Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Элементы теории множеств

Раздел **электронного учебника** для сопровождения практического занятия

Изд. 4-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2012

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*
б) *Укажите, какие множества совпадают с A.*

Решение.

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$1\ ?\ A = \{1;\ a;\ \varphi\}$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$1\ ?\ A = \{\mathbf{1};\ a;\ \varphi\}$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем
$1 \in A = \{\mathbf{1};\ a;\ \varphi\}$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\}$,

$1\ ?\ B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}, \quad B = \{\varphi;\ 1;\ a\},$
$C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}, \quad D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}, \quad E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}.$
a) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем
$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\},$
$1\ ?\ B = \{\varphi;\ \mathbf{1};\ a\},$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}, \quad B = \{\varphi;\ 1;\ a\},$
$C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}, \quad D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}, \quad E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}.$

а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\},$

$1 \in B = \{\varphi;\ \mathbf{1};\ a\},$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\}$,

$1 \in B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$,

$1\ ?\ C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
a) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\}$,

$1 \in B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$,

$1\ ?\ C = \{\varphi;\ \mathbf{1};\ a;\ \mathbf{1};\ a;\ \varphi\}$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\}$,

$1 \in B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$,

$1 \in C = \{\varphi;\ \mathbf{1};\ a;\ \mathbf{1};\ a;\ \varphi\}$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

a) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\}$,

$1 \in B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$,

$1 \in C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$,

$1\ ?\ D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\}$,

$1 \in B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$,

$1 \in C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$,

$1\ ?\ D = \{\varphi;\ \mathbf{11};\ aa\}$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\}$,

$1 \in B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$,

$1 \in C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$,

$1\ ?\ D = \{\varphi;\ \underbrace{\mathbf{11}}_{\neq 1};\ aa\}$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}, \quad B = \{\varphi;\ 1;\ a\},$
$C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}, \quad D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}, \quad E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}.$
а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\},$
$1 \in B = \{\varphi;\ 1;\ a\},$
$1 \in C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\},$
$1 \notin D = \{\varphi;\ \underbrace{\mathbf{11}}_{\neq 1};\ aa\},$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\}$,

$1 \in B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$,

$1 \in C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$,

$1 \notin D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$,

$1 \ ?\ E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\}$,

$1 \in B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$,

$1 \in C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$,

$1 \notin D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$,

$1\ ?\ E = \{\varphi;\ \mathbf{1};\ a;\ \mathbf{11};\ aa\}$.

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\},$$
$$1 \in B = \{\varphi;\ 1;\ a\},$$
$$1 \in C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\},$$
$$1 \notin D = \{\varphi;\ 11;\ aa\},$$
$$1\ ?\ E = \{\varphi;\ \underbrace{\mathbf{1}}_{=1};\ a;\ \underbrace{\mathbf{11}}_{\neq 1};\ aa\}.$$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1;\ a;\ \varphi\},$$

$$1 \in B = \{\varphi;\ 1;\ a\},$$

$$1 \in C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\},$$

$$1 \notin D = \{\varphi;\ 11;\ aa\},$$

$$1 \in E = \{\varphi;\ \underbrace{\mathbf{1}}_{=1};\ a;\ 11;\ aa\}.$$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

б) *Укажите, какие множества совпадают с* A.

Решение.

$A = \{1;\ a;\ \varphi\}$?? $\{\varphi;\ 1;\ a\} = B$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

б) *Укажите, какие множества совпадают с* A.

Решение.

$A = \{\mathbf{1};\ a;\ \varphi\}\ ??\ \{\varphi;\ 1;\ a\} = B$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}, \quad B = \{\varphi;\ 1;\ a\},$
$C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}, \quad D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}, \quad E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}.$

б) *Укажите, какие множества совпадают с A.*

Решение.

$$A = \{\mathbf{1};\ a;\ \varphi\} \ ??\ \{\varphi;\ \mathbf{1};\ a\} = B$$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}, \quad B = \{\varphi;\ 1;\ a\},$
$C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}, \quad D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}, \quad E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}.$
б) *Укажите, какие множества совпадают с A.*

Решение.

$A = \{\mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\}\ ??\ \{\varphi;\ \mathbf{1};\ a\} = B$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

б) *Укажите, какие множества совпадают с* A.

Решение.

$A = \{\mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\}\ ??\ \{\varphi;\ \mathbf{1};\ \mathbf{a}\} = B$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}, \quad B = \{\varphi;\ 1;\ a\},$ $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}, \quad D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}, \quad E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}.$

б) *Укажите, какие множества совпадают с* A.

Решение.

$A = \{\mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\} \ ??\ \{\varphi;\ \mathbf{1};\ \mathbf{a}\} = B$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

б) *Укажите, какие множества совпадают с A.*

Решение.

$A = \{\mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\}\ ??\ \{\varphi;\ \mathbf{1};\ \mathbf{a}\} = B$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
б) *Укажите, какие множества совпадают с A.*

Решение.

$$A = \{\mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\} = \{\varphi;\ \mathbf{1};\ \mathbf{a}\} = B$$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}, \quad B = \{\varphi;\ 1;\ a\},$
$C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}, \quad D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}, \quad E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}.$
б) *Укажите, какие множества совпадают с* A.

Решение.

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B,$

$A = \{1;\ a;\ \varphi\}$?? $\{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\} = C,$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

б) *Укажите, какие множества совпадают с A.*

Решение.

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B$,

$A = \{\mathbf{1};\ a;\ \varphi\}\ ??\ \{\varphi;\ \mathbf{1};\ a;\ \mathbf{1};\ a;\ \varphi\} = C$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

б) *Укажите, какие множества совпадают с A.*

Решение.

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B$,

$A = \{\mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\}\ ??\ \{\varphi;\ \mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\} = C$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
б) *Укажите, какие множества совпадают с A.*

Решение.

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B$,

$A = \{\mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\}\ ??\ \{\varphi;\ \mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\} = C$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
б) *Укажите, какие множества совпадают с* A.

Решение.

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B$,

$A = \{\mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\} = \{\varphi;\ \mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\} = C$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
б) *Укажите, какие множества совпадают с* A.

Решение.

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B$,
$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\} = C$,
$A = \{1;\ a;\ \varphi\}\ ??\ \{\varphi;\ 11;\ aa\} = D$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

б) *Укажите, какие множества совпадают с* A.

Решение.

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B,$

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\} = C,$

$A = \{1;\ a;\ \varphi\}\ ??\ \{\varphi;\ 11;\ aa\} = D,$

$$\begin{cases} 1 \in A, \\ 1 \notin D \end{cases} \quad \Rightarrow$$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

б) *Укажите, какие множества совпадают с* A.

Решение.

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B$,

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\} = C$,

$A = \{1;\ a;\ \varphi\}\ ??\ \{\varphi;\ 11;\ aa\} = D$,

$$\begin{cases} 1 \in A, \\ 1 \notin D \end{cases} \Rightarrow\ A \not\subseteq D.$$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

б) *Укажите, какие множества совпадают с A.*

Решение.

$$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B,$$

$$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\} = C,$$

$$A = \{1;\ a;\ \varphi\} \neq \{\varphi;\ 11;\ aa\} = D,$$

$$\begin{cases} 1 \in A, \\ 1 \notin D \end{cases} \Rightarrow\ A \not\subseteq D.$$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}, \quad B = \{\varphi;\ 1;\ a\},$
$C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}, \quad D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}, \quad E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}.$
б) *Укажите, какие множества совпадают с* A.

Решение.

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B,$
$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\} = C,$
$A = \{1;\ a;\ \varphi\} \neq \{\varphi;\ 11;\ aa\} = D,$
$\begin{cases} 1 \in A, \\ 1 \notin D \end{cases} \Rightarrow \ A \not\subseteq D.$ Кроме того, $\begin{cases} 11 \notin A, \\ 11 \in D \end{cases} \Rightarrow \ D \not\subseteq A.$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
б) *Укажите, какие множества совпадают с* A*.*

Решение.
$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B$,
$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\} = C$,
$A = \{1;\ a;\ \varphi\} \neq \{\varphi;\ 11;\ aa\} = D$,
$\begin{cases} 1 \in A, \\ 1 \notin D \end{cases} \Rightarrow\ A \not\subseteq D.$ Кроме того, $\begin{cases} 11 \notin A, \\ 11 \in D \end{cases} \Rightarrow\ D \not\subseteq A.$
В частности, множества A и D **не инцидентны**.

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
б) *Укажите, какие множества совпадают с A.*

Решение.

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B$,
$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\} = C$,
$A = \{1;\ a;\ \varphi\} \neq \{\varphi;\ 11;\ aa\} = D$,
$A = \{1;\ a;\ \varphi\}\ ??\ \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\} = E$,

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

б) *Укажите, какие множества совпадают с A.*

Решение.

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B$,

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\} = C$,

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} \neq \{\varphi;\ 11;\ aa\} = D$,

$A = \{\mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\}\ ??\ \{\varphi;\ \mathbf{1};\ \mathbf{a};\ 11;\ aa\} = E$,

Пример 1. *Пусть* $A=\{1;\ a;\ \varphi\}$, $B=\{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C=\{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D=\{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E=\{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
б) *Укажите, какие множества совпадают с* A.

Решение.

$$A=\{1;\ a;\ \varphi\}=\{\varphi;\ 1;\ a\}=B,$$
$$A=\{1;\ a;\ \varphi\}=\{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}=C,$$
$$A=\{1;\ a;\ \varphi\}\neq\{\varphi;\ 11;\ aa\}=D,$$
$$A=\{\mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\}\subseteq\{\varphi;\ \mathbf{1};\ \mathbf{a};\ 11;\ aa\}=E,$$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.
б) *Укажите, какие множества совпадают с A.*

Решение.

$$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B,$$
$$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\} = C,$$
$$A = \{1;\ a;\ \varphi\} \neq \{\varphi;\ 11;\ aa\} = D,$$
$$A = \{\mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\} \subseteq \{\varphi;\ \mathbf{1};\ \mathbf{a};\ 11;\ aa\} = E,$$
но $\begin{cases} 11 \notin A, \\ 11 \in E \end{cases} \Rightarrow\ E \not\subseteq A.$

Пример 1. *Пусть* $A = \{1;\ a;\ \varphi\}$, $B = \{\varphi;\ 1;\ a\}$, $C = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\}$, $D = \{\varphi;\ 11;\ aa\}$, $E = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\}$.

