

Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет



Ю. Б. Мельников

Формализация при изучении теории

Раздел **электронного учебника**
для сопровождения лекции

Изд. 4-е, испр. и доп.



e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru

сайты:
<http://melnikov.k66.ru>,
<http://melnikov.web.ur.ru>

Екатеринбург
2012

I. Формализация при изучении понятий	4
I.1. Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»	14
I.2. Формализация понятия «график функции»	33
 II. Формализация информации при решении задач	 64
II.1. Формализация цели	70
II.2. Формализация условий	84
II.3. Формализация процесса решения	88
II.3.1. Алгоритмическая модель поиска решения	89
II.3.2. Стратегическая модель поиска решения	90
II.3.3. Эвристическая модель поиска решения	91
II.3.4. Модели оформления решения	92

I. Формализация при изучении понятий

Варианты введения понятия:

I. Формализация при изучении понятий

Варианты введения понятия:

— индуктивный:

I. Формализация при изучении понятий

Варианты введения понятия:

— индуктивный:

рассмотрение достаточно большого числа разнообразных примеров;

I. Формализация при изучении понятий

Варианты введения понятия:

- индуктивный;
- дедуктивный:

I. Формализация при изучении понятий

Варианты введения понятия:

— индуктивный;

— дедуктивный:

с помощью определения.

I. Формализация при изучении понятий

Варианты введения определения понятия:

I. Формализация при изучении понятий

Варианты введения определения понятия:

— Сообщить обучаемому в окончательном, формализованном виде.

I. Формализация при изучении понятий

Варианты введения определения понятия:

- Сообщить обучаемому в окончательном, формализованном виде.
- Отослать к литературе (например, использовать хрестоматию).

I. Формализация при изучении понятий

Варианты введения определения понятия:

- Сообщить обучаемому в окончательном, формализованном виде.
- Отослать к литературе (например, использовать хрестоматию).
- Использовать наводящие вопросы.

I. Формализация при изучении понятий

Варианты введения определения понятия:

- Сообщить обучаемому в окончательном, формализованном виде.
- Отослать к литературе (например, использовать хрестоматию).
- Использовать наводящие вопросы.
- Использовать исследовательские стратегии.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Рассмотрим переход от предиката к отношению. Например, рассмотрим отношение $x < y$ на множестве $\{0; 1; 2\}$. Предикату соответствует множество

$$T_{<} = \left\{ (x; y) \left| \begin{array}{l} x < y, \\ \{x; y\} \subseteq \{0; 1; 2\} \end{array} \right. \right\}.$$

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Рассмотрим переход от предиката к отношению. Например, рассмотрим отношение $x < y$ на множестве $\{0; 1; 2\}$. Предикату соответствует множество

$$T_{<} = \left\{ (x; y) \left| \begin{array}{l} x < y, \\ \{x; y\} \subseteq \{0; 1; 2\} \end{array} \right. \right\}.$$

Таким образом, задание предиката с помощью отношения есть другая форма задания связей между элементами и свойств элементов.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Рассмотрим переход от предиката к отношению. Например, рассмотрим отношение $x < y$ на множестве $\{0; 1; 2\}$. Предикату соответствует множество

$$T_{<} = \left\{ (x; y) \left| \begin{array}{l} x < y, \\ \{x; y\} \subseteq \{0; 1; 2\} \end{array} \right. \right\}.$$

Таким образом, задание предиката с помощью отношения есть другая форма задания связей между элементами и свойств элементов. Возникает задача перевода от одной стандартной формы представления объекта к другой.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Рассмотрим переход от предиката к отношению. Например, рассмотрим отношение $x < y$ на множестве $\{0; 1; 2\}$. Предикату соответствует множество

$$T_{<} = \left\{ (x; y) \left| \begin{array}{l} x < y, \\ \{x; y\} \subseteq \{0; 1; 2\} \end{array} \right. \right\}.$$

Таким образом, задание предиката с помощью отношения есть другая форма задания связей между элементами и свойств элементов. Возникает задача перевода от одной стандартной формы представления объекта к другой. Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_{<}$?

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_{<}$?*

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_{<}$?*

Что требуется найти?

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Что значит «восстановить исходный предикат»?

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Ясно, что восстановить его дословно шансов мало, например, почему у нас не может получиться $y > x$, или другая равносильная формулировка?

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Ясно, что восстановить его дословно шансов мало, например, почему у нас не может получиться $y > x$, или другая равносильная формулировка? Простейший анализ показывает, что мы можем восстановить предикат с точностью до логической эквивалентности.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Ясно, что восстановить его дословно шансов мало, например, почему у нас не может получиться $y > x$, или другая равносильная формулировка? Простейший анализ показывает, что мы можем восстановить предикат с точностью до логической эквивалентности.

В каком виде представим результат?

