чтобы выразить L' надо умножить обе части этого равенства *слева* на матрицу $B = A^{-1}$. На языке тензорных обозначений это запишется так: умножим обе части равенства $a_i^p L_p^q = \acute{L}_i^j a_j^q$ на b_q^k и просуммируем по q. Получаем

$$a_i^p L_p^q b_q^k = \acute{L}_i^j \underbrace{a_j^q b_q^k}_{=\delta_j^k} = \acute{L}_i^j \delta_j^k = \acute{L}_i^1 \cdot \underbrace{\delta_1^k}_{=0} + \ldots + \acute{L}_i^k \cdot \underbrace{\delta_k^k}_{=1} + \ldots + \acute{L}_i^n \cdot \underbrace{\delta_n^k}_{=0} = \acute{L}_i^k. \tag{3}$$

Следовательно, для функции $\mathbf{L}$ выполняется соответствующий **тензорный закон**, что и требовалось доказать.

Решение задачи 6.

Задача 6. Пусть F — билинейная форма на линейном пространстве U. Покажите, что функция $\mathbf{F}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $\mathbf{F}_{\text{Б}}$ билинейной формы** F в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Задача 6. Пусть F — билинейная форма на линейном пространстве U. Покажите, что функция $\mathbf{F}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $\mathbf{F}_{\text{Б}}$ билинейной формы** F в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Равенство из **определения матрицы** $(F[i;j])$ **билинейной формы F в базисе Б** (выражение для f_{ij}) в тензорных обозначениях имеет вид $F(e_i, e_j) = F[i;j]$.

Задача 6. Пусть F — билинейная форма на линейном пространстве U. Покажите, что функция $\mathbf{F}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $\mathbf{F}_{\text{Б}}$ билинейной формы** F в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Равенство из **определения матрицы** $(F[i;j])$ **билинейной формы $\mathbf{F}$ в базисе Б** (выражение для f_{ij}) в тензорных обозначениях имеет вид $F(e_i, e_j) = F[i;j]$. Естественно считать, что в правой части этого равенства индексы i, j стоят «как бы внизу», поэтому можно ожидать, что $\mathbf{F}$ —

Задача 6. Пусть F — билинейная форма на линейном пространстве U. Покажите, что функция $\mathbf{F}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $\mathbf{F}_{\text{Б}}$ билинейной формы** F в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Равенство из **определения матрицы** $(F[i;j])$ **билинейной формы F в базисе Б** (выражение для f_{ij}) в тензорных обозначениях имеет вид $F(e_i, e_j) = F[i;j]$. Естественно считать, что в правой части этого равенства индексы i, j стоят «как бы внизу», поэтому можно ожидать, что $\mathbf{F}$ — дважды ковариантный тензор. Докажем это.

Задача 6. Пусть F — билинейная форма на линейном пространстве U. Покажите, что функция $\mathbf{F}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $\mathbf{F}_{\text{Б}}$ билинейной формы** F в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Равенство из **определения матрицы** $(F[i;j])$ **билинейной формы F в базисе Б** (выражение для f_{ij}) в тензорных обозначениях имеет вид $F(e_i, e_j) = F[i;j]$. Естественно считать, что в правой части этого равенства индексы i, j стоят «как бы внизу», поэтому можно ожидать, что $\mathbf{F}$ — дважды ковариантный тензор. Докажем это.
Достаточно проверить выполнение **тензорного закона**. Имеем

Задача 6. Пусть F — билинейная форма на линейном пространстве U. Покажите, что функция $\mathbf{F}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ ставящая в соответствие **матрицу $\mathbf{F_Б}$ билинейной формы** F в базисе $\mathbf{Б}$, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Равенство из **определения матрицы** $(F[i;j])$ **билинейной формы F в базисе Б** (выражение для f_{ij}) в тензорных обозначениях имеет вид $F(e_i, e_j) = F[i;j]$. Естественно считать, что в правой части этого равенства индексы i, j стоят «как бы внизу», поэтому можно ожидать, что $\mathbf{F}$ — дважды ковариантный тензор. Докажем это.
Достаточно проверить выполнение **тензорного закона**. Имеем

$$\acute{F}_{ij} =$$

Задача 6. Пусть F — билинейная форма на линейном пространстве U. Покажите, что функция $\mathbf{F}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $\mathbf{F}_{\text{Б}}$ билинейной формы** F в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Равенство из **определения матрицы** $(F[i;j])$ **билинейной формы F в базисе Б** (выражение для f_{ij}) в тензорных обозначениях имеет вид $F(e_i, e_j) = F[i;j]$. Естественно считать, что в правой части этого равенства индексы i, j стоят «как бы внизу», поэтому можно ожидать, что $\mathbf{F}$ — дважды ковариантный тензор. Докажем это.
Достаточно проверить выполнение **тензорного закона**. Имеем

$$\acute{F}_{ij} = (\acute{e}_i, \acute{e}_j) =$$

Задача 6. Пусть F — билинейная форма на линейном пространстве U. Покажите, что функция $\mathbf{F}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $\mathbf{F}_{\text{Б}}$ билинейной формы F** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Равенство из **определения матрицы $(F[i;j])$ билинейной формы F в базисе Б** (выражение для f_{ij}) в тензорных обозначениях имеет вид $F(e_i, e_j) = F[i;j]$. Естественно считать, что в правой части этого равенства индексы i, j стоят «как бы внизу», поэтому можно ожидать, что $\mathbf{F}$ — дважды ковариантный тензор. Докажем это.
Достаточно проверить выполнение **тензорного закона**. Имеем

$$\acute{F}_{ij} = (\acute{e}_i, \acute{e}_j) = F\left(a_i^p e_p, a_j^q e_q\right) =$$

Задача 6. Пусть F — билинейная форма на линейном пространстве U. Покажите, что функция $\mathbf{F}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $\mathbf{F}_{\text{Б}}$ билинейной формы F** в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Равенство из **определения матрицы $(F[i;j])$ билинейной формы F в базисе Б** (выражение для f_{ij}) в тензорных обозначениях имеет вид $F(e_i, e_j) = F[i;j]$. Естественно считать, что в правой части этого равенства индексы i, j стоят «как бы внизу», поэтому можно ожидать, что $\mathbf{F}$ — дважды ковариантный тензор. Докажем это.
Достаточно проверить выполнение **тензорного закона**. Имеем

$$\acute{F}_{ij} = (\acute{e}_i, \acute{e}_j) = F\left(a_i^p e_p, a_j^q e_q\right) = a_i^p a_j^q F\left(e_p, e_q\right) =$$

Задача 6. Пусть F — билинейная форма на линейном пространстве U. Покажите, что функция $\mathbf{F}$, каждому базису **Б** ставящая в соответствие **матрицу $\mathbf{F}_{\text{Б}}$ билинейной формы** F в базисе **Б**, является **тензором**, и найдите его структуру.

Ответ. Равенство из **определения матрицы** $(F[i;j])$ **билинейной формы F в базисе Б** (выражение для f_{ij}) в тензорных обозначениях имеет вид $F(e_i, e_j) = F[i;j]$. Естественно считать, что в правой части этого равенства индексы i, j стоят «как бы внизу», поэтому можно ожидать, что $\mathbf{F}$ — дважды ковариантный тензор. Докажем это.
Достаточно проверить выполнение **тензорного закона**. Имеем

$$\acute{F}_{ij} = (\acute{e}_i, \acute{e}_j) = F\left(a_i^p e_p, a_j^q e_q\right) = a_i^p a_j^q F(e_p, e_q) = a_i^p a_j^q F_{pq},$$

что и требовалось доказать.

Решение задачи 7.

Задача 7. Пусть x - вектор трехмерного пространства. Докажите, что T — **тензор**, и выясните его строение, если для всякого базиса $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3\}$, $\quad T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} \text{пр}_x(e_1) \\ \text{пр}_x(e_2) \\ \text{пр}_x(e_3) \end{pmatrix}$.

Задача 7. Пусть x - вектор трехмерного пространства. Докажите, что T — **тензор**, и выясните его строение, если для всякого базиса $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3\}$, $\quad T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} \text{пр}_x(e_1) \\ \text{пр}_x(e_2) \\ \text{пр}_x(e_3) \end{pmatrix}$.

Ответ. Пусть $T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$.

Задача 7. Пусть x - вектор трехмерного пространства. Докажите, что T — **тензор**, и выясните его строение, если для всякого базиса $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3\}$, $\quad T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} \text{пр}_x(e_1) \\ \text{пр}_x(e_2) \\ \text{пр}_x(e_3) \end{pmatrix}$.

Ответ. Пусть $T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$. Тогда для базиса **Б'** и $T(\mathbf{Б'}) = \begin{pmatrix} T'[1] \\ T'[2] \\ T'[3] \end{pmatrix}$ по определению **матрицы перехода** получаем

Задача 7. Пусть x - вектор трехмерного пространства. Докажите, что T — **тензор**, и выясните его строение, если для всякого базиса $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3\}$, $\quad T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} \text{пр}_x(e_1) \\ \text{пр}_x(e_2) \\ \text{пр}_x(e_3) \end{pmatrix}$.

Ответ. Пусть $T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$. Тогда для базиса **Б'** и $T(\mathbf{Б'}) = \begin{pmatrix} T'[1] \\ T'[2] \\ T'[3] \end{pmatrix}$ по определению **матрицы перехода** получаем
$T'[i] =$

Задача 7. Пусть x - вектор трехмерного пространства. Докажите, что T — **тензор**, и выясните его строение, если для всякого базиса $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3\}$, $\quad T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} \text{пр}_x(e_1) \\ \text{пр}_x(e_2) \\ \text{пр}_x(e_3) \end{pmatrix}$.

Ответ. Пусть $T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$. Тогда для базиса **Б'** и $T(\mathbf{Б'}) = \begin{pmatrix} T'[1] \\ T'[2] \\ T'[3] \end{pmatrix}$ по определению **матрицы перехода** получаем
$T'[i] = \text{пр}_x(e'_i) =$

Задача 7. Пусть x - вектор трехмерного пространства. Докажите, что T — **тензор**, и выясните его строение, если для всякого базиса $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3\}$, $\quad T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} \text{пр}_x(e_1) \\ \text{пр}_x(e_2) \\ \text{пр}_x(e_3) \end{pmatrix}$.

Ответ. Пусть $T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$. Тогда для базиса **Б'** и $T(\mathbf{Б'}) = \begin{pmatrix} T'[1] \\ T'[2] \\ T'[3] \end{pmatrix}$ по определению **матрицы перехода** получаем
$T'[i] = \text{пр}_x(e'_i) = \text{пр}_x \left(a_i^j e_j\right) =$

Задача 7. Пусть x - вектор трехмерного пространства. Докажите, что T — **тензор**, и выясните его строение, если для всякого базиса $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3\}$, $\quad T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} \text{пр}_x(e_1) \\ \text{пр}_x(e_2) \\ \text{пр}_x(e_3) \end{pmatrix}$.

Ответ. Пусть $T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$. Тогда для базиса **Б'** и $T(\mathbf{Б'}) = \begin{pmatrix} T'[1] \\ T'[2] \\ T'[3] \end{pmatrix}$ по определению **матрицы перехода** получаем

$T'[i] = \text{пр}_x(e'_i) = \text{пр}_x\left(a_i^j e_j\right) = a_i^j \text{пр}_x\left(e_j\right) =$

Задача 7. Пусть x - вектор трехмерного пространства. Докажите, что T — **тензор**, и выясните его строение, если для всякого базиса $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3\}$, $\quad T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} \text{пр}_x(e_1) \\ \text{пр}_x(e_2) \\ \text{пр}_x(e_3) \end{pmatrix}$.

Ответ. Пусть $T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$. Тогда для базиса **Б'** и $T(\mathbf{Б'}) = \begin{pmatrix} T'[1] \\ T'[2] \\ T'[3] \end{pmatrix}$ по определению **матрицы перехода** получаем

$T'[i] = \text{пр}_x(e'_i) = \text{пр}_x\left(a_i^j e_j\right) = a_i^j \text{пр}_x\left(e_j\right) = a_i^j T[j]$

Задача 7. Пусть x - вектор трехмерного пространства. Докажите, что T — **тензор**, и выясните его строение, если для всякого базиса $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3\}$, $\quad T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} \text{пр}_x(e_1) \\ \text{пр}_x(e_2) \\ \text{пр}_x(e_3) \end{pmatrix}$.

Ответ. Пусть $T(\mathbf{Б}) = \begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$. Тогда для базиса **Б'** и $T(\mathbf{Б'}) = \begin{pmatrix} T'[1] \\ T'[2] \\ T'[3] \end{pmatrix}$ по определению **матрицы перехода** получаем
$T'[i] = \text{пр}_x(e'_i) = \text{пр}_x\left(a_i^j e_j\right) = a_i^j \text{пр}_x\left(e_j\right) = a_i^j T[j]$ — **тензорный закон** для ковариантного **тензора** первого ранга.

Решение задачи 8.

Задача 8. Рассмотрим линейное пространство симметричных (т.е. $X^t = X$) 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{E_1, E_2, E_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$, где $T[i] = \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_i \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$. Объяснить смысл этой функции, проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Задача 8. Рассмотрим линейное пространство симметричных (т.е. $X^t = X$) 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{E_1, E_2, E_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$, где $T[i] = \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_i\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$. Объяснить смысл этой функции, проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Ответ. $T'[i] = \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_i'\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) =$

Задача 8. Рассмотрим линейное пространство симметричных (т.е. $X^t = X$) 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{E_1, E_2, E_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$, где $T[i] = \mathrm{tr}\left((1\ 1)E_i \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$. Объяснить смысл этой функции, проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Ответ. $T'[i] = \mathrm{tr}\left((1\ 1)E'_i \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \mathrm{tr}\left((1\ 1)a_i^j E_j \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) =$

Задача 8. Рассмотрим линейное пространство симметричных (т.е. $X^t = X$) 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{E_1, E_2, E_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$, где $T[i] = \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_i \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$. Объяснить смысл этой функции, проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Ответ. $T'[i] = \operatorname{tr}\left((1\ 1)E'_i \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \operatorname{tr}\left((1\ 1)a_i^j E_j \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = a_i^j \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_j \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) =$

Задача 8. Рассмотрим линейное пространство симметричных (т.е. $X^t = X$) 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{E_1, E_2, E_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$, где $T[i] = \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_i \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$. Объяснить смысл этой функции, проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Ответ. $T'[i] = \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_i' \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \operatorname{tr}\left((1\ 1)a_i^j E_j \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = a_i^j \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_j \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = a_i^j T[j]$

Задача 8. Рассмотрим линейное пространство симметричных (т.е. $X^t = X$) 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{E_1, E_2, E_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$, где $T[i] = \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_i \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$. Объяснить смысл этой функции, проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Ответ. $T'[i] = \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_i' \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \operatorname{tr}\left((1\ 1)a_i^j E_j \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = a_i^j \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_j \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = a_i^j T[j]$ — **тензорный закон** для ковариантного тензора.

Задача 8. Рассмотрим линейное пространство симметричных (т.е. $X^t = X$) 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{E_1, E_2, E_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} T[1] \\ T[2] \\ T[3] \end{pmatrix}$, где $T[i] = \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_i \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$. Объяснить смысл этой функции, проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Ответ. $T'[i] = \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_i' \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \operatorname{tr}\left((1\ 1)a_i^j E_j \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = a_i^j \operatorname{tr}\left((1\ 1)E_j \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = a_i^j T[j]$ — **тензорный закон** для ковариантного тензора.
Этот тензор каждому базису ставит в соответствие столбец, составленный из сумм всех элементов каждой базисной матрицы.

Решение задачи 9.