б) *Укажите, какие множества совпадают с* A*.*

Решение.

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a\} = B$,

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} = \{\varphi;\ 1;\ a;\ 1;\ a;\ \varphi\} = C$,

$A = \{1;\ a;\ \varphi\} \neq \{\varphi;\ 11;\ aa\} = D$,

$A = \{\mathbf{1};\ \mathbf{a};\ \varphi\} \subseteq \{\varphi;\ \mathbf{1};\ \mathbf{a};\ 11;\ aa\} = E$,

но $\left\{\begin{array}{l} 11 \notin A, \\ 11 \in E \end{array}\right. \Rightarrow\ E \not\subseteq A.$

Значит $A = \{1;\ a;\ \varphi\} \neq \{\varphi;\ 1;\ a;\ 11;\ aa\} = E$.

Вернуться к лекции?

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*
б) *множество $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ всех таких многочленов с действительными коэффициентами, т.е. выражений вида $a_0 + a_1x + \ldots + a_nx^n$, где коэффициенты a_i — действительные числа;*
в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1), 5 и 2;*
г) *множество M всех прямоугольных треугольников.*

Решение.

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ \quad \middle| \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ \quad \middle| \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Обозначим буквой произвольный элемент из K.

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ \quad \middle| \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K.

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
a) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \,\middle|\, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K.

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \;\middle|\; \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K.
Утверждение, что n является нечетным числом **переведем на «язык равенств и неравенств»**:

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \,\middle|\, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K.
Утверждение, что n является нечетным числом **переведем на «язык равенств и неравенств»**:
$n = 2k + 1$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \;\middle|\; \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K.
Утверждение, что n является нечетным числом **переведем на «язык равенств и неравенств»**:
$n = 2k + 1$, где $k \in \mathbb{Z}$.
Учитывая, что $2k + 1 \geq 1$, получаем $k \geq 0$.

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \;\middle|\; \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K.
Утверждение, что n является нечетным числом **переведем на «язык равенств и неравенств»**:
$n = 2k + 1$, где $k \in \mathbb{Z}$.
Учитывая, что $2k + 1 \geq 1$, получаем $k \geq 0$.
Для того, чтобы ограничиться случаем $k \in \mathbb{N}$ представим n в виде $n = 2k - 1$.

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \;\middle|\; \exists k \quad \begin{cases} k \in \mathbb{N}, \\ n = 2k - 1 \end{cases} \right\} =$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K.
Утверждение, что n является нечетным числом **переведем на «язык равенств и неравенств»**:
$n = 2k + 1$, где $k \in \mathbb{Z}$.
Учитывая, что $2k + 1 \geq 1$, получаем $k \geq 0$.
Для того, чтобы ограничиться случаем $k \in \mathbb{N}$ представим n в виде $n = 2k - 1$.

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \,\middle|\, \exists k \quad \begin{cases} k \in \mathbb{N}, \\ n = 2k-1 \end{cases} \right\} = \left\{ \qquad \middle| \qquad \right\}.$$

Но зачем вводить обозначение n, можно сразу вместо него писать $(2k-1)$.

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \,\middle|\, \exists k \quad \begin{cases} k \in \mathbb{N}, \\ n = 2k - 1 \end{cases} \right\} = \left\{ 2k - 1 \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \right\}.$$

Но зачем вводить обозначение n, можно сразу вместо него писать $(2k - 1)$.

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
б) *множество $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ всех таких многочленов с действительными коэффициентами, т.е. выражений вида $a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n$, где коэффициенты a_i — действительные числа;*

Решение.

$$\mathcal{P}(\mathbb{R}) = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \middle| \qquad\qquad \right\}.$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
б) *множество* $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ *всех таких многочленов с действительными коэффициентами, т.е. выражений вида* $a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n$*, где коэффициенты* a_i *— действительные числа;*

Решение.

$$\mathcal{P}(\mathbb{R}) = \left\{ a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n \middle| \qquad\qquad \right\}.$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*

б) *множество* $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ *всех таких многочленов с действительными коэффициентами, т.е. выражений вида* $a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n$, *где коэффициенты* a_i *— действительные числа;*

Решение.

$$\mathcal{P}(\mathbb{R}) = \left\{ a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n \,\middle|\, \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ a_i \in \mathbb{R} \end{cases} \right\}.$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*

в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1), 5 и 2;*

Решение.

$$L = \left\{ \quad \middle| \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1), 5 и 2;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \,\middle|\, \vphantom{\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}} \right\} =$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1), 5 и 2;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \,\middle|\, \begin{cases} p(x) \in \mathcal{P}\left(\mathbb{R}\right), \\ \qquad\qquad\qquad = p(-1) = 0 \end{cases} \right\} =$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1), 5 и 2;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \,\middle|\, \begin{cases} p(x) \in \mathcal{P}\left(\mathbb{R}\right), \\ \qquad = p(5) = p(-1) = 0 \end{cases} \right\} =$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1), 5 и 2;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathcal{P}\left(\mathbb{R}\right), \\ p(2) = p(5) = p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1), 5 и 2;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \,\middle|\, \begin{cases} p(x) \in \mathcal{P}\left(\mathbb{R}\right), \\ p(2) = p(5) = p(-1) = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n \,\middle|\, \phantom{\begin{cases} \\ \\ \\ \\ \\ \end{cases}} \right\}.$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1), 5 и 2;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \,\middle|\, \begin{cases} p(x) \in \mathcal{P}\left(\mathbb{R}\right), \\ p(2) = p(5) = p(-1) = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n \,\middle|\, \begin{cases} a_i \in \mathbb{R}, \\ \\ \\ \end{cases} \right\}.$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1), 5 и 2;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \,\middle|\, \begin{cases} p(x) \in \mathcal{P}\left(\mathbb{R}\right), \\ p(2) = p(5) = p(-1) = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n \,\middle|\, \begin{cases} a_i \in \mathbb{R}, \\ a_0 + a_1 2 + a_2 2^2 + \ldots + a_n 2^n = 0, \\ \\ \\ \end{cases} \right\}.$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1), 5 и 2;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \,\middle|\, \begin{cases} p(x) \in \mathcal{P}\left(\mathbb{R}\right), \\ p(2) = p(5) = p(-1) = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n \,\middle|\, \begin{cases} a_i \in \mathbb{R}, \\ a_0 + a_1 2 + a_2 2^2 + \ldots + a_n 2^n = 0, \\ a_0 + a_1 5 + a_2 5^2 + \ldots + a_n 5^n = 0, \\ \end{cases} \right\}.$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1), 5 и 2;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \;\middle|\; \begin{cases} p(x) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}), \\ p(2) = p(5) = p(-1) = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n \;\middle|\; \begin{cases} a_i \in \mathbb{R}, \\ a_0 + a_1 2 + a_2 2^2 + \ldots + a_n 2^n = 0, \\ a_0 + a_1 5 + a_2 5^2 + \ldots + a_n 5^n = 0, \\ a_0 + a_1(-1) + \ldots + a_n(-1)^n = 0 \end{cases} \right\}.$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
г) *множество M всех прямоугольных треугольников.*

Решение.

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
г) *множество M всех прямоугольных треугольников.*

Решение. Треугольник с точностью до равенства определяется тремя параметрами, например, а) длинами трех сторон; б) длинами двух сторон у величиной угла между ними; в) длиной стороны и величины прилежащих к ней углов.

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
г) *множество M всех прямоугольных треугольников.*

Решение.
Обозначим через $T(a, b, c)$ треугольник с длинами сторон a, b, c;
через $T'(a, b, \gamma)$ — треугольник с длинами сторон a, b и величиной γ угла между ними;
через $T''(\alpha, \beta, c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α и β прилежащих с этой стороне углов.

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
г) *множество M всех прямоугольных треугольников.*

Решение.

Обозначим через $T(a, b, c)$ треугольник с длинами сторон a, b, c;
через $T'(a, b, \gamma)$ — треугольник с длинами сторон a, b и величиной γ угла между ними;
через $T''(\alpha, \beta, c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α и β прилежащих с этой стороне углов.

$$M = \left\{ T(a, b, c) \,\middle|\, \qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
г) *множество M всех прямоугольных треугольников.*

Решение.
Обозначим через $T(a, b, c)$ треугольник с длинами сторон a, b, c;
через $T'(a, b, \gamma)$ — треугольник с длинами сторон a, b и величиной γ угла между ними;
через $T''(\alpha, \beta, c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α и β прилежащих с этой стороне углов.

$$M = \left\{ T(a, b, c) \,\middle|\, a^2 + b^2 = c^2 \right\} =$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
г) *множество M всех прямоугольных треугольников.*

Решение.

Обозначим через $T(a,b,c)$ треугольник с длинами сторон a,b,c;
через $T'(a,b,\gamma)$ — треугольник с длинами сторон a,b и величиной γ угла между ними;
через $T''(\alpha,\beta,c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α и β прилежащих с этой стороне углов.

$$M=\left\{T(a,b,c)\,\middle|\,a^2+b^2=c^2\right\}=\left\{T'(a,b,\gamma)\,\middle|\qquad\qquad\right\}=$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
г) *множество M всех прямоугольных треугольников.*

Решение.
Обозначим через $T(a, b, c)$ треугольник с длинами сторон a, b, c;
через $T'(a, b, \gamma)$ — треугольник с длинами сторон a, b и величиной γ угла между ними;
через $T''(\alpha, \beta, c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α и β прилежащих с этой стороне углов.

$$M = \left\{ T(a, b, c) \,\middle|\, a^2 + b^2 = c^2 \right\} = \left\{ T'(a, b, \gamma) \,\middle|\, \gamma = \frac{\pi}{2} \right\} =$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
г) *множество M всех прямоугольных треугольников.*

Решение.
Обозначим через $T(a,b,c)$ треугольник с длинами сторон a,b,c;
через $T'(a,b,\gamma)$ — треугольник с длинами сторон a,b и величиной γ угла между ними;
через $T''(\alpha,\beta,c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α и β прилежащих с этой стороне углов.

$$M=\left\{T(a,b,c)\,\middle|\,a^2+b^2=c^2\right\}=\left\{T'(a,b,\gamma)\,\middle|\,\gamma=\frac{\pi}{2}\right\}=$$

$$=\left\{T''(\alpha,\beta,c)\,\middle|\,\qquad\qquad\right\}.$$

Пример 2. *Задайте характеристическим свойством:*
г) *множество M всех прямоугольных треугольников.*

Решение.