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Ясно, что восстановить его дословно шансов мало, например, почему у нас не может получиться $y > x$, или другая равносильная формулировка? Простейший анализ показывает, что мы можем восстановить предикат с точностью до логической эквивалентности.

В каком виде представим результат? В рассматриваемой ситуации изначально мы имеем только *множество*.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Ясно, что восстановить его дословно шансов мало, например, почему у нас не может получиться $y > x$, или другая равносильная формулировка? Простейший анализ показывает, что мы можем восстановить предикат с точностью до логической эквивалентности.

В каком виде представим результат? Поэтому естественно ожидать, что ответ мы сможем получить в терминах теории множеств, т.е. с использованием стандартных способов

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Ясно, что восстановить его дословно шансов мало, например, почему у нас не может получиться $y > x$, или другая равносильная формулировка? Простейший анализ показывает, что мы можем восстановить предикат с точностью до логической эквивалентности.

В каком виде представим результат? Поэтому естественно ожидать, что ответ мы сможем получить в терминах теории множеств, т.е. с использованием стандартных способов (в виде характеристических свойств или списков элементов) предикатов \in , \subseteq , и теоретико-множественных операций \cap , \cup .

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_{<}$?*

Для того, чтобы получить требуемую формулу, воспользуемся исследовательским приемом «конкретизация».

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_{<}$?*

Для того, чтобы получить требуемую формулу, воспользуемся исследовательским приемом «конкретизация». А именно, возьмем элемент из $T_{<}$, допустим, $(0;1)$, и поймем, как он попал в это множество? Имеем $(0;1) \in T_{<}$ потому, что $0 < 1$.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_{<}$?*

Для того, чтобы получить требуемую формулу, воспользуемся исследовательским приемом «конкретизация». А именно, возьмем элемент из $T_{<}$, допустим, $(0;1)$, и поймем, как он попал в это множество? Имеем $(0; 1) \in T_{<}$ потому, что $0 < 1$. Переходя к общему случаю $x < y$ и заменяя 0 на x и y на 1, получаем, что $x < y$ тогда и только тогда, когда $(x; y) \in T_{<}$.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_{<}$?*

Для того, чтобы получить требуемую формулу, воспользуемся исследовательским приемом «конкретизация». А именно, возьмем элемент из $T_{<}$, допустим, $(0;1)$, и поймем, как он попал в это множество? Имеем $(0; 1) \in T_{<}$ потому, что $0 < 1$. Переходя к общему случаю $x < y$ и заменяя 0 на x и y на 1, получаем, что $x < y$ тогда и только тогда, когда $(x; y) \in T_{<}$. Мы получили требуемое правило:

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_{<}$?*

Для того, чтобы получить требуемую формулу, воспользуемся исследовательским приемом «конкретизация». А именно, возьмем элемент из $T_{<}$, допустим, $(0;1)$, и поймем, как он попал в это множество? Имеем $(0; 1) \in T_{<}$ потому, что $0 < 1$. Переходя к общему случаю $x < y$ и заменяя 0 на x и y на 1, получаем, что $x < y$ тогда и только тогда, когда $(x; y) \in T_{<}$. Мы получили требуемое правило:

$$x < y \Leftrightarrow (x; y) \in T_{<}.$$

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Правило для произвольного двуместного предиката: если T — отношение, соответствующее предикату \mathcal{T} , то

$$\mathcal{T}(x; y) \Leftrightarrow (x; y) \in T. \quad (1)$$

I.2. Формализация понятия «график функции»

Применим исследовательские стратегии.

I.2. Формализация понятия «график функции»

С помощью графика мы *моделируем* функцию.

I.2. Формализация понятия «график функции»

С помощью графика мы моделируем функцию.

Поэтому естественно применить *стратегию...*

I.2. Формализация понятия «график функции»

С помощью графика мы моделируем функцию.

Поэтому естественно применить *стратегию построения модели*.

I.2. Формализация понятия «график функции»

С помощью графика мы моделируем функцию.

Поэтому естественно применить стратегию построения модели.

Применим прием *конкретизации*.

I.2. Формализация понятия «график функции»

С помощью графика мы моделируем функцию.

Поэтому естественно применить стратегию построения модели.

Применим прием конкретизации.

Возьмем...

I.2. Формализация понятия «график функции»

С помощью графика мы моделируем функцию.

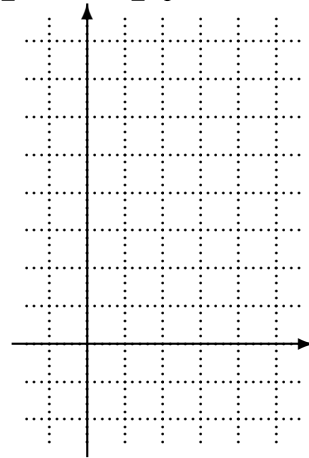
Поэтому естественно применить стратегию построения модели.