Задача 9. Рассмотрим линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не большей 2 с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{p_1,\ p_2,\ p_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} p_1(1) \\ p_2(1) \\ p_3(1) \end{pmatrix}$. Проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Задача 9. Рассмотрим линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не большей 2 с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{p_1,\ p_2,\ p_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} p_1(1) \\ p_2(1) \\ p_3(1) \end{pmatrix}$. Проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б'} = \{q_1,\ q_2,\ q_3\}$ и $\mathbf{Б} = \{p_1,\ p_2,\ p_3\}$ — два базиса пространства $\mathcal{P}_2(x)$. Тогда

Задача 9. Рассмотрим линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не большей 2 с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{p_1,\ p_2,\ p_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} p_1(1) \\ p_2(1) \\ p_3(1) \end{pmatrix}$. Проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б'} = \{q_1,\ q_2,\ q_3\}$ и $\mathbf{Б} = \{p_1,\ p_2,\ p_3\}$ — два базиса пространства $\mathcal{P}_2(x)$. Тогда, по определению **матрицы перехода** $q_i(x) = a_i^j p_j(x)$, откуда

Задача 9. Рассмотрим линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не большей 2 с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{p_1,\ p_2,\ p_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} p_1(1) \\ p_2(1) \\ p_3(1) \end{pmatrix}$. Проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б'} = \{q_1,\ q_2,\ q_3\}$ и $\mathbf{Б} = \{p_1,\ p_2,\ p_3\}$ — два базиса пространства $\mathcal{P}_2(x)$. Тогда, по определению **матрицы перехода** $q_i(x) = a_i^j p_j(x)$, откуда
$q_i(1) = a_i^j p_j(1)$

Задача 9. Рассмотрим линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не большей 2 с вещественными коэффициентами. Пусть функция T каждому базису $\mathbf{Б} = \{p_1,\ p_2,\ p_3\}$ ставит в соответствие столбец $\begin{pmatrix} p_1(1) \\ p_2(1) \\ p_3(1) \end{pmatrix}$. Проверить, что это **тензор**, выяснить его структуру.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б'} = \{q_1,\ q_2,\ q_3\}$ и $\mathbf{Б} = \{p_1,\ p_2,\ p_3\}$ — два базиса пространства $\mathcal{P}_2(x)$. Тогда, по определению **матрицы перехода** $q_i(x) = a_i^j p_j(x)$, откуда
$q_i(1) = a_i^j p_j(1)$ — закон преобразования для ковариантного **тензора** первого ранга.

Решение задачи 10.

Задача 10. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие **матрицу Грама** $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Задача 10. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие **матрицу Грама** $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Можно сослаться на то, что скалярное произведение — это билинейная форма, для которой соответствующее утверждение мы уже доказали, оно представлено в **соглашении**. Но мы воспроизведем доказательство для этого случая:

Задача 10. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие **матрицу Грама** $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Можно сослаться на то, что скалярное произведение — это билинейная форма, для которой соответствующее утверждение мы уже доказали, оно представлено в **соглашении**. Но мы воспроизведем доказательство для этого случая:

$$\acute{g}_{ij} =$$

Задача 10. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие **матрицу Грама** $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Можно сослаться на то, что скалярное произведение — это билинейная форма, для которой соответствующее утверждение мы уже доказали, оно представлено в **соглашении**. Но мы воспроизведем доказательство для этого случая:

$$\acute{g}_{ij} = (\acute{e}_i, \acute{e}_j) =$$

Задача 10. Докажите, что функция **Т**, каждому базису **Б** евклидова пространства U ставящая в соответствие **матрицу Грама** $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ базиса **Б**, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Можно сослаться на то, что скалярное произведение — это билинейная форма, для которой соответствующее утверждение мы уже доказали, оно представлено в **соглашении**. Но мы воспроизведем доказательство для этого случая:

$$\acute{g}_{ij} = (\acute{e}_i, \acute{e}_j) = \left(a_i^p e_p, a_j^q e_q\right) =$$

Задача 10. Докажите, что функция **Т**, каждому базису **Б** евклидова пространства U ставящая в соответствие **матрицу Грама** $\Gamma_{\textbf{Б}}$ базиса **Б**, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Можно сослаться на то, что скалярное произведение — это билинейная форма, для которой соответствующее утверждение мы уже доказали, оно представлено в **соглашении**. Но мы воспроизведем доказательство для этого случая:

$$\acute{g}_{ij} = (\acute{e}_i, \acute{e}_j) = \left(a_i^p e_p, a_j^q e_q\right) = a_i^p a_j^q \left(e_p, e_q\right) =$$

Задача 10. Докажите, что функция **Т**, каждому базису **Б** евклидова пространства U ставящая в соответствие **матрицу Грама** $\Gamma_{\textbf{Б}}$ базиса **Б**, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Можно сослаться на то, что скалярное произведение — это билинейная форма, для которой соответствующее утверждение мы уже доказали, оно представлено в **соглашении**. Но мы воспроизведем доказательство для этого случая:

$$\acute{g}_{ij} = (\acute{e}_i, \acute{e}_j) = \left(a_i^p e_p, a_j^q e_q\right) = a_i^p a_j^q \left(e_p, e_q\right) = a_i^p a_j^q g_{pq}.$$

Решение задачи 11.

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. По **определению обратной матрицы** имеем

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. По **определению обратной матрицы** имеем $\Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}} =$

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. По **определению обратной матрицы** имеем $\Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}} = \mathbf{E} =$

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. По **определению обратной матрицы** имеем $\Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}} = \mathbf{E} = \Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}\Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Сначала мы запишем доказательство на матричном языке, а потом воспроизведем его в тензорных обозначениях. На матричном языке получаем:

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Сначала мы запишем доказательство на матричном языке, а потом воспроизведем его в тензорных обозначениях. На матричном языке получаем:

$$\mathbf{E} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}} =$$

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Сначала мы запишем доказательство на матричном языке, а потом воспроизведем его в тензорных обозначениях. На матричном языке получаем:

$$\mathbf{E} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} \mathbf{A}.$$

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Сначала мы запишем доказательство на матричном языке, а потом воспроизведем его в тензорных обозначениях. На матричном языке получаем:

$$\mathbf{E} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} \mathbf{A}.$$

Умножим равенство слева на $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$, получим

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Сначала мы запишем доказательство на матричном языке, а потом воспроизведем его в тензорных обозначениях. На матричном языке получаем:

$$\mathbf{E} = \Gamma^{-1}_{\acute{\mathbf{Б}}} \cdot \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}} = \Gamma^{-1}_{\acute{\mathbf{Б}}} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} \mathbf{A}.$$

Умножим равенство слева на $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$, получим $\mathbf{E}\mathbf{B} = \Gamma^{-1}_{\acute{\mathbf{Б}}} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Сначала мы запишем доказательство на матричном языке, а потом воспроизведем его в тензорных обозначениях. На матричном языке получаем:

$$\mathbf{E} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} \mathbf{A}.$$

Умножим равенство слева на $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$, получим $\mathbf{EB} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}}$.
Умножая последнее равенство слева на $\mathbf{A}$ и учитывая $\mathbf{EB} = \mathbf{B}$, получаем

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Сначала мы запишем доказательство на матричном языке, а потом воспроизведем его в тензорных обозначениях. На матричном языке получаем:

$$\mathbf{E} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} \mathbf{A}.$$

Умножим равенство слева на $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$, получим $\mathbf{EB} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Умножая последнее равенство слева на $\mathbf{A}$ и учитывая $\mathbf{EB} = \mathbf{B}$, получаем $\mathbf{E} = \mathbf{A}\Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Сначала мы запишем доказательство на матричном языке, а потом воспроизведем его в тензорных обозначениях. На матричном языке получаем:

$$\mathbf{E} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} \mathbf{A}.$$

Умножим равенство слева на $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$, получим $\mathbf{EB} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Умножая последнее равенство слева на $\mathbf{A}$ и учитывая $\mathbf{EB} = \mathbf{B}$, получаем $\mathbf{E} = \mathbf{A}\Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Следовательно, в силу **теоремы об однозначности обратной матрицы**, имеем $\mathbf{A}\Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t = \Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, откуда

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Сначала мы запишем доказательство на матричном языке, а потом воспроизведем его в тензорных обозначениях. На матричном языке получаем:

$$\mathbf{E} = \Gamma^{-1}_{\acute{\mathbf{Б}}} \cdot \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}} = \Gamma^{-1}_{\acute{\mathbf{Б}}} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} \mathbf{A}.$$

Умножим равенство слева на $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$, получим $\mathbf{EB} = \Gamma^{-1}_{\acute{\mathbf{Б}}} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Умножая последнее равенство слева на $\mathbf{A}$ и учитывая $\mathbf{EB} = \mathbf{B}$, получаем $\mathbf{E} = \mathbf{A}\Gamma^{-1}_{\acute{\mathbf{Б}}} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Следовательно, в силу **теоремы об однозначности обратной матрицы**, имеем $\mathbf{A}\Gamma^{-1}_{\acute{\mathbf{Б}}} \cdot \mathbf{A}^t = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}}$, откуда $\Gamma^{-1}_{\acute{\mathbf{Б}}} = \mathbf{B}\Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}}\mathbf{B}^t$, что в тензорных обозначениях дает **тензорный закон** для

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Сначала мы запишем доказательство на матричном языке, а потом воспроизведем его в тензорных обозначениях. На матричном языке получаем:

$$\mathbf{E} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} \mathbf{A}.$$

Умножим равенство слева на $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$, получим $\mathbf{EB} = \Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Умножая последнее равенство слева на $\mathbf{A}$ и учитывая $\mathbf{EB} = \mathbf{B}$, получаем $\mathbf{E} = \mathbf{A}\Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Следовательно, в силу **теоремы об однозначности обратной матрицы**, имеем $\mathbf{A}\Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^t = \Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, откуда $\Gamma_{\acute{\mathbf{Б}}}^{-1} = \mathbf{B}\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}\mathbf{B}^t$, что в тензорных обозначениях дает **тензорный закон** для дважды контравариантного тензора.

Задача 11. Докажите, что функция **Т**, каждому базису **Б** евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса **Б**, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.
Мы уже доказали, что g_{ij} изменяются по **тензорному закону**, поэтому

$$\delta^i_k = \acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} =$$

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.
Мы уже доказали, что g_{ij} изменяются по **тензорному закону**, поэтому

$$\delta^i_k = \acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \acute{g}^{ij}a^p_j a^q_k g_{pq} =$$

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.
Мы уже доказали, что g_{ij} изменяются по **тензорному закону**, поэтому

$$\delta^i_k = \acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \acute{g}^{ij}a^p_j a^q_k g_{pq} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} a^q_k.$$

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.

Мы уже доказали, что g_{ij} изменяются по **тензорному закону**, поэтому

$$\delta^i_k = \acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \acute{g}^{ij}a^p_j a^q_k g_{pq} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} a^q_k.$$

Отсюда $\delta^i_k = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} a^q_k$

Задача 11. Докажите, что функция **Т**, каждому базису **Б** евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса **Б**, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.
Мы уже доказали, что g_{ij} изменяются по **тензорному закону**, поэтому

$$\delta^i_k = \acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \acute{g}^{ij}a^p_j a^q_k g_{pq} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} a^q_k.$$

Отсюда $\delta^i_k b^k_m = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} a^q_k b^k_m$

Задача 11. Докажите, что функция **Т**, каждому базису **Б** евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса **Б**, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.
Мы уже доказали, что g_{ij} изменяются по **тензорному закону**, поэтому

$$\delta^i_k = \acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \acute{g}^{ij}a^p_j a^q_k g_{pq} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} a^q_k.$$

Отсюда $\underbrace{\delta^i_k b^k_m}_{b^i_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq}\, \underbrace{a^q_k b^k_m}_{\delta^q_m} =$

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису $\mathbf{Б}$ евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса $\mathbf{Б}$, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.

Мы уже доказали, что g_{ij} изменяются по **тензорному закону**, поэтому

$$\delta^i_k = \acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \acute{g}^{ij}a^p_j a^q_k g_{pq} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} a^q_k.$$

Отсюда $\underbrace{\delta^i_k b^k_m}_{b^i_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} \underbrace{a^q_k b^k_m}_{\delta^q_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pm}.$

Задача 11. Докажите, что функция **Т**, каждому базису **Б** евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса **Б**, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.
Мы уже доказали, что g_{ij} изменяются по **тензорному закону**, поэтому

$$\delta^i_k = \acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \acute{g}^{ij}a^p_j a^q_k g_{pq} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} a^q_k.$$

Отсюда $\underbrace{\delta^i_k b^k_m}_{b^i_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} \underbrace{a^q_k b^k_m}_{\delta^q_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pm}$.

Поэтому $a^s_i b^i_m = a^s_i a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pm}$.

Задача 11. Докажите, что функция **Т**, каждому базису **Б** евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса **Б**, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.

Мы уже доказали, что g_{ij} изменяются по **тензорному закону**, поэтому

$$\delta^i_k = \acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \acute{g}^{ij}a^p_j a^q_k g_{pq} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} a^q_k.$$

Отсюда $\underbrace{\delta^i_k b^k_m}_{b^i_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} \underbrace{a^q_k b^k_m}_{\delta^q_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pm}$.

Поэтому $\underbrace{a^s_i b^i_m}_{\delta^s_m} = a^s_i a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pm}$.

Задача 11. Докажите, что функция **Т**, каждому базису **Б** евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса **Б**, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.

Мы уже доказали, что g_{ij} изменяются по **тензорному закону**, поэтому

$$\delta^i_k = \acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \acute{g}^{ij}a^p_j a^q_k g_{pq} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} a^q_k.$$

Отсюда $\underbrace{\delta^i_k b^k_m}_{b^i_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} \underbrace{a^q_k b^k_m}_{\delta^q_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pm}$.

Поэтому $\underbrace{a^s_i b^i_m}_{\delta^s_m} = a^s_i a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pm}$. Следовательно, в силу **теоремы об однозначности обратной матрицы**

Задача 11. Докажите, что функция **Т**, каждому базису **Б** евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса **Б**, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.

Мы уже доказали, что g_{ij} изменяются по **тензорному закону**, поэтому

$$\delta^i_k = \acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \acute{g}^{ij}a^p_j a^q_k g_{pq} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} a^q_k.$$

Отсюда $\underbrace{\delta^i_k b^k_m}_{b^i_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} \underbrace{a^q_k b^k_m}_{\delta^q_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pm}$.

Поэтому $\underbrace{a^s_i b^i_m}_{\delta^s_m} = a^s_i a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pm}$. Следовательно, в силу **теоремы об однозначности обратной матрицы** $a^s_i a^p_j \acute{g}^{ij} = g^{sp}$, откуда

Задача 11. Докажите, что функция $\mathbf{T}$, каждому базису **Б** евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса **Б**, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.
Мы уже доказали, что g_{ij} изменяются по **тензорному закону**, поэтому

$$\delta^i_k = \acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \acute{g}^{ij}a^p_j a^q_k g_{pq} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} a^q_k.$$

Отсюда $\underbrace{\delta^i_k b^k_m}_{b^i_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} \underbrace{a^q_k b^k_m}_{\delta^q_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pm}$.

Поэтому $\underbrace{a^s_i b^i_m}_{\delta^s_m} = a^s_i a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pm}$. Следовательно, в силу **теоремы об однозначности обратной матрицы** $a^s_i a^p_j \acute{g}^{ij} = g^{sp}$, откуда

$$\underbrace{\underbrace{b^u_s a^s_i}_{\delta^u_i}\,\underbrace{b^v_p a^p_j}_{\delta^v_j}\,\acute{g}^{ij}}_{\acute{g}^{uv}} = b^u_s b^v_p g^{sp},$$

то есть получили равенство $\acute{g}^{uv} = b^u_s b^v_p g^{sp}$ —

Задача 11. Докажите, что функция **Т**, каждому базису **Б** евклидова пространства U ставящая в соответствие матрицу $\Gamma_{\mathbf{Б}}^{-1}$, где $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ — **матрица Грама** базиса **Б**, является **тензором**, укажите его ранг и «структуру».

Ответ. Переписывая доказательство в тензорных обозначениях, получаем $\acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \delta^i_k = g^{ij}g_{jk}$.

Мы уже доказали, что g_{ij} изменяются по **тензорному закону**, поэтому

$$\delta^i_k = \acute{g}^{ij}\acute{g}_{jk} = \acute{g}^{ij}a^p_j a^q_k g_{pq} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} a^q_k.$$

Отсюда $\underbrace{\delta^i_k b^k_m}_{b^i_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pq} \underbrace{a^q_k b^k_m}_{\delta^q_m} = a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pm}$.

Поэтому $\underbrace{a^s_i b^i_m}_{\delta^s_m} = a^s_i a^p_j \acute{g}^{ij} g_{pm}$. Следовательно, в силу **теоремы об однозначности обратной матрицы** $a^s_i a^p_j \acute{g}^{ij} = g^{sp}$, откуда

$$\underbrace{\underbrace{b^u_s a^s_i}_{\delta^u_i} \underbrace{b^v_p a^p_j}_{\delta^v_j} \acute{g}^{ij}}_{\acute{g}^{uv}} = b^u_s b^v_p g^{sp},$$

то есть получили равенство $\acute{g}^{uv} = b^u_s b^v_p g^{sp}$ — **тензорный закон** для дважды контравариантного тензора второго ранга.

Решение задачи 12.

