Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Задачи по теории групп

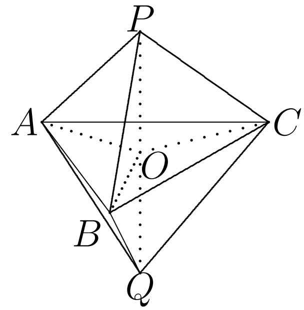
Раздел **электронного учебника**
для сопровождения практического занятия

Изд. 4-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

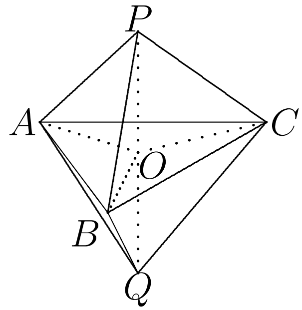
Екатеринбург
2012

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



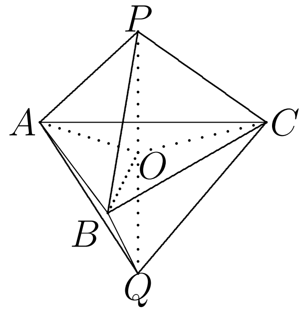
Решение.

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



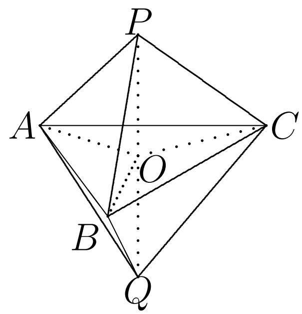
Решение. Как задать симметрию?

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



Решение. Каждую симметрию a, b, c, p, q, r зададим, указывая образы вершин диедра.

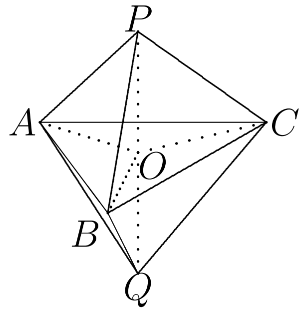
Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q

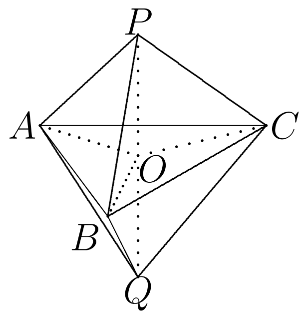
Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q

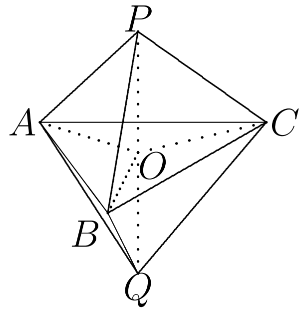
Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q

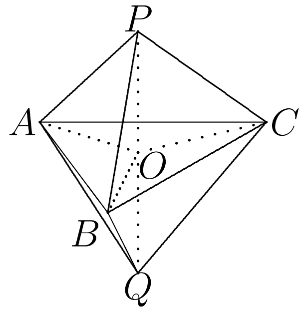
Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P

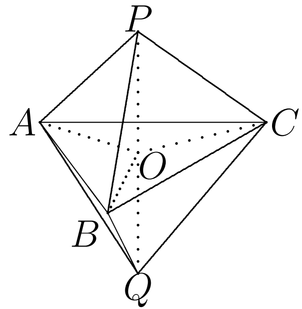
Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P

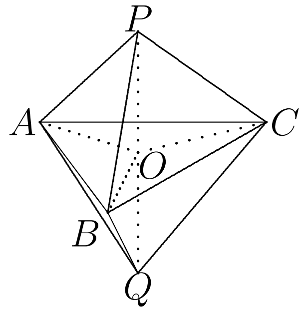
Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



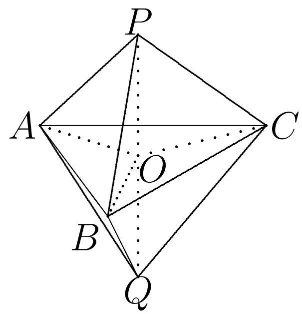
Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b					
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	$\mathbf{A}$	B	C	P	Q
$b(x)$	$\mathbf{B}$	C	A	P	Q
$b(b(x))$					

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы D_6 симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



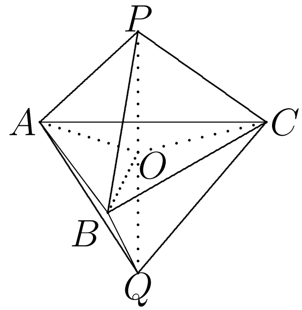
Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b					
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	A	B	C	P	Q
$b(x)$	B	C	A	P	Q
$b(b(x))$					

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



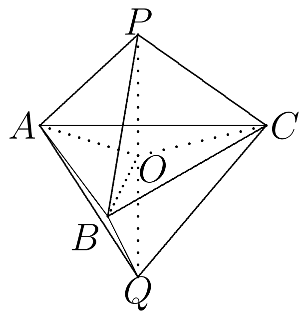
Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b					
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	A	B	C	P	Q
$b(x)$	B	C	A	P	Q
$b(b(x))$					

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



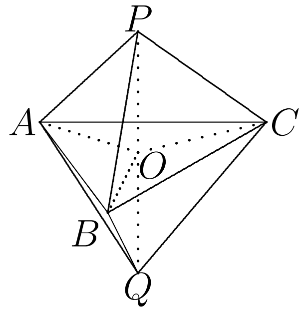
Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b					
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	A	B	C	P	Q
$b(x)$	B	C	A	P	Q
$b(b(x))$	C				

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



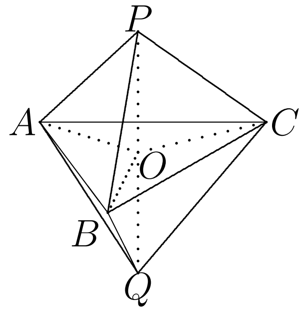
Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b					
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	A	**B**	C	P	Q
$b(x)$	B	**C**	A	P	Q
$b(b(x))$	C				

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



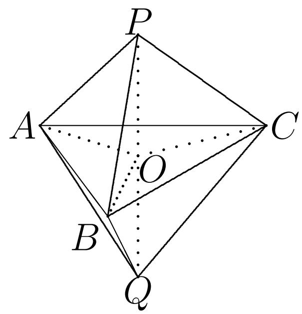
Решение.

	A	B	**C**	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b					
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	A	**B**	C	P	Q
$b(x)$	B	**C**	A	P	Q
$b(b(x))$	C				

Пример 1. *Построить **таблицу Кэли** для группы D_6 симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



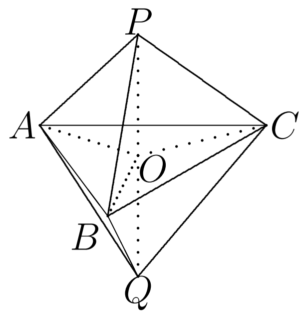
Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b					
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	A	B	C	P	Q
$b(x)$	B	C	A	P	Q
$b(b(x))$	C				

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



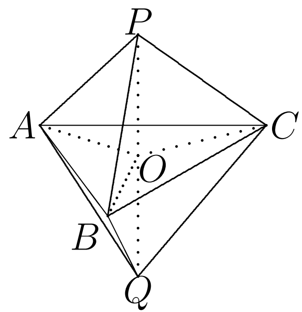
Решение.

	A	B	**C**	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	**A**	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b					
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	A	**B**	C	P	Q
$b(x)$	B	**C**	A	P	Q
$b(b(x))$	C	**A**			

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



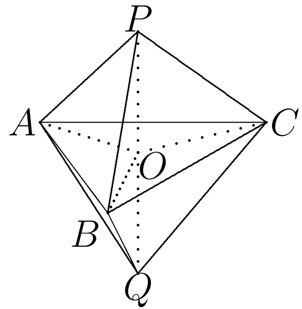
Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b					
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	A	B	C	P	Q
$b(x)$	B	C	A	P	Q
$b(b(x))$	C	A			

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



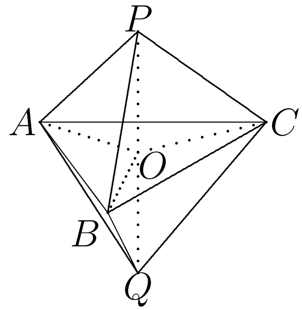
Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b					
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	A	B	C	P	Q
$b(x)$	B	C	A	P	Q
$b(b(x))$	C	A			

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



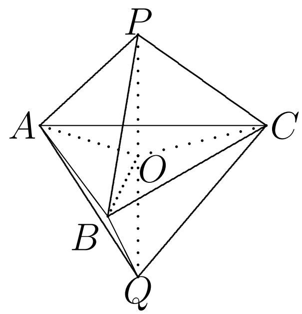
Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b					
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	A	B	C	P	Q
$b(x)$	B	C	A	P	Q
$b(b(x))$	C	A			

Пример 1. *Построить **таблицу Кэли** для группы D_6 симметрий диедра. На рисунке изображен диедр: $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.*



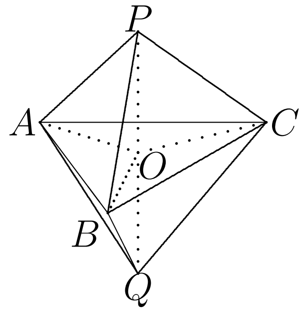
Решение.

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b					
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	A	B	C	P	Q
$b(x)$	B	C	A	P	Q
$b(b(x))$	C	A	B		

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



Решение.