Применим прием конкретизации.

Возьмем *конкретный график* какой-либо функции.

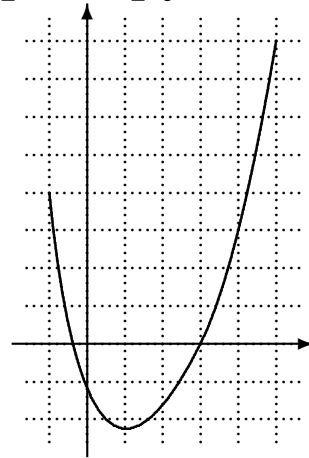
I.2. Формализация понятия «график функции»

График функции α — это...



I.2. Формализация понятия «график функции»

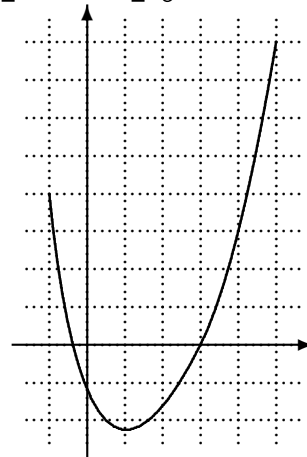
График функции α — это...



I.2. Формализация понятия «график функции»

График функции α — это

множество точек.

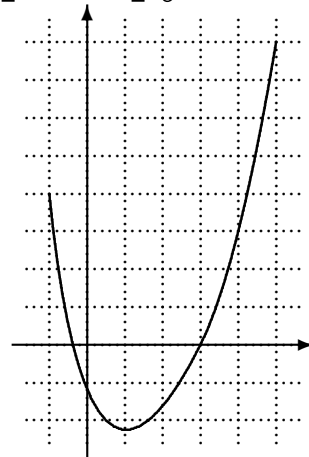


I.2. Формализация понятия «график функции»

График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку на графике.

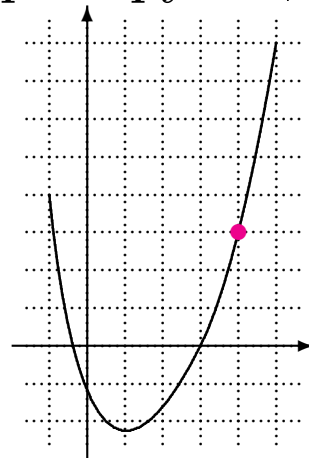


I.2. Формализация понятия «график функции»

График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку на графике.



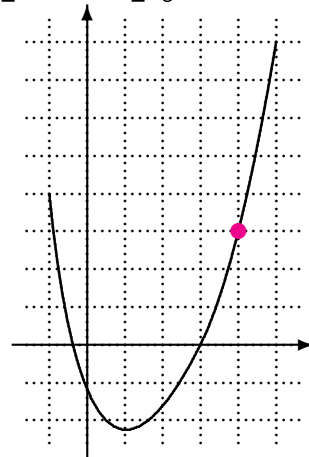
I.2. Формализация понятия «график функции»

График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку на графике.

Надо как-то обозначить точку...



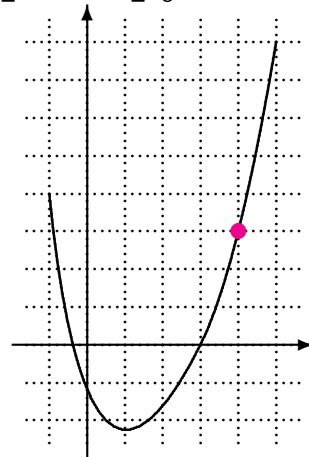
I.2. Формализация понятия «график функции»

График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Надо как-то обозначить точку...



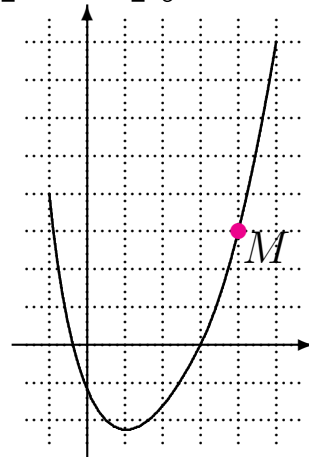
I.2. Формализация понятия «график функции»

График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Надо как-то обозначить точку...



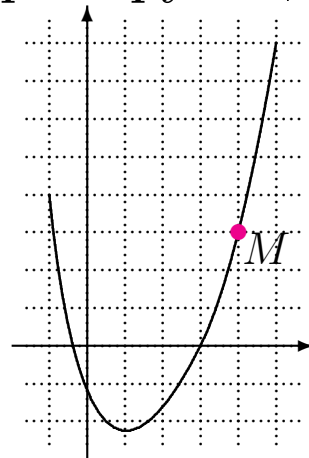
I.2. Формализация понятия «график функции»

График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется...