Задача 12. Пусть функция T каждому базису $\{f_0, f_1, f_2\}$ линейного пространства многочленов с вещественными коэффициентами, степени не выше 2, ставит в соответствие массив $\begin{pmatrix} u_0^0 & u_0^1 & u_0^2 \\ u_1^0 & u_1^1 & u_1^2 \\ u_2^0 & u_2^1 & u_2^2 \end{pmatrix}$, где u_m^k определяются правилом: $u_m^k f_k(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m(k)x^k$. Выясните, является ли T **тензором**, и если да, то укажите структуру этого **тензора**.

Задача 12. Пусть функция T каждому базису $\{f_0, f_1, f_2\}$ линейного пространства многочленов с вещественными коэффициентами, степени не выше 2, ставит в соответствие массив $\begin{pmatrix} u_0^0 & u_0^1 & u_0^2 \\ u_1^0 & u_1^1 & u_1^2 \\ u_2^0 & u_2^1 & u_2^2 \end{pmatrix}$, где u_m^k определяются правилом: $u_m^k f_k(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m(k)x^k$. Выясните, является ли T **тензором**, и если да, то укажите структуру этого **тензора**.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}' = \{f_0'(x), f_1'(x), f_2'(x)\}$ — другой базис, причем $f_i'(x) = a_i^j f_j(x)$. Тогда из равенства $u_m'^k f_k'(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m'(k)x^k$ следует

Задача 12. Пусть функция T каждому базису $\{f_0, f_1, f_2\}$ линейного пространства многочленов с вещественными коэффициентами, степени не выше 2, ставит в соответствие массив $\begin{pmatrix} u_0^0 & u_0^1 & u_0^2 \\ u_1^0 & u_1^1 & u_1^2 \\ u_2^0 & u_2^1 & u_2^2 \end{pmatrix}$, где u_m^k определяются правилом: $u_m^k f_k(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m(k) x^k$. Выясните, является ли T **тензором**, и если да, то укажите структуру этого **тензора**.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}' = \{f_0'(x), f_1'(x), f_2'(x)\}$ — другой базис, причем $f_i'(x) = a_i^j f_j(x)$. Тогда из равенства $u_m'^k f_k'(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m'(k) x^k$ следует

$$u_m'^k a_k^p f_p(x) =$$

Задача 12. Пусть функция T каждому базису $\{f_0, f_1, f_2\}$ линейного пространства многочленов с вещественными коэффициентами, степени не выше 2, ставит в соответствие массив $\begin{pmatrix} u_0^0 & u_0^1 & u_0^2 \\ u_1^0 & u_1^1 & u_1^2 \\ u_2^0 & u_2^1 & u_2^2 \end{pmatrix}$, где u_m^k определяются правилом: $u_m^k f_k(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m(k)x^k$. Выясните, является ли T **тензором**, и если да, то укажите структуру этого **тензора**.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}' = \{f_0'(x), f_1'(x), f_2'(x)\}$ — другой базис, причем $f_i'(x) = a_i^j f_j(x)$. Тогда из равенства $u_m'^k f_k'(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m'(k)x^k$ следует

$$u_m'^k a_k^p f_p(x) = \sum_{k=0}^{2} a_m^q f_q(k)x^k =$$

Задача 12. Пусть функция T каждому базису $\{f_0, f_1, f_2\}$ линейного пространства многочленов с вещественными коэффициентами, степени не выше 2, ставит в соответствие массив $\begin{pmatrix} u_0^0 & u_0^1 & u_0^2 \\ u_1^0 & u_1^1 & u_1^2 \\ u_2^0 & u_2^1 & u_2^2 \end{pmatrix}$, где u_m^k определяются правилом: $u_m^k f_k(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m(k)x^k$. Выясните, является ли T **тензором**, и если да, то укажите структуру этого **тензора**.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}' = \{f_0'(x), f_1'(x), f_2'(x)\}$ — другой базис, причем $f_i'(x) = a_i^j f_j(x)$. Тогда из равенства $u_m'^k f_k'(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m'(k)x^k$ следует

$$u_m'^k a_k^p f_p(x) = \sum_{k=0}^{2} a_m^q f_q(k)x^k = \sum_{k=0}^{2} a_m^q u_q^s f_s(x).$$

Задача 12. Пусть функция T каждому базису $\{f_0, f_1, f_2\}$ линейного пространства многочленов с вещественными коэффициентами, степени не выше 2, ставит в соответствие массив $\begin{pmatrix} u_0^0 & u_0^1 & u_0^2 \\ u_1^0 & u_1^1 & u_1^2 \\ u_2^0 & u_2^1 & u_2^2 \end{pmatrix}$, где u_m^k определяются правилом: $u_m^k f_k(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m(k)x^k$. Выясните, является ли T **тензором**, и если да, то укажите структуру этого **тензора**.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}' = \{f_0'(x), f_1'(x), f_2'(x)\}$ — другой базис, причем $f_i'(x) = a_i^j f_j(x)$. Тогда из равенства $u_m'^k f_k'(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m'(k)x^k$ следует

$$u_m'^k a_k^p f_p(x) = \sum_{k=0}^{2} a_m^q f_q(k)x^k = \sum_{k=0}^{2} a_m^q u_q^s f_s(x).$$

В силу теоремы об **однозначности разложения вектора по базису** получаем систему равенств $u_m'^k a_k^p = a_m^q u_q^s$, из которой следует **тензорный закон**:

Задача 12. Пусть функция T каждому базису $\{f_0, f_1, f_2\}$ линейного пространства многочленов с вещественными коэффициентами, степени не выше 2, ставит в соответствие массив $\begin{pmatrix} u_0^0 & u_0^1 & u_0^2 \\ u_1^0 & u_1^1 & u_1^2 \\ u_2^0 & u_2^1 & u_2^2 \end{pmatrix}$, где u_m^k определяются правилом: $u_m^k f_k(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m(k)x^k$. Выясните, является ли T тензором, и если да, то укажите структуру этого тензора.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}' = \{f_0'(x), f_1'(x), f_2'(x)\}$ — другой базис, причем $f_i'(x) = a_i^j f_j(x)$. Тогда из равенства $u_m'^k f_k'(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} f_m'(k)x^k$ следует

$$u_m'^k a_k^p f_p(x) = \sum_{k=0}^{2} a_m^q f_q(k)x^k = \sum_{k=0}^{2} a_m^q u_q^s f_s(x).$$

В силу теоремы об однозначности разложения вектора по базису получаем систему равенств $u_m'^k a_k^p = a_m^q u_q^s$, из которой следует тензорный закон:
$u_m'^k = b_s^k a_m^q u_q^s$.

Решение задачи 13.

Задача 13. Найдите **тензорное произведение** тензоров $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Задача 13. Найдите тензорное произведение тензоров $(P_i)\otimes(Q^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\end{pmatrix}$, $(S_i)\otimes(T^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\\ 5\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\\ 7\end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i)\otimes(Q^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\end{pmatrix}=$

Задача 13. Найдите **тензорное произведение** тензоров $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} =$

Пусть $i = 1$. Когда j пробегает значения от 1 до 2, в матрице $(P_i) \otimes (Q^j)$ получается

Задача 13. Найдите **тензорное произведение** тензоров $(P_i)\otimes(Q^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\end{pmatrix}$, $(S_i)\otimes(T^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\\ 5\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\\ 7\end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i)\otimes(Q^j)=\begin{pmatrix} \mathbf{2}\\ -1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\end{pmatrix}=$

Пусть $i=1$. Когда j пробегает значения от 1 до 2, в матрице $(P_i)\otimes(Q^j)$ получается **первая строка**.

Задача 13. Найдите **тензорное произведение** тензоров $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{2} \cdot 4 & \mathbf{2} \cdot 3 \\ & \end{pmatrix}$

Пусть $i = 1$. Когда j пробегает значения от 1 до 2, в матрице $(P_i) \otimes (Q^j)$ получается **первая строка**.

Задача 13. Найдите **тензорное произведение** тензоров $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 & 2 \cdot 3 \\ & \end{pmatrix}$

Пусть $i = 2$. Когда j пробегает значения от 1 до 2, в матрице $(P_i) \otimes (Q^j)$ получается

Задача 13. Найдите **тензорное произведение** тензоров $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$,

$(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 & 2 \cdot 3 \\ & \end{pmatrix}$

Пусть $i = 2$. Когда j пробегает значения от 1 до 2, в матрице $(P_i) \otimes (Q^j)$ получается **вторая строка**.

Задача 13. Найдите **тензорное произведение** тензоров $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$,
$(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 & 2 \cdot 3 \\ \mathbf{-1} \cdot 4 & \mathbf{-1} \cdot 3 \end{pmatrix}$

Пусть $i = 2$. Когда j пробегает значения от 1 до 2, в матрице $(P_i) \otimes (Q^j)$ получается **вторая строка**.

Задача 13. Найдите тензорное произведение тензоров $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 & 2 \cdot 3 \\ -1 \cdot 4 & -1 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$

Задача 13. Найдите **тензорное произведение** тензоров $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$,

$(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 & 2 \cdot 3 \\ -1 \cdot 4 & -1 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$

$(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} =$

Задача 13. Найдите тензорное произведение тензоров $(P_i)\otimes(Q^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\end{pmatrix}$,
$(S_i)\otimes(T^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\\ 5\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\\ 7\end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i)\otimes(Q^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2\cdot 4 & 2\cdot 3\\ -1\cdot 4 & -1\cdot 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 8 & 6\\ -4 & -3\end{pmatrix}$,

$$(S_i)\otimes(T^j)=\begin{pmatrix} \mathbf{2}\\ -1\\ 5\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\\ 7\end{pmatrix}=$$

Задача 13. Найдите тензорное произведение тензоров $(P_i)\otimes(Q^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\end{pmatrix}$, $(S_i)\otimes(T^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\\ 5\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\\ 7\end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i)\otimes(Q^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2\cdot 4 & 2\cdot 3\\ -1\cdot 4 & -1\cdot 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 8 & 6\\ -4 & -3\end{pmatrix}$,

$$(S_i)\otimes(T^j)=\begin{pmatrix} \mathbf{2}\\ -1\\ 5\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\\ 7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \mathbf{2}\cdot 4 & \mathbf{2}\cdot 3 & \mathbf{2}\cdot 7\\ & & \\ & & \end{pmatrix}=$$

Задача 13. Найдите тензорное произведение тензоров $(P_i)\otimes(Q^j)=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$,
$(S_i)\otimes(T^j)=\begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}4\\3\\7\end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i)\otimes(Q^j)=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 4 & 2\cdot 3\\-1\cdot 4 & -1\cdot 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 6\\-4 & -3\end{pmatrix}$,
$(S_i)\otimes(T^j)=\begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}4\\3\\7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 4 & 2\cdot 3 & 2\cdot 7\\ & & \\ & & \end{pmatrix}=$

Задача 13. Найдите тензорное произведение тензоров $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 & 2 \cdot 3 \\ -1 \cdot 4 & -1 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$,

$(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ \mathbf{-1} \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 & 2 \cdot 3 & 2 \cdot 7 \\ \mathbf{-1} \cdot 4 & \mathbf{-1} \cdot 3 & \mathbf{-1} \cdot 7 \\ & & \end{pmatrix} =$

Задача 13. Найдите тензорное произведение тензоров $(P_i)\otimes(Q^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\end{pmatrix}$, $(S_i)\otimes(T^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\\ 5\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\\ 7\end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i)\otimes(Q^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2\cdot 4 & 2\cdot 3\\ -1\cdot 4 & -1\cdot 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 8 & 6\\ -4 & -3\end{pmatrix}$,

$(S_i)\otimes(T^j)=\begin{pmatrix} 2\\ -1\\ \mathbf{5}\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 4\\ 3\\ 7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2\cdot 4 & 2\cdot 3 & 2\cdot 7\\ -1\cdot 4 & -1\cdot 3 & -1\cdot 7\\ & & \end{pmatrix}=$

Задача 13. Найдите тензорное произведение тензоров $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$,

$(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 & 2 \cdot 3 \\ -1 \cdot 4 & -1 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$,

$(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ \mathbf{5} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 & 2 \cdot 3 & 2 \cdot 7 \\ -1 \cdot 4 & -1 \cdot 3 & -1 \cdot 7 \\ \mathbf{5} \cdot 4 & \mathbf{5} \cdot 3 & \mathbf{5} \cdot 7 \end{pmatrix} =$

Задача 13. Найдите тензорное произведение тензоров $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $(P_i) \otimes (Q^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 & 2 \cdot 3 \\ -1 \cdot 4 & -1 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$,

$$(S_i) \otimes (T^j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 & 2 \cdot 3 & 2 \cdot 7 \\ -1 \cdot 4 & -1 \cdot 3 & -1 \cdot 7 \\ 5 \cdot 4 & 5 \cdot 3 & 5 \cdot 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 14 \\ -4 & -3 & -7 \\ 20 & 15 & 35 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 14.

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$,
$\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления тензорные произведения $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $(q_i r^s) =$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $(q_i r^s) = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -12 & 6 \end{pmatrix}$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $(r^s q_i) =$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $(r^s q_i) = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $(u_{ij} r^s) =$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $(u_{ij} r^s) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 12 & -6 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$,
$\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array}\right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $(r^s u_{ij}) =$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления тензорные произведения $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^{s}_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^{s}_{\bullet t})$.

Ответ. $(r^s u_{ij}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 12 & -4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -6 & 2 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $(u_{ij}v^{st}) =$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления тензорные произведения $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $(u_{ij}v^{st}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 14 & 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 6 & -9 \\ 21 & 3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -7 & -1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления тензорные произведения $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $\left(r^s p_i^{\bullet jk}\right) =$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^{s}_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^{s}_{\bullet t})$.

Ответ. $\left(r^s p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 12 & -4 \\ -8 & 12 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 8 & 20 \\ -4 & 16 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -4 & -10 \\ 2 & -8 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $\left(p_i^{\bullet jk} r^s\right) =$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^{s}_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^{s}_{\bullet t})$.

Ответ. $$\left(p_i^{\bullet jk} r^s\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 12 & -6 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 12 & -6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 20 & -10 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 16 & -8 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jk}\right) =$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $$\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 15 & -5 \\ -10 & 15 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 10 & 25 \\ -5 & 20 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -12 & 4 \\ 8 & -12 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -8 & -20 \\ 4 & -16 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ -2 & 8 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $\left(p_i^{\bullet jk} w^s_{\bullet t}\right) =$

Задача 14. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$,
$\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **тензорные произведения** $(q_i) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (q_i)$, $(u_{ij}) \otimes (r^s)$, $(r^s) \otimes (u_{ij})$, $(u_{ij}) \otimes (v^{st})$, $(r^s) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (r^s)$, $(w^s_{\bullet t}) \otimes \left(p_i^{\bullet jk}\right)$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) \otimes (w^s_{\bullet t})$.

Ответ. $$\left(p_i^{\bullet jk} w^s_{\bullet t}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 15 \\ -12 & 6 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -10 \\ 8 & -4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 15 \\ -12 & 6 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -8 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 25 \\ -20 & 10 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 20 \\ -16 & 8 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Решение задачи 15.

Задача 15. $\left(P_{i}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\quad \left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_{i}^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)$.