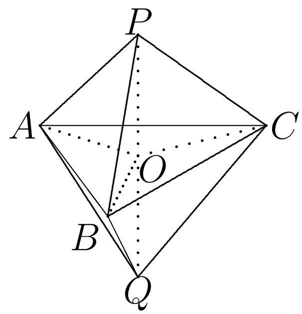
	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	$\mathbf{C}$	$\mathbf{A}$	$\mathbf{B}$	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b					
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	A	B	C	P	Q
$b(x)$	B	C	A	P	Q
$b(b(x))$	$\mathbf{C}$	$\mathbf{A}$	$\mathbf{B}$		

Значит, $b * b =$

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



Решение.

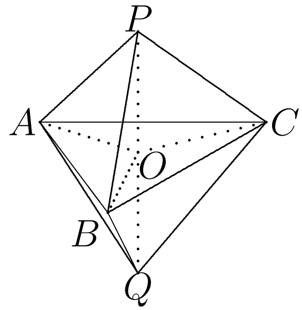
	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	$\mathbf{C}$	$\mathbf{A}$	$\mathbf{B}$	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c				
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

x	A	B	C	P	Q
$b(x)$	B	C	A	P	Q
$b(b(x))$	$\mathbf{C}$	$\mathbf{A}$	$\mathbf{B}$		

Значит, $b * b = c$

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.

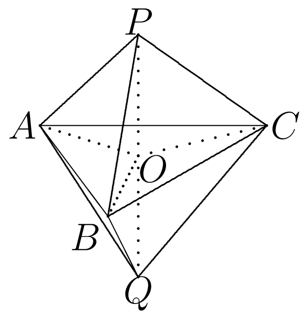


Решение. Продолжая в том же духе, получаем

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c				
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

Пример 1. *Построить **таблицу Кэли** для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.

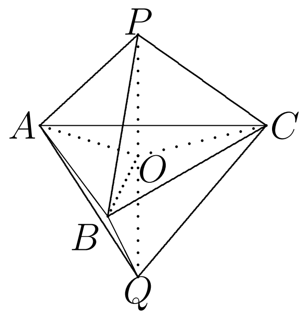


Решение. Продолжая в том же духе, получаем

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a			
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.

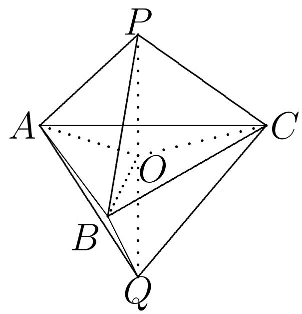


Решение. Продолжая в том же духе, получаем

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q		
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.

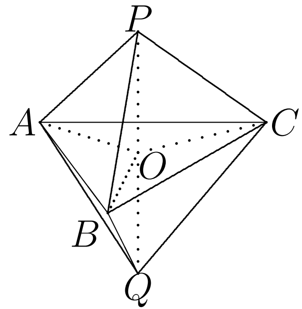


Решение. Продолжая в том же духе, получаем

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.

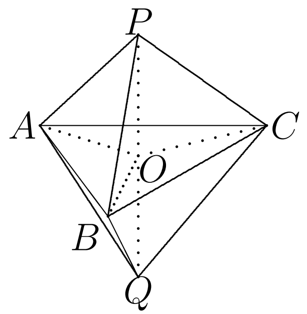


Решение. Продолжая в том же духе, получаем

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c					
p	p					
q	q					
r	r					

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.

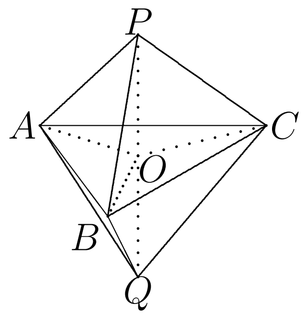


Решение. Продолжая в том же духе, получаем

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p					
q	q					
r	r					

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.

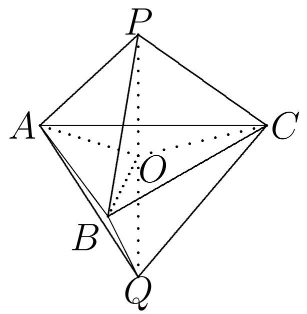


Решение. Продолжая в том же духе, получаем

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q					
r	r					

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.

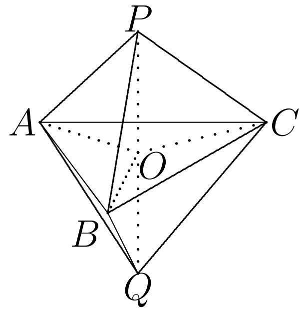


Решение. Продолжая в том же духе, получаем

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r					

Пример 1. *Построить* ***таблицу Кэли*** *для группы* D_6 *симметрий диедра. На рисунке изображен диедр:* $AB = BC = AC$, $PA = PB = PC = QA = QB = QC$.



Решение. Продолжая в том же духе, получаем

	A	B	C	P	Q
a	A	B	C	P	Q
b	B	C	A	P	Q
c	C	A	B	P	Q
p	B	A	C	Q	P
q	A	C	B	Q	P
r	C	B	A	Q	P

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Вернёмся к лекции или **рассмотреть пример группы перестановок**.

Обратите внимание **на пример.**

Пример 2. *Докажите, что множество Σ_n всех взаимно однозначных функций — **перестановок элементов** — множества $\Omega = \{1;\ 2;\ \ldots;n\}$ является группой относительно операции **композиции (суперпозиции) функций**.*

Решение.

Пример 2. *Докажите, что множество Σ_n всех взаимно однозначных функций —* ***перестановок элементов*** *— множества $\Omega = \{1;\ 2;\ \ldots;n\}$ является группой относительно операции* ***композиции (суперпозиции) функций****.*

Решение. Докажем **ассоциативность** операции $\circ$ «композиция функций»:

Пример 2. *Докажите, что множество Σ_n всех взаимно однозначных функций — **перестановок элементов** — множества $\Omega = \{1;\ 2;\ \ldots;n\}$ является группой относительно операции **композиции (суперпозиции) функций**.*

Решение. Докажем **ассоциативность** операции $\circ$ «композиция функций»: $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

Пример 2. *Докажите, что множество Σ_n всех взаимно однозначных функций — **перестановок элементов** — множества $\Omega = \{1;\ 2;\ \ldots;n\}$ является группой относительно операции **композиции (суперпозиции) функций**.*

Решение. Докажем **ассоциативность** операции $\circ$ «композиция функций»: $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$. По **определению композиции функций**

$$\big((f \circ g) \circ h\big)(x) =$$

Пример 2. *Докажите, что множество Σ_n всех взаимно однозначных функций — **перестановок элементов** — множества $\Omega = \{1;\ 2;\ \ldots;n\}$ является группой относительно операции **композиции (суперпозиции) функций**.*

Решение. Докажем **ассоциативность** операции $\circ$ «композиция функций»: $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$. По **определению композиции функций**

$$\big((f \circ g) \circ h\big)(x) = h\,((f \circ g)(x)) =$$

Пример 2. *Докажите, что множество Σ_n всех взаимно однозначных функций — **перестановок элементов** — множества $\Omega = \{1;\ 2;\ \ldots;n\}$ является группой относительно операции **композиции (суперпозиции) функций**.*

Решение. Докажем **ассоциативность** операции $\circ$ «композиция функций»: $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$. По **определению композиции функций**

$$\big((f \circ g) \circ h\big)(x) = h\left((f \circ g)(x)\right) = h\Big(g\left(f(x)\right)\Big) =$$

Пример 2. *Докажите, что множество Σ_n всех взаимно однозначных функций —* ***перестановок элементов*** *— множества $\Omega = \{1;\ 2;\ \ldots;n\}$ является группой относительно операции* ***композиции (суперпозиции) функций****.*

Решение. Докажем **ассоциативность** операции $\circ$ «композиция функций»: $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$. По **определению композиции функций**

$$\big((f \circ g) \circ h\big)(x) = h\left((f \circ g)(x)\right) = h\Big(g\left(f(x)\right)\Big) =$$

$$= (g \circ h)\left(f(x)\right) =$$

Пример 2. *Докажите, что множество Σ_n всех взаимно однозначных функций — **перестановок элементов** — множества $\Omega = \{1;\ 2;\ \ldots;n\}$ является группой относительно операции **композиции (суперпозиции) функций**.*

Решение. Докажем **ассоциативность** операции $\circ$ «композиция функций»: $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$. По **определению композиции функций**

$$\left((f \circ g) \circ h\right)(x) = h\left((f \circ g)(x)\right) = h\Big(g\left(f(x)\right)\Big) =$$

$$= (g \circ h)\left(f(x)\right) = \left(f \circ (g \circ h)\right)(x).$$

Пример 2. *Докажите, что множество Σ_n всех взаимно однозначных функций —* ***перестановок элементов*** *— множества $\Omega = \{1;\ 2;\ \ldots;n\}$ является группой относительно операции* ***композиции (суперпозиции) функций****.*

Решение. Докажем **ассоциативность** операции $\circ$ «композиция функций»: $(f\circ g)\circ h = f\circ(g\circ h)$. По **определению композиции функций**

$$\big((f\circ g)\circ h\big)(x) = h\left((f\circ g)(x)\right) = h\Big(g\left(f(x)\right)\Big) =$$

$$= (g\circ h)\big(f(x)\big) = \big(f\circ(g\circ h)\big)(x).$$

Ассоциативность операции $\circ$ доказана.

Пример 2. *Докажите, что множество* Σ_n *всех взаимно однозначных функций —* ***перестановок элементов*** *— множества* $\Omega = \{1;\ 2;\ \ldots;n\}$ *является группой относительно операции* ***композиции (суперпозиции) функций****.*

Решение. **Нейтральным элементом** является тождественное отображение Ω на себя: $e(k) =$

Пример 2. *Докажите, что множество Σ_n всех взаимно однозначных функций —* ***перестановок элементов*** *— множества $\Omega = \{1;\ 2;\ \ldots;n\}$ является группой относительно операции* ***композиции (суперпозиции) функций****.*

Решение. **Нейтральным элементом** является тождественное отображение Ω на себя: $e(k) = k$.