Обозначим через $T(a,b,c)$ треугольник с длинами сторон a,b,c;
через $T'(a,b,\gamma)$ — треугольник с длинами сторон a,b и величиной γ угла между ними;
через $T''(\alpha,\beta,c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α и β прилежащих с этой стороне углов.

$$M = \left\{T(a,b,c)\,\middle|\,a^2+b^2=c^2\right\} = \left\{T'(a,b,\gamma)\,\middle|\,\gamma=\frac{\pi}{2}\right\} =$$

$$= \left\{T''(\alpha,\beta,c)\,\middle|\,\alpha=\frac{\pi}{2}\right\}.$$

Вернуться к лекции?

Пример 3. *Является ли множество* $\{\emptyset\}$ ***пустым***?

Решение.

Пример 3. *Является ли множество* $\{\emptyset\}$ ***пустым****?*

Решение. Разумеется,

Пример 3. *Является ли множество* $\{\emptyset\}$ ***пустым****?*

Решение. Разумеется, нет, так как во множестве $\{\emptyset\}$ имеется один элемент — $\emptyset$.

Вернуться к лекции?

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.114.) Какие характеристики и особенности есть у множеств?

Задача I.2. (Ответ приведен на стр.116.) Чем одноэлементное множество отличается от своего элемента?

Задача I.3. (Ответ приведен на стр.118.) Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Задача I.4. (Ответ приведен на стр.134.) Множество A состоит из двух шариковых ручек. Из первой ручки достанем стержень. Является ли он элементом множества ?

Задача I.5. (Ответ приведен на стр.136.) Найти множество всех подмножеств множества $\{a, b\}$.

Задача I.6. (Ответ приведен на стр.138.) Пусть A=$\{\{1,2\},\{3,4\}\}$. Содержатся ли числа 1 и 2 в этом множестве?

Задача I.7. (Ответ приведен на стр.140.) Содержится ли $\{y, t\}$ в $\{x, y, z, t\}$?

Задача I.8. (Ответ приведен на стр.142.) Какое множество больше: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ или $B = \{5\}$?

Задача I.9. (Ответ приведен на стр.144.) Является ли пустое множество элементом множеств $A = \{1, 2\}$ и $B = \{\emptyset\}$? Подмножеством? Является ли $\{1\}$ элементом множества $C = \{1, \{1\}\}$? Подмножеством?

Задача II.10. (Ответ приведен на стр.146.) Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество {б,в}. Какие еще?

Задача II.11. (Ответ приведен на стр.148.) Пусть $A = \{\{1,2\},\{2,3\}\}$, $B = \{1,2,3\}$, $C = \{1,3\}$, $D = \{1,2\}$. Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; b) $C \subseteq B$; c) $C \subseteq A$; d) $C \in A$; e) $D \subseteq A$; f) $D \in A$.

Задача II.12. (Ответ приведен на стр.150.) Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:

1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;

2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;

3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;

4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;

5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Задача II.13. (Ответ приведен на стр.168.) Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Задача II.14. (Ответ приведен на стр.174.) Задайте **характеристическим свойством** множество D всех двухэлементных подмножеств множества M.

Задача II.15. (Ответ приведен на стр.179.) Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Задача II.16. (Ответ приведен на стр.210.) Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Задача II.17. (Ответ приведен на стр.224.) Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Задача II.18. (Ответ приведен на стр.239.) Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Задача II.19. (Ответ приведен на стр.255.) Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$B = \left\{x^2 \,\middle|\, x \in A\right\}; \qquad C = \left\{x + y \,\middle|\, x \in A \;\; y \in A\right\};$$

$$D = \left\{\{a\} \,\middle|\, a \in A\right\}; \qquad E = \left\{a \,\middle|\, a \in A \;\; a + 2 \in A\right\};$$

$$F = \left\{a \,\middle|\, a + 3 \in A\right\}; \quad G = \left\{t \,\middle|\, t \in A \;\; t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0\right\};$$

$$K = \left\{a \,\middle|\, 2 \cdot a \in A\right\}; \quad L = \left\{\{a, b\} \,\middle|\, a \in A \;\; b \in A, \;\; a + b \in A\right\};$$

$$M = \left\{\left\{x \,\middle|\, x \in A \;\; x + y \in A\right\} \,\middle|\, y \in A\right\}.$$

Задача II.20. (Ответ приведен на стр.265.) Пусть $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ x \,\middle|\, x \in P \quad x \notin Q \right\}; \quad B = \left\{ x \,\middle|\, x \in Q \quad x \notin P \right\};$$

$$C = \left\{ x \,\middle|\, x \in Q \quad x \in P \right\}; \quad D = \left\{ \{x, 2x, x+1\} \,\middle|\, x \in P \quad 2x \in Q \right\}.$$

Задача II.21. (Ответ приведен на стр.270.) Пусть $T = \left\{2x, x+1, x-1, x^2-1\right\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ f(x) \middle| f(x) \in T \;\; f(1) = 0 \right\};$$

$$B = \left\{ \{f(x), g(x)\} \middle| f(x) \in T \;\; g(x) \in T \;\; f(1) = g(1) \right\};$$

$$C = \left\{ p(x) + q(x) \middle| p(x) \in T \;\; q(x) \in T, \;\; p(0) < q(0) \right\},$$

$$D = \left\{ \left\{ f(x) \middle| f(x) \in T \;\; f(1) < g(1) \right\} \middle| g(x) \in T \right\}.$$

Задача III.22. (Ответ приведен на стр.275.) Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Задача III.23. (Ответ приведен на стр.297.) Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Задача III.24. (Ответ приведен на стр.310.) Верно ли, что пересечение множеств всегда содержится в их объединении? Докажите.

Задача III.25. (Ответ приведен на стр.313.) Пусть A — множество всех натуральных делителей числа 6 (то есть тех натуральных чисел, на которые число 6 делится нацело), $B = \{2, 3, 4\}$. Найдите множества $A \cap B$, $A \cup B$.

Задача III.26. (Ответ приведен на стр.315.) Дан треугольник ABC. Найдите пересечение стороны AB со стороной BC.

Задача III.27. (Ответ приведен на стр.317.) Найдите пересечение множества решений уравнения $x^2 - 1 = 0$ со множеством решений уравнения $2x^2 - 3x = 5$. а) Совпадает ли это множество со множеством решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ 2x^2 - 3x = 5 \end{cases}$? б) Совпадает ли это пересечение со множеством решений совокупности уравнений $\left[\begin{array}{l} x^2 - 1 = 0 \\ 2x^2 - 3x = 5 \end{array}\right.$? в) Найдите множества решений этой системы и этой совокупности уравнений. г) Как связаны эти множества со множествами решений входящих в них уравнений?

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Какие характеристики и особенности есть у множеств?

Задача 1. Какие характеристики и особенности есть у множеств?

Ответ. Количество элементов, может быть, еще общие свойства элементов, уровень различий между ними, «полнота» множества относительно какого-либо свойства — все ли элементы с этим свойством входят в исследуемое множество (скажем, если A состоит из черных котов, то уместен вопрос — из всех черных котов или из черных котов, отобранных по какому-то признаку: которых смогли поймать, которые хорошо ловят мышей и т.п.)? Кроме того, для множеств определены специальные операции, некоторые из них мы рассмотрим позже. Определены также специфичные для множеств отношения: «включается» (как подмножество) и «принадлежит» (как элемент).

Решение задачи 2.

Задача 2. Чем одноэлементное множество отличается от своего элемента?

Задача 2. Чем одноэлементное множество отличается от своего элемента?

Ответ. Набором характеристик и особенностей. Рассмотрим сначала «нормальное», не одноэлементное множество. Пусть множество A состоит из красного мячика, зеленого крокодила и белой простыни. Вопрос о цвете элемента — осмысленный. А о цвете всего множества — нет (разве что сказать, что оно разноцветное). Сколько элементов содержит мячик — вопрос бессмысленный. А для множества A вопрос о количестве элементов — нормальный вопрос, ответ на него — 3. То же самое можно сказать и об одноэлементном множестве. Оно не имеет, допустим, вкуса или запаха — это может быть характеристикой его элемента, но не множества. Пусть множество A состоит из одного кота. Мы можем рассмотреть пересечение этого множества с любым другим, но самого кота пересечь ни с чем не удастся.

Решение задачи 3.

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со **стратегией составления уравнений**, сначала надо

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со **стратегией составления уравнений**, сначала надо внимательно прочитать, что надо найти.

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со **стратегией составления уравнений**, сначала надо внимательно прочитать, что надо найти. Итак, нам надо *найти множество.*

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со **стратегией составления уравнений**, сначала надо внимательно прочитать, что надо найти. Итак, нам надо *найти множество*. Обозначим множество, которое мы ищем, через B.

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со **стратегией составления уравнений**, сначала надо внимательно прочитать, что надо найти. Итак, нам надо *найти множество*. Обозначим множество, которое мы ищем, через B. Мы выделили два «стандартных» **способа задания множества**:

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со **стратегией составления уравнений**, сначала надо внимательно прочитать, что надо найти. Итак, нам надо *найти множество*. Обозначим множество, которое мы ищем, через B. Мы выделили два «стандартных» **способа задания множества**: во-первых, задание **списком элементов** и, во-вторых, задание характеристическим свойством.

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со **стратегией составления уравнений**, сначала надо внимательно прочитать, что надо найти. Итак, нам надо *найти множество*. Обозначим множество, которое мы ищем, через B. Мы выделили два «стандартных» **способа задания множества**: во-первых, задание **списком элементов** и, во-вторых, задание характеристическим свойством. Отметим, что первый способ считается более предпочтительным. Например, множество решений уравнения $x^2 - x = 0$ легко задать с помощью характеристического свойства: $\left\{x \,\middle|\, x^2 - x = 0\right\}$. Но задание *решить* это уравнение можно интерпретировать как требование задать это множество *списком элементов*: $\left\{x \,\middle|\, x^2 - x = 0\right\} = \{0, 1\}$.