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $(P_i^{\bullet i})$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

$P_i^{\bullet i} = \mathbf{P_1^1} +$

Задача 15. $\left(P_{i}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $(P_{i}^{\bullet i})$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_{i}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

$P_{i}^{\bullet i} = \mathbf{P_{1}^{1}} +$
$= \mathbf{2} +$

Задача 15. $\left(P_{i}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите свертки тензоров $(P_{i}^{\bullet i})$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_{i}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 & 4 \\ -3 & \mathbf{-5} & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

$P_{i}^{\bullet i} = \mathbf{P_1^1} + \mathbf{P_2^2} +$
$= \mathbf{2} +$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $(P_i^{\bullet i})$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 & 4 \\ -3 & \mathbf{-5} & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

$P_i^{\bullet i} = \mathbf{P_1^1} + \mathbf{P_2^2} +$
$= \mathbf{2} + (\mathbf{-5}) +$

Задача 15. $\left(P_{i}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $(P_{i}^{\bullet i})$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_{i}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 & 4 \\ -3 & \mathbf{-5} & -2 \\ 7 & 4 & \mathbf{6} \end{pmatrix}$

$P_{i}^{\bullet i} = \mathbf{P_1^1} + \mathbf{P_2^2} + \mathbf{P_3^3} =$
$= \mathbf{2} + (\mathbf{-5}) +$

Задача 15. $\left(P_{i}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $(P_{i}^{\bullet i})$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_{i}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 & 4 \\ -3 & \mathbf{-5} & -2 \\ 7 & 4 & \mathbf{6} \end{pmatrix}$

$P_{i}^{\bullet i} = \mathbf{P_{1}^{1}} + \mathbf{P_{2}^{2}} + \mathbf{P_{3}^{3}} =$
$= \mathbf{2} + (\mathbf{-5}) + \mathbf{6} =$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите свертки тензоров $(P_i^{\bullet i})$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

$P_i^{\bullet i} = P_1^1 + P_2^2 + P_3^3 =$
$= 2 + (-5) + 6 = 3,$

Задача 15. $$\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $(P_i^{\bullet i})$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $(P_i^{\bullet i}) = 2 + (-5) + 6 = 3,$

$$(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} =$$

Задача 15. $$\left(P_{i}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$ Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_{i}^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_{i}^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3,$

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1}} + \\ \end{pmatrix} =$$

Задача 15. $$\left(P_{i}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix},\quad \left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$ Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_{i}^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_{i}^{\bullet i}\right)=2+(-5)+6=3$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} \mathbf{Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1}}+ \\ \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \mathbf{2}+ \\ \end{pmatrix},$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 \\ 4 & \mathbf{7} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1}} + \mathbf{Q_{1\bullet 2}^{\bullet 2}} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{2} + \\ \end{pmatrix},$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 \\ 4 & \mathbf{7} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1}} + \mathbf{Q_{1\bullet 2}^{\bullet 2}} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{2} + \mathbf{7} \\ \end{pmatrix},$$

Задача 15. $(P_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите свертки тензоров $(P_i^{\bullet i})$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $(P_i^{\bullet i}) = 2 + (-5) + 6 = 3$,

$$(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{3} & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1} + Q_{1\bullet 2}^{\bullet 2} \\ \mathbf{Q}_{\mathbf{2}\bullet \mathbf{1}}^{\bullet \mathbf{1}} + \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+7 \\ \end{pmatrix},$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите свертки тензоров $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{3} & 2 \\ -5 & \mathbf{-6} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1} + Q_{1\bullet 2}^{\bullet 2} \\ \mathbf{Q_{2\bullet 1}^{\bullet 1}} + \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + 7 \\ \mathbf{3} + \end{pmatrix},$$

Задача 15. $$\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$ Вычислите свертки тензоров $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3,$

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{3} & 2 \\ -5 & \mathbf{-6} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1} + Q_{1\bullet 2}^{\bullet 2} \\ \mathbf{Q_{2\bullet 1}^{\bullet 1}} + \mathbf{Q_{2\bullet 2}^{\bullet 2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + 7 \\ \mathbf{3} + \end{pmatrix},$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{3} & 2 \\ -5 & \mathbf{-6} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1} + Q_{1\bullet 2}^{\bullet 2} \\ \mathbf{Q_{2\bullet 1}^{\bullet 1}} + \mathbf{Q_{2\bullet 2}^{\bullet 2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + 7 \\ \mathbf{3} + (\mathbf{-6}) \end{pmatrix} =$$

Задача 15. $$(P_{i}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad (Q_{i\bullet k}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$ Вычислите свертки тензоров $(P_{i}^{\bullet i})$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $(P_{i}^{\bullet i}) = 2 + (-5) + 6 = 3$,

$$(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1} + Q_{1\bullet 2}^{\bullet 2} \\ Q_{2\bullet 1}^{\bullet 1} + Q_{2\bullet 2}^{\bullet 2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+7 \\ 3+(-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix},$$

Задача 15. $$\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$ Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $\quad \left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1}} + \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Задача 15. $(P_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $(P_i^{\bullet i})$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $(P_i^{\bullet i}) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}) = \begin{pmatrix} \mathbf{Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1}} + \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{2} + \\ \end{pmatrix}$$

Задача 15. $\left(P_{i}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите свертки тензоров $\left(P_{i}^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_{i}^{\bullet i}\right)=2+(-5)+6=3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)=\begin{pmatrix} \mathbf{Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1}}+\mathbf{Q_{2\bullet 1}^{\bullet 2}} \\ \\ \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \mathbf{2}+ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Задача 15. $\left(P_{i}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} & \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} & \end{pmatrix}$,

$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} & \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} & \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_{i}^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_{i}^{\bullet i}\right)=2+(-5)+6=3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} & \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ \mathbf{-5} & -6 \end{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)=\begin{pmatrix} \mathbf{Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1}}+\mathbf{Q_{2\bullet 1}^{\bullet 2}} \\ \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \mathbf{2}+ \\ \end{pmatrix}$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите свертки тензоров $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right)=2+(-5)+6=3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ \mathbf{-5} & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)=\begin{pmatrix} \mathbf{Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1}}+\mathbf{Q_{2\bullet 1}^{\bullet 2}} \\ \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \mathbf{2}+(\mathbf{-5}) \\ \end{pmatrix}$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4\\ -3 & -5 & -2\\ 7 & 4 & 6\end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1\\ 4 & 7\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2\\ -5 & -6\end{pmatrix}\end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1\\ 4 & 7\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2\\ -5 & -6\end{pmatrix}\end{pmatrix}$. Вычислите **свертки** **тензоров** $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right)=2+(-5)+6=3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} 9\\ -3\end{pmatrix}$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1\\ 4 & 7\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2\\ -5 & -6\end{pmatrix}\end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)=\begin{pmatrix} Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1}+Q_{2\bullet 1}^{\bullet 2}\\ \mathbf{Q_{1\bullet 2}^{\bullet 1}}+\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2+(-5)\\ \ \end{pmatrix}$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки** **тензоров** $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & \mathbf{-1} \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right) = \begin{pmatrix} Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1} + Q_{2\bullet 1}^{\bullet 2} \\ \mathbf{Q_{1\bullet 2}^{\bullet 1}} + \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + (-5) \\ \end{pmatrix}$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & \mathbf{-1} \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right) = \begin{pmatrix} Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1} + Q_{2\bullet 1}^{\bullet 2} \\ \mathbf{Q_{1\bullet 2}^{\bullet 1}} + \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + (-5) \\ \mathbf{-1} + \end{pmatrix}$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & \mathbf{-1} \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right) = \begin{pmatrix} Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1} + Q_{2\bullet 1}^{\bullet 2} \\ \mathbf{Q_{1\bullet 2}^{\bullet 1}} + \mathbf{Q_{2\bullet 2}^{\bullet 2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + (-5) \\ \mathbf{-1} + \end{pmatrix}$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} & \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} & \end{pmatrix}$. Вычислите свертки тензоров $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & \mathbf{-1} \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & \mathbf{-6} \end{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right) = \begin{pmatrix} Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1} + Q_{2\bullet 1}^{\bullet 2} \\ \mathbf{Q_{1\bullet 2}^{\bullet 1}} + \mathbf{Q_{2\bullet 2}^{\bullet 2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + (-5) \\ \mathbf{-1} + \end{pmatrix}$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & \mathbf{-1} \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & \mathbf{-6} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right) = \begin{pmatrix} Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1} + Q_{2\bullet 1}^{\bullet 2} \\ \mathbf{Q_{1\bullet 2}^{\bullet 1}} + \mathbf{Q_{2\bullet 2}^{\bullet 2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + (-5) \\ \mathbf{-1} + (\mathbf{-6}) \end{pmatrix}$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$,

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right) = \begin{pmatrix} Q_{1\bullet 1}^{\bullet 1} + Q_{2\bullet 1}^{\bullet 2} \\ Q_{1\bullet 2}^{\bullet 1} + Q_{2\bullet 2}^{\bullet 2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + (-5) \\ -1 + (-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix},$$

Задача 15. $(P_{i}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $(P_{i}^{\bullet i})$, $(Q_{i\bullet j}^{\bullet j})$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $(P_{i}^{\bullet i}) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}) = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$,

$$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(R_{i}^{\bullet ji}\right) = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

Задача 15.

$$(P_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad (Q_{i\bullet k}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$

Вычислите **свертки** **тензоров** $(P_i^{\bullet i})$, $(Q_{i\bullet j}^{\bullet j})$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $(P_i^{\bullet i}) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}) = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$,

$$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 \\ \mathbf{4} & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{2} \\ -5 & \mathbf{-6} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(R_i^{\bullet ji}\right) = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите свертки тензоров $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right) = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$,

$$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 \\ \boxed{\mathbf{4}} & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{2} \\ -5 & \boxed{\mathbf{-6}} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(R_i^{\bullet ji}\right) = \begin{pmatrix} 2+2 \\ 4+(-6) \end{pmatrix} =$$

Задача 15. $\left(P_{i}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_{i}^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_{i}^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right) = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$,

$$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(R_{i}^{\bullet ji}\right) = \begin{pmatrix} 2+2 \\ 4+(-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Задача 15. $\left(P_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_i^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_i^{\bullet i}\right) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right) = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$

$\left(R_i^{\bullet ik}\right) = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$

Задача 15. $$(P_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad (Q_{i\bullet k}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$ Вычислите свертки тензоров $(P_i^{\bullet i})$, $(Q_{i\bullet j}^{\bullet j})$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $(P_i^{\bullet i}) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}) = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$, $(R_i^{\bullet ji}) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$,

$$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-1} \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ \mathbf{-5} & \mathbf{-6} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(R_i^{\bullet ik}\right) = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

Задача 15. $\left(P_{i}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $\left(P_{i}^{\bullet i}\right)$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $\left(P_{i}^{\bullet i}\right)=2+(-5)+6=3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)=\begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\left(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}\right)=\begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$, $\left(R_{i}^{\bullet ji}\right)=\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$,

$$\left(R_{i}^{\bullet jk}\right)=\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \boxed{\mathbf{2}} & \mathbf{-1} \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ \boxed{\mathbf{-5}} & \mathbf{-6} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(R_{i}^{\bullet ik}\right)=\begin{pmatrix} 2+(-5) \\ -1+(-6) \end{pmatrix}=$$

Задача 15. $(P_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -5 & -2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$,

$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Вычислите **свертки тензоров** $(P_i^{\bullet i})$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right)$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i})$, $\left(R_i^{\bullet ji}\right)$, $\left(R_i^{\bullet ik}\right)$.

Ответ. $(P_i^{\bullet i}) = 2 + (-5) + 6 = 3$, $\left(Q_{i\bullet j}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(Q_{i\bullet k}^{\bullet i}) = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$, $(R_i^{\bullet ji}) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$,

$$\left(R_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-1} \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ \mathbf{-5} & \mathbf{-6} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\left(R_i^{\bullet ik}\right) = \begin{pmatrix} 2 + (-5) \\ -1 + (-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Решение задачи 16.

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(q_i r^i) =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(q_i r^i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(q_i r^i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(q_i r^i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = (2)$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} r^j) =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} r^j) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array}\right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} r^j) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 14 \end{pmatrix}$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} r^i) =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} r^i) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} r^i) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} r^i) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 10 \end{pmatrix}$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{jt}) =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{jt}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{jt}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & -1 \\ -1 & -10 \end{pmatrix}$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{sj}) =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{sj}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}^t =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{sj}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{sj}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 9 \\ 9 & 20 \end{pmatrix}$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{si}) =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$,
$\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{si}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}^t =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{si}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{si}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 10 \\ 7 & 13 \end{pmatrix}$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{it}) =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{it}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{it}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $(u_{ij} v^{it}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 & 0 \\ -3 & -7 \end{pmatrix}$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ.

$$\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right) =$$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$,
$\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ.

$$\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix} =$$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ.

$$\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \end{pmatrix} \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right) = 4 \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} =$$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ.

$$\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -14 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right) =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^t \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right) =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^t \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right) = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right) =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $$\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \\ 5 \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix} =$$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $$\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \\ 5 \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -8 & -20 \\ 4 & -16 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 19 & 5 \\ -12 & 23 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right) =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix} =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$,

$\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} -10 & 15 \\ -16 & 10 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -5 & 20 \\ -10 & -12 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right) =$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $$\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^t \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^t \end{pmatrix} =$$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^i_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$,

$\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $$\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^t \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \end{pmatrix} =$$

Задача 16. Пусть $(u_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $(v^{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $(w^{i}_{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\left(p_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$, $(q_i) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $(r^i) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Вычислите с помощью матричного исчисления **внутренние произведения тензоров** $(q_i r^i)$, $(u_{ij} r^j)$, $(u_{ij} r^i)$, $(u_{ij} v^{jt})$, $(u_{ij} v^{sj})$, $(u_{ij} v^{si})$, $(u_{ij} v^{it})$, $\left(r^s p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_s^{\bullet jk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet tk}\right)$, $\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right)$.

Ответ. $$\left(w^s_{\bullet t} p_i^{\bullet jt}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^t \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & -14 \\ 15 & 14 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 25 & 2 \\ 20 & 12 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Решение задачи 17.

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix} \right) \right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Зафиксируем значения всех тех индексов, положение которых при транспонировании $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$ не изменяется. Например, положим $k = m = n = 1$.

$$(T_{ijkmn}) = \left(\left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix} \right) \right)$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}5&6\\7&8\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}11&12\\13&14\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}15&16\\17&18\end{pmatrix}\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix}21&22\\23&24\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}25&26\\27&28\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}31&32\\33&34\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}35&36\\37&38\end{pmatrix}\end{pmatrix}\end{matrix}\right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Зафиксируем значения всех тех индексов, положение которых при транспонировании $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$ не изменяется. Например, положим $k = m = n = 1$.
Выделим элементы **с индексами** $j \in \{1;\ 2\}$ **при** $i = 1$ и

$$(T_{ijkmn}) = \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix}\mathbf{1}&2\\3&4\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}5&6\\7&8\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}\mathbf{11}&12\\13&14\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}15&16\\17&18\end{pmatrix}\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix}21&22\\23&24\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}25&26\\27&28\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}31&32\\33&34\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}35&36\\37&38\end{pmatrix}\end{pmatrix}\end{matrix}\right)$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\begin{array}{c} \left\{\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{array}\right\} \end{array}\right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Зафиксируем значения всех тех индексов, положение которых при транспонировании $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$ не изменяется. Например, положим $k = m = n = 1$.
Выделим элементы **с индексами** $j \in \{1;\ 2\}$ **при** $i = 1$ и **с индексами** $j \in \{1;\ 2\}$ **при** $i = 2$.

$$(T_{ijkmn}) = \left(\begin{array}{c} \left\{\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{11} & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{21} & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{31} & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{array}\right\} \end{array}\right)$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. При транспонировании номер $i = 1$ «большой строки» становится номером

$$(T_{ijkmn}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. При транспонировании номер $i = 1$ «большой строки» становится номером «средней строки»

$$(T_{ijkmn}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{21} & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{31} & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \quad (P_{jikmn}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{21} & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{31} & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Тот же прием применим для получения массива (Q_{ijkmn}), где $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$. Номер строки «среднего уровня» становится номером столбца «среднего уровня»

$$(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \right)$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Тот же прием применим для получения массива (Q_{ijkmn}), где $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$. Номер строки «среднего уровня» становится номером столбца «среднего уровня»

$$(T_{ijkmn}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{6} \\ \mathbf{7} & \mathbf{8} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{11} & \mathbf{12} \\ \mathbf{13} & \mathbf{14} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{25} & \mathbf{26} \\ \mathbf{27} & \mathbf{28} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{31} & \mathbf{32} \\ \mathbf{33} & \mathbf{34} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Тот же прием применим для получения массива (Q_{ijkmn}), где $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$. Номер строки «среднего уровня» становится номером столбца «среднего уровня»

$$(T_{ijkmn}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{6} \\ \mathbf{7} & \mathbf{8} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{11} & \mathbf{12} \\ \mathbf{13} & \mathbf{14} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{25} & \mathbf{26} \\ \mathbf{27} & \mathbf{28} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{31} & \mathbf{32} \\ \mathbf{33} & \mathbf{34} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \quad (Q_{ikjmn}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{11} & \mathbf{12} \\ \mathbf{13} & \mathbf{14} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{6} \\ \mathbf{7} & \mathbf{8} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{31} & \mathbf{32} \\ \mathbf{33} & \mathbf{34} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{25} & \mathbf{26} \\ \mathbf{27} & \mathbf{28} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\left\{\begin{matrix} \begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}5&6\\7&8\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}11&12\\13&14\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}15&16\\17&18\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}21&22\\23&24\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}25&26\\27&28\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}31&32\\33&34\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}35&36\\37&38\end{pmatrix} \end{matrix}\right\}\right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Для транспонирования $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$.
Номер «большой строки» становится номером «маленькой строки».

$$(T_{ijkmn}) = \left(\left\{\begin{matrix} \begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}5&6\\7&8\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}11&12\\13&14\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}15&16\\17&18\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}21&22\\23&24\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}25&26\\27&28\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}31&32\\33&34\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}35&36\\37&38\end{pmatrix} \end{matrix}\right\}\right)$$