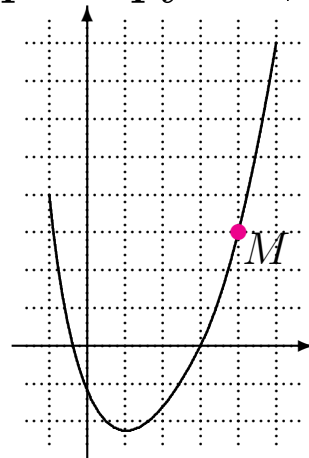
I.2. Формализация понятия «график функции»

График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.



I.2. Формализация понятия «график функции»

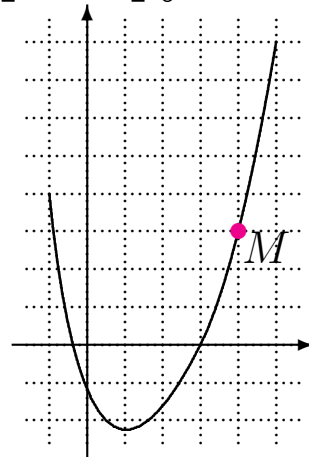
График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p ,



I.2. Формализация понятия «график функции»

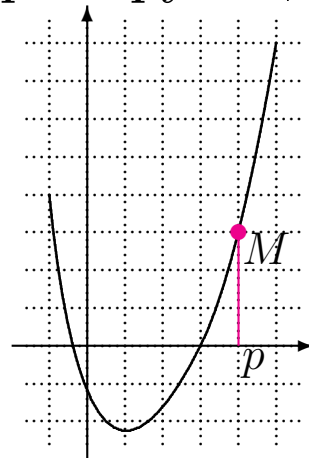
График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p ,



I.2. Формализация понятия «график функции»

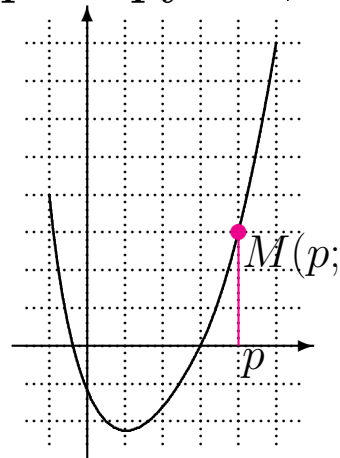
График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p ,



I.2. Формализация понятия «график функции»

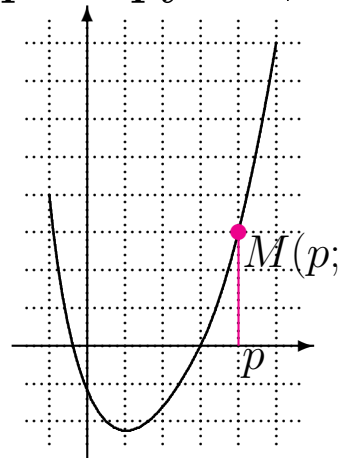
График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p ,
то её ордината равна...



I.2. Формализация понятия «график функции»

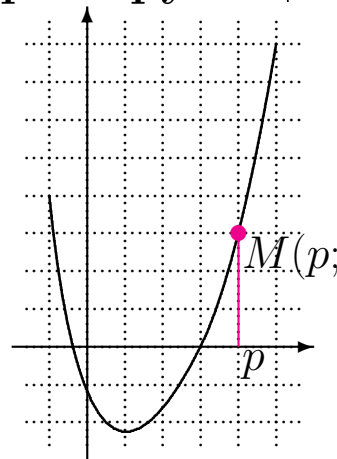
График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p ,
то её ордината равна $\alpha(p)$.



I.2. Формализация понятия «график функции»

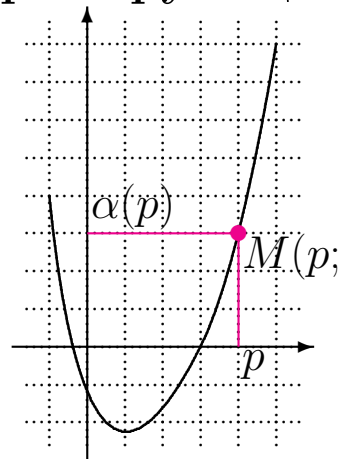
График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p ,
то её ордината равна $\alpha(p)$.