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B.
Что представляют собой элементы множества B?

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B.

Что представляют собой элементы множества B? Множество B — это *множество подмножеств.*

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B.

Что представляют собой элементы множества B? Множество B — это *множество подмножеств.* Значит, элементами множества B будут *подмножества* множества A.

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B.
Что представляют собой элементы множества B? Множество B — это *множество подмножеств.* Значит, элементами множества B будут *подмножества* множества A. Это такие множества, все элементы которых содержатся в A.

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B.
Что представляют собой элементы множества B? Множество B — это *множество подмножеств.* Значит, элементами множества B будут *подмножества* множества A. Это такие множества, все элементы которых содержатся в A. Кроме того, по условию, каждый элемент множества B — это *двухэлементное множество*, то есть содержит ровно 2 элемента. Поэтому $B =$

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B.
Что представляют собой элементы множества B? Множество B — это *множество подмножеств.* Значит, элементами множества B будут *подмножества* множества A. Это такие множества, все элементы которых содержатся в A. Кроме того, по условию, каждый элемент множества B — это *двухэлементное множество*, то есть содержит ровно 2 элемента. Поэтому $B = \{\{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}\}$.

Задача 3. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B.
Что представляют собой элементы множества B? Множество B — это *множество подмножеств*. Значит, элементами множества B будут *подмножества* множества A. Это такие множества, все элементы которых содержатся в A. Кроме того, по условию, каждый элемент множества B — это двухэлементное множество, то есть содержит ровно 2 элемента. Поэтому $B = \{\{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}\}$.
Заметим, что, например, множество $\{x, x\}$ не содержится в искомом множестве B, поскольку $\{x, x\} = \{x\}$ — одноэлементное множество. Кроме того, $\{x, y\} = \{y, x\} = \{x, y, x\}$ и т.п.

Решение задачи 4.

Задача 4. Множество A состоит из двух шариковых ручек. Из первой ручки достанем стержень. Является ли он элементом множества ?

Задача 4. Множество A состоит из двух шариковых ручек. Из первой ручки достанем стержень. Является ли он элементом множества ?

Ответ. Нет. Множество состоит из двух конкретных ручек, стержень не является ни одной из этих ручек.

Решение задачи 5.

Задача 5. Найти множество всех подмножеств множества $\{a, b\}$.

Задача 5. Найти множество всех подмножеств множества $\{a, b\}$.

Ответ. Итак, нам необходимо найти множество. Как мы уже отмечали, всякое множество полностью определяется своими элементами. Значит, нам надо как-то задать (т.е. найти) эти элементы. Нам надо найти множество подмножеств, значит, искомое множество P состоит из подмножеств. Исходное множество содержит мало элементов, и решение задачи не представляет труда (после того, как мы разобрались в том, о чем нас спрашивают). Перечислим все подмножества исходного множества, например, в порядке возрастания количества элементов: $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ — четыре элемента (напомним, что $\emptyset$ — пустое множество, то есть множество, не содержащее ни одного элемента).

Решение задачи 6.

Задача 6. Пусть A$=\{\{1,2\},\{3,4\}\}$. Содержатся ли числа 1 и 2 в этом множестве?

Задача 6. Пусть A=$\{\{1,2\},\{3,4\}\}$. Содержатся ли числа 1 и 2 в этом множестве?

Ответ. Множество A состоит из двух элементов — первый равен $\{1,2\}$, второй — $\{3,4\}$. Ни один из этих элементов не совпадает с 1 или 2. Поэтому 1 и 2 не содержатся в A в качестве элементов.

Решение задачи 7.

Задача 7. Содержится ли $\{y, t\}$ в $\{x, y, z, t\}$?

Задача 7. Содержится ли $\{y, t\}$ в $\{x, y, z, t\}$?

Ответ. Нет, не содержится — $\{y, t\}$ не совпадает ни с одним из элементов множества $\{x, y, z, t\}$. На самом деле $\{y, t\}$ — это подмножество множества $\{x, y, z, t\}$, то есть $\{y, t\}$ *включается* в $\{x, y, z, t\}$: $\{y, t\} \subseteq \{x, y, z, t\}$.

Решение задачи 8.

Задача 8. Какое множество больше: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ или $B = \{5\}$?

Задача 8. Какое множество больше: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ или $B = \{5\}$?

Ответ. Пока мы не определили, что значит «множество X больше множества Y», вопрос бессмысленный. Но понятие «больше» для множеств не определено. Поэтому ответ отсутствует (как говорят, вопрос — некорректный). В самом деле, в A больше элементов, в этом смысле оно больше. Более того, B содержится в A как подмножество, поэтому оно «явно больше». Но единственный элемент 5 из B — это самый большой элемент из A. Итак, в множестве B нет «маленьких» элементов, и в этом смысле B больше, чем A.

Решение задачи 9.

Задача 9. Является ли пустое множество элементом множеств $A = \{1, 2\}$ и $B = \{\emptyset\}$? Подмножеством? Является ли $\{1\}$ элементом множества $C = \{1, \{1\}\}$? Подмножеством?

Задача 9. Является ли пустое множество элементом множеств $A = \{1, 2\}$ и $B = \{\emptyset\}$? Подмножеством? Является ли $\{1\}$ элементом множества $C = \{1, \{1\}\}$? Подмножеством?

Ответ. В списке элементов множества A нет пустого множества, поэтому $\emptyset$ не является *элементом* множества A. Но $\emptyset$ является *подмножеством* множеств A и B, так как пустое множество — подмножество *любого* множества. В списке элементов множества B пустое множество присутствует, поэтому $\emptyset \in B$ и $\emptyset \subseteq B$.
Для множества C ответ таков: $\{1\} \in C$, так как $\{1\}$ входит в список элементов множества C: $C = \{1, \boxed{\{1\}}\}$. Кроме того, $\{1\} \subseteq C$, так как все элементы множества $\{1\}$ (это число 1) являются элементами множества $C = \{\boxed{1}, \{1\}\}$.

Решение задачи 10.

Задача 10. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество {б,в}. Какие еще?

Задача 10. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество {б,в}. Какие еще?

Ответ. $\emptyset$, $\{а\}$, $\{б\}$, $\{в\}$, $\{а, б\}$, $\{а, в\}$, $\{б, в\}$, $\{а, б, в\}$.

Решение задачи 11.

Задача 11. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$. Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; b) $C \subseteq B$; c) $C \subseteq A$; d) $C \in A$; e) $D \subseteq A$; f) $D \in A$.

Задача 11. Пусть $A = \{\{1,2\},\{2,3\}\}$, $B = \{1,2,3\}$, $C = \{1,3\}$, $D = \{1,2\}$. Какие из следующих утверждений верны? Докажите.
a) $B \subseteq A$; b) $C \subseteq B$; c) $C \subseteq A$; d) $C \in A$; e) $D \subseteq A$; f) $D \in A$.

Ответ. a) $B \not\subseteq A$; b) $C \subseteq B$; c) $C \not\subseteq A$; d) $C \notin A$; e) $D \not\subseteq A$; f) $D \in A$.

Решение задачи 12.

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\} =$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\} =$

$$= \left\{ n \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} n = 2k, \\ k \in \mathbb{N} \end{array} \right. \right\} =$$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\} =$
$$= \left\{ n \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} n = 2k, \\ k \in \mathbb{N} \end{array} \right. \right\} = \left\{ 2k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \right\} =$$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\} =$

$$= \left\{ n \,\middle|\, \begin{cases} n = 2k, \\ k \in \mathbb{N} \end{cases} \right\} = \left\{ 2k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \right\} =$$

$$= \left\{ n \,\middle|\, n \in \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\} \right\};$$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\} =$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\} =$

$$= \left\{1 + x + \ldots + x^n \,\middle|\, n \in \mathbb{N}\right\} =$$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\} =$

$$= \left\{1 + x + \ldots + x^n \,\middle|\, n \in \mathbb{N}\right\} = \left\{1 + \sum_{k=1}^{n} x^k \,\middle|\, n \in \mathbb{N}\right\} =$$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1+x,\ 1+x+x^2,\ 1+x+x^2+x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1-x;\ 1-x^2;\ 1-x^3;\ 1-x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 2) $B = \left\{1+x,\ 1+x+x^2,\ 1+x+x^2+x^3,\ \ldots\right\} =$

$$= \left\{1+x+\ldots+x^n \,\middle|\, n \in \mathbb{N}\right\} = \left\{1+\sum_{k=1}^{n} x^k \,\middle|\, n \in \mathbb{N}\right\} =$$

$$= \left\{f(x) \,\middle|\, f(x) \in \left\{1+x,\ 1+x+x^2,\ 1+x+x^2+x^3,\ \ldots\right\}\right\};$$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\} =$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\} =$
$= \left\{(n;\ n+1)\,\middle|\, n \in \mathbb{N}\right\} =$

Задача 12. Задайте с помощью характеристического свойства следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\} =$
$= \left\{(n;\ n+1) \,\middle|\, n \in \mathbb{N}\right\} =$
$= \left\{x \,\middle|\, x \in \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}\right\}$;

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\} =$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\} =$
$= \left\{1 - x^n \,\middle|\, n \in \mathbb{N}\right\} =$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\} =$
$= \left\{1 - x^n \,\middle|\, n \in \mathbb{N}\right\} =$
$= \left\{p(x) \,\middle|\, p(x) \in \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}\right\};$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\} =$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\} =$

$$= \left\{ k \,\middle|\, \exists m \left\{ \begin{array}{l} \{k,\ m\} \subseteq \mathbb{N}, \\ 30 = k \cdot m \end{array} \right. \right\} =$$

Задача 12. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: 1) $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ \ldots\}$;
2) $B = \left\{1 + x,\ 1 + x + x^2,\ 1 + x + x^2 + x^3,\ \ldots\right\}$;
3) $C = \{(1;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ \ldots\}$;
4) $D = \left\{1 - x;\ 1 - x^2;\ 1 - x^3;\ 1 - x^4;\ \ldots\right\}$;
5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\}$.