Пример 2. *Докажите, что множество Σ_n всех взаимно однозначных функций —* ***перестановок элементов*** *— множества $\Omega = \{1;\ 2;\ \ldots;n\}$ является группой относительно операции* ***композиции (суперпозиции) функций****.*

Решение. Перестановкой, **обратной** к перестановке f является функция, **обратная** к f.

Пример 2. *Докажите, что множество* Σ_n *всех взаимно однозначных функций —* ***перестановок элементов*** *— множества* $\Omega = \{1;\ 2;\ \ldots;n\}$ *является группой относительно операции* ***композиции (суперпозиции) функций****.*

Решение. Доказано, что Σ_n — группа.

Вернёмся к лекции или к выбору перспективных направлений исследования гоморфизмов, или рассмотреть пример группы перестановок.

Пример 3. *Постройте **таблицу Кэли** для **группы перестановок** Σ_3.*

Решение.

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Как зададим элементы из Σ_3?

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Элементы из Σ_3 — это

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Элементы из Σ_3 — это *функции*.

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Элементы из Σ_3 — это *функции*.

Из **стандартных способов задания функции** основимся на задании

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Элементы из Σ_3 — это *функции*.

Из **стандартных способов задания функции** основимся на задании таблицей значений.

Пример 3. *Постройте **таблицу Кэли** для **группы перестановок** Σ_3.*

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1 2 3
$f_0(x)$	

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1 2 3
$f_0(x)$	1 2 3

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	$1 \quad 2 \quad 3$
$f_0(x)$	$1 \quad 2 \quad 3$
$f_1(x)$	

Пример 3. *Постройте **таблицу Кэли** для **группы перестановок** Σ_3.*

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2		

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1 2 3
$f_0(x)$	1 2 3
$f_1(x)$	2 3 1

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$			

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$		1	

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$		1	2

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$			

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$			3

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$			
$f_5(x)$			

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1		
$f_5(x)$		2	

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$		2	

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	$\mathbf{1}$	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		$?$			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	$\mathbf{1}$	2	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	$f_2\big(f_1(1)\big)$		

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	$\mathbf{1}$	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	$\mathbf{2}$	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		$?$			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	$\mathbf{1}$	2	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	$f_2\big(f_1(1)\big)$		

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	$\mathbf{1}$	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	$\mathbf{2}$	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	$\mathbf{1}$	2	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	$f_2(\mathbf{2})$		

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	**2**	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	**1**	2	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	$f_2(\mathbf{2})$		

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	**2**	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	**1**	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	**1**	2	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	$f_2(\mathbf{2})$		

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	**2**	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	**1**	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	**1**	2	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1		

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	**2**	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	**2**	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	$f_2\big(f_1(2)\big)$	

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	**2**	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	**3**	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	**2**	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	$f_2\big(f_1(2)\big)$	

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	**2**	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	**3**	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	**2**	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	$f_2(3)$	

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	**3**
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	**2**	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	$f_2(3)$	

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	**3**
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	**2**
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	**2**	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	$f_2(3)$	

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	**3**
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	**2**
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	**2**	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	2	

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	**3**
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	2	**3**
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	2	$f_2\big(f_1(3)\big)$

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	**3**
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	**1**
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	2	**3**
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	2	$f_2\big(f_1(3)\big)$

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	**3**
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	**1**
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	2	**3**
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	2	$f_2(1)$

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	2	**3**
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	2	$f_2(1)$

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	$\mathbf{1}$	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	$\mathbf{3}$	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		$?$			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	2	$\mathbf{3}$
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	2	$f_2(1)$

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	**1**	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	**3**	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	2	**3**
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	2	3

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		?			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	2	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	2	3

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		f_0			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

x	1	2	3
$(f_1 \circ f_2)(x) = f_2\big(f_1(x)\big)$	1	2	3

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1		f_0			
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

Продолжая этот процесс, получаем

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1	f_2	f_0	f_4	f_5	f_3
f_2	f_2					
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

Продолжая этот процесс, получаем

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1	f_2	f_0	f_4	f_5	f_3
f_2	f_2	f_0	f_1	f_5	f_3	f_4
f_3	f_3					
f_4	f_4					
f_5	f_5					

Продолжая этот процесс, получаем

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1	f_2	f_0	f_4	f_5	f_3
f_2	f_2	f_0	f_1	f_5	f_3	f_4
f_3	f_3	f_5	f_4	f_0	f_2	f_1
f_4	f_4					
f_5	f_5					

Продолжая этот процесс, получаем

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1	f_2	f_0	f_4	f_5	f_3
f_2	f_2	f_0	f_1	f_5	f_3	f_4
f_3	f_3	f_5	f_4	f_0	f_2	f_1
f_4	f_4	f_3	f_5	f_1	f_0	f_2
f_5	f_5					

Продолжая этот процесс, получаем

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

x	1	2	3
$f_0(x)$	1	2	3
$f_1(x)$	2	3	1
$f_2(x)$	3	1	2
$f_3(x)$	2	1	3
$f_4(x)$	1	3	2
$f_5(x)$	3	2	1

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1	f_2	f_0	f_4	f_5	f_3
f_2	f_2	f_0	f_1	f_5	f_3	f_4
f_3	f_3	f_5	f_4	f_0	f_2	f_1
f_4	f_4	f_3	f_5	f_1	f_0	f_2
f_5	f_5	f_4	f_3	f_2	f_1	f_0

Пример 3. *Постройте* ***таблицу Кэли*** *для* ***группы перестановок*** Σ_3.

Решение. Построим таблицу Кэли для Σ_3:

Список элементов группы Σ_3		
x	1 2 3	
$f_0(x)$	1 2 3	единица группы
$f_1(x)$	2 3 1	порядка 3, это q^{-1}
$f_2(x)$	3 1 2	порядка 3, это p^{-1}
$f_3(x)$	2 1 3	инволюция
$f_4(x)$	1 3 2	инволюция
$f_5(x)$	3 2 1	инволюция

Таблица Кэли (Σ_3)						
	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	f_1	f_2	f_0	f_4	f_5	f_3
f_2	f_2	f_0	f_1	f_5	f_3	f_4
f_3	f_3	f_5	f_4	f_0	f_2	f_1
f_4	f_4	f_3	f_5	f_1	f_0	f_2
f_5	f_5	f_4	f_3	f_2	f_1	f_0

Вернуться к определению группы или рассмотреть циклическую группу.

Пример 4. *Пусть* G — *группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение.

Пример 4. *Пусть* G *— группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$*. Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

Пример 4. *Пусть* G *— группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$\begin{cases} m \geq 0, \\ n \geq 0 \end{cases} \Rightarrow g^m * g^n =$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** *g, $H = \langle g \rangle$.*

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$\begin{cases} m \geq 0, \\ n \geq 0 \end{cases} \Rightarrow g^m * g^n = \underbrace{g * \ldots * g}_{m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} =$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$\begin{cases} m \geq 0, \\ n \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \; g^m * g^n = \underbrace{g * \ldots * g}_{m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} = \underbrace{g * \ldots * g}_{m+n} =$$

Пример 4. *Пусть* G *— группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$\begin{cases} m \geq 0, \\ n \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \; g^m * g^n = \underbrace{g * \ldots * g}_{m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} = \underbrace{g * \ldots * g}_{m+n} = g^{m+n}.$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** *g, $H = \langle g \rangle$.*

Решение. Введем обозначения: $\quad g' = g^{-1}, \quad (g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$m \geq 0,\ n \geq 0 \ \Rightarrow \ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$-n \leq m < 0 < n \ \Rightarrow$$

Пример 4. *Пусть* G *— группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$m \geq 0,\ n \geq 0 \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$-n \leq m < 0 < n \ \Rightarrow\ g^m * g^n =$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Введем обозначения: $\quad g' = g^{-1}, \quad (g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$m \geq 0,\ n \geq 0 \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$-n \leq m < 0 < n \ \Rightarrow\ g^m * g^n = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} =$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$m \geq 0,\ n \geq 0 \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$-n \leq m < 0 < n \ \Rightarrow\ g^m * g^n = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} =$$

$$= \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n+m} =$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Введем обозначения: $\quad g' = g^{-1}, \quad (g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$m \geq 0,\ n \geq 0 \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$-n \leq m < 0 < n \ \Rightarrow\ g^m * g^n = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} =$$

$$= \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n+m} = \underbrace{g * \ldots * g}_{n+m} =$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** *g, $H = \langle g \rangle$.*

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$m \geq 0,\ n \geq 0 \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$-n \leq m < 0 < n \ \Rightarrow\ g^m * g^n = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} =$$

$$= \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n+m} = \underbrace{g * \ldots * g}_{n+m} = g^{m+n}.$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** *g, $H = \langle g \rangle$.*

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$m \geq 0,\ n \geq 0 \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$-n \leq m < 0 < n \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$m < 0 < n \leq -m \ \Rightarrow\ g^m * g^n =$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** *g, $H = \langle g \rangle$.*

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$m \geq 0,\ n \geq 0 \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$-n \leq m < 0 < n \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$m < 0 < n \leq -m \ \Rightarrow\ g^m * g^n = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} =$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** *g, $H = \langle g \rangle$.*

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$m \geq 0,\ n \geq 0 \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$-n \leq m < 0 < n \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$m < 0 < n \leq -m \ \Rightarrow\ g^m * g^n = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} =$$

$$= \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m-n} * \underbrace{g' * \ldots * g'}_{n} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} =$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$m \geq 0,\ n \geq 0 \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$-n \leq m < 0 < n \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$m < 0 < n \leq -m \ \Rightarrow\ g^m * g^n = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} =$$

$$= \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m-n} * \underbrace{g' * \ldots * g'}_{n} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m-n} =$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** *g, $H = \langle g \rangle$.*