I.2. Формализация понятия «график функции»

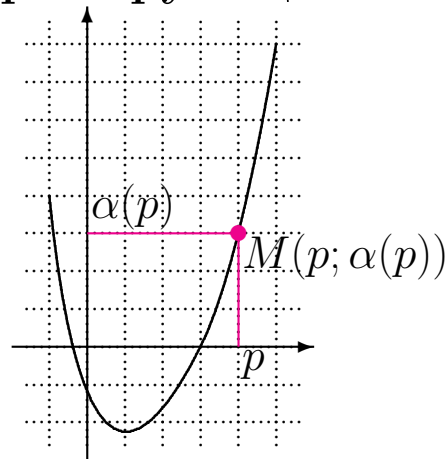
График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p ,
то её ордината равна $\alpha(p)$.



I.2. Формализация понятия «график функции»

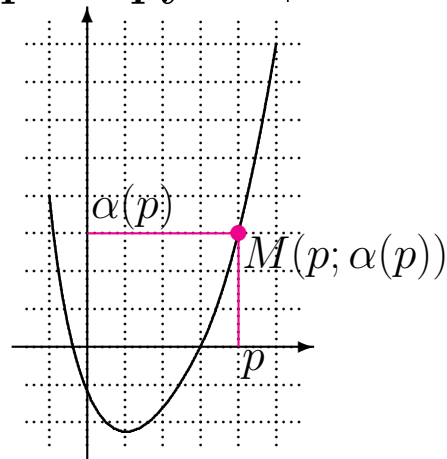
График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p ,
то её ордината равна $\alpha(p)$.



Значит, график функции α — это

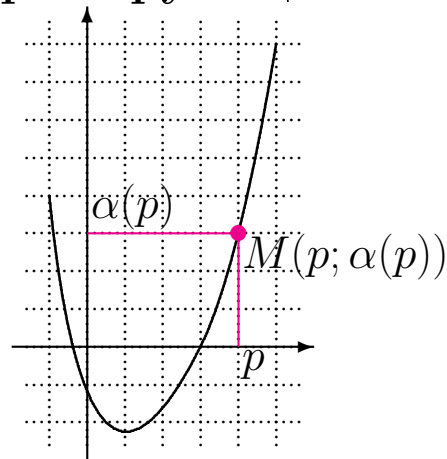
I.2. Формализация понятия «график функции»

График функции α — это множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p , то её ордината равна $\alpha(p)$.



Значит, график функции α — это **множество точек плоскости**

I.2. Формализация понятия «график функции»

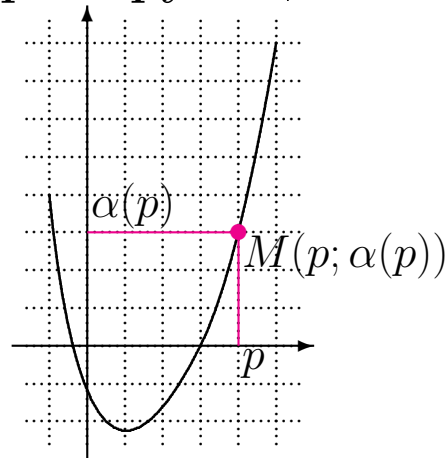
График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p ,
то её ордината равна $\alpha(p)$.



Значит, график функции α — это множество точек плоскости **с координатами**

I.2. Формализация понятия «график функции»

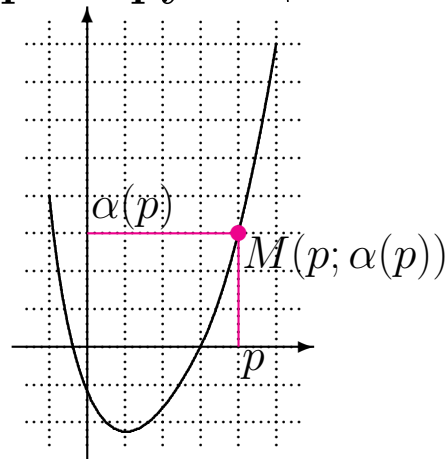
График функции α — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p ,
то её ордината равна $\alpha(p)$.



Значит, график функции α — это множество точек плоскости с координатами $(p; \alpha(p))$.

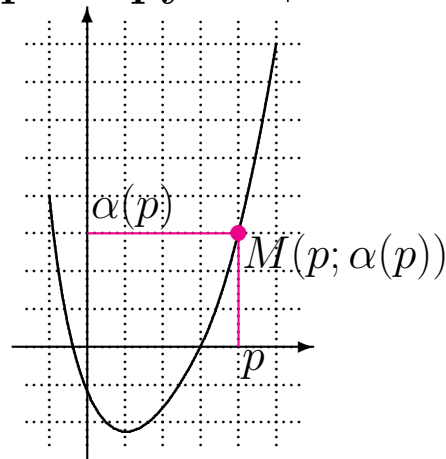
I.2. Формализация понятия «график функции»

График функции α — это множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p , то её ордината равна $\alpha(p)$.