Задача 17. Выполните транспонирования

$$(T_{ijkmn}) = \begin{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \end{pmatrix}$$

для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Для транспонирования $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$.
Номер «большой строки» становится номером «маленькой строки».

$$(T_{ijkmn}) = \begin{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{1} & \color{blue}\mathbf{2} \\ \color{magenta}\mathbf{3} & \color{magenta}\mathbf{4} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{5} & \color{blue}\mathbf{6} \\ \color{magenta}\mathbf{7} & \color{magenta}\mathbf{8} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{11} & \color{blue}\mathbf{12} \\ \color{magenta}\mathbf{13} & \color{magenta}\mathbf{14} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{15} & \color{blue}\mathbf{16} \\ \color{magenta}\mathbf{17} & \color{magenta}\mathbf{18} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{21} & \color{blue}\mathbf{22} \\ \color{magenta}\mathbf{23} & \color{magenta}\mathbf{24} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{25} & \color{blue}\mathbf{26} \\ \color{magenta}\mathbf{27} & \color{magenta}\mathbf{28} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{31} & \color{blue}\mathbf{32} \\ \color{magenta}\mathbf{33} & \color{magenta}\mathbf{34} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{35} & \color{blue}\mathbf{36} \\ \color{magenta}\mathbf{37} & \color{magenta}\mathbf{38} \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \end{pmatrix},$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\left\{\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix}\right\}\right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Для транспонирования $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$.
Номер «большой строки» становится номером «маленькой строки».

$$(T_{ijkmn}) = \left(\left\{\begin{matrix} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{6} \\ \mathbf{7} & \mathbf{8} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{11} & \mathbf{12} \\ \mathbf{13} & \mathbf{14} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{15} & \mathbf{16} \\ \mathbf{17} & \mathbf{18} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{21} & \mathbf{22} \\ \mathbf{23} & \mathbf{24} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{25} & \mathbf{26} \\ \mathbf{27} & \mathbf{28} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{31} & \mathbf{32} \\ \mathbf{33} & \mathbf{34} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{35} & \mathbf{36} \\ \mathbf{37} & \mathbf{38} \end{pmatrix} \end{matrix}\right\}\right), \quad (R_{mjkin}) = \left(\left\{\begin{matrix} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{21} & \mathbf{22} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{6} \\ \mathbf{25} & \mathbf{26} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{11} & \mathbf{12} \\ \mathbf{31} & \mathbf{32} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{15} & \mathbf{16} \\ \mathbf{35} & \mathbf{36} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \mathbf{23} & \mathbf{24} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{7} & \mathbf{8} \\ \mathbf{27} & \mathbf{28} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{13} & \mathbf{14} \\ \mathbf{33} & \mathbf{34} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{17} & \mathbf{18} \\ \mathbf{37} & \mathbf{38} \end{pmatrix} \end{matrix}\right\}\right)$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Для транспонирования $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$.
Номер «большой строки» становится номером «маленького столбца».

$$(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \right)$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Для транспонирования $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$.
Номер «большой строки» становится номером «маленького столбца».

$$(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{6} \\ \mathbf{7} & \mathbf{8} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{11} & \mathbf{12} \\ \mathbf{13} & \mathbf{14} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{15} & \mathbf{16} \\ \mathbf{17} & \mathbf{18} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{21} & \mathbf{22} \\ \mathbf{23} & \mathbf{24} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{25} & \mathbf{26} \\ \mathbf{27} & \mathbf{28} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{31} & \mathbf{32} \\ \mathbf{33} & \mathbf{34} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{35} & \mathbf{36} \\ \mathbf{37} & \mathbf{38} \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \right),$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Для транспонирования $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$.
Номер «большой строки» становится номером «маленького столбца».

$$(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{6} \\ \mathbf{7} & \mathbf{8} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{11} & \mathbf{12} \\ \mathbf{13} & \mathbf{14} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{15} & \mathbf{16} \\ \mathbf{17} & \mathbf{18} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{21} & \mathbf{22} \\ \mathbf{23} & \mathbf{24} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{25} & \mathbf{26} \\ \mathbf{27} & \mathbf{28} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{31} & \mathbf{32} \\ \mathbf{33} & \mathbf{34} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{35} & \mathbf{36} \\ \mathbf{37} & \mathbf{38} \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \right), (S_{njkmi}) = \left(\left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{21} \\ \mathbf{3} & \mathbf{23} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{25} \\ \mathbf{7} & \mathbf{27} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{11} & \mathbf{31} \\ \mathbf{13} & \mathbf{33} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{15} & \mathbf{35} \\ \mathbf{17} & \mathbf{37} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{22} \\ \mathbf{4} & \mathbf{24} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{26} \\ \mathbf{8} & \mathbf{28} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{12} & \mathbf{32} \\ \mathbf{14} & \mathbf{34} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathbf{16} & \mathbf{36} \\ \mathbf{18} & \mathbf{38} \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \right)$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Для транспонирования $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$.
Номер столбца «среднего уровня» становится номером «маленькой строки».

$$(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \right)$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\left\{\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix}\right\}\right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Для транспонирования $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$.
Номер столбца «среднего уровня» становится номером «маленькой строки».

$$(T_{ijkmn}) = \left(\left\{\begin{matrix} \begin{pmatrix} \color{blue}{\mathbf{1}} & \color{blue}{\mathbf{2}} \\ \color{magenta}{\mathbf{3}} & \color{magenta}{\mathbf{4}} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \color{blue}{\mathbf{5}} & \color{blue}{\mathbf{6}} \\ \color{magenta}{\mathbf{7}} & \color{magenta}{\mathbf{8}} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \color{blue}{\mathbf{11}} & \color{blue}{\mathbf{12}} \\ \color{magenta}{\mathbf{13}} & \color{magenta}{\mathbf{14}} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \color{blue}{\mathbf{15}} & \color{blue}{\mathbf{16}} \\ \color{magenta}{\mathbf{17}} & \color{magenta}{\mathbf{18}} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \color{blue}{\mathbf{21}} & \color{blue}{\mathbf{22}} \\ \color{magenta}{\mathbf{23}} & \color{magenta}{\mathbf{24}} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \color{blue}{\mathbf{25}} & \color{blue}{\mathbf{26}} \\ \color{magenta}{\mathbf{27}} & \color{magenta}{\mathbf{28}} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \color{blue}{\mathbf{31}} & \color{blue}{\mathbf{32}} \\ \color{magenta}{\mathbf{33}} & \color{magenta}{\mathbf{34}} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \color{blue}{\mathbf{35}} & \color{blue}{\mathbf{36}} \\ \color{magenta}{\mathbf{37}} & \color{magenta}{\mathbf{38}} \end{pmatrix} \end{matrix}\right\}\right),$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\left\{\begin{matrix} \begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}5&6\\7&8\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix}11&12\\13&14\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}15&16\\17&18\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix}21&22\\23&24\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}25&26\\27&28\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix}31&32\\33&34\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}35&36\\37&38\end{pmatrix} \end{matrix}\right\}\right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Для транспонирования $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$.
Номер столбца «среднего уровня» становится номером «маленькой строки».

$$(T_{ijkmn}) = \left(\left\{\begin{matrix} \begin{pmatrix}\mathbf{1}&\mathbf{2}\\\mathbf{3}&\mathbf{4}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}\mathbf{5}&\mathbf{6}\\\mathbf{7}&\mathbf{8}\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix}\mathbf{11}&\mathbf{12}\\\mathbf{13}&\mathbf{14}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}\mathbf{15}&\mathbf{16}\\\mathbf{17}&\mathbf{18}\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix}\mathbf{21}&\mathbf{22}\\\mathbf{23}&\mathbf{24}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}\mathbf{25}&\mathbf{26}\\\mathbf{27}&\mathbf{28}\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix}\mathbf{31}&\mathbf{32}\\\mathbf{33}&\mathbf{34}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}\mathbf{35}&\mathbf{36}\\\mathbf{37}&\mathbf{38}\end{pmatrix} \end{matrix}\right\}\right), \quad (V_{ijmkn}) = \left(\left\{\begin{matrix} \begin{pmatrix}\mathbf{1}&\mathbf{2}\\\mathbf{5}&\mathbf{6}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}\mathbf{3}&\mathbf{4}\\\mathbf{7}&\mathbf{8}\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix}\mathbf{11}&\mathbf{12}\\\mathbf{15}&\mathbf{16}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}\mathbf{13}&\mathbf{14}\\\mathbf{17}&\mathbf{18}\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix}\mathbf{21}&\mathbf{22}\\\mathbf{25}&\mathbf{26}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}\mathbf{23}&\mathbf{24}\\\mathbf{27}&\mathbf{28}\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix}\mathbf{31}&\mathbf{32}\\\mathbf{35}&\mathbf{36}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}\mathbf{33}&\mathbf{34}\\\mathbf{37}&\mathbf{38}\end{pmatrix} \end{matrix}\right\}\right)$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \end{matrix} \right\} \right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Для транспонирования $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.
Номер строки «среднего уровня» становится номером «маленького столбца».

$$(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \end{matrix} \right\} \right)$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 17 & 18 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 31 & 32 \\ 33 & 34 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Для транспонирования $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.
Номер строки «среднего уровня» становится номером «маленького столбца».

$$(T_{ijkmn}) = \left(\left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{1} & \color{magenta}\mathbf{2} \\ \color{blue}\mathbf{3} & \color{magenta}\mathbf{4} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{5} & \color{magenta}\mathbf{6} \\ \color{blue}\mathbf{7} & \color{magenta}\mathbf{8} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{11} & \color{magenta}\mathbf{12} \\ \color{blue}\mathbf{13} & \color{magenta}\mathbf{14} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{15} & \color{magenta}\mathbf{16} \\ \color{blue}\mathbf{17} & \color{magenta}\mathbf{18} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{21} & \color{magenta}\mathbf{22} \\ \color{blue}\mathbf{23} & \color{magenta}\mathbf{24} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{25} & \color{magenta}\mathbf{26} \\ \color{blue}\mathbf{27} & \color{magenta}\mathbf{28} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{31} & \color{magenta}\mathbf{32} \\ \color{blue}\mathbf{33} & \color{magenta}\mathbf{34} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \color{blue}\mathbf{35} & \color{magenta}\mathbf{36} \\ \color{blue}\mathbf{37} & \color{magenta}\mathbf{38} \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \right),$$

Задача 17. Выполните транспонирования $(T_{ijkmn}) = \left(\left\{\begin{matrix} \begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}5&6\\7&8\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}11&12\\13&14\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}15&16\\17&18\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}21&22\\23&24\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}25&26\\27&28\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}31&32\\33&34\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}35&36\\37&38\end{pmatrix} \end{matrix}\right\}\right)$ для тензоров $P_{ijkmn} = T_{jikmn}$, $Q_{ijkmn} = T_{ikjmn}$, $R_{ijkmn} = T_{mjkin}$, $S_{ijkmn} = T_{njkmi}$, $V_{ijkmn} = T_{ijmkn}$, $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.

Ответ. Для транспонирования $W_{ijkmn} = T_{inkmj}$.
Номер строки «среднего уровня» становится номером «маленького столбца».

$$(T_{ijkmn}) = \left(\left\{\begin{matrix} \begin{pmatrix}{\color{blue}\mathbf{1}}&{\color{magenta}\mathbf{2}}\\{\color{blue}\mathbf{3}}&{\color{magenta}\mathbf{4}}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}{\color{blue}\mathbf{5}}&{\color{magenta}\mathbf{6}}\\{\color{blue}\mathbf{7}}&{\color{magenta}\mathbf{8}}\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}{\color{blue}\mathbf{11}}&{\color{magenta}\mathbf{12}}\\{\color{blue}\mathbf{13}}&{\color{magenta}\mathbf{14}}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}{\color{blue}\mathbf{15}}&{\color{magenta}\mathbf{16}}\\{\color{blue}\mathbf{17}}&{\color{magenta}\mathbf{18}}\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}{\color{blue}\mathbf{21}}&{\color{magenta}\mathbf{22}}\\{\color{blue}\mathbf{23}}&{\color{magenta}\mathbf{24}}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}{\color{blue}\mathbf{25}}&{\color{magenta}\mathbf{26}}\\{\color{blue}\mathbf{27}}&{\color{magenta}\mathbf{28}}\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}{\color{blue}\mathbf{31}}&{\color{magenta}\mathbf{32}}\\{\color{blue}\mathbf{33}}&{\color{magenta}\mathbf{34}}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}{\color{blue}\mathbf{35}}&{\color{magenta}\mathbf{36}}\\{\color{blue}\mathbf{37}}&{\color{magenta}\mathbf{38}}\end{pmatrix} \end{matrix}\right\}\right), \quad (W_{inkmj}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix}{\color{blue}\mathbf{1}}&{\color{blue}\mathbf{11}}\\{\color{blue}\mathbf{3}}&{\color{blue}\mathbf{13}}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}{\color{blue}\mathbf{5}}&{\color{blue}\mathbf{15}}\\{\color{blue}\mathbf{7}}&{\color{blue}\mathbf{17}}\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}{\color{magenta}\mathbf{2}}&{\color{magenta}\mathbf{12}}\\{\color{magenta}\mathbf{4}}&{\color{magenta}\mathbf{14}}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}{\color{magenta}\mathbf{6}}&{\color{magenta}\mathbf{16}}\\{\color{magenta}\mathbf{8}}&{\color{magenta}\mathbf{18}}\end{pmatrix} \end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix}{\color{blue}\mathbf{21}}&{\color{blue}\mathbf{31}}\\{\color{blue}\mathbf{23}}&{\color{blue}\mathbf{33}}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}{\color{blue}\mathbf{25}}&{\color{blue}\mathbf{35}}\\{\color{blue}\mathbf{27}}&{\color{blue}\mathbf{37}}\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}{\color{magenta}\mathbf{22}}&{\color{magenta}\mathbf{32}}\\{\color{magenta}\mathbf{24}}&{\color{magenta}\mathbf{34}}\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}{\color{magenta}\mathbf{26}}&{\color{magenta}\mathbf{36}}\\{\color{magenta}\mathbf{28}}&{\color{magenta}\mathbf{38}}\end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Решение задачи 18.

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?*

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U.

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?*

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм.

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.*

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$.