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$m \geq 0,\ n \geq 0 \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$-n \leq m < 0 < n \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$m < 0 < n \leq -m \ \Rightarrow\ g^m * g^n = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} =$$

$$= \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m-n} * \underbrace{g' * \ldots * g'}_{n} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m-n} =$$

$$= (g')^{-n-m} =$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$m \geq 0,\ n \geq 0 \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$-n \leq m < 0 < n \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$m < 0 < n \leq -m \ \Rightarrow\ g^m * g^n = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} =$$

$$= \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m-n} * \underbrace{g' * \ldots * g'}_{n} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m-n} =$$

$$= (g')^{-n-m} = (g')^{-(n+m)} =$$

Пример 4. *Пусть G — группа с групповой операцией $*$ и $g \in G$. Докажите, что множество $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ является группой. Группа H называется* **циклической, порожденной** *g, $H = \langle g \rangle$.*

Решение. Введем обозначения: $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$. Докажем, что для $m, n \in \mathbb{Z}$ выполняется $g^m * g^n = g^{m+n}$.

$$m \geq 0,\ n \geq 0 \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$-n \leq m < 0 < n \ \Rightarrow\ g^m * g^n = g^{m+n}.$$

$$m < 0 < n \leq -m \ \Rightarrow\ g^m * g^n = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} =$$

$$= \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m-n} * \underbrace{g' * \ldots * g'}_{n} * \underbrace{g * \ldots * g}_{n} = \underbrace{g' * \ldots * g'}_{-m-n} =$$

$$= (g')^{-n-m} = (g')^{-(n+m)} = g^{m+n}.$$

Пример 4. *Пусть* G *— группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Итак, мы доказали, что если $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$, то

$$\forall m \in \mathbb{Z} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad g^m * g^n = g^{m+n}.$$

Пример 4. *Пусть* G *— группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \;\middle|\; k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Докажем **ассоциативность** умножения в группе H:

Пример 4. *Пусть* G *— группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Докажем **ассоциативность** умножения в группе H:

$$\forall k \in \mathbb{Z} \quad \forall m \in \mathbb{Z} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad g^k * (g^m * g^n) =$$

Пример 4. *Пусть* G *— группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Докажем **ассоциативность** умножения в группе H:

$$\forall k \in \mathbb{Z} \quad \forall m \in \mathbb{Z} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad g^k * (g^m * g^n) = g^k * g^{m+n} =$$

Пример 4. *Пусть* G *— группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Докажем **ассоциативность** умножения в группе H:

$$\forall k \in \mathbb{Z} \quad \forall m \in \mathbb{Z} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad g^k * (g^m * g^n) = g^k * g^{m+n} = g^{k+(m+n)} =$$

Пример 4. *Пусть* G — *группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Докажем **ассоциативность** умножения в группе H:

$$\forall k \in \mathbb{Z} \quad \forall m \in \mathbb{Z} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad g^k * (g^m * g^n) = g^k * g^{m+n} = g^{k+(m+n)} =$$

$$= g^{(k+m)+n} =$$

Пример 4. *Пусть* G *— группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \;\middle|\; k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Докажем **ассоциативность** умножения в группе H:

$$\forall k \in \mathbb{Z} \quad \forall m \in \mathbb{Z} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad g^k * (g^m * g^n) = g^k * g^{m+n} = g^{k+(m+n)} =$$

$$= g^{(k+m)+n} = g^{k+m} * g^n =$$

Пример 4. *Пусть* G *— группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Докажем **ассоциативность** умножения в группе H:

$$\forall k \in \mathbb{Z} \quad \forall m \in \mathbb{Z} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad g^k * (g^m * g^n) = g^k * g^{m+n} = g^{k+(m+n)} =$$

$$= g^{(k+m)+n} = g^{k+m} * g^n = \left(g^k * g^m\right) * g^n.$$

Пример 4. *Пусть* G *— группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. **Нейтральным элементом** группы H является нейтральный элемент $e = g^0$ группы G.

Пример 4. *Пусть* G *— группа с групповой операцией* $*$ *и* $g \in G$. *Докажите, что множество* $H = \left\{ g^k, (g')^k \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \cap \{0\} \right\}$ *является группой. Группа* H *называется* **циклической, порожденной** g, $H = \langle g \rangle$.

Решение. Обратным к элементу g^k является элемент $(g')^k = g^{-k}$.

Вернёмся к лекции или **к выбору перспективных направлений исследования гоморфизмов?** Или рассмотреть **пример конечной циклической группы?**

Пример 5. *Пусть* G *— группа и для* $g \in G$ *существует натуральное число* α *такое, что* $g^\alpha = e$. *Докажите, что* $H = \left\{e,\ g,\ \ldots,\ g^{\alpha-1}\right\}$ *является группой. Эта группа называется* ***конечной циклической группой***.

Решение. Этот пример можно рассматривать как уточнение результата **примера 4.**

Пример 5. *Пусть* G — *группа и для* $g \in G$ *существует натуральное число* α *такое, что* $g^\alpha = e$. *Докажите, что* $H = \left\{e,\ g,\ \ldots,\ g^{\alpha-1}\right\}$ *является группой. Эта группа называется* ***конечной циклической группой***.

Решение. Будем считать, что α минимальное натуральное число такое, что $g^\alpha = e$.

Пример 5. *Пусть* G *—* *группа и для* $g \in G$ *существует натуральное число* α *такое, что* $g^\alpha = e$. *Докажите, что* $H = \{e,\ g,\ \ldots,\ g^{\alpha-1}\}$ *является группой. Эта группа называется* ***конечной циклической группой***.

Решение. Будем считать, что α минимальное натуральное число такое, что $g^\alpha = e$. Как **мы уже доказали**, если $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$, то $\forall m \in \mathbb{Z} \ \ \forall n \in \mathbb{Z} \qquad g^m * g^n = g^{m+n}$.

Пример 5. *Пусть G — группа и для $g \in G$ существует натуральное число α такое, что $g^{\alpha} = e$. Докажите, что $H = \left\{e,\ g,\ \ldots,\ g^{\alpha-1}\right\}$ является группой. Эта группа называется* ***конечной циклической группой****.*

Решение. Будем считать, что α минимальное натуральное число такое, что $g^{\alpha} = e$. Как **мы уже доказали**, если $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$, то $\forall m \in \mathbb{Z} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \qquad g^m * g^n = g^{m+n}$.

В рассматриваемом случае $g^k = g^m$ тогда и только тогда, когда существует такое целое число β, что

Пример 5. *Пусть* G *— группа и для* $g \in G$ *существует натуральное число* α *такое, что* $g^\alpha = e$. *Докажите, что* $H = \left\{e,\ g,\ \ldots,\ g^{\alpha-1}\right\}$ *является группой. Эта группа называется* ***конечной циклической группой****.*

Решение. Будем считать, что α минимальное натуральное число такое, что $g^\alpha = e$. Как **мы уже доказали**, если $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$, то $\forall m \in \mathbb{Z}\ \ \forall n \in \mathbb{Z}\quad g^m * g^n = g^{m+n}$.

В рассматриваемом случае $g^k = g^m$ тогда и только тогда, когда существует такое целое число β, что $k - m = \alpha\beta$.

Пример 5. *Пусть* G *— группа и для* $g \in G$ *существует натуральное число* α *такое, что* $g^\alpha = e$. *Докажите, что* $H = \left\{e,\ g,\ \ldots,\ g^{\alpha-1}\right\}$ *является группой. Эта группа называется* ***конечной циклической группой****.*

Решение. Будем считать, что α минимальное натуральное число такое, что $g^\alpha = e$. Как **мы уже доказали**, если $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$, то $\forall m \in \mathbb{Z}\ \ \forall n \in \mathbb{Z}\quad g^m * g^n = g^{m+n}$.

В рассматриваемом случае $g^k = g^m$ тогда и только тогда, когда существует такое целое число β, что $k - m = \alpha\beta$.

Кроме того, $(g^k)' = g^{-k} = g^{\alpha-k}$.

Пример 5. *Пусть* G — *группа и для* $g \in G$ *существует натуральное число* α *такое, что* $g^{\alpha} = e$. *Докажите, что* $H = \left\{e,\ g,\ \ldots,\ g^{\alpha-1}\right\}$ *является группой. Эта группа называется* ***конечной циклической группой***.

Решение. Будем считать, что α минимальное натуральное число такое, что $g^{\alpha} = e$. Как **мы уже доказали**, если $g' = g^{-1}$, $(g')^k = g^{-k}$, то $\forall m \in \mathbb{Z} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \qquad g^m * g^n = g^{m+n}$.

В рассматриваемом случае $g^k = g^m$ тогда и только тогда, когда существует такое целое число β, что $k - m = \alpha\beta$.

Кроме того, $(g^k)' = g^{-k} = g^{\alpha-k}$.

Остается сослаться на **пример 4.**

Вернёмся к лекции или **к выбору перспективных направлений исследования гоморфизмов?**

Пример 6. Найдите все подгруппы группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

Пример 6. Найдите все подгруппы группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. **Ясно**, что в этой группе нейтральным элементом является a.

Пример 6. Найдите все подгруппы группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Ясно, что в этой группе нейтральным элементом является a.

Значит, a является элементом любой подгруппы группы D_6.

Пример 6. Найдите все подгруппы группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Минимальной подгруппой является $H_0 = \{a\}$, а максимальной — подгруппа D_6.

Пример 6. Найдите все подгруппы группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Минимальной подгруппой является $H_0 = \{a\}$, а максимальной — подгруппа D_6.

Пусть $b \in H_1$. Тогда $b^2 \in H_1$, откуда

Пример 6. Найдите все подгруппы группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Минимальной подгруппой является $H_0 = \{a\}$, а максимальной — подгруппа D_6.

Пусть $b \in H_1$. Тогда $b^2 \in H_1$, откуда $c \in H_1$.