Значит, график функции α — это множество точек плоскости с координатами $(p; \alpha(p))$.

Следует обратить внимание на отличительную черту построения определения —

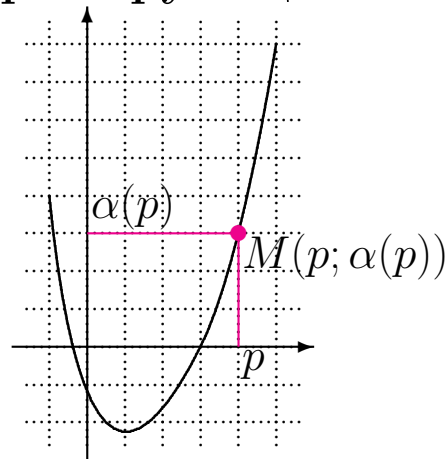
I.2. Формализация понятия «график функции»

График функции α — это множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p , то её ордината равна $\alpha(p)$.



Значит, график функции α — это множество точек плоскости с координатами $(p; \alpha(p))$.

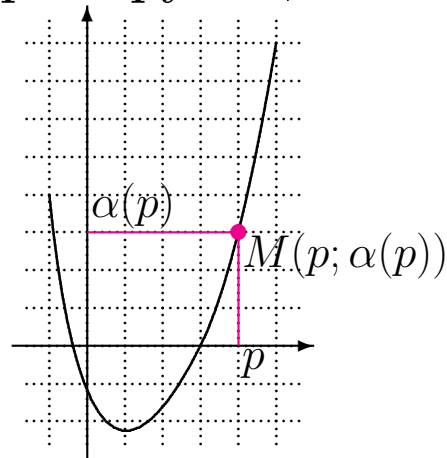
Следует обратить внимание на отличительную черту построения определения — необходимость введения букв для обозначения рассматриваемых объектов:

I.2. Формализация понятия «график функции»

График функции α — это множество точек.

Возьмём конкретную точку M на графике. Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p , то её ордината равна $\alpha(p)$.



Значит, график функции α — это множество точек плоскости с координатами $(p; \alpha(p))$.

Следует обратить внимание на отличительную черту построения определения — необходимость введения букв для обозначения рассматриваемых объектов: обозначение функции (α), абсцисса (p).

Вернёмся к лекции по функциям?

II. Формализация информации при решении задач

При теоретико-модельном подходе к решению задач формализация информации является важным этапом построения моделей. Можно выделить следующие компоненты формализации информации:

II. Формализация информации при решении задач

При теоретико-модельном подходе к решению задач формализация информации является важным этапом построения моделей. Можно выделить следующие компоненты формализации информации:

II. Формализация информации при решении задач

При теоретико-модельном подходе к решению задач формализация информации является важным этапом построения моделей. Можно выделить следующие компоненты формализации информации:

- 1) формализация цели;

II. Формализация информации при решении задач

При теоретико-модельном подходе к решению задач формализация информации является важным этапом построения моделей. Можно выделить следующие компоненты формализации информации:

- 1) формализация цели;
- 2) формализация условий;

II. Формализация информации при решении задач

При теоретико-модельном подходе к решению задач формализация информации является важным этапом построения моделей. Можно выделить следующие компоненты формализации информации:

- 1) формализация цели;
- 2) формализация условий;
- 3) формализация процесса решения и процесса поиска решения (например, создание плана решения);

II. Формализация информации при решении задач

При теоретико-модельном подходе к решению задач формализация информации является важным этапом построения моделей. Можно выделить следующие компоненты формализации информации:

- 1) формализация цели;
- 2) формализация условий;
- 3) формализация процесса решения и процесса поиска решения (например, создание плана решения);
- 4) интерпретация результатов анализа модели (формализация информации в рамках стандартных моделей других предметных областей).

II.1. Формализация цели

Под формализацией мы понимаем представление объекта в типовой форме с достаточным уровнем корректности.

II.1. Формализация цели

Под формализацией мы понимаем представление объекта в типовой форме с достаточным уровнем корректности.

Для этого надо определить:

II.1. Формализация цели

Под формализацией мы понимаем представление объекта в типовой форме с достаточным уровнем корректности.

Для этого надо определить:

— область деятельности, к которой относится рассматриваемый объект;

II.1. Формализация цели

Под формализацией мы понимаем представление объекта в типовой форме с достаточным уровнем корректности.

Для этого надо определить:

- область деятельности, к которой относится рассматриваемый объект;
- установить типовые формы представления объекта для данной области деятельности;

II.1. Формализация цели

Под формализацией мы понимаем представление объекта в типовой форме с достаточным уровнем корректности.