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?*

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала F^1 на первом векторе искомого базиса (первое уравнение):

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала F^1 на первом векторе искомого базиса (первое уравнение): с одной стороны, **по определению векторов взаимного базиса**,

$$\begin{cases} F^1\left(\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2\right) = 1, \\ \\ \end{cases}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала F^1 на первом векторе искомого базиса (первое уравнение): с одной стороны, **по определению векторов взаимного базиса**, с другой стороны, из условия задачи,

$$\begin{cases} \int\limits_0^1 (\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 x \cdot x^2 + \alpha_1^3 (x^2)^2)\ dx = 1, \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала F^1 на первом векторе искомого базиса (первое уравнение): с одной стороны, **по определению векторов взаимного базиса**, с другой стороны, из условия задачи,

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{4} + \dfrac{\alpha_1^3}{5} = 1, \\ \\ \end{cases}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1x^2 + \alpha_1^2xy + \alpha_1^3y^2;\ \alpha_2^1x^2 + \alpha_2^2xy + \alpha_2^3y^2;\ \alpha_3^1x^2 + \alpha_3^2xy + \alpha_3^3y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала $\boxed{F^2}$ на первом векторе искомого базиса (второе уравнение): с одной стороны, **по определению векторов взаимного базиса**, с другой стороны, из условия задачи,

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{4} + \dfrac{\alpha_1^3}{5} = 1, \\ \\ \end{cases}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала F^2 на первом векторе искомого базиса (второе уравнение): с одной стороны, **по определению векторов взаимного базиса**, с другой стороны, из условия задачи,

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{4} + \dfrac{\alpha_1^3}{5} = 1, \\ F^2\left(\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2\right) = 0, \\ \end{array}\right.$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала F^2 на первом векторе искомого базиса (второе уравнение): с одной стороны, **по определению векторов взаимного базиса**, с другой стороны, из условия задачи,

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{4} + \dfrac{\alpha_1^3}{5} = 1, \\ \int\limits_0^1 (\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 x(1-x) + \alpha_1^3 (1-x)^2) = 0, \\ \end{cases}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала F^2 на первом векторе искомого базиса (второе уравнение): с одной стороны, **по определению векторов взаимного базиса**, с другой стороны, из условия задачи,

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{4} + \dfrac{\alpha_1^3}{5} = 1, \\ \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{6} + \dfrac{\alpha_1^3}{3} = 0, \\ \end{cases}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала F^3 на первом векторе искомого базиса (третье уравнение): с одной стороны, **по определению векторов взаимного базиса**, с другой стороны, из условия задачи,

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{4} + \dfrac{\alpha_1^3}{5} = 1, \\ \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{6} + \dfrac{\alpha_1^3}{3} = 0, \\ \end{cases}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала F^3 на первом векторе искомого базиса (третье уравнение): с одной стороны, **по определению векторов взаимного базиса**, с другой стороны, из условия задачи,

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{4} + \dfrac{\alpha_1^3}{5} = 1, \\ \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{6} + \dfrac{\alpha_1^3}{3} = 0, \\ F^3\left(\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2\right) = 0. \end{cases}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала F^3 на первом векторе искомого базиса (третье уравнение): с одной стороны, **по определению векторов взаимного базиса**, с другой стороны, из условия задачи,

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{4} + \dfrac{\alpha_1^3}{5} = 1, \\ \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{6} + \dfrac{\alpha_1^3}{3} = 0, \\ \int\limits_0^1 \left(\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 x \cdot 2x + \alpha_1^3 (2x)^2\right)\, dx = 0. \end{cases}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала F^3 на первом векторе искомого базиса (третье уравнение): с одной стороны, **по определению векторов взаимного базиса**, с другой стороны, из условия задачи,

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{4} + \dfrac{\alpha_1^3}{5} = 1, \\ \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{\alpha_1^2}{6} + \dfrac{\alpha_1^3}{3} = 0, \\ \dfrac{\alpha_1^1}{3} + \dfrac{2\alpha_1^2}{3} + \dfrac{4\alpha_1^3}{3} = 0. \end{cases}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Эту систему можно представить в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1^1 \\ \alpha_1^2 \\ \alpha_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Аналогичным образом вычислим двумя способами значения функционалов F^i на втором

$$\begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1^1 \\ \alpha_1^2 \\ \alpha_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2^1 \\ \alpha_2^2 \\ \alpha_2^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Аналогичным образом вычислим двумя способами значения функционалов F^i на втором и, соответственно, третьем векторе искомого базиса:

$$\begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1^1 \\ \alpha_1^2 \\ \alpha_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2^1 \\ \alpha_2^2 \\ \alpha_2^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_3^1 \\ \alpha_3^2 \\ \alpha_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. а) *Что надо найти?* Базис пространства U. б) *В каком виде представим ответ?* Список из трех квадратичных форм. в) *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$. г) *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Аналогичным образом вычислим двумя способами значения функционалов F^i на втором и, соответственно, третьем векторе искомого базиса:

$$\begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1^1 \\ \alpha_1^2 \\ \alpha_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2^1 \\ \alpha_2^2 \\ \alpha_2^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_3^1 \\ \alpha_3^2 \\ \alpha_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$ С помощью **умножения матриц на макроуровне** эти три уравнения сводятся к одному матричному равенству.

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1^1 \\ \alpha_1^2 \\ \alpha_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2^1 \\ \alpha_2^2 \\ \alpha_2^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_3^1 \\ \alpha_3^2 \\ \alpha_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. С помощью **умножения матриц на макроуровне** эти три уравнения сводятся к одному матричному равенству:

$$\begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1^1 & \alpha_2^1 & \alpha_3^1 \\ \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & \alpha_3^2 \\ \alpha_1^3 & \alpha_2^3 & \alpha_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1^1 & \alpha_2^1 & \alpha_3^1 \\ \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & \alpha_3^2 \\ \alpha_1^3 & \alpha_2^3 & \alpha_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, откуда

$$\begin{pmatrix} \alpha_1^1 & \alpha_2^1 & \alpha_3^1 \\ \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & \alpha_3^2 \\ \alpha_1^3 & \alpha_2^3 & \alpha_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ \dfrac{20}{3} & -\dfrac{68}{9} & \dfrac{8}{9} \\ -\dfrac{10}{3} & \dfrac{25}{9} & \dfrac{5}{9} \end{pmatrix}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$.

$$\begin{pmatrix} \alpha_1^1 & \alpha_2^1 & \alpha_3^1 \\ \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & \alpha_3^2 \\ \alpha_1^3 & \alpha_2^3 & \alpha_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ \dfrac{20}{3} & -\dfrac{68}{9} & \dfrac{8}{9} \\ -\dfrac{10}{3} & \dfrac{25}{9} & \dfrac{5}{9} \end{pmatrix},$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \{\alpha_1^1 x^2 + \alpha_1^2 xy + \alpha_1^3 y^2;\ \alpha_2^1 x^2 + \alpha_2^2 xy + \alpha_2^3 y^2;\ \alpha_3^1 x^2 + \alpha_3^2 xy + \alpha_3^3 y^2\}$.

$$\begin{pmatrix} \alpha_1^1 & \alpha_2^1 & \alpha_3^1 \\ \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & \alpha_3^2 \\ \alpha_1^3 & \alpha_2^3 & \alpha_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ \dfrac{20}{3} & -\dfrac{68}{9} & \dfrac{8}{9} \\ -\dfrac{10}{3} & \dfrac{25}{9} & \dfrac{5}{9} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Б} = \left\{\frac{20}{3}xy - \frac{10}{3}y^2;\ 4x^2 - \frac{68}{9}xy + \frac{25}{9}y^2;\ -x^2 + \frac{8}{9}xy + \frac{5}{9}y^2\right\}.$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. б) Базис, взаимный к базису $\acute{\mathbf{Б}}$, можно задать с помощью **стандартной формулы**:

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. б) Базис $\acute{\mathbf{Б}}^* = \{H^1;\ H^2;\ H^3\}$, взаимный к базису $\acute{\mathbf{Б}}$, можно задать с помощью **стандартной формулы**:

$$\left\{\begin{array}{l} H^1\,(p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2) = p, \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. б) Базис $\acute{\mathbf{Б}}^* = \{H^1;\ H^2;\ H^3\}$, взаимный к базису $\acute{\mathbf{Б}}$, можно задать с помощью **стандартной формулы**:

$$\begin{cases} H^1\,(p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2) = p, \\ H^2\,(p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2) = q, \\ \end{cases}$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. б) Базис $\acute{\mathbf{Б}}^* = \{H^1;\ H^2;\ H^3\}$, взаимный к базису $\acute{\mathbf{Б}}$, можно задать с помощью **стандартной формулы**:

$$\left\{\begin{array}{l} H^1\,(p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2) = p, \\ H^2\,(p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2) = q, \\ H^3\,(p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2) = r. \end{array}\right.$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?*

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала.

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?*

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат.

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.*

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$.

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?*

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\textbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис **Б**, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\textbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\textbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\textbf{Б}^*$ и $\acute{\textbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:

$$H\left(\frac{20}{3}xy - \frac{10}{3}y^2\right) = \beta_1 F^1\left(\frac{20}{3}xy - \frac{10}{3}y^2\right) + \beta_2 F^2\left(\frac{20}{3}xy - \frac{10}{3}y^2\right) + \beta_3 F^3\left(\frac{20}{3}xy - \frac{10}{3}y^2\right)$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:

$$\frac{20}{3}(-1) - \frac{10}{3}1^2 = \beta_1 F^1\left(\frac{20}{3}xy - \frac{10}{3}y^2\right) + \beta_2 F^2\left(\frac{20}{3}xy - \frac{10}{3}y^2\right) + \beta_3 F^3\left(\frac{20}{3}xy - \frac{10}{3}y^2\right)$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:
$$\frac{20}{3}(-1) - \frac{10}{3}1^2 = \beta_1 \cdot 1 + \beta_2 \cdot 0 + \beta_3 \cdot 0$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:
$\beta_1 = -10$,

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:
$\beta_1 = -10$,

$$H\left(4x^2 - \frac{68}{9}xy + \frac{25}{9}y^2\right) =$$

$$= \beta_1 F^1\left(4x^2 - \frac{68}{9}xy + \frac{25}{9}y^2\right) + \beta_2 F^2\left(4x^2 - \frac{68}{9}xy + \frac{25}{9}y^2\right) + \beta_3 F^3\left(4x^2 - \frac{68}{9}xy + \frac{25}{9}y^2\right)$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:
$\beta_1 = -10$,
$$4(-1)^2 - \frac{68}{9}(-1) + \frac{25}{9}1^2 =$$
$$= \beta_1 F^1\left(4x^2 - \frac{68}{9}xy + \frac{25}{9}y^2\right) + \beta_2 F^2\left(4x^2 - \frac{68}{9}xy + \frac{25}{9}y^2\right) + \beta_3 F^3\left(4x^2 - \frac{68}{9}xy + \frac{25}{9}y^2\right)$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:
$\beta_1 = -10$,
$4(-1)^2 - \dfrac{68}{9}(-1) + \dfrac{25}{9}1^2 = \beta_1 \cdot 0 + \beta_2 \cdot 1 + \beta_3 \cdot 0$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:

$\beta_1 = -10,$

$\beta_2 = \dfrac{43}{3},$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:

$\beta_1 = -10$,

$\beta_2 = \dfrac{43}{3}$,

$$H\left(-x^2 + \frac{8}{9}xy + \frac{5}{9}y^2\right) =$$

$$= \beta_1 F^1\left(-x^2 + \frac{8}{9}xy + \frac{5}{9}y^2\right) + \beta_2 F^2\left(-x^2 + \frac{8}{9}xy + \frac{5}{9}y^2\right) + \beta_3 F^3\left(-x^2 + \frac{8}{9}xy + \frac{5}{9}y^2\right)$$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:
$\beta_1 = -10$,
$\beta_2 = \dfrac{43}{3}$,
$-(-1)^2 + \dfrac{8}{9}(-1) + \dfrac{5}{9}1^2 =$
$= \beta_1 F^1\left(-x^2 + \dfrac{8}{9}xy + \dfrac{5}{9}y^2\right) + \beta_2 F^2\left(-x^2 + \dfrac{8}{9}xy + \dfrac{5}{9}y^2\right) + \beta_3 F^3\left(-x^2 + \dfrac{8}{9}xy + \dfrac{5}{9}y^2\right)$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:

$\beta_1 = -10,$

$\beta_2 = \dfrac{43}{3},$

$-(-1)^2 + \dfrac{8}{9}(-1) + \dfrac{5}{9}1^2 = \beta_1 \cdot 0 + \beta_2 \cdot 0 + \beta_3 \cdot 1$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:
$\beta_1 = -10,$
$\beta_2 = \dfrac{43}{3},$
$\beta_3 = -\dfrac{4}{3},$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть $H = \beta_1 F^1 + \beta_2 F^2 + \beta_3 F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:

$\beta_1 = -10,$

$\beta_2 = \dfrac{43}{3},$

$\beta_3 = -\dfrac{4}{3},$

откуда $H = -10F^1 + \dfrac{43}{3}F^2 - \dfrac{4}{3}F^3.$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = -10F^1 + \dfrac{43}{3}F^2 - \dfrac{4}{3}F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:
$H\left(x^2\right) = \gamma_1 H^1\left(x^2\right) + \gamma_2 H^2\left(x^2\right) + \gamma_3 H^3\left(x^2\right)$,

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = -10F^1 + \dfrac{43}{3}F^2 - \dfrac{4}{3}F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:
$(-1)^2 = \gamma_1 \cdot 1 + \gamma_2 \cdot 0 + \gamma_3 \cdot 0,$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = -10F^1 + \dfrac{43}{3}F^2 - \dfrac{4}{3}F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:
$\gamma_1 = 1$,

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть

$H = -10F^1 + \dfrac{43}{3}F^2 - \dfrac{4}{3}F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:

$\gamma_1 = 1$,

$H\,(xy) = \gamma_1 H^1\,(xy) + \gamma_2 H^2\,(xy) + \gamma_3 H^3\,(xy)$,

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть

$H = -10F^1 + \dfrac{43}{3}F^2 - \dfrac{4}{3}F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:

$\gamma_1 = 1,$

$(-1)\cdot 1 = \gamma_1 \cdot 0 + \gamma_2 \cdot 1 + \gamma_3 \cdot 0,$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть

$H = -10F^1 + \dfrac{43}{3}F^2 - \dfrac{4}{3}F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:

$\gamma_1 = 1,$

$\gamma_2 = -1,$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть

$H = -10F^1 + \dfrac{43}{3}F^2 - \dfrac{4}{3}F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:

$\gamma_1 = 1,$

$\gamma_2 = -1,$

$H\left(y^2\right) = \gamma_1 H^1\left(y^2\right) + \gamma_2 H^2\left(y^2\right) + \gamma_3 H^3\left(y^2\right).$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть
$H = -10F^1 + \dfrac{43}{3}F^2 - \dfrac{4}{3}F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:
$\gamma_1 = 1,$
$\gamma_2 = -1,$
$1 = \gamma_1 H^1\left(y^2\right) + \gamma_2 H^2\left(y^2\right) + \gamma_3 H^3\left(y^2\right).$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть

$H = -10F^1 + \dfrac{43}{3}F^2 - \dfrac{4}{3}F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:

$\gamma_1 = 1,$

$\gamma_2 = -1,$

$1 = \gamma_1 \cdot 0 + \gamma_2 \cdot 0 + \gamma_3 \cdot 1.$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) *Что надо найти?* Координаты функционала. *В каком виде представим ответ?* Столбцами координат. *Сведем к переменным и введем обозначения.* Пусть

$H = -10F^1 + \dfrac{43}{3}F^2 - \dfrac{4}{3}F^3 = \gamma_1 H^1 + \gamma_2 H^2 + \gamma_3 H^3$. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?* Значение функционала H на базисных векторах:

$\gamma_1 = 1,$

$\gamma_2 = -1,$

$\gamma_3 = 1.$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) $H = -10F^1 + \dfrac{43}{3}F^2 - \dfrac{4}{3}F^3 = H^1 - H^2 + H^3$.

$\gamma_1 = 1,$
$\gamma_2 = -1,$
$\gamma_3 = 1.$

Задача 18. На линейном пространстве U квадратичных форм от переменных x, y функционал H задан формулой: $H(f(x;\ y)) = f(-1;\ 1)$. В **сопряженном пространстве** дан базис $\mathbf{Б}^* = \{F^1, F^2, F^3\}$, где $F^1(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ x^2)\,dx$, $F^2(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 1-x)\,dx$, $F^3(f(x;y)) = \int\limits_0^1 f(x;\ 2x)\,dx$. Найдите а) базис $\mathbf{Б}$, **взаимным (дуальным)** к которому является базис $\mathbf{Б}^*$; б) базис, **взаимный к базису** $\acute{\mathbf{Б}} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$; в) координаты функционала H в базисах $\mathbf{Б}^*$ и $\acute{\mathbf{Б}}^*$.

Ответ. в) $H = -10F^1 + \dfrac{43}{3}F^2 - \dfrac{4}{3}F^3 = H^1 - H^2 + H^3$.

Решение задачи 19.

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\mathrm{tr}(\alpha X + \beta Y) = \alpha \mathrm{tr}(X) + \beta \mathrm{tr}(Y)$, поэтому tr — вектор из V^*.

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\operatorname{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2, f^3, f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2, f^3, f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.
Что это означает?

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2, f^3, f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.
Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:
$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:

$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.

Как найти коэффициенты?

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr}\in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.
Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:
$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.
Как найти коэффициенты? Для этого надо понять, что нам известно о функциях f^i.

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.
Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:
$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.
Как найти коэффициенты? Нам известно действие этих функций на векторы базиса $\mathbf{Б}$.

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:

$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.

Как найти коэффициенты? Вычислим действие tr на этих векторах.

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к **Б**. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:

$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.

Имеем: $\mathrm{tr} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:

$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.

Имеем: $\mathrm{tr} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1$, с другой стороны,

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2, f^3, f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:

$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.

Имеем: $\mathrm{tr} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1$, с другой стороны,

$\mathrm{tr} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \alpha f^1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \beta f^2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma f^3 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \delta f^4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr}\in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:

$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.

Имеем: $\mathrm{tr}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1$, с другой стороны,

$\mathrm{tr}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \alpha f^1\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \beta f^2\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma f^3\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \delta f^4\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$

$= \alpha\cdot 1 + \beta\cdot 0 + \gamma\cdot 0 + \delta\cdot 0 =$

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr}\in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.
Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:
$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.
Имеем: $\mathrm{tr}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1$, с другой стороны,
$\mathrm{tr}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \alpha f^1\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \beta f^2\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma f^3\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \delta f^4\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$
$= \alpha\cdot 1 + \beta\cdot 0 + \gamma\cdot 0 + \delta\cdot 0 = \alpha$, откуда $\alpha = 1$.