Пример 6. Найдите все подгруппы группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Минимальной подгруппой является $H_0 = \{a\}$, а максимальной — подгруппа D_6.

Пусть $b \in H_1$. Тогда $b^2 \in H_1$, откуда $c \in H_1$.

При этом $c^2 = b \in H_1$ и $cb = bc = a \in H_1$.

Пример 6. Найдите все подгруппы группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Минимальной подгруппой является $H_0 = \{a\}$, а максимальной — подгруппа D_6. Получили подгруппу $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Пример 6. Найдите все подгруппы группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**.

Решение. Минимальной подгруппой является $H_0 = \{a\}$, а максимальной — подгруппа D_6. Получили подгруппу $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$.

Перебирая элементы, не лежащие в H_1, получаем подгруппы $H_2 = \{a, p\}$, $\quad H_3 = \{a, q\}$, $\quad H_4 = \{a, r\}$.

Пример 6. Найдите все подгруппы группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Минимальной подгруппой является $H_0 = \{a\}$, а максимальной — подгруппа D_6. Получили подгруппы $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$, $H_2 = \{a, p\}$, $H_3 = \{a, q\}$, $H_4 = \{a, r\}$.

Пример 6. Найдите все подгруппы группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Минимальной подгруппой является $H_0 = \{a\}$, а максимальной — подгруппа D_6. Получили подгруппы $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$, $H_2 = \{a, p\}$, $\quad H_3 = \{a, q\}$, $\quad H_4 = \{a, r\}$.

По **теореме Лагранжа** порядок подгруппы делит нацело порядок группы.

Пример 6. Найдите все подгруппы группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Минимальной подгруппой является $H_0 = \{a\}$, а максимальной — подгруппа D_6. Получили подгруппы $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$, $H_2 = \{a, p\}$, $H_3 = \{a, q\}$, $H_4 = \{a, r\}$.

По **теореме Лагранжа** порядок подгруппы делит нацело порядок группы.

Значит, собственные подгруппы группы D_6 имеют порядок 2 или 3.

Пример 6. Найдите все подгруппы группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Минимальной подгруппой является $H_0 = \{a\}$, а максимальной — подгруппа D_6. Получили подгруппы $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$, $H_2 = \{a, p\}$, $H_3 = \{a, q\}$, $H_4 = \{a, r\}$.

По **теореме Лагранжа** порядок подгруппы делит нацело порядок группы.

Значит, собственные подгруппы группы D_6 имеют порядок 2 или 3.

Следовательно, других подгрупп в группе D_6 нет.

Вернёмся к лекции?

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 =$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	**a**	**b**	**c**	p	q	r
a	**a**	**b**	**c**	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 =$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	p	q	r
a	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\}$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	**a**	**b**	**c**	p	q	r
a	**a**	**b**	**c**	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} \quad b * H_1 \quad c * H_1,$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	p	q	r
a	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	p	q	r
b	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	$\mathbf{a}$	q	r	p
c	$\mathbf{c}$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} \quad b * H_1 \quad c * H_1,$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	**a**	**b**	**c**	p	q	r
a	**a**	**b**	**c**	p	q	r
b	**b**	**c**	**a**	q	r	p
c	**c**	**a**	**b**	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	$\mathbf{p}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{q}$	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 =$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	**a**	**b**	**c**	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	**p**	**r**	**q**	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\}$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	**a**	**b**	**c**	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	**p**	**r**	**q**	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$$

$$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} \quad\ q * H_1 \quad\ r * H_1,$$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	$\mathbf{p}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{q}$	a	c	b
q	$\mathbf{q}$	$\mathbf{p}$	$\mathbf{r}$	b	a	c
r	$\mathbf{r}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{p}$	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} \quad q * H_1 \quad r * H_1,$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	$\mathbf{p}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{q}$	a	c	b
q	$\mathbf{q}$	$\mathbf{p}$	$\mathbf{r}$	b	a	c
r	$\mathbf{r}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{p}$	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$

$H_1 * a =$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	**a**	b	c	p	q	r
b	**b**	c	a	q	r	p
c	**c**	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$

$H_1 * a =$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	**a**	b	c	p	q	r
b	**b**	c	a	q	r	p
c	**c**	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$

$H_1 * a = \{a,\ b,\ c\}$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	**a**	b	c	p	q	r
b	**b**	c	a	q	r	p
c	**c**	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$

$H_1 * a = \{a,\ b,\ c\} \quad H_1 * b \quad H_1 * c,$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	**a**	**b**	**c**	p	q	r
b	**b**	**c**	**a**	q	r	p
c	**c**	**a**	**b**	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$$

$$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$$

$$H_1 * a = \{a,\ b,\ c\} \quad H_1 * b \quad H_1 * c,$$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
$\mathbf{a}$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	p	q	r
$\mathbf{b}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	$\mathbf{a}$	q	r	p
$\mathbf{c}$	$\mathbf{c}$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$

$H_1 * a = \{a,\ b,\ c\} = H_1 * b = H_1 * c,$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$

$H_1 * a = \{a,\ b,\ c\} = H_1 * b = H_1 * c,$

$H_1 * p =$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	**p**	q	r
b	b	c	a	**q**	r	p
c	c	a	b	**r**	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$

$H_1 * a = \{a,\ b,\ c\} = H_1 * b = H_1 * c,$

$H_1 * p =$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	**p**	q	r
b	b	c	a	**q**	r	p
c	c	a	b	**r**	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$

$H_1 * a = \{a,\ b,\ c\} = H_1 * b = H_1 * c,$

$H_1 * p = \{p,\ q,\ r\}$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	**p**	q	r
b	b	c	a	**q**	r	p
c	c	a	b	**r**	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$

$H_1 * a = \{a,\ b,\ c\} = H_1 * b = H_1 * c,$

$H_1 * p = \{p,\ q,\ r\} \quad H_1 * q \quad H_1 * r,$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	**p**	**q**	**r**
b	b	c	a	**q**	**r**	**p**
c	c	a	b	**r**	**p**	**q**
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$

$H_1 * a = \{a,\ b,\ c\} = H_1 * b = H_1 * c,$

$H_1 * p = \{p,\ q,\ r\} \quad H_1 * q \quad H_1 * r,$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
$\mathbf{a}$	a	b	c	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$
$\mathbf{b}$	b	c	a	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{p}$
$\mathbf{c}$	c	a	b	$\mathbf{r}$	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$

$H_1 * a = \{a,\ b,\ c\} = H_1 * b = H_1 * c,$

$H_1 * p = \{p,\ q,\ r\} = H_1 * q = H_1 * r,$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_1 = \{a,\ b,\ c\} = b * H_1 = c * H_1,$

$p * H_1 = \{p,\ q,\ r\} = q * H_1 = r * H_1,$

$H_1 * a = \{a,\ b,\ c\} = H_1 * b = H_1 * c,$

$H_1 * p = \{p,\ q,\ r\} = H_1 * q = H_1 * r,$

левые и правые смежные классы по подгруппе H_1 совпали!

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 =$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = \_ * H_2$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 \quad H_2 * a =$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 \quad H_2 * a = \{a, p\}$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\}$$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * \_$$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$

$b * H_2 =$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$

$b * H_2 = \{b, q\} = \_ * H_2$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$$

$$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2$$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$

$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \quad H_2 * b =$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$

$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \quad H_2 * b = \{b, r\}$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$

$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \neq H_2 * b = \{b, r\}$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$

$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \neq H_2 * b = \{b, r\} = H_2 * \_$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$

$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \neq H_2 * b = \{b, r\} = H_2 * r,$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$

$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \neq H_2 * b = \{b, r\} = H_2 * r,$

$c * H_2 =$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$

$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \neq H_2 * b = \{b, r\} = H_2 * r,$

$c * H_2 = \{c, r\} = \_ * H_2;$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$$
$$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \neq H_2 * b = \{b, r\} = H_2 * r,$$
$$c * H_2 = \{c, r\} = r * H_2$$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$$
$$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \neq H_2 * b = \{b, r\} = H_2 * r,$$
$$c * H_2 = \{c, r\} = r * H_2 \quad H_2 * c =$$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$

$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \neq H_2 * b = \{b, r\} = H_2 * r,$

$c * H_2 = \{c, r\} = r * H_2 \quad H_2 * c = \{c, q\}$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$$
$$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \neq H_2 * b = \{b, r\} = H_2 * r,$$
$$c * H_2 = \{c, r\} = r * H_2 \neq H_2 * c = \{c, q\}$$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$$
$$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \neq H_2 * b = \{b, r\} = H_2 * r,$$
$$c * H_2 = \{c, r\} = r * H_2 \neq H_2 * c = \{c, q\} = H_2 * \_.$$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$

$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \neq H_2 * b = \{b, r\} = H_2 * r,$

$c * H_2 = \{c, r\} = r * H_2 \neq H_2 * c = \{c, q\} = H_2 * q.$

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

*	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$

$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \neq H_2 * b = \{b, r\} = H_2 * r,$

$c * H_2 = \{c, r\} = r * H_2 \neq H_2 * c = \{c, q\} = H_2 * q.$

Левые и правые смежные классы по H_2 не совпадают!

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$\{a,\ b,\ c\} = a * H_1 = b * H_1 = c * H_1 = H_1 * a = H_1 * b = H_1 * c,$

$\{p,\ q,\ r\} = p * H_1 = q * H_1 = r * H_1 = H_1 * p = H_1 * q = H_1 * r,$

$a * H_2 = \{a, p\} = p * H_2 = H_2 * a = \{a, p\} = H_2 * p,$

$b * H_2 = \{b, q\} = q * H_2 \neq H_2 * b = \{b, r\} = H_2 * r,$

$c * H_2 = \{c, r\} = r * H_2 \neq H_2 * c = \{c, q\} = H_2 * q.$

Левые и правые смежные классы по H_2 не совпадают,

а по H_1 — совпадают!