Ответ. 5) $E = \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\} =$

$$= \left\{ k \,\middle|\, \exists m \left\{ \begin{array}{l} \{k,\ m\} \subseteq \mathbb{N}, \\ 30 = k \cdot m \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \left\{ d \,\middle|\, d \in \{1;\ 2;\ 3;\ 5;\ 6;\ 10;\ 15;\ 30\} \right\}.$$

Решение задачи 13.

Задача 13. Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Задача 13. Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Ответ. $F = \left\{ \quad \middle| \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$

Задача 13. Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Ответ. $F = \left\{ f \;\middle|\; \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$

Задача 13. Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Ответ. $$F = \left\{ f \,\middle|\, \begin{cases} D(f) \subseteq \mathbb{R}, \\ \\ \\ \end{cases} \right\}.$$

Задача 13. Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Ответ. $F = \left\{ f \;\middle|\; \begin{cases} D(f) \subseteq \mathbb{R}, \\ E(f) \subseteq \mathbb{R}, \\ \end{cases} \right\}.$

Задача 13. Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Ответ. $F = \left\{ f \;\middle|\; \begin{cases} D(f) \subseteq \mathbb{R}, \\ E(f) \subseteq \mathbb{R}, \\ x \in D(f) \;\Rightarrow\; f(-x) = -f(x) \end{cases} \right\}.$

Решение задачи 14.

Задача 14. Задайте **характеристическим свойством** множество D всех двухэлементных подмножеств множества M.

Задача 14. Задайте **характеристическим свойством** множество D всех двухэлементных подмножеств множества M.

Ответ. $D = \left\{ \qquad \middle| \qquad \right\}.$

Задача 14. Задайте **характеристическим свойством** множество D всех двухэлементных подмножеств множества M.

Ответ. $D = \left\{ \{x, y\} \,\middle|\, \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$

Задача 14. Задайте **характеристическим свойством** множество D всех двухэлементных подмножеств множества M.

Ответ. $D = \left\{ \{x, y\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x, y\} \subseteq M, \\ \end{cases} \right\}.$

Задача 14. Задайте **характеристическим свойством** множество D всех двухэлементных подмножеств множества M.

Ответ. $D = \left\{ \{x, y\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x, y\} \subseteq M, \\ x \neq y \end{cases} \right\}.$

Решение задачи 15.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \,\middle|\, \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Сначала оценим значения n.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \,\middle|\, \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n =$

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq$

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq$

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad\quad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{ \qquad\qquad \}.$

Если $n = 1$, то $2 \cdot 1 + 3k = 24$, откуда

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$A = \{ \qquad \}$.

Если $n = 1$, то $2 \cdot 1 + 3k = 24$, откуда $k = \dfrac{22}{3} \notin \mathbb{N}$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{ \qquad\qquad \}$.

Если $n = 2$, то $2 \cdot 2 + 3k = 24$, откуда

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \,\middle|\, \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{ \qquad \}$.
Если $n = 2$, то $2 \cdot 2 + 3k = 24$, откуда $k = \dfrac{20}{3} \notin \mathbb{N}$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad\quad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{ \qquad\qquad \}$.

Если $n = 3$, то $2 \cdot 3 + 3k = 24$, откуда

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{ \qquad \}$.
Если $n = 3$, то $2 \cdot 3 + 3k = 24$, откуда $k = \dfrac{18}{3} = 6 \notin \mathbb{N}$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad\qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$A = \{3; \qquad \}$.

Если $n = 3$, то $2 \cdot 3 + 3k = 24$, откуда $k = \dfrac{18}{3} = 6 \notin \mathbb{N}$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{3; \qquad \}$.

Если $n = 4$, то $2 \cdot 4 + 3k = 24$, откуда

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{3; \qquad \}$.
Если $n = 4$, то $2 \cdot 4 + 3k = 24$, откуда $k = \dfrac{16}{3} \notin \mathbb{N}$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{3; \qquad \}$.

Если $n = 5$, то $2 \cdot 5 + 3k = 24$, откуда

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{3; \qquad \}$.
Если $n = 5$, то $2 \cdot 5 + 3k = 24$, откуда $k = \dfrac{14}{3} \notin \mathbb{N}$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{3; \qquad \}$.

Если $n = 6$, то $2 \cdot 6 + 3k = 24$, откуда

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$A = \{3; \qquad \}$.

Если $n = 6$, то $2 \cdot 6 + 3k = 24$, откуда $k = \dfrac{12}{3} = 4 \notin \mathbb{N}$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \,\middle|\, \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{3;\ 6;\quad \}$.
Если $n = 6$, то $2 \cdot 6 + 3k = 24$, откуда $k = \dfrac{12}{3} = 4 \notin \mathbb{N}$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$A = \{3;\ 6;\quad \}$.

Если $n = 7$, то $2 \cdot 7 + 3k = 24$, откуда

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \,\middle|\, \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{3;\ 6;\ \quad\}$.
Если $n = 7$, то $2 \cdot 7 + 3k = 24$, откуда $k = \dfrac{10}{3} \notin \mathbb{N}$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{3;\ 6;\quad \}$.

Если $n = 8$, то $2 \cdot 8 + 3k = 24$, откуда

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{3;\ 6;\quad \}$.
Если $n = 8$, то $2 \cdot 8 + 3k = 24$, откуда $k = \dfrac{8}{3} \notin \mathbb{N}$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{3;\ 6;\quad \}$.

Если $n = 9$, то $2 \cdot 9 + 3k = 24$, откуда

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$A = \{3;\; 6;\quad \}$.

Если $n = 9$, то $2 \cdot 9 + 3k = 24$, откуда $k = \dfrac{6}{3} = 2 \notin \mathbb{N}$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{3;\ 6;\ 9\}$.
Если $n = 9$, то $2 \cdot 9 + 3k = 24$, откуда $k = \dfrac{6}{3} = 2 \notin \mathbb{N}$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \;\middle|\; \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{3;\ 6;\ 9\}$.

Если $n = 10$, то $2 \cdot 10 + 3k = 24$, откуда

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \,\middle|\, \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.
Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.
$A = \{3;\ 6;\ 9\}$.
Если $n = 10$, то $2 \cdot 10 + 3k = 24$, откуда $k = \dfrac{4}{3} = 2 \notin \mathbb{N}$.

Задача 15. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \,\middle|\, \begin{cases} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \qquad 2n + 3k = 24 \end{cases} \right\}.$$

Ответ. $A = \{3, 6, 9\}$.

Решение задачи 16.

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P =$

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ (x;\ y) \;\middle|\; \qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ (x;\ y) \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ \\ \end{array} \right. \right\} =$

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ (x;\ y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{cases} \right\} =$

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ (x;\ y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{cases} \right\} =$

$= \{(1;\quad),\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\}.$

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ (x;\ y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{cases} \right\} =$

$= \{(1; 4)\,, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \}\,.$

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ (x;\ y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{cases} \right\} =$

$= \{(1; 4)\,, \quad (2; \quad)\,, \qquad\qquad\qquad\qquad \}\,.$

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ (x;\ y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{cases} \right\} =$
$= \{(1; 4)\,, \quad (2; 3)\,, \qquad\qquad\qquad\qquad \}\,.$

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ (x;\ y) \;\middle|\; \begin{cases} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{cases} \right\} =$

$= \{(1; 4)\,, \quad (2; 3)\,, \quad (3; \quad)\,, \qquad\qquad \}\,.$

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ (x;\ y) \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{array} \right. \right\} =$

$= \{(1; 4)\,, \quad (2; 3)\,, \quad (3; 2)\,, \qquad\qquad \}\,.$

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ (x;\ y) \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{array} \right. \right\} =$

$= \{(1; 4)\,, \quad (2; 3)\,, \quad (3; 2)\,, \quad (4;\quad)\}\,.$

Задача 16. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ (x;\ y) \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{array} \right. \right\} =$
$= \{(1; 4)\,, \quad (2; 3)\,, \quad (3; 2)\,, \quad (4; 1)\}\,.$

Решение задачи 17.

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q =$

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

$$\textbf{Ответ. } Q = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \phantom{\begin{matrix} a \\ a \\ a \end{matrix}} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ \\ \end{cases} \right\} =$

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ \end{array} \right. \right\} =$

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{cases} \right\} =$

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{cases} \right\} =$

$= \{\{1;\ \ ;\ \ \},$

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{cases} \right\} =$

$= \{\{1; 2;\quad\},$

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{cases} \right\} =$

$= \{\{1; 2;\ \ \},$

$1 + 2 + ? = 5$

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{cases} \right\} =$

$= \{\{1; 2;\quad\},$

$1 + 2 + 2 = 5$

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{cases} \right\} =$

$= \{\{1; 2; 2\}$,

$1 + 2 + 2 = 5$

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{cases} \right\} =$

$= \{\{1; \mathbf{2}; \mathbf{2}\}, \ldots\} =$

$= \{\{1; 2\}, \ldots$

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{cases} \right\} =$

$= \{\{1; \mathbf{2}; \mathbf{2}\}, \ldots\} =$

$= \{\{1; 2\}, \ldots$

Но $\{1; 2\}$ — двуэлементное множество!

Задача 17. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

$$\textbf{Ответ.}\ Q = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{array} \right. \right\} = \emptyset.$$

Решение задачи 18.

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $M =$

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $M = \left\{ \vphantom{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array}} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

$$\textbf{Ответ. } M = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $$M = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ \\ \\ \end{array} \right. \right\} =$$

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $M = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ \end{array} \right. \right\} =$

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

$$\textbf{Ответ. } M = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{cases} \right\} =$$

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $$M = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \,\middle|\, \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{cases} \right\} =$$

Элементы множества M будем записывать в виде $\{x;\ y;\ z\}$, где $x < y < z$.