Для этого надо определить:

- область деятельности, к которой относится рассматриваемый объект;
- установить типовые формы представления объекта для данной области деятельности;
- выбрать среди типовых форм представления объекта оптимальную.

II.1. Формализация цели

Пример 1. *Производительность труда в январе оказалась выше плановой на 5 %, а в феврале снизилась на 5 % по сравнению с январской. Сравните ее с плановой.*

II.1. Формализация цели

Пример 2. *Найти прямоугольный треугольник наименьшей площади, описанный вокруг данной окружности.*

II.1. Формализация цели

Пример 3. *От какой из касательных к параболе $y = x^2$ точка с координатами $(3; 0)$ удалена на наибольшее расстояние, если эта точка лежит правее интересующей нас касательной?*

II.1. Формализация цели

Пример 4. *В треугольнике ABC проведем из вершины A отрезки до пересечения со стороной BC . Как расположены середины этих отрезков?*

Это некорректное задание допускает несколько ответов. Есть тривиальный ответ «на серединах отрезков». Более разумной является формализация вопроса, например, в виде требования «найти геометрическое место середин отрезков». Возможна и интерпретация в виде требования описать расположение этих точек относительно других фигур. В этом случае ответ может быть представлен, например, в виде описания «эти точки образуют среднюю линию треугольника ABC , параллельную стороне BC ».

II.1. Формализация цели

Пример 5. *В каком виде представить ответы на вопросы:*

- 1) Где находится центр окружности, проходящей через середины всех сторон треугольника ABC , если $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$?*
- 2) У каких треугольников хотя бы одна из сторон из центра вписанной окружности видна под углом 120° ?*
- 3) У каких окружностей имеется ровно 3 точки пересечения со сторонами равностороннего треугольника?*
- 4) Как расположены равносторонние треугольники площади a^2 , у которых одна вершина общая, и площадь пересечения не меньше b^2 ?*

II.1. Формализация цели

Пример 5. *В каком виде представить ответы на вопросы:*

- 1) Где находится центр окружности, проходящей через середины всех сторон треугольника ABC , если $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$?*
- 2) У каких треугольников хотя бы одна из сторон из центра вписанной окружности видна под углом 120° ?*

Ответ. 1) Надо указать положение центра окружности относительно вершин или сторон треугольника. Например, указать расстояния до всех сторон, указать радиус окружности и углы, которые образуют радиусы, проведенные к центрам сторон, с этими сторонами.

II.1. Формализация цели

Пример 5. *В каком виде представить ответы на вопросы:*

2) У каких треугольников хотя бы одна из сторон из центра вписанной окружности видна под углом 120° ?

3) У каких окружностей имеется ровно 3 точки пересечения со сторонами равностороннего треугольника?

Ответ. 2) Надо найти характеристическое свойство таких треугольников. Например, установить опустимые отношения между длинами сторон, величинами углов и др. Полный ответ подразумевает указание соответствующего критерия.

II.1. Формализация цели

Пример 5. *В каком виде представить ответы на вопросы:*

3) У каких окружностей имеется ровно 3 точки пересечения со сторонами равностороннего треугольника?

4) Как расположены равносторонние треугольники площади a^2 , у которых одна вершина общая, и площадь пересечения не меньше b^2 ?

Ответ. 3) Окружность определяется однозначно своим радиусом и положением центра. Поэтому необходимо сформулировать условия на радиус и положение центра, которое можно описать, например, указав расстояния до вершин треугольника, до его сторон и т.д. При этом длину радиуса, видимо, удобнее всего определить отношением к длине стороны треугольника (например, радиус равен удвоенной стороне треугольника).

II.1. Формализация цели

Пример 5. *В каком виде представить ответы на вопросы:*

4) Как расположены равносторонние треугольники площади a^2 , у которых одна вершина общая, и площадь пересечения не меньше b^2 ?

Ответ. 4) Ясно, что в этой задаче требуется указать *взаимное* расположение этих треугольников. Например, можно указать условия на угла между сторонами треугольников, ограничивающих пересечение этих треугольников.

II.2. Формализация условий

Пример 6. *Формализуйте понятие функции как однозначного отображения.*

II.2. Формализация условий

Пример 6. *Формализуйте понятие функции как однозначного отображения.*

Отображение p является функцией, т.е. однозначным отображением, тогда и только тогда, когда

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in D(p), \\ y \in D(p) \end{array} \right. \Rightarrow \left(x = y \Rightarrow p(x) = p(y) \right).$$

II.2. Формализация условий

Пример 7. *Представьте в виде формулы утверждение, что p — единственный элемент, обладающий свойством φ .*

II.2. Формализация условий

Пример 7. *Представьте в виде формулы утверждение, что p — единственный элемент, обладающий свойством φ .*

Свойством φ обладает только элемент p тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} \varphi(p), \\ \varphi(q) \end{cases} \Rightarrow p = q.$$

II.3. Формализация процесса решения

Под решением можно понимать как процесс поиска ответа, так и результат этого поиска.