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

Левые и правые смежные классы по H_2 не совпадают,
а по H_1 — совпадают!

Итак, левые и правые смежные классы могут совпадать, а могут и не совпадать.

Пример 7. Найдите **левые и правые смежные классы** группы $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной данной **таблицей Кэли** по подгруппам $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$ и $H_2 = \{a, p\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

Левые и правые смежные классы по H_2 не совпадают,
а по H_1 — совпадают!

Итак, левые и правые смежные классы могут совпадать, а могут и не совпадать.

Какой из этих случаев наиболее интересен для изучения?

Вернёмся к лекции?

Пример 8. *В группе* D_8 *групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу* b *и к элементу* p. *Найдите* $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a =$$

Пример 8. *В группе* D_8 *групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу* b *и к элементу* p. *Найдите* $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

.

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

Пример 8. *В группе* D_8 *групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу* b *и к элементу* p. *Найдите* $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

*	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

.

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c =$$

Пример 8. *В группе* D_8 *групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу* b *и к элементу* p. *Найдите* $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 =$$

Пример 8. *В группе* D_8 *групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу* b *и к элементу* p. *Найдите* $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

.

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

.

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p =$$

Пример 8. *В группе* D_8 *групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу* b *и к элементу* p. *Найдите* $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p = p * b * p =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

.

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p = p * b * p = r * p =$$

Пример 8. *В группе* D_8 *групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу* b *и к элементу* p. *Найдите* $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p = p * b * p = r * p = c,$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p = p * b * p = r * p = c,$$

$$b^q =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p = p * b * p = r * p = c,$$

$$b^q = q^{-1} * b * q =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p = p * b * p = r * p = c,$$

$$b^q = q^{-1} * b * q = q * b * q =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

.

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p = p * b * p = r * p = c,$$

$$b^q = q^{-1} * b * q = q * b * q = p * q =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p = p * b * p = r * p = c,$$

$$b^q = q^{-1} * b * q = q * b * q = p * q = c,$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p = p * b * p = r * p = c,$$

$$b^q = q^{-1} * b * q = q * b * q = p * q = c,$$

$$b^r =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

.

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p = p * b * p = r * p = c,$$

$$b^q = q^{-1} * b * q = q * b * q = p * q = c,$$

$$b^r = r^{-1} * b * r =$$

Пример 8. *В группе* D_8 *групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу* b *и к элементу* p. *Найдите* $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

.

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p = p * b * p = r * p = c,$$

$$b^q = q^{-1} * b * q = q * b * q = p * q = c,$$

$$b^r = r^{-1} * b * r = r * b * r =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

.

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p = p * b * p = r * p = c,$$

$$b^q = q^{-1} * b * q = q * b * q = p * q = c,$$

$$b^r = r^{-1} * b * r = r * b * r = q * r =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

.

Решение.

$$b^a = a^{-1} * b * a = a * b * a = b,$$

$$b^b = b^{-1} * b * b = b,$$

$$b^c = c^{-1} * b * c = b^{-2} * b * b^2 = b^{-1} * b^{-1} * b * b * b = b,$$

$$b^p = p^{-1} * b * p = p * b * p = r * p = c,$$

$$b^q = q^{-1} * b * q = q * b * q = p * q = c,$$

$$b^r = r^{-1} * b * r = r * b * r = q * r = c.$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b^a = b^b = b^c = b, \qquad b^p = b^q = b^r = c.$$

Пример 8. *В группе* D_8 *групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу* b *и к элементу* p. *Найдите* $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b,c] =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b, c] = b' * c' * b * c =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите* $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

.

Решение.

$$[b,c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b,c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c = a,$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

.

Решение.

$$[b,c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c = a,$$

$$[b,p] =$$

Пример 8. *В группе* D_8 *групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу* b *и к элементу* p. *Найдите* $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b, c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c = a,$$

$$[b, p] = b' * p' * b * p =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b,c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c = a,$$

$$[b,p] = b' * p' * b * p = c * p * b * p =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b,c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c = a,$$

$$[b,p] = b' * p' * b * p = c * p * b * p = r * b * p =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b,c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c = a,$$

$$[b,p] = b' * p' * b * p = c * p * b * p = r * b * p = q * p =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите* $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b,c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c = a,$$

$$[b,p] = b' * p' * b * p = c * p * b * p = r * b * p = q * p = b,$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b,c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c = a,$$

$$[b,p] = b' * p' * b * p = c * p * b * p = r * b * p = q * p = b,$$

$$[p,q] =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b,c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c = a,$$

$$[b,p] = b' * p' * b * p = c * p * b * p = r * b * p = q * p = b,$$

$$[p,q] = p' * q' * p * q =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b, c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c = a,$$

$$[b, p] = b' * p' * b * p = c * p * b * p = r * b * p = q * p = b,$$

$$[p, q] = p' * q' * p * q = p * q * p * q =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b,c]$, $[b,p]$, $[p,q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b,c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c = a,$$

$$[b,p] = b' * p' * b * p = c * p * b * p = r * b * p = q * p = b,$$

$$[p,q] = p' * q' * p * q = p * q * p * q = c * p * q =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b, c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c = a,$$

$$[b, p] = b' * p' * b * p = c * p * b * p = r * b * p = q * p = b,$$

$$[p, q] = p' * q' * p * q = p * q * p * q = c * p * q = r * q =$$

Пример 8. *В группе D_8 групповая операция задана таблицей. Найдите все элементы, сопряжённые к элементу b и к элементу p. Найдите $[b, c]$, $[b, p]$, $[p, q]$.*

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$[b, c] = b' * c' * b * c = c * b * b * c = a,$$

$$[b, p] = b' * p' * b * p = c * p * b * p = r * b * p = q * p = b,$$

$$[p, q] = p' * q' * p * q = p * q * p * q = c * p * q = r * q = b.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 9. *Пусть* $\mathbb{Z} = \langle \{0,\ -1,\ 1,\ -2,\ 2, \ldots\}, \{+\} \rangle$ — ***аддитивная группа кольца*** *целых чисел,* $K = \left\langle \{1,\ 2,\ \frac{1}{2},\ 4,\ \frac{1}{4},\ 8,\ \frac{1}{8}, \ldots\}, \{\cdot\} \right\rangle$. *Покажите, что* ***гомоморфизмом*** *является функция* $f : \mathbb{Z} \to K$, *заданная формулой* $f(x) = 2^x$.

Решение.

Пример 9. *Пусть* $\mathbb{Z} = \langle \{0,\ -1,\ 1,\ -2,\ 2, \ldots\}, \{+\}\rangle$ — ***аддитивная группа кольца*** *целых чисел,* $K = \left\langle \{1,\ 2,\ \frac{1}{2},\ 4,\ \frac{1}{4},\ 8,\ \frac{1}{8}, \ldots\}, \{\cdot\}\right\rangle$*. Покажите, что* ***гомоморфизмом*** *является функция* $f : \mathbb{Z} \to K$*, заданная формулой* $f(x) = 2^x$.

Решение.

$$f(x+y) =$$

Пример 9. *Пусть* $\mathbb{Z} = \langle\{0,\ -1,\ 1,\ -2,\ 2, \ldots\}, \{+\}\rangle$ — ***аддитивная группа кольца*** *целых чисел,* $K = \left\langle\left\{1,\ 2,\ \frac{1}{2},\ 4,\ \frac{1}{4},\ 8,\ \frac{1}{8}, \ldots\right\}, \{\cdot\}\right\rangle$ *Покажите, что* ***гомоморфизмом*** *является функция* $f:\ \mathbb{Z} \to K$, *заданная формулой* $f(x) = 2^x$.

Решение.

$$f(x+y) = \qquad\qquad\qquad\qquad = f(x) \cdot f(y).$$

Пример 9. *Пусть* $\mathbb{Z} = \langle\{0,\ -1,\ 1,\ -2,\ 2, \ldots\}, \{+\}\rangle$ — ***аддитивная группа кольца*** *целых чисел,* $K = \left\langle\{1,\ 2,\ \frac{1}{2},\ 4,\ \frac{1}{4},\ 8,\ \frac{1}{8}, \ldots\}, \{\cdot\}\right\rangle$. *Покажите, что* ***гомоморфизмом*** *является функция* $f:\ \mathbb{Z} \to K$, *заданная формулой* $f(x) = 2^x$.

Решение.

$$f(x+y) = 2^{x+y} = \qquad\qquad = f(x) \cdot f(y).$$

Пример 9. *Пусть* $\mathbb{Z} = \langle\{0,\ -1,\ 1,\ -2,\ 2, \ldots\}, \{+\}\rangle$ *—* ***аддитивная группа кольца*** *целых чисел,* $K = \left\langle\{1,\ 2,\ \frac{1}{2},\ 4,\ \frac{1}{4},\ 8,\ \frac{1}{8}, \ldots\}, \{\cdot\}\right\rangle$*. Покажите, что* ***гомоморфизмом*** *является функция* $f:\ \mathbb{Z} \to K$*, заданная формулой* $f(x) = 2^x$*.*

Решение.

$$f(x+y) = 2^{x+y} = 2^x \cdot 2^y = f(x) \cdot f(y).$$

Пример 9. *Пусть* $\mathbb{Z} = \langle\{0,\ -1,\ 1,\ -2,\ 2, \ldots\}, \{+\}\rangle$ *—* ***аддитивная группа кольца*** *целых чисел,* $K = \left\langle\{1,\ 2,\ \frac{1}{2},\ 4,\ \frac{1}{4},\ 8,\ \frac{1}{8}, \ldots\}, \{\cdot\}\right\rangle$*.* *Покажите, что* ***гомоморфизмом*** *является функция* $f:\ \mathbb{Z} \to K$*, заданная формулой* $f(x) = 2^x$.