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $M = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{cases} \right\} =$

$= \{\{1;\quad;\quad\}$

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $M = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{cases} \right\} =$

$= \{\{1; 2;\quad\}$

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $$M = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{cases} \right\} =$$
$$= \{\{1; 2; 5\},$$

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $M = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{cases} \right\} =$

$= \{\{1; 2; 5\}, \quad \{1; \qquad \}$

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $$M = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{cases} \right\} =$$

$$= \{\{1; 2; 5\}, \quad \{1; 3; \quad \}$$

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $$M = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{cases} \right\} =$$
$$= \{\{1; 2; 5\}, \quad \{1; 3; 4\},$$

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $M = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \;\middle|\; \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{cases} \right\} =$

$= \{\{1; 2; 5\}, \quad \{1; 3; 4\}, \quad \{2; 3; ?\}$

Но, с одной стороны, $2 + 3 + ? = 8$, а с другой стороны $? \neq 3$.

Задача 18. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $M = \left\{ \{x;\ y;\ z\} \,\middle|\, \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{cases} \right\} =$

$= \{\{1; 2; 5\}, \quad \{1; 3; 4\}\}.$

Решение задачи 19.

Задача 19. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$B = \left\{ x^2 \,\middle|\, x \in A \right\}; \qquad C = \left\{ x + y \,\middle|\, x \in A \;\; y \in A \right\};$$

$$D = \left\{ \{a\} \,\middle|\, a \in A \right\}; \qquad E = \left\{ a \,\middle|\, a \in A \;\; a + 2 \in A \right\};$$

$$F = \left\{ a \,\middle|\, a + 3 \in A \right\}; \quad G = \left\{ t \,\middle|\, t \in A \;\; t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\};$$

$$K = \left\{ a \,\middle|\, 2 \cdot a \in A \right\}; \quad L = \left\{ \{a, b\} \,\middle|\, a \in A \;\; b \in A, \;\; a + b \in A \right\};$$

$$M = \left\{ \left\{ x \,\middle|\, x \in A \;\; x + y \in A \right\} \,\middle|\, y \in A \right\}.$$

Задача 19. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$B = \left\{ x^2 \,\middle|\, x \in A \right\}; \qquad C = \left\{ x + y \,\middle|\, x \in A \;\; y \in A \right\};$$

$$D = \left\{ \{a\} \,\middle|\, a \in A \right\}; \qquad E = \left\{ a \,\middle|\, a \in A \;\; a + 2 \in A \right\};$$

$$F = \left\{ a \,\middle|\, a + 3 \in A \right\}; \quad G = \left\{ t \,\middle|\, t \in A \;\; t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\};$$

$$K = \left\{ a \,\middle|\, 2 \cdot a \in A \right\}; \quad L = \left\{ \{a, b\} \,\middle|\, a \in A \;\; b \in A, \;\; a + b \in A \right\};$$

$$M = \left\{ \left\{ x \,\middle|\, x \in A \;\; x + y \in A \right\} \,\middle|\, y \in A \right\}.$$

Ответ. $B = \{1, 4, 9, 16\}$;

Задача 19. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$B = \left\{ x^2 \,\middle|\, x \in A \right\}; \qquad C = \left\{ x + y \,\middle|\, x \in A \;\; y \in A \right\};$$

$$D = \left\{ \{a\} \,\middle|\, a \in A \right\}; \qquad E = \left\{ a \,\middle|\, a \in A \;\; a + 2 \in A \right\};$$

$$F = \left\{ a \,\middle|\, a + 3 \in A \right\}; \quad G = \left\{ t \,\middle|\, t \in A \;\; t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\};$$

$$K = \left\{ a \,\middle|\, 2 \cdot a \in A \right\}; \quad L = \left\{ \{a, b\} \,\middle|\, a \in A \;\; b \in A, \;\; a + b \in A \right\};$$

$$M = \left\{ \left\{ x \,\middle|\, x \in A \;\; x + y \in A \right\} \,\middle|\, y \in A \right\}.$$

Ответ. $C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$;

Задача 19. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$B = \left\{x^2 \,\middle|\, x \in A\right\}; \qquad C = \left\{x + y \,\middle|\, x \in A \;\; y \in A\right\};$$

$$D = \left\{\{a\} \,\middle|\, a \in A\right\}; \qquad E = \left\{a \,\middle|\, a \in A \;\; a + 2 \in A\right\};$$

$$F = \left\{a \,\middle|\, a + 3 \in A\right\}; \quad G = \left\{t \,\middle|\, t \in A \;\; t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0\right\};$$

$$K = \left\{a \,\middle|\, 2 \cdot a \in A\right\}; \quad L = \left\{\{a, b\} \,\middle|\, a \in A \;\; b \in A, \;\; a + b \in A\right\};$$

$$M = \left\{\left\{x \,\middle|\, x \in A \;\; x + y \in A\right\} \,\middle|\, y \in A\right\}.$$

Ответ. $D = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\};$

Задача 19. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$B = \left\{ x^2 \,\middle|\, x \in A \right\}; \qquad C = \left\{ x + y \,\middle|\, x \in A \;\; y \in A \right\};$$

$$D = \left\{ \{a\} \,\middle|\, a \in A \right\}; \qquad E = \left\{ a \,\middle|\, a \in A \;\; a + 2 \in A \right\};$$

$$F = \left\{ a \,\middle|\, a + 3 \in A \right\}; \quad G = \left\{ t \,\middle|\, t \in A \;\; t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\};$$

$$K = \left\{ a \,\middle|\, 2 \cdot a \in A \right\}; \quad L = \left\{ \{a, b\} \,\middle|\, a \in A \;\; b \in A, \;\; a + b \in A \right\};$$

$$M = \left\{ \left\{ x \,\middle|\, x \in A \;\; x + y \in A \right\} \,\middle|\, y \in A \right\}.$$

Ответ. $E = \{1, 2\}$;

Задача 19. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$B = \left\{ x^2 \,\middle|\, x \in A \right\}; \qquad C = \left\{ x + y \,\middle|\, x \in A \;\; y \in A \right\};$$

$$D = \left\{ \{a\} \,\middle|\, a \in A \right\}; \qquad E = \left\{ a \,\middle|\, a \in A \;\; a + 2 \in A \right\};$$

$$F = \left\{ a \,\middle|\, a + 3 \in A \right\}; \quad G = \left\{ t \,\middle|\, t \in A \;\; t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\};$$

$$K = \left\{ a \,\middle|\, 2 \cdot a \in A \right\}; \quad L = \left\{ \{a, b\} \,\middle|\, a \in A \;\; b \in A, \;\; a + b \in A \right\};$$

$$M = \left\{ \left\{ x \,\middle|\, x \in A \;\; x + y \in A \right\} \,\middle|\, y \in A \right\}.$$

Ответ. $F = \{-2, -1, 0, 1\}$;

Задача 19. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$B = \left\{ x^2 \,\middle|\, x \in A \right\}; \qquad C = \left\{ x + y \,\middle|\, x \in A \;\; y \in A \right\};$$
$$D = \left\{ \{a\} \,\middle|\, a \in A \right\}; \qquad E = \left\{ a \,\middle|\, a \in A \;\; a + 2 \in A \right\};$$
$$F = \left\{ a \,\middle|\, a + 3 \in A \right\}; \quad G = \left\{ t \,\middle|\, t \in A \;\; t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\};$$
$$K = \left\{ a \,\middle|\, 2 \cdot a \in A \right\}; \quad L = \left\{ \{a, b\} \,\middle|\, a \in A \;\; b \in A, \;\; a + b \in A \right\};$$
$$M = \left\{ \left\{ x \,\middle|\, x \in A \;\; x + y \in A \right\} \,\middle|\, y \in A \right\}.$$

Ответ. $G = \{1, 3\}$;

Задача 19. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$B = \left\{ x^2 \,\middle|\, x \in A \right\}; \qquad C = \left\{ x + y \,\middle|\, x \in A \;\; y \in A \right\};$$

$$D = \left\{ \{a\} \,\middle|\, a \in A \right\}; \qquad E = \left\{ a \,\middle|\, a \in A \;\; a + 2 \in A \right\};$$

$$F = \left\{ a \,\middle|\, a + 3 \in A \right\}; \quad G = \left\{ t \,\middle|\, t \in A \;\; t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\};$$

$$K = \left\{ a \,\middle|\, 2 \cdot a \in A \right\}; \quad L = \left\{ \{a, b\} \,\middle|\, a \in A \;\; b \in A, \;\; a + b \in A \right\};$$

$$M = \left\{ \left\{ x \,\middle|\, x \in A \;\; x + y \in A \right\} \,\middle|\, y \in A \right\}.$$

Ответ. $K = \left\{ \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2 \right\}$;

Задача 19. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$B = \left\{ x^2 \,\middle|\, x \in A \right\}; \qquad C = \left\{ x + y \,\middle|\, x \in A \;\; y \in A \right\};$$

$$D = \left\{ \{a\} \,\middle|\, a \in A \right\}; \qquad E = \left\{ a \,\middle|\, a \in A \;\; a + 2 \in A \right\};$$

$$F = \left\{ a \,\middle|\, a + 3 \in A \right\}; \quad G = \left\{ t \,\middle|\, t \in A \;\; t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\};$$

$$K = \left\{ a \,\middle|\, 2 \cdot a \in A \right\}; \quad L = \left\{ \{a, b\} \,\middle|\, a \in A \;\; b \in A, \;\; a + b \in A \right\};$$

$$M = \left\{ \left\{ x \,\middle|\, x \in A \;\; x + y \in A \right\} \,\middle|\, y \in A \right\}.$$

Ответ. $L = \{\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 2\}\};$

Задача 19. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$B = \left\{ x^2 \,\middle|\, x \in A \right\}; \qquad C = \left\{ x + y \,\middle|\, x \in A \ \ y \in A \right\};$$

$$D = \left\{ \{a\} \,\middle|\, a \in A \right\}; \qquad E = \left\{ a \,\middle|\, a \in A \ \ a + 2 \in A \right\};$$

$$F = \left\{ a \,\middle|\, a + 3 \in A \right\}; \quad G = \left\{ t \,\middle|\, t \in A \ \ t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\};$$

$$K = \left\{ a \,\middle|\, 2 \cdot a \in A \right\}; \quad L = \left\{ \{a, b\} \,\middle|\, a \in A \ \ b \in A, \ \ a + b \in A \right\};$$

$$M = \left\{ \left\{ x \,\middle|\, x \in A \ \ x + y \in A \right\} \,\middle|\, y \in A \right\}.$$

Ответ. $M = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{1\}, \emptyset\}$.