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\operatorname{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:

$\operatorname{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.

Имеем: $\operatorname{tr} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 = \alpha$.

Аналогично получаем

$$1 = \operatorname{tr} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \alpha f^1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \beta f^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma f^3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \delta f^4 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.
Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:
$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.
Имеем: $\mathrm{tr} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 = \alpha$.
Аналогично получаем

$$1 = \mathrm{tr} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \alpha f^1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \beta f^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma f^3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \delta f^4 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \alpha \cdot 0 + \beta \cdot 1 + \gamma \cdot 0 + \delta \cdot 0 =$$

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\operatorname{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:

$\operatorname{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.

Имеем: $\operatorname{tr} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 = \alpha$.

Аналогично получаем

$$1 = \operatorname{tr} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \alpha f^1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \beta f^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma f^3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \delta f^4 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \alpha \cdot 0 + \beta \cdot 1 + \gamma \cdot 0 + \delta \cdot 0 = \beta,$$

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2, f^3, f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.
Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:
$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.
Имеем: $\mathrm{tr} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 = \alpha, \quad 1 = \mathrm{tr} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \beta$.
Аналогично получаем

$$1 = \mathrm{tr} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \alpha f^1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta f^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma f^3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \delta f^4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr}\in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к **Б**. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.
Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:
$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.
Имеем: $\mathrm{tr}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 = \alpha, \quad 1 = \mathrm{tr}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \beta.$
Аналогично получаем

$$1 = \mathrm{tr}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \alpha f^1\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta f^2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma f^3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \delta f^4\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \alpha\cdot 0 + \beta\cdot 0 + \gamma\cdot 1 + \delta\cdot 0 =$$

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.
Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:
$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.
Имеем: $\mathrm{tr} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 = \alpha, \quad 1 = \mathrm{tr} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \beta$.
Аналогично получаем

$$1 = \mathrm{tr} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \alpha f^1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta f^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma f^3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \delta f^4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \alpha \cdot 0 + \beta \cdot 0 + \gamma \cdot 1 + \delta \cdot 0 = \gamma,$$

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.
Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:
$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.
Имеем: $\mathrm{tr} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 = \alpha, \quad 1 = \mathrm{tr} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \beta, \quad 1 = \mathrm{tr} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \gamma.$
Аналогично получаем

$$1 = \mathrm{tr} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \alpha f^1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \beta f^2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma f^3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \delta f^4 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2,\ f^3,\ f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.
Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:
$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.
Имеем: $\mathrm{tr}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 = \alpha, \quad 1 = \mathrm{tr}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \beta, \quad 1 = \mathrm{tr}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \gamma.$
Аналогично получаем

$$1 = \mathrm{tr}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \alpha f^1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \beta f^2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma f^3\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \delta f^4\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \alpha\cdot 0 + \beta\cdot 0 + \gamma\cdot 0 + \delta\cdot 1 =$$

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2, f^3, f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.
Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:
$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.
Имеем: $\mathrm{tr}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 = \alpha, \quad 1 = \mathrm{tr}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \beta, \quad 1 = \mathrm{tr}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \gamma.$
Аналогично получаем

$$1 = \mathrm{tr}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \alpha f^1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \beta f^2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma f^3\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \delta f^4\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \alpha \cdot 0 + \beta \cdot 0 + \gamma \cdot 0 + \delta \cdot 1 = \delta.$$

Задача 19. Пусть $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ — линейное пространство 2×2-матриц с вещественными коэффициентами. Доказать, что $\mathrm{tr} \in V^*$, найти ее координаты в базисе, взаимном к $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. Пусть $\mathbf{Б}^* = \{f^1, f^2, f^3, f^4\}$ — базис, взаимный к $\mathbf{Б}$. Нам надо найти координаты функции tr в базисе $\mathbf{Б}^*$.

Что это означает? По определению координат вектора в базисе имеем:

$\mathrm{tr} = \alpha f^1 + \beta f^2 + \gamma f^3 + \delta f^4$.

Имеем: $\mathrm{tr} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 = \alpha, \quad 1 = \mathrm{tr} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \beta, \quad 1 = \mathrm{tr} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \gamma$.

Аналогично получаем

$$1 = \mathrm{tr} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \alpha f^1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \beta f^2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma f^3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \delta f^4 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \alpha \cdot 0 + \beta \cdot 0 + \gamma \cdot 0 + \delta \cdot 1 = \delta.$$

Итак, $\mathrm{tr} = f^1 + f^2 + f^3 + f^4$.

Решение задачи 20.

Задача 20. Пусть $U = \left\{ax + by \,\middle|\, a, b \in \mathbb{R}\right\}$, $V = \left\{\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix} \,\middle|\, t, p \in \mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U \otimes V$

1. Записать несколько векторов;

2. Из множества $\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U \otimes V$, где

$$w_1 = (2x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad w_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes (4x + 5);$$

$$w_3 = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$w_4 = (5x + 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \otimes (3x + y); \quad w_5 = (4x - 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1 = w_3$;

4. Найти координаты вектора $w = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U \otimes V$.

Задача 20. Пусть $U=\left\{ax+by\,\middle|\,a,b\in\mathbb{R}\right\}$, $V=\left\{\begin{pmatrix}0&t\\p&0\end{pmatrix}\,\middle|\,t,p\in\mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U\otimes V$

1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1,w_2,w_3,w_4,w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U\otimes V$, где

$$w_1=(2x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix};\quad w_2=\begin{pmatrix}0&3\\1&0\end{pmatrix}\otimes(4x+5);$$

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&-2\\5&0\end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&3\\-3&0\end{pmatrix};$$

$$w_4=(5x+1)\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}\otimes(3x+y);\quad w_5=(4x-1)\otimes\begin{pmatrix}0&3\\1&0\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1=w_3$;
4. Найти координаты вектора $w=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}+3y\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U\otimes V$.

Ответ. 1. $0\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$, $(x+1)\otimes\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}+(x-1)\otimes\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$.

Задача 20. Пусть $U = \left\{ax + by \,\middle|\, a, b \in \mathbb{R}\right\}$, $V = \left\{\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix} \,\middle|\, t, p \in \mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U \otimes V$

1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U \otimes V$, где

$$w_1 = (2x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad w_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes (4x + 5);$$

$$w_3 = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$w_4 = (5x + 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \otimes (3x + y); \quad w_5 = (4x - 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1 = w_3$;
4. Найти координаты вектора $w = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U \otimes V$.

Ответ. 2. $w_1 \in U \otimes V$,

Задача 20. Пусть $U=\left\{ax+by\,\middle|\,a,b\in\mathbb{R}\right\}$, $V=\left\{\begin{pmatrix}0&t\\p&0\end{pmatrix}\,\middle|\,t,p\in\mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U\otimes V$

1. Записать несколько векторов;

2. Из множества $\{w_1,w_2,w_3,w_4,w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U\otimes V$, где

$$w_1=(2x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix};\quad w_2=\begin{pmatrix}0&3\\1&0\end{pmatrix}\otimes(4x+5);$$

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&-2\\5&0\end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&3\\-3&0\end{pmatrix};$$

$$w_4=(5x+1)\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}\otimes(3x+y);\quad w_5=(4x-1)\otimes\begin{pmatrix}0&3\\1&0\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1=w_3$;

4. Найти координаты вектора $w=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}+3y\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U\otimes V$.

Ответ. 2. $w_1\in U\otimes V$, $\quad w_3\in U\otimes V$.

Задача 20. Пусть $U=\left\{ax+by\,\middle|\,a,b\in\mathbb{R}\right\}$, $V=\left\{\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix}\,\middle|\,t,p\in\mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U\otimes V$

1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1,w_2,w_3,w_4,w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U\otimes V$, где

$$w_1=(2x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix};\quad w_2=\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\otimes(4x+5);$$

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$w_4=(5x+1)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\otimes(3x+y);\quad w_5=(4x-1)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1=w_3$;
4. Найти координаты вектора $w=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}+3y\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U\otimes V$.

Ответ. 2. $w_1\in U\otimes V$, $\quad w_3\in U\otimes V$.
$w_2=\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\otimes(4x+5)\notin U\otimes V$, так как $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\notin U$.

Задача 20. Пусть $U = \left\{ax + by \,\middle|\, a, b \in \mathbb{R}\right\}$, $V = \left\{\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix} \,\middle|\, t, p \in \mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U \otimes V$

1. Записать несколько векторов;

2. Из множества $\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U \otimes V$, где

$$w_1 = (2x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad w_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes (4x + 5);$$

$$w_3 = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$w_4 = (5x + 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \otimes (3x + y); \quad w_5 = (4x - 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1 = w_3$;

4. Найти координаты вектора $w = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U \otimes V$.

Ответ. 2. $w_1 \in U \otimes V$, $\quad w_3 \in U \otimes V$.

$w_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes (4x + 5) \notin U \otimes V$, так как $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \notin U$.

Очевидно, что $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes (4x + 5) \in V \otimes U$.

Задача 20. Пусть $U = \left\{ ax + by \,\middle|\, a, b \in \mathbb{R} \right\}$, $V = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix} \,\middle|\, t, p \in \mathbb{R} \right\}$. Для линейного пространства $U \otimes V$

1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U \otimes V$, где

$$w_1 = (2x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad w_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes (4x + 5);$$

$$w_3 = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$w_4 = (5x + 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \otimes (3x + y); \quad w_5 = (4x - 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1 = w_3$;
4. Найти координаты вектора $w = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U \otimes V$.

Ответ. 2. $w_1 \in U \otimes V, \quad w_3 \in U \otimes V$.
$w_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes (4x + 5) \notin U \otimes V$, так как $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \notin U$.
Очевидно, что $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes (4x + 5) \in V \otimes U$. Таким образом, $U \otimes V \neq V \otimes U$.

Задача 20. Пусть $U=\left\{ax+by\,\middle|\,a,b\in\mathbb{R}\right\}$, $V=\left\{\begin{pmatrix}0 & t\\ p & 0\end{pmatrix}\,\middle|\,t,p\in\mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U\otimes V$
1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1,w_2,w_3,w_4,w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U\otimes V$, где

$$w_1=(2x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix};\quad w_2=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}\otimes(4x+5);$$

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & -2\\ 5 & 0\end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 3\\ -3 & 0\end{pmatrix};$$

$$w_4=(5x+1)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}\otimes(3x+y);\quad w_5=(4x-1)\otimes\begin{pmatrix}0 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1=w_3$;
4. Найти координаты вектора $w=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}+3y\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U\otimes V$.

Ответ. 2. $w_4=(5x+1)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}+\underbrace{\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}}_{\notin U}\otimes\underbrace{(3x+y)}_{\notin V}$

Задача 20. Пусть $U=\left\{ax+by\,\middle|\,a,b\in\mathbb{R}\right\}$, $V=\left\{\begin{pmatrix}0 & t\\ p & 0\end{pmatrix}\,\middle|\,t,p\in\mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U\otimes V$
1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1,w_2,w_3,w_4,w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U\otimes V$, где

$$w_1=(2x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix};\quad w_2=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}\otimes(4x+5);$$

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & -2\\ 5 & 0\end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 3\\ -3 & 0\end{pmatrix};$$

$$w_4=(5x+1)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}\otimes(3x+y);\quad w_5=(4x-1)\otimes\begin{pmatrix}0 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1=w_3$;
4. Найти координаты вектора $w=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}+3y\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U\otimes V$.

Ответ. 2. $w_4=(5x+1)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}+\underbrace{\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}}_{\notin U}\otimes\underbrace{(3x+y)}_{\notin V}\notin U\otimes V$.

Задача 20. Пусть $U=\left\{ax+by \,\middle|\, a,b\in\mathbb{R}\right\}$, $V=\left\{\begin{pmatrix} 0 & t\\ p & 0\end{pmatrix} \,\middle|\, t,p\in\mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U\otimes V$

1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1,w_2,w_3,w_4,w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U\otimes V$, где

$$w_1=(2x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix};\quad w_2=\begin{pmatrix} 0 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}\otimes(4x+5);$$

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & -2\\ 5 & 0\end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 3\\ -3 & 0\end{pmatrix};$$

$$w_4=(5x+1)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}\otimes(3x+y);\quad w_5=(4x-1)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1=w_3$;
4. Найти координаты вектора $w=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}+3y\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U\otimes V$.

Ответ. 2. $w_5=(4x-1)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\in U\otimes V\otimes V$

Задача 20. Пусть $U = \left\{ax+by \,\middle|\, a,b\in\mathbb{R}\right\}$, $V = \left\{\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix} \,\middle|\, t,p\in\mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U\otimes V$

1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U\otimes V$, где

$$w_1 = (2x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad w_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\otimes(4x+5);$$

$$w_3 = (3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} - x\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + (3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$w_4 = (5x+1)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\otimes(3x+y); \quad w_5 = (4x-1)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1 = w_3$;
4. Найти координаты вектора $w = (3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U\otimes V$.

Ответ. 2. $w_5 = (4x-1)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in U\otimes V\otimes V \neq U\otimes V$.

Задача 20. Пусть $U=\left\{ax+by\,\middle|\,a,b\in\mathbb{R}\right\}$, $V=\left\{\begin{pmatrix}0 & t\\ p & 0\end{pmatrix}\,\middle|\,t,p\in\mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U\otimes V$

1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1,w_2,w_3,w_4,w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U\otimes V$, где

$$w_1=(2x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix};\quad w_2=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}\otimes(4x+5);$$

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & -2\\ 5 & 0\end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 3\\ -3 & 0\end{pmatrix};$$

$$w_4=(5x+1)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}\otimes(3x+y);\quad w_5=(4x-1)\otimes\begin{pmatrix}0 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1=w_3$;
4. Найти координаты вектора $w=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}+3y\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U\otimes V$.

Ответ. 3. По определению $U\otimes V$ получаем:

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & -2\\ 5 & 0\end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 3\\ -3 & 0\end{pmatrix}=$$

Задача 20. Пусть $U = \left\{ax + by \,\middle|\, a, b \in \mathbb{R}\right\}$, $V = \left\{\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix} \,\middle|\, t, p \in \mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U \otimes V$

1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U \otimes V$, где

$$w_1 = (2x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad w_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes (4x + 5);$$

$$w_3 = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$w_4 = (5x + 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \otimes (3x + y); \quad w_5 = (4x - 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1 = w_3$;
4. Найти координаты вектора $w = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U \otimes V$.

Ответ. 3. По определению $U \otimes V$ получаем:

$$w_3 = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} + (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

Задача 20. Пусть $U=\left\{ax+by\,\middle|\,a,b\in\mathbb{R}\right\}$, $V=\left\{\begin{pmatrix}0 & t\\ p & 0\end{pmatrix}\,\middle|\,t,p\in\mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U\otimes V$

1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1,w_2,w_3,w_4,w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U\otimes V$, где

$$w_1=(2x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix};\quad w_2=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}\otimes(4x+5);$$

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & -2\\ 5 & 0\end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 3\\ -3 & 0\end{pmatrix};$$

$$w_4=(5x+1)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}\otimes(3x+y);\quad w_5=(4x-1)\otimes\begin{pmatrix}0 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1=w_3$;
4. Найти координаты вектора $w=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}+3y\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U\otimes V$.

Ответ. 3. По определению $U\otimes V$ получаем:

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & -2\\ 5 & 0\end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 3\\ -3 & 0\end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}=$$

$$=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}=$$

Задача 20. Пусть $U=\left\{ax+by \,\middle|\, a,b\in\mathbb{R}\right\}$, $V=\left\{\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix} \,\middle|\, t,p\in\mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U\otimes V$
1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1,w_2,w_3,w_4,w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U\otimes V$, где

$$w_1=(2x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad w_2=\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\otimes(4x+5);$$

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$w_4=(5x+1)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\otimes(3x+y); \quad w_5=(4x-1)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1=w_3$;
4. Найти координаты вектора $w=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}+3y\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U\otimes V$.

Ответ. 3. По определению $U\otimes V$ получаем:

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}=$$

$$=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}=(3x-y-x)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}=$$

Задача 20. Пусть $U = \left\{ax + by \,\middle|\, a, b \in \mathbb{R}\right\}$, $V = \left\{\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix} \,\middle|\, t, p \in \mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U \otimes V$
1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U \otimes V$, где

$$w_1 = (2x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad w_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes (4x + 5);$$

$$w_3 = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$w_4 = (5x + 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \otimes (3x + y); \quad w_5 = (4x - 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1 = w_3$;
4. Найти координаты вектора $w = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U \otimes V$.