Решение.

$$f(x+y) = 2^{x+y} = 2^x \cdot 2^y = f(x) \cdot f(y).$$

Значит, f — гомоморфизм.

Вернёмся к лекции?

Пример 10. *В группе* $\mathbb{Z}_{12} = \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots,\ 10;\ 11\}$ *даны подгруппы* $A = \{0;\ 6\}$ *и* $B = \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10\}$. *Найдите* $\mathbb{Z}_{12}/A$, $\mathbb{Z}_{12}/B$, $(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A)$.

Решение.

Пример 10. *В группе* $\mathbb{Z}_{12} = \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots,\ 10;\ 11\}$ *даны подгруппы* $A = \{0;\ 6\}$ *и* $B = \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10\}$. *Найдите* $\mathbb{Z}_{12}/A$, $\mathbb{Z}_{12}/B$, $(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A)$.

Решение.

$$\mathbb{Z}_{12}/A = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\},$$

Пример 10. *В группе* $\mathbb{Z}_{12} = \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots,\ 10;\ 11\}$ *даны подгруппы* $A = \{0;\ 6\}$ *и* $B = \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10\}$. *Найдите* $\mathbb{Z}_{12}/A$, $\mathbb{Z}_{12}/B$, $(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A)$.

Решение.

$$\mathbb{Z}_{12}/A = \Big\{\{0;6\};\ \{1;7\};\ \{2;8\};\ \{3;9\};\ \{4;10\};\ \{5;11\}\Big\},$$

Пример 10. *В группе* $\mathbb{Z}_{12} = \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots,\ 10;\ 11\}$ *даны подгруппы* $A = \{0;\ 6\}$ *и* $B = \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10\}$. *Найдите* $\mathbb{Z}_{12}/A$, $\mathbb{Z}_{12}/B$, $(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A)$.

Решение.

$$\mathbb{Z}_{12}/A = \Big\{\{0;6\};\ \{1;7\};\ \{2;8\};\ \{3;9\};\ \{4;10\};\ \{5;11\}\Big\},$$

$$\mathbb{Z}_{12}/B = \Big\{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\Big\},$$

Пример 10. *В группе* $\mathbb{Z}_{12} = \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots,\ 10;\ 11\}$ *даны подгруппы* $A = \{0;\ 6\}$ *и* $B = \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10\}$. *Найдите* $\mathbb{Z}_{12}/A$, $\mathbb{Z}_{12}/B$, $(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A)$.

Решение.

$$\mathbb{Z}_{12}/A = \Big\{\{0;6\};\ \{1;7\};\ \{2;8\};\ \{3;9\};\ \{4;10\};\ \{5;11\}\Big\},$$

$$\mathbb{Z}_{12}/B = \Big\{\{0;2;4;6;8;10\};\ \{1;3;5;7;9;11\}\Big\},$$

Пример 10. *В группе* $\mathbb{Z}_{12} = \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots,\ 10;\ 11\}$ *даны подгруппы* $A = \{0;\ 6\}$ *и* $B = \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10\}$. *Найдите* $\mathbb{Z}_{12}/A$, $\mathbb{Z}_{12}/B$, $(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A)$.

Решение.

$$\mathbb{Z}_{12}/A = \Big\{\{0;6\};\ \{1;7\};\ \{2;8\};\ \{3;9\};\ \{4;10\};\ \{5;11\}\Big\},$$

$$\mathbb{Z}_{12}/B = \Big\{\{0;2;4;6;8;10\};\ \{1;3;5;7;9;11\}\Big\},$$

$$(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A) = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

Пример 10. *В группе* $\mathbb{Z}_{12} = \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots,\ 10;\ 11\}$ *даны подгруппы* $A = \{0;\ 6\}$ *и* $B = \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10\}$. *Найдите* $\mathbb{Z}_{12}/A$, $\mathbb{Z}_{12}/B$, $(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A)$.

Решение.

$$\mathbb{Z}_{12}/A = \Big\{\{0;6\};\ \{1;7\};\ \{2;8\};\ \{3;9\};\ \{4;10\};\ \{5;11\}\Big\},$$

$$\mathbb{Z}_{12}/B = \Big\{\{0;2;4;6;8;10\};\ \{1;3;5;7;9;11\}\Big\},$$

$$(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A) = \Bigg\{\Big\{\qquad\qquad\qquad\qquad\Big\};\Big\{\qquad\qquad\qquad\qquad\Big\}\Bigg\}.$$

Пример 10. *В группе* $\mathbb{Z}_{12} = \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots,\ 10;\ 11\}$ *даны подгруппы* $A = \{0;\ 6\}$ *и* $B = \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10\}$. *Найдите* $\mathbb{Z}_{12}/A$, $\mathbb{Z}_{12}/B$, $(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A)$.

Решение.

$$\mathbb{Z}_{12}/A = \Big\{\{0;6\};\ \{1;7\};\ \{2;8\};\ \{3;9\};\ \{4;10\};\ \{5;11\}\Big\},$$

$$\mathbb{Z}_{12}/B = \Big\{\{0;2;4;6;8;10\};\ \{1;3;5;7;9;11\}\Big\},$$

$$(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A) = \Bigg\{\Big\{\{0;6\};\{2;8\};\{4;10\}\Big\};\ \Big\{\qquad\qquad\qquad\qquad\Big\}\Bigg\}.$$

Пример 10. *В группе* $\mathbb{Z}_{12} = \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots,\ 10;\ 11\}$ *даны подгруппы* $A = \{0;\ 6\}$ *и* $B = \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10\}$. *Найдите* $\mathbb{Z}_{12}/A$, $\mathbb{Z}_{12}/B$, $(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A)$.

Решение.

$$\mathbb{Z}_{12}/A = \Big\{\{0;6\};\ \{1;7\};\ \{2;8\};\ \{3;9\};\ \{4;10\};\ \{5;11\}\Big\},$$

$$\mathbb{Z}_{12}/B = \Big\{\{0;2;4;6;8;10\};\ \{1;3;5;7;9;11\}\Big\},$$

$$(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A) = \bigg\{\Big\{\{0;6\};\{2;8\};\{4;10\}\Big\};\ \Big\{\{1;7\};\{3;9\};\{5;11\}\Big\}\bigg\}.$$

Пример 10. *В группе* $\mathbb{Z}_{12} = \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots,\ 10;\ 11\}$ *даны подгруппы* $A = \{0;\ 6\}$ *и* $B = \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10\}$. *Найдите* $\mathbb{Z}_{12}/A$, $\mathbb{Z}_{12}/B$, $\left(\mathbb{Z}_{12}/A\right)/(B/A)$.

Решение.

$$\mathbb{Z}_{12}/A = \Big\{\{0;6\};\ \{1;7\};\ \{2;8\};\ \{3;9\};\ \{4;10\};\ \{5;11\}\Big\},$$

$$\mathbb{Z}_{12}/B = \Big\{\{0;2;4;6;8;10\};\ \{1;3;5;7;9;11\}\Big\},$$

$$\left(\mathbb{Z}_{12}/A\right)/(B/A) = \left\{\Big\{\{0;6\};\{2;8\};\{4;10\}\Big\};\ \Big\{\{1;7\};\{3;9\};\{5;11\}\Big\}\right\}.$$

X		
$\varphi(X)$		

Пример 10. *В группе* $\mathbb{Z}_{12} = \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots,\ 10;\ 11\}$ *даны подгруппы* $A = \{0;\ 6\}$ *и* $B = \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10\}$. *Найдите* $\mathbb{Z}_{12}/A$, $\mathbb{Z}_{12}/B$, $(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A)$.

Решение.

$$\mathbb{Z}_{12}/A = \Big\{\{0;6\};\ \{1;7\};\ \{2;8\};\ \{3;9\};\ \{4;10\};\ \{5;11\}\Big\},$$

$$\mathbb{Z}_{12}/B = \Big\{\{0;2;4;6;8;10\};\ \{1;3;5;7;9;11\}\Big\},$$

$$(\mathbb{Z}_{12}/A)\,/(B/A) = \Bigg\{\Big\{\{0;6\};\{2;8\};\{4;10\}\Big\};\ \Big\{\{1;7\};\{3;9\};\{5;11\}\Big\}\Bigg\}.$$

X	$\Big\{\{0;6\};\{2;8\};\{4;10\}\Big\}$	$\Big\{\{1;7\};\{3;9\};\{5;11\}\Big\}$
$\varphi(X)$		

Пример 10. *В группе* $\mathbb{Z}_{12} = \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots,\ 10;\ 11\}$ *даны подгруппы* $A = \{0;\ 6\}$ *и* $B = \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10\}$. *Найдите* $\mathbb{Z}_{12}/A$, $\mathbb{Z}_{12}/B$, $\left(\mathbb{Z}_{12}/A\right)/(B/A)$.

Решение.

$$\mathbb{Z}_{12}/A = \Big\{\{0;6\};\ \{1;7\};\ \{2;8\};\ \{3;9\};\ \{4;10\};\ \{5;11\}\Big\},$$

$$\mathbb{Z}_{12}/B = \Big\{\{0;2;4;6;8;10\};\ \{1;3;5;7;9;11\}\Big\},$$

$$\left(\mathbb{Z}_{12}/A\right)/(B/A) = \left\{\Big\{\{0;6\};\{2;8\};\{4;10\}\Big\};\ \Big\{\{1;7\};\{3;9\};\{5;11\}\Big\}\right\}.$$

X	$\Big\{\{0;6\};\{2;8\};\{4;10\}\Big\}$	$\Big\{\{1;7\};\{3;9\};\{5;11\}\Big\}$
$\varphi(X)$	$\{0;2;4;6;8;10\}$	$\{1;3;5;7;9;11\}$

Вернёмся к лекции?