Решение задачи 20.

Задача 20. Пусть $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ x \,\middle|\, x \in P \quad x \notin Q \right\}; \quad B = \left\{ x \,\middle|\, x \in Q \quad x \notin P \right\};$$

$$C = \left\{ x \,\middle|\, x \in Q \quad x \in P \right\}; \quad D = \left\{ \{x, 2x, x+1\} \,\middle|\, x \in P \quad 2x \in Q \right\}.$$

Задача 20. Пусть $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ x \,\middle|\, x \in P \quad x \notin Q \right\}; \quad B = \left\{ x \,\middle|\, x \in Q \quad x \notin P \right\};$$

$$C = \left\{ x \,\middle|\, x \in Q \quad x \in P \right\}; \quad D = \left\{ \{x, 2x, x+1\} \,\middle|\, x \in P \quad 2x \in Q \right\}.$$

Ответ. $A = \{1, 3\};$

Задача 20. Пусть $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ x \,\middle|\, x \in P \quad x \notin Q \right\}; \quad B = \left\{ x \,\middle|\, x \in Q \quad x \notin P \right\};$$
$$C = \left\{ x \,\middle|\, x \in Q \quad x \in P \right\}; \quad D = \left\{ \{x, 2x, x+1\} \,\middle|\, x \in P \quad 2x \in Q \right\}.$$

Ответ. $B = \{6\};$

Задача 20. Пусть $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ x \,\middle|\, x \in P \quad x \notin Q \right\}; \quad B = \left\{ x \,\middle|\, x \in Q \quad x \notin P \right\};$$

$$C = \left\{ x \,\middle|\, x \in Q \quad x \in P \right\}; \quad D = \left\{ \{x, 2x, x+1\} \,\middle|\, x \in P \quad 2x \in Q \right\}.$$

Ответ. $C = \{2, 4\} = P \cap Q$;

Задача 20. Пусть $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ x \,\middle|\, x \in P \quad x \notin Q \right\}; \quad B = \left\{ x \,\middle|\, x \in Q \quad x \notin P \right\};$$

$$C = \left\{ x \,\middle|\, x \in Q \quad x \in P \right\}; \quad D = \left\{ \{x, 2x, x+1\} \,\middle|\, x \in P \quad 2x \in Q \right\}.$$

Ответ. $D = \{\{1, 2\}, \{2, 3, 4\}, \{3, 6, 4\}\}$.

Решение задачи 21.

Задача 21. Пусть $T=\{2x, x+1, x-1, x^2-1\}$. Задайте списком элементов множества

$$A=\left\{f(x)\,\middle|\,f(x)\in T\ \ f(1)=0\right\};$$

$$B=\left\{\{f(x),g(x)\}\,\middle|\,f(x)\in T\ \ g(x)\in T\ \ f(1)=g(1)\right\};$$

$$C=\left\{p(x)+q(x)\,\middle|\,p(x)\in T\ \ q(x)\in T,\ \ p(0)<q(0)\right\},$$

$$D=\left\{\left\{f(x)\,\middle|\,f(x)\in T\ \ f(1)<g(1)\right\}\,\middle|\,g(x)\in T\right\}.$$

Задача 21. Пусть $T = \{2x, x+1, x-1, x^2-1\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ f(x) \,\middle|\, f(x) \in T \;\; f(1) = 0 \right\};$$

$$B = \left\{ \{f(x), g(x)\} \,\middle|\, f(x) \in T \;\; g(x) \in T \;\; f(1) = g(1) \right\};$$

$$C = \left\{ p(x) + q(x) \,\middle|\, p(x) \in T \;\; q(x) \in T, \;\; p(0) < q(0) \right\},$$

$$D = \left\{ \left\{ f(x) \,\middle|\, f(x) \in T \;\; f(1) < g(1) \right\} \,\middle|\, g(x) \in T \right\}.$$

Ответ.

$A = \{x-1, x^2-1\};$

Задача 21. Пусть $T = \{2x, x+1, x-1, x^2-1\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ f(x) \,\middle|\, f(x) \in T \quad f(1) = 0 \right\};$$

$$B = \left\{ \{f(x), g(x)\} \,\middle|\, f(x) \in T \quad g(x) \in T \quad f(1) = g(1) \right\};$$

$$C = \left\{ p(x) + q(x) \,\middle|\, p(x) \in T \quad q(x) \in T, \quad p(0) < q(0) \right\},$$

$$D = \left\{ \left\{ f(x) \,\middle|\, f(x) \in T \quad f(1) < g(1) \right\} \,\middle|\, g(x) \in T \right\}.$$

Ответ.

$B = \{\{2x, x+1\}, \{x-1, x^2-1\}, \{2x\}, \{x+1\}, \{x-1\}, \{x^2-1\}\};$

Задача 21. Пусть $T = \left\{2x, x+1, x-1, x^2-1\right\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ f(x) \,\middle|\, f(x) \in T \quad f(1) = 0 \right\};$$

$$B = \left\{ \{f(x), g(x)\} \,\middle|\, f(x) \in T \quad g(x) \in T \quad f(1) = g(1) \right\};$$

$$C = \left\{ p(x) + q(x) \,\middle|\, p(x) \in T \quad q(x) \in T, \quad p(0) < q(0) \right\},$$

$$D = \left\{ \left\{ f(x) \,\middle|\, f(x) \in T \quad f(1) < g(1) \right\} \,\middle|\, g(x) \in T \right\}.$$

Ответ.

$C = \left\{3x+1, 3x-1, x^2+2x-1, 2x, x^2+x\right\};$

Задача 21. Пусть $T = \left\{2x, x+1, x-1, x^2-1\right\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ f(x) \,\middle|\, f(x) \in T \;\; f(1) = 0 \right\};$$

$$B = \left\{ \{f(x), g(x)\} \,\middle|\, f(x) \in T \;\; g(x) \in T \;\; f(1) = g(1) \right\};$$

$$C = \left\{ p(x) + q(x) \,\middle|\, p(x) \in T \;\; q(x) \in T, \;\; p(0) < q(0) \right\},$$

$$D = \left\{ \left\{ f(x) \,\middle|\, f(x) \in T \;\; f(1) < g(1) \right\} \,\middle|\, g(x) \in T \right\}.$$

Ответ.

$D = \left\{ \left\{ x-1, x^2-1 \right\}, \emptyset \right\}.$

Решение задачи 22.

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Как известно, для **доказательства равенства множеств** обычно применяются следующие методы:

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Как известно, для **доказательства равенства множеств** обычно применяются следующие методы:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Как известно, для **доказательства равенства множеств** обычно применяются следующие методы:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Как известно, для **доказательства равенства множеств** обычно применяются следующие методы:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Как известно, для **доказательства равенства множеств** обычно применяются следующие методы:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Применим метод ii).

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.
Ответ. Докажем включение $(A \cup B) \cap C \subseteq (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Докажем включение $(A \cup B) \cap C \subseteq (A \cap C) \cup (B \cap C)$.
Для этого применим известные **рекомендации**.

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Пусть $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогда

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Пусть $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогда по определению **пересечения и объединения множеств**

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Пусть $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогда по определению **пересечения и объединения множеств**

$$\begin{cases} x \in A \cup B, \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Пусть $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогда по определению **пересечения и объединения множеств**

$$\begin{cases} x \in A \cup B, \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \quad \text{или} \quad x \in B, \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 22. Докажите тождество $(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$.

Ответ. Пусть $x\in(A\cup B)\cap C$. Тогда по определению **пересечения и объединения множеств**

$$\begin{cases} x\in A\cup B,\\ x\in C\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\in A \quad \text{или} \quad x\in B,\\ x\in C\end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x\in A,\\ x\in C\end{cases}\\ \begin{cases} x\in B,\\ x\in C\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow$$

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Пусть $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогда по определению **пересечения и объединения множеств**

$$\begin{cases} x \in A \cup B, \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \quad \text{или} \quad x \in B, \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in A, \\ x \in C \end{cases} \\ \begin{cases} x \in B, \\ x \in C \end{cases} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{array} \right. \Rightarrow$$

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Пусть $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогда по определению **пересечения и объединения множеств**

$$\begin{cases} x \in A \cup B, \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \quad \text{или} \quad x \in B, \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in A, \\ x \in C \end{cases} \\ \begin{cases} x \in B, \\ x \in C \end{cases} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{array} \right. \Rightarrow x \in (A \cap C) \cup (B \cap C).$$

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Осталось **доказать обратное включение** $(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C$.

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Осталось **доказать обратное включение** $(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C$.

$$x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) \; \Rightarrow$$

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Осталось **доказать обратное включение** $(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C$.

$$x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{array}\right. \Rightarrow$$

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Осталось **доказать обратное включение** $(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C$.

$$x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x \in A, \\ x \in C \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x \in B, \\ x \in C \end{array}\right. \end{array}\right. \Rightarrow$$

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Осталось **доказать обратное включение** $(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C$.

$$x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in A, \\ x \in C \end{cases} \\ \begin{cases} x \in B, \\ x \in C \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \in A, \\ x \in B \end{array}\right. \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Осталось **доказать обратное включение** $(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C$.

$$x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in A, \\ x \in C \end{cases} \\ \begin{cases} x \in B, \\ x \in C \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \in A, \\ x \in B \end{array}\right. \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \cup B, \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 22. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Осталось **доказать обратное включение** $(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C$.

$$x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in A, \\ x \in C \end{cases} \\ \begin{cases} x \in B, \\ x \in C \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \in A, \\ x \in B \end{array}\right. \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \cup B, \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow x \in (A \cup B) \cap C.$$

Решение задачи 23.