Ответ. 3. По определению $U \otimes V$ получаем:

$$w_3 = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} + (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = (3x - y - x) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = (2x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

Задача 20. Пусть $U=\left\{ax+by\,\middle|\,a,b\in\mathbb{R}\right\}$, $V=\left\{\begin{pmatrix}0&t\\p&0\end{pmatrix}\,\middle|\,t,p\in\mathbb{R}\right\}$. Для линейного пространства $U\otimes V$
1. Записать несколько векторов;
2. Из множества $\{w_1,w_2,w_3,w_4,w_5\}$ выбрать те элементы, которые являются векторами пространства $U\otimes V$, где

$$w_1=(2x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix};\quad w_2=\begin{pmatrix}0&3\\1&0\end{pmatrix}\otimes(4x+5);$$

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&-2\\5&0\end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&3\\-3&0\end{pmatrix};$$

$$w_4=(5x+1)\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}\otimes(3x+y);\quad w_5=(4x-1)\otimes\begin{pmatrix}0&3\\1&0\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};$$

3. Доказать, что $w_1=w_3$;
4. Найти координаты вектора $w=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}+3y\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$ в каком-либо базисе пространства $U\otimes V$.

Ответ. 3. По определению $U\otimes V$ получаем:

$$w_3=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&-2\\5&0\end{pmatrix}+(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&3\\-3&0\end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}=$$

$$=(3x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}-x\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}=(3x-y-x)\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}=(2x-y)\otimes\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}=w_1,$$

что и требовалось доказать.

Задача 20.

4. Каждый вектор $ax + by$ пространства U определяется двумя параметрами a и b, и каждый вектор $\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix}$ пространства V определяется двумя параметрами p и t. «Протаскиванием единички через параметры» получаем базисы этих пространств:

Задача 20.

4. Каждый вектор $ax+by$ пространства U определяется двумя параметрами a и b, и каждый вектор $\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix}$ пространства V определяется двумя параметрами p и t. «Протаскиванием единички через параметры» получаем базисы этих пространств:

$\mathbf{Б}_U = \{1\cdot x + 0\cdot y,\ 0\cdot x + 1\cdot y\} = \{x, y\}$, $\quad \mathbf{Б}_V = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Положим

Задача 20.

4. Каждый вектор $ax+by$ пространства U определяется двумя параметрами a и b, и каждый вектор $\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix}$ пространства V определяется двумя параметрами p и t. «Протаскиванием единички через параметры» получаем базисы этих пространств:

$\mathbf{Б}_U = \{1\cdot x + 0\cdot y,\ 0\cdot x + 1\cdot y\} = \{x, y\}$, $\quad \mathbf{Б}_V = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Положим

$$\mathbf{Б}_{U\otimes V} = \left\{ x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Задача 20.

4. Каждый вектор $ax+by$ пространства U определяется двумя параметрами a и b, и каждый вектор $\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix}$ пространства V определяется двумя параметрами p и t. «Протаскиванием единички через параметры» получаем базисы этих пространств:

$\textbf{Б}_U = \{1\cdot x + 0\cdot y,\ 0\cdot x + 1\cdot y\} = \{x, y\}$, $\quad \textbf{Б}_V = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Положим

$$\textbf{Б}_{U\otimes V} = \left\{ x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$w = (3x-y)\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

Задача 20.

4. Каждый вектор $ax+by$ пространства U определяется двумя параметрами a и b, и каждый вектор $\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix}$ пространства V определяется двумя параметрами p и t. «Протаскиванием единички через параметры» получаем базисы этих пространств:

$\mathbf{Б}_U = \{1\cdot x + 0\cdot y,\ 0\cdot x + 1\cdot y\} = \{x, y\}$, $\quad \mathbf{Б}_V = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Положим

$\mathbf{Б}_{U\otimes V} = \left\{ x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$

$$w = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = 3x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

Задача 20.

4. Каждый вектор $ax+by$ пространства U определяется двумя параметрами a и b, и каждый вектор $\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix}$ пространства V определяется двумя параметрами p и t. «Протаскиванием единички через параметры» получаем базисы этих пространств:

$\mathbf{Б}_U = \{1\cdot x + 0\cdot y,\ 0\cdot x + 1\cdot y\} = \{x, y\}$, $\quad \mathbf{Б}_V = \left\{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right\}$. Положим

$\mathbf{Б}_{U\otimes V} = \left\{x\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x\otimes\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right\}$

$$w = (3x-y)\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = 3x\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - y\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y\otimes\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= x\otimes\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} + y\otimes\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} + y\otimes\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} =$$

Задача 20.

4. Каждый вектор $ax + by$ пространства U определяется двумя параметрами a и b, и каждый вектор $\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix}$ пространства V определяется двумя параметрами p и t. «Протаскиванием единички через параметры» получаем базисы этих пространств:

$\mathbf{Б}_U = \{1 \cdot x + 0 \cdot y,\ 0 \cdot x + 1 \cdot y\} = \{x, y\}$, $\quad \mathbf{Б}_V = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Положим

$\mathbf{Б}_{U\otimes V} = \left\{ x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$

$$w = (3x - y) \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = 3x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} + y \otimes \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} + y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} = x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} + y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} =$$

Задача 20.

4. Каждый вектор $ax+by$ пространства U определяется двумя параметрами a и b, и каждый вектор $\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix}$ пространства V определяется двумя параметрами p и t. «Протаскиванием единички через параметры» получаем базисы этих пространств:

$\mathbf{Б}_U = \{1\cdot x + 0\cdot y,\ 0\cdot x + 1\cdot y\} = \{x, y\}$, $\quad \mathbf{Б}_V = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Положим

$\mathbf{Б}_{U\otimes V} = \left\{ x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$

$$w = (3x-y)\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = 3x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} + y \otimes \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} + y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} = x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} + y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 3\left(x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) + 6\left(x \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right) + 2\left(y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) + 4\left(y \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right).$$

Задача 20.

4. Каждый вектор $ax+by$ пространства U определяется двумя параметрами a и b, и каждый вектор $\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix}$ пространства V определяется двумя параметрами p и t. «Протаскиванием единички через параметры» получаем базисы этих пространств:

$\mathbf{Б}_U = \{1\cdot x + 0\cdot y,\ 0\cdot x + 1\cdot y\} = \{x, y\}$, $\quad \mathbf{Б}_V = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Положим

$\mathbf{Б}_{U\otimes V} = \left\{ x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$

$$w = (3x-y)\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = 3x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} + y\otimes \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} + y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} = x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} + y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 3\left(x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) + 6\left(x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right) + 2\left(y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) + 4\left(y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right).$$

Следовательно, столбец координат вектора $w = (3x-y)\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ в базисе

$\mathbf{Б}_{U\otimes V} = \left\{ x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ равен

Задача 20.

4. Каждый вектор $ax+by$ пространства U определяется двумя параметрами a и b, и каждый вектор $\begin{pmatrix} 0 & t \\ p & 0 \end{pmatrix}$ пространства V определяется двумя параметрами p и t. «Протаскиванием единички через параметры» получаем базисы этих пространств:

$\mathbf{Б}_U = \{1\cdot x + 0\cdot y,\ 0\cdot x + 1\cdot y\} = \{x, y\}$, $\quad \mathbf{Б}_V = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Положим

$\mathbf{Б}_{U\otimes V} = \left\{ x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$

$$w = (3x-y)\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = 3x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} + y\otimes \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} + y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} = x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} + y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 3\left(x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) + 6\left(x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right) + 2\left(y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) + 4\left(y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right).$$

Следовательно, столбец координат вектора $w = (3x-y)\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 3y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ в базисе

$\mathbf{Б}_{U\otimes V} = \left\{ x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, y\otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ равен $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Решение задачи 21.

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; г) $(S_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $(T^i_{\bullet jk}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $(X^{\bullet j}_{i \bullet k}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$;

г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} =$

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i =$

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$;

г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$;
г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} =$

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j =$

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$;
г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j = 3e_1 + e_2$;

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$;
г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j = 3e_1 + e_2$;
в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} =$

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j = 3e_1 + e_2$;
в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = R_{ij} f^i \otimes f^j =$

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j = 3e_1 + e_2$;
в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = R_{ij} f^i \otimes f^j = -f^1 \otimes f^1 + 2f^1 \otimes f^2 - 2f^2 \otimes f^2$;

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$;
г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j = 3e_1 + e_2$;
в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = R_{ij} f^i \otimes f^j = -f^1 \otimes f^1 + 2f^1 \otimes f^2 - 2f^2 \otimes f^2$;
г) $\overrightarrow{\mathbf{S}} =$

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j = 3e_1 + e_2$;
в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = R_{ij} f^i \otimes f^j = -f^1 \otimes f^1 + 2f^1 \otimes f^2 - 2f^2 \otimes f^2$;
г) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = S_i^j f^i \otimes e_j =$

Задача 21. Пусть **Б** $= \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, **Б**$^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j = 3e_1 + e_2$;
в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = R_{ij} f^i \otimes f^j = -f^1 \otimes f^1 + 2f^1 \otimes f^2 - 2f^2 \otimes f^2$;
г) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = S_i^j f^i \otimes e_j = f^1 \otimes e^2 + 2f^2 \otimes e^1 - f^2 \otimes e^2$;

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$;
г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j = 3e_1 + e_2$;
в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = R_{ij} f^i \otimes f^j = -f^1 \otimes f^1 + 2f^1 \otimes f^2 - 2f^2 \otimes f^2$;
г) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = S_i^j f^i \otimes e_j = f^1 \otimes e^2 + 2f^2 \otimes e^1 - f^2 \otimes e^2$;
д) $\overrightarrow{\mathbf{T}} =$

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$;

г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j = 3e_1 + e_2$;

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = R_{ij} f^i \otimes f^j = -f^1 \otimes f^1 + 2f^1 \otimes f^2 - 2f^2 \otimes f^2$;

г) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = S_i^j f^i \otimes e_j = f^1 \otimes e^2 + 2f^2 \otimes e^1 - f^2 \otimes e^2$;

д) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = T^i_{\bullet jk} e_i \otimes f^j \otimes f^k =$

Задача 21. Пусть **Б** $= \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, **Б**$^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j = 3e_1 + e_2$;
в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = R_{ij} f^i \otimes f^j = -f^1 \otimes f^1 + 2f^1 \otimes f^2 - 2f^2 \otimes f^2$;
г) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = S_i^j f^i \otimes e_j = f^1 \otimes e^2 + 2f^2 \otimes e^1 - f^2 \otimes e^2$;
д) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = T^i_{\bullet jk} e_i \otimes f^j \otimes f^k = e_1 \otimes f^1 \otimes f^2 + 2e_2 \otimes f^1 \otimes f^1 - e_2 \otimes f^2 \otimes f^1$;

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$;

г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j = 3e_1 + e_2$;

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = R_{ij} f^i \otimes f^j = -f^1 \otimes f^1 + 2f^1 \otimes f^2 - 2f^2 \otimes f^2$;

г) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = S_i^j f^i \otimes e_j = f^1 \otimes e^2 + 2f^2 \otimes e^1 - f^2 \otimes e^2$;

д) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = T^i_{\bullet jk} e_i \otimes f^j \otimes f^k = e_1 \otimes f^1 \otimes f^2 + 2e_2 \otimes f^1 \otimes f^1 - e_2 \otimes f^2 \otimes f^1$;

е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} =$

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$;
г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j = 3e_1 + e_2$;
в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = R_{ij} f^i \otimes f^j = -f^1 \otimes f^1 + 2f^1 \otimes f^2 - 2f^2 \otimes f^2$;
г) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = S_i^j f^i \otimes e_j = f^1 \otimes e^2 + 2f^2 \otimes e^1 - f^2 \otimes e^2$;
д) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = T^i_{\bullet jk} e_i \otimes f^j \otimes f^k = e_1 \otimes f^1 \otimes f^2 + 2e_2 \otimes f^1 \otimes f^1 - e_2 \otimes f^2 \otimes f^1$;
е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = X_{i\bullet k}^{\bullet j} f^i \otimes e_j \otimes f^k =$

Задача 21. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-векторы, соответствующие тензор-массивам а) $(P_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; б) $(Q^j) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; в) $(R_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$;
г) $\left(S_i^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\left(T^i_{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$; е) $\left(X_{i\bullet k}^{\bullet j}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = P_i f^i = 2f^1 - f^2$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = Q^j e_j = 3e_1 + e_2$;
в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = R_{ij} f^i \otimes f^j = -f^1 \otimes f^1 + 2f^1 \otimes f^2 - 2f^2 \otimes f^2$;
г) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = S_i^j f^i \otimes e_j = f^1 \otimes e^2 + 2f^2 \otimes e^1 - f^2 \otimes e^2$;
д) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = T^i_{\bullet jk} e_i \otimes f^j \otimes f^k = e_1 \otimes f^1 \otimes f^2 + 2e_2 \otimes f^1 \otimes f^1 - e_2 \otimes f^2 \otimes f^1$;
е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = X_{i\bullet k}^{\bullet j} f^i \otimes e_j \otimes f^k = 2f^1 \otimes e_2 \otimes f^1 - 3f^2 \otimes e_1 \otimes f^2$.

Решение задачи 22.

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ.

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 =$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i$,

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) =$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 =$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$;

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j$,

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$;

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) =$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 =$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j,$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) =$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2 =$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2 = T^{ij} e_i \otimes e_j,$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2 = T^{ij} e_i \otimes e_j, \qquad (T^{ij}) =$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2 = T^{ij} e_i \otimes e_j, \qquad (T^{ij}) = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2 = T^{ij} e_i \otimes e_j, \qquad (T^{ij}) = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$

д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2 =$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2 = T^{ij} e_i \otimes e_j, \qquad (T^{ij}) = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$

д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2 = S_i^{\bullet jk} f^i \otimes e_j \otimes e_k,$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2 = T^{ij} e_i \otimes e_j, \qquad (T^{ij}) = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$

д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2 = S_i^{\bullet jk} f^i \otimes e_j \otimes e_k, \qquad \left(S_i^{\bullet jk}\right) =$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2 = T^{ij} e_i \otimes e_j, \qquad (T^{ij}) = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$

д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2 = S_i^{\bullet jk} f^i \otimes e_j \otimes e_k, \qquad \left(S_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2 = T^{ij} e_i \otimes e_j, \qquad (T^{ij}) = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$

д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2 = S_i^{\bullet jk} f^i \otimes e_j \otimes e_k, \qquad \left(S_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$

е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1 =$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2 = T^{ij} e_i \otimes e_j, \qquad (T^{ij}) = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$

д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2 = S_i^{\bullet jk} f^i \otimes e_j \otimes e_k, \qquad \left(S_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$

е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1 = X_{ij} f^i \otimes f^j,$

Задача 22. Пусть $\text{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\text{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису **Б**. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2 = T^{ij} e_i \otimes e_j, \qquad (T^{ij}) = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$

д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2 = S_i^{\bullet jk} f^i \otimes e_j \otimes e_k, \qquad \left(S_i^{\bullet jk}\right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$

е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1 = X_{ij} f^i \otimes f^j, \qquad (X_{ij}) =$

Задача 22. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}^* = \{f^1,\ f^2\}$ — базис, **взаимный (двойственный, дуальный)** к базису $\mathbf{Б}$. Найдите тензор-массивы, соответствующие тензор-векторам а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2$; б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2$; в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2$; г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2$; д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2$; е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1$.

Ответ. а) $\overrightarrow{\mathbf{P}} = 3e_2 = P^i e_i, \qquad (P^i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix};$

б) $\overrightarrow{\mathbf{Q}} = 2f^1 - 3f^2 = Q_j f^j, \qquad (Q_j) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix};$

в) $\overrightarrow{\mathbf{R}} = 5f^1 \otimes e_2 - f^2 \otimes e_2 = R_i^{\bullet j} f^i \otimes e_j, \qquad (R_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

г) $\overrightarrow{\mathbf{T}} = -2e_1 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_2 = T^{ij} e_i \otimes e_j, \qquad (T^{ij}) = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$

д) $\overrightarrow{\mathbf{S}} = f^1 \otimes e_2 \otimes e_1 - 3f^2 \otimes e_2 \otimes e_2 = S_i^{\bullet jk} f^i \otimes e_j \otimes e_k, \qquad (S_i^{\bullet jk}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$

е) $\overrightarrow{\mathbf{X}} = 5f^1 \otimes f^2 - f^2 \otimes f^1 = X_{ij} f^i \otimes f^j, \qquad (X_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?