Можно выделить несколько типов моделей решения и моделей поиска решения. Начнем с моделей поиска решения.

II.3.1. Алгоритмическая модель поиска решения

Для многих типов задач существует известный алгоритм решения. Например, для решения линейного уравнения алгоритм состоит в ряде действий, приводящих к выделению в левой части равенства неизвестной:

$$\boxed{ax + b = 0} \mapsto \boxed{ax = -b} \mapsto \boxed{x = -b/a}.$$

Для решения квадратного уравнения применяется специальная формула. В средней школе изучаются специальные формулы для решения простейших тригонометрических уравнений.

Типовой план решения алгоритмической задачи состоит из пунктов: 1) опознать тип задачи, для которой имеется стандартный способ (алгоритм) решения; 2) действовать в соответствии соответствующим стандартным способом (алгоритмом).

II.3.2. Стратегическая модель поиска решения

Здесь мы понимаем стратегию как механизм создания планов деятельности. Одно из представлений стратегии состоит в интерпретации стратегии как системы из следующих компонент: 1) система целей; 2) система приоритетов, правил выбора целей; 3) система планов и механизмов их разработки; 4) система доступных ресурсов; 5) система контроля.

Примером является [стратегия составления уравнений](#).

II.3.3. Эвристическая модель поиска решения

Адекватность этой модели высока в ситуации, когда решающий не может применить алгоритм решения (например, этот алгоритм ему неизвестен) или стратегию решения.

II.3.4. Модели оформления решения

Здесь речь идет о моделях оформления решения задачи. Можно выделить следующие модели:

Формально-логическая модель. В рамках этой модели целью изложения является четкое логическое изложение решения задачи, удобное для поиска возможных ошибок, демонстрации «логического мышления» и др. Как частные случаи этой модели можно рассматривать *развернутую логическую модель*, с подробным описанием и обоснованием всех шагов и *сокращенную, свернутую логическую модель* (с широким использованием умолчаний, со ссылками на уже решенные задачи).

II.3.4. Модели оформления решения

Здесь речь идет о моделях оформления решения задачи. Можно выделить следующие модели:

Формально-логическая модель.

Модель с демонстрацией поиска решения. В рамках этой модели демонстрируется процесс поиска решения. Разумеется, детализация может быть различной. Как крайний случай можно рассматривать решение, состоящее из двух частей: описание процесса поиска решения и демонстрация оформленного результата, т.е. формально-логической модели решения.

III. Интерпретация результатов анализа модели

Интерпретацию результатов анализа модели можно воспринимать как формализацию этих результатов в рамках стандартных моделей других предметных областей.

III. Интерпретация результатов анализа модели

Интерпретацию результатов анализа модели можно воспринимать как формализацию этих результатов в рамках стандартных моделей других предметных областей.

Пример 8. *В результате вычислений получилось, что углы треугольника равны 30° и 120° . Как интерпретировать этот результат геометрически?*

III. Интерпретация результатов анализа модели

Интерпретацию результатов анализа модели можно воспринимать как формализацию этих результатов в рамках стандартных моделей других предметных областей.

Пример 8. *В результате вычислений получилось, что углы треугольника равны 30° и 120° . Как интерпретировать этот результат геометрически?*

Решение. В принципе, указание значений величин уже является геометрической информацией.

III. Интерпретация результатов анализа модели

Интерпретацию результатов анализа модели можно воспринимать как формализацию этих результатов в рамках стандартных моделей других предметных областей.

Пример 8. *В результате вычислений получилось, что углы треугольника равны 30° и 120° . Как интерпретировать этот результат геометрически?*

Решение. В принципе, указание значений величин уже является геометрической информацией.

Но в данном случае очевидно, что третий угол равен

$$180^\circ - 30^\circ - 120^\circ = 30^\circ$$

Значит, в треугольнике два угла равны. Значит,

III. Интерпретация результатов анализа модели

Интерпретацию результатов анализа модели можно воспринимать как формализацию этих результатов в рамках стандартных моделей других предметных областей.

Пример 8. *В результате вычислений получилось, что углы треугольника равны 30° и 120° . Как интерпретировать этот результат геометрически?*

Решение. В принципе, указание значений величин уже является геометрической информацией.

Но в данном случае очевидно, что третий угол равен

$$180^\circ - 30^\circ - 120^\circ = 30^\circ \quad .$$

Значит, в треугольнике два угла равны. Значит, *исходный треугольник является равнобедренным и тупоугольным.*

Спасибо

за

внимание!



е-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: <http://melnikov.k66.ru>, <http://melnikov.web.ur.ru>

Вернуться к списку презентаций?