Задача 23. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Задача 23. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Задача 23. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

Задача 23. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$x \in \overline{A \cap B} \ \Rightarrow$

Задача 23. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$x \in \overline{A \cap B} \ \Rightarrow \ x \notin A \cap B \ \Rightarrow$

Задача 23. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \;\Rightarrow\; x \notin A \cap B \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} x \notin A, \\ x \notin B \end{array}\right. \;\Rightarrow$$

Задача 23. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \;\Rightarrow\; x \notin A \cap B \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} x \notin A, \\ x \notin B \end{array}\right. \;\Rightarrow\; x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Задача 23. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \;\Rightarrow\; x \notin A \cap B \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} x \notin A, \\ x \notin B \end{array}\right. \;\Rightarrow\; x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Теперь докажем обратное включение $\overline{B} \cup \overline{A \cap B} \subseteq \overline{A}$.

Задача 23. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \;\Rightarrow\; x \notin A \cap B \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} x \notin A, \\ x \notin B \end{array}\right. \;\Rightarrow\; x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Теперь докажем обратное включение $\overline{B} \cup \overline{A \cap B} \subseteq \overline{A}$.

$$x \in \overline{A} \cup \overline{B} \;\Rightarrow$$

Задача 23. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \;\Rightarrow\; x \notin A \cap B \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} x \notin A, \\ x \notin B \end{array}\right. \;\Rightarrow\; x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Теперь докажем обратное включение $\overline{B} \cup \overline{A \cap B} \subseteq \overline{A}$.

$$x \in \overline{A} \cup \overline{B} \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} x \notin A, \\ x \notin B \end{array}\right. \;\Rightarrow$$

Задача 23. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \;\Rightarrow\; x \notin A \cap B \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} x \notin A, \\ x \notin B \end{array}\right. \;\Rightarrow\; x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Теперь докажем обратное включение $\overline{B} \cup \overline{A \cap B} \subseteq \overline{A}$.

$$x \in \overline{A} \cup \overline{B} \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} x \notin A, \\ x \notin B \end{array}\right. \;\Rightarrow\; x \notin A \cap B \;\Rightarrow$$

Задача 23. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \;\Rightarrow\; x \notin A \cap B \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} x \notin A, \\ x \notin B \end{array}\right. \;\Rightarrow\; x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Теперь докажем обратное включение $\overline{B} \cup \overline{A \cap B} \subseteq \overline{A}$.

$$x \in \overline{A} \cup \overline{B} \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} x \notin A, \\ x \notin B \end{array}\right. \;\Rightarrow\; x \notin A \cap B \;\Rightarrow\; x \in \overline{A \cap B}.$$

Задача 23. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \;\Rightarrow\; x \notin A \cap B \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} x \notin A, \\ x \notin B \end{array}\right. \;\Rightarrow\; x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Теперь докажем обратное включение $\overline{B} \cup \overline{A \cap B} \subseteq \overline{A}$.

$$x \in \overline{A} \cup \overline{B} \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} x \notin A, \\ x \notin B \end{array}\right. \;\Rightarrow\; x \notin A \cap B \;\Rightarrow\; x \in \overline{A \cap B}.$$

Можно было эти рассуждения объединить:

$$x \in \overline{A \cap B} \;\Leftrightarrow\; x \notin A \cap B \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} x \notin A, \\ x \notin B \end{array}\right. \;\Leftrightarrow\; x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Решение задачи 24.

Задача 24. Верно ли, что пересечение множеств всегда содержится в их объединении? Докажите.

Задача 24. Верно ли, что пересечение множеств всегда содержится в их объединении? Докажите.

Ответ. Доказательство. *Генерация доказательства:* (пишем на черновике). Первый этап. Мы доказываем *теорему-свойство*, то есть *теорему-импликацию*:

$$\text{Если } \underline{A \text{ и } B \text{ — множества}}, \text{ то } \underline{A \cap B \subseteq A \cup B}.$$

Второй этап. Доказываем *включение множеств:* $A \cap B \subseteq A \cup B$.

Третий этап. *По определению* подмножества надо доказать, что любой элемент множества $A \cap B$ является элементом множества $A \cup B$. Поэтому начнем с того, что возьмем произвольный элемент из множества $A \cap B$. Поскольку нам придется с этим элементом работать в дальнейшем, ради удобства его лучше как-нибудь обозначить, например, буквой x. Нам надо теперь доказать следующую *теорему-импликацию*:

$$\text{Если } x \in A \cap B, \text{ то } x \in A \cup B.$$

Этап 2'. Надо доказать включение $x \in A \cup B$. Этап 3'. *По определению* объединения множеств нам надо доказать, что $x \in A$ или $x \in B$. Но *по условию* $x \in A \cap B$, то есть $x \in A$ и $x \in B$. «Генерация» закончена.

Оформление доказательства. Возьмем произвольный элемент $x \in A \cap B$. Тогда, *по определению* пересечения множеств, имеем $x \in A$ и $x \in B$. Но тогда, *по определению* объединения множеств, $x \in A \cup B$. Значит, из того, что $x \in A \cap B$, следует, что $x \in A \cup B$, то есть, *по определению* подмножества, получаем $A \cap B \subseteq A \cup B$, что и требовалось доказать

Решение задачи 25.

Задача 25. Пусть A — множество всех натуральных делителей числа 6 (то есть тех натуральных чисел, на которые число 6 делится нацело), $B = \{2, 3, 4\}$. Найдите множества $A \cap B$, $A \cup B$.

Задача 25. Пусть A — множество всех натуральных делителей числа 6 (то есть тех натуральных чисел, на которые число 6 делится нацело), $B = \{2, 3, 4\}$. Найдите множества $A \cap B$, $A \cup B$.

Ответ. $A = \{1, 2, 3, 6\}, \quad A \cap B = \{2, 3\}, \quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}.$

Решение задачи 26.

Задача 26. Дан треугольник ABC. Найдите пересечение стороны AB со стороной BC.

Задача 26. Дан треугольник ABC. Найдите пересечение стороны AB со стороной BC.

Ответ. В пересечении стороны AB со стороной BC содержится только точка A, поэтому это пересечение равно $\{A\}$.

Решение задачи 27.

Задача 27. Найдите пересечение множества решений уравнения $x^2 - 1 = 0$ со множеством решений уравнения $2x^2 - 3x = 5$. а) Совпадает ли это множество со множеством решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ 2x^2 - 3x = 5 \end{cases}$? б) Совпадает ли это пересечение со множеством решений совокупности уравнений $\left[\begin{array}{l} x^2 - 1 = 0 \\ 2x^2 - 3x = 5 \end{array}\right.$? в) Найдите множества решений этой системы и этой совокупности уравнений. г) Как связаны эти множества со множествами решений входящих в них уравнений?

Задача 27. Найдите пересечение множества решений уравнения $x^2-1=0$ со множеством решений уравнения $2x^2-3x=5$. а) Совпадает ли это множество со множеством решений системы уравнений $\begin{cases} x^2-1=0 \\ 2x^2-3x=5 \end{cases}$? б) Совпадает ли это пересечение со множеством решений совокупности уравнений $\left[\begin{array}{l} x^2-1=0 \\ 2x^2-3x=5 \end{array}\right.$? в) Найдите множества решений этой системы и этой совокупности уравнений. г) Как связаны эти множества со множествами решений входящих в них уравнений?

Ответ. Пусть $A=\left\{x \,\middle|\, x^2-1=0\right\}$, $B=\left\{x \,\middle|\, 2x^2-3x=5\right\}$. Тогда $A=\{-1,1\}$, $B=\left\{-1,\frac{5}{2}\right\}$, $A\cap B=\{-1,1\}\cap\left\{-1,\frac{5}{2}\right\}=\{-1\}$.

Задача 27.

Пусть $A = \left\{x \,\middle|\, x^2 - 1 = 0\right\}$, $B = \left\{x \,\middle|\, 2x^2 - 3x = 5\right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} = \{-1\}$.

Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Задача 27.

Пусть $A = \left\{x \,\middle|\, x^2 - 1 = 0\right\}$, $B = \left\{x \,\middle|\, 2x^2 - 3x = 5\right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} = \{-1\}$.

Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать

Задача 27.

Пусть $A = \left\{x \,\middle|\, x^2 - 1 = 0\right\}$, $B = \left\{x \,\middle|\, 2x^2 - 3x = 5\right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} = \{-1\}$.

Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать *равенство множеств*.

Задача 27.

Пусть $A = \left\{x \,\middle|\, x^2 - 1 = 0\right\}$, $B = \left\{x \,\middle|\, 2x^2 - 3x = 5\right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} = \{-1\}$.

Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать *равенство множеств*.

Как доказать равенство множеств?

Задача 27.

Пусть $A = \left\{x \,\middle|\, x^2 - 1 = 0\right\}$, $B = \left\{x \,\middle|\, 2x^2 - 3x = 5\right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} = \{-1\}$.

Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать *равенство множеств*.

Это можно доказать i) равносильными преобразованиями; ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$; iii) «от противного».

Задача 27.

Пусть $A = \left\{x \,\middle|\, x^2 - 1 = 0\right\}$, $B = \left\{x \,\middle|\, 2x^2 - 3x = 5\right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} = \{-1\}$.

Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать *равенство множеств*.

Это можно доказать i) равносильными преобразованиями; ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$; iii) «от противного».

Очевидно, следует воспользоваться вторым способом.

Задача 27.

Пусть $A = \left\{x \,\middle|\, x^2 - 1 = 0\right\}$, $B = \left\{x \,\middle|\, 2x^2 - 3x = 5\right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} = \{-1\}$.

Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать *равенство множеств*.

Пусть $\alpha \in C$. Тогда

Задача 27.

Пусть $A = \left\{x \,\middle|\, x^2 - 1 = 0\right\}$, $B = \left\{x \,\middle|\, 2x^2 - 3x = 5\right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} = \{-1\}$.

Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать *равенство множеств*.

Пусть $\alpha \in C$. Тогда по определению системы уравнений

Задача 27.

Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5 \end{cases}$

и D — множество решений совокупности уравнений $\left[\begin{array}{l} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{array}\right.$

то $C = A \cap B, \quad D = A \cup B.$

Задача 27.

Доказательство: Множество решений системы можно записать следующим образом: $C = \left\{x \,\middle|\, x^2 - 1 = 0 \wedge 2x^2 - 3x = 5\right\}$, тогда множество решений совокупности: $D = \left\{x \,\middle|\, x^2 - 1 = 0 \vee 2x^2 - 3x = 5\right\}$.

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?