Пример 11. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение подгрупп $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{a, p\}$, а также подгрупп B и $C = \{a, q\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

Пример 11. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение подгрупп $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{a, p\}$, а также подгрупп B и $C = \{a, q\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Имеем $A * B = \{a, b, c\} * \{a, p\} =$

Пример 11. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение подгрупп $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{a, p\}$, а также подгрупп B и $C = \{a, q\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Имеем $A * B = \{a, b, c\} * \{a, p\} =$
$= \{a * a, a * p, b * a, b * p, c * a, c * p\}$.

Пример 11. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение подгрупп $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{a, p\}$, а также подгрупп B и $C = \{a, q\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Имеем $A * B = \{a, b, c\} * \{a, p\} =$
$= \{a, p, b, b * p, c, c * p\}$.

Пример 11. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение подгрупп $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{a, p\}$, а также подгрупп B и $C = \{a, q\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Имеем $A * B = \{a, b, c\} * \{a, p\} =$
$= \{a, p, b, q, c, c * p\}$.

Пример 11. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение подгрупп $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{a, p\}$, а также подгрупп B и $C = \{a, q\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Имеем $A * B = \{a, b, c\} * \{a, p\} =$
$= \{a, p, b, q, c, r\}$.

Пример 11. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение подгрупп $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{a, p\}$, а также подгрупп B и $C = \{a, q\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Имеем $A * B = \{a, b, c\} * \{a, p\} =$
$= \{a, p, b, q, c, r\}$.

$B * C = \{a, p\} * \{a, q\} =$

Пример 11. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение подгрупп $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{a, p\}$, а также подгрупп B и $C = \{a, q\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Имеем $A * B = \{a, b, c\} * \{a, p\} =$
$= \{a, p, b, q, c, r\}$.

$B * C = \{a, p\} * \{a, q\} = \{a * a, a * q, p * a, p * q\}$

Пример 11. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение подгрупп $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{a, p\}$, а также подгрупп B и $C = \{a, q\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Имеем $A * B = \{a, b, c\} * \{a, p\} =$
$= \{a, p, b, q, c, r\}$.

$B * C = \{a, p\} * \{a, q\} = \{a, q, p, p * q\}$

Пример 11. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение подгрупп $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{a, p\}$, а также подгрупп B и $C = \{a, q\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Имеем $A * B = \{a, b, c\} * \{a, p\} =$
$= \{a, p, b, q, c, r\}$.

$B * C = \{a, p\} * \{a, q\} = \{a, q, p, c\}$

Пример 11. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение подгрупп $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{a, p\}$, а также подгрупп B и $C = \{a, q\}$.

$*$	**a**	b	**c**	**p**	**q**	r
a	**a**	b	**c**	**p**	**q**	r
b	b	c	a	q	r	p
c	**c**	a	**b**	**r**	**p**	q
p	**p**	r	**q**	**a**	**c**	b
q	**q**	p	**r**	**b**	**a**	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Имеем $A * B = \{a, b, c\} * \{a, p\} =$
$= \{a, p, b, q, c, r\}$.

$B * C = \{a, p\} * \{a, q\} = \{a, q, p, c\}$

Пример 11. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение подгрупп $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{a, p\}$, а также подгрупп B и $C = \{a, q\}$.

$*$	**a**	b	**c**	**p**	**q**	r
a	**a**	b	**c**	**p**	**q**	r
b	b	c	a	q	r	p
c	**c**	a	**b**	**r**	**p**	q
p	**p**	r	**q**	**a**	**c**	b
q	**q**	p	**r**	**b**	**a**	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Имеем $A * B = \{a, b, c\} * \{a, p\} = \{a, p, b, q, c, r\}$.

$B * C = \{a, p\} * \{a, q\} = \{a, q, p, c\}$ — не является подгруппой группы D_6.

Вернёмся к лекции?

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$b * \{a;\ b;\ c\} * q * \{a;\ b;\ c\} =$

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b * \{a;\ b;\ c\} * q * \{a;\ b;\ c\} =$$

$$= b * \{a * q;\ b * q;\ c * q\} * \{a;\ b;\ c\} =$$

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	$\mathbf{q}$	r
$\mathbf{a}$	a	b	c	p	$\mathbf{q}$	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b * \{a;\ b;\ c\} * q * \{a;\ b;\ c\} =$$

$$= b * \{\mathbf{a * q};\ b * q;\ c * q\} * \{a;\ b;\ c\} =$$

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	$\mathbf{a}$	b	c	p	$\mathbf{q}$	r
$\mathbf{a}$	a	b	c	p	$\mathbf{q}$	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
$\mathbf{q}$	$\mathbf{q}$	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$b * \{a;\ b;\ c\} * q * \{a;\ b;\ c\} =$

$= b * \{\mathbf{a} * \mathbf{q};\ b * q;\ c * q\} * \{a;\ b;\ c\} =$

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	$\mathbf{a}$	b	c	p	$\mathbf{q}$	r
$\mathbf{a}$	a	b	c	p	$\mathbf{q}$	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
$\mathbf{q}$	$\mathbf{q}$	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b * \{a;\ b;\ c\} * q * \{a;\ b;\ c\} =$$
$$= b * \{\mathbf{a} * \mathbf{q};\ b * q;\ c * q\} * \{a;\ b;\ c\} =$$
$$= b * \{\mathbf{q} * \mathbf{a};\qquad\qquad\} * \{a;\ b;\ c\} =$$

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	$\mathbf{q}$	r
a	a	b	c	p	q	r
$\mathbf{b}$	b	c	a	q	$\mathbf{r}$	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$b * \{a;\ b;\ c\} * q * \{a;\ b;\ c\} =$

$= b * \{a * q;\ \mathbf{b} * \mathbf{q};\ c * q\} * \{a;\ b;\ c\} =$

$= b * \{q * a; \qquad\qquad\qquad \} * \{a;\ b;\ c\} =$

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	$\mathbf{c}$	p	$\mathbf{q}$	r
a	a	b	c	p	q	r
$\mathbf{b}$	b	c	a	q	$\mathbf{r}$	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
$\mathbf{q}$	q	p	$\mathbf{r}$	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b * \{a;\ b;\ c\} * q * \{a;\ b;\ c\} =$$

$$= b * \{a * q;\ \mathbf{b} * \mathbf{q};\ c * q\} * \{a;\ b;\ c\} =$$

$$= b * \{q * a; \qquad\qquad\qquad \} * \{a;\ b;\ c\} =$$

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	$\mathbf{c}$	p	$\mathbf{q}$	r
a	a	b	c	p	q	r
$\mathbf{b}$	b	c	a	q	$\mathbf{r}$	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
$\mathbf{q}$	q	p	$\mathbf{r}$	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b * \{a;\ b;\ c\} * q * \{a;\ b;\ c\} =$$

$$= b * \{a * q;\ \mathbf{b} * \mathbf{q};\ c * q\} * \{a;\ b;\ c\} =$$

$$= b * \{q * a;\ \mathbf{q} * \mathbf{c};\ \qquad \} * \{a;\ b;\ c\} =$$

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	$\mathbf{q}$	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
$\mathbf{c}$	c	a	b	r	$\mathbf{p}$	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b * \{a;\ b;\ c\} * q * \{a;\ b;\ c\} =$$

$$= b * \{a * q;\ b * q;\ \mathbf{c * q}\} * \{a;\ b;\ c\} =$$

$$= b * \{q * a;\ q * c;\ \qquad\} * \{a;\ b;\ c\} =$$

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	$\mathbf{b}$	c	p	$\mathbf{q}$	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
$\mathbf{c}$	c	a	b	r	$\mathbf{p}$	q
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
$\mathbf{q}$	q	$\mathbf{p}$	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b * \{a;\ b;\ c\} * q * \{a;\ b;\ c\} =$$
$$= b * \{a * q;\ b * q;\ \mathbf{c * q}\} * \{a;\ b;\ c\} =$$
$$= b * \{q * a;\ q * c;\qquad\qquad \} * \{a;\ b;\ c\} =$$

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	$\mathbf{b}$	c	p	$\mathbf{q}$	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
$\mathbf{c}$	c	a	b	r	$\mathbf{p}$	q
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
$\mathbf{q}$	q	$\mathbf{p}$	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$b * \{a;\ b;\ c\} * q * \{a;\ b;\ c\} =$

$= b * \{a * q;\ b * q;\ \mathbf{c * q}\} * \{a;\ b;\ c\} =$

$= b * \{q * a;\ q * c;\ \mathbf{q * b}\} * \{a;\ b;\ c\} =$

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b * \{a;\ b;\ c\} * q * \{a;\ b;\ c\} =$$
$$= b * \{a * q;\ b * q;\ c * q\} * \{a;\ b;\ c\} =$$
$$= b * \{q * a;\ q * c;\ q * b\} * \{a;\ b;\ c\} =$$
$$= b * q * \{a;\ c;\ b\} * \{a;\ b;\ c\} =$$

Пример 12. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти произведение **смежных классов** $b * \{a;\ b;\ c\}$ и $q * \{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $\{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$$b * \{a;\ b;\ c\} * q * \{a;\ b;\ c\} =$$
$$= b * \{a * q;\ b * q;\ c * q\} * \{a;\ b;\ c\} =$$
$$= b * \{q * a;\ q * c;\ q * b\} * \{a;\ b;\ c\} =$$
$$= b * q * \{a;\ c;\ b\} * \{a;\ b;\ c\} = b * q * \{a;\ c;\ b\}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Носитель этой фактор-группы **мы уже находили**:

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Носитель этой фактор-группы **мы уже находили**:

$a * \{a;\ b;\ c\} =$

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Носитель этой фактор-группы **мы уже находили**:
$a * \{a;\ b;\ c\} = b * \{a;\ b;\ c\} = c * \{a;\ b;\ c\} = \{a;\ b;\ c\}$,

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Носитель этой фактор-группы **мы уже находили**:

$a * \{a;\ b;\ c\} = b * \{a;\ b;\ c\} = c * \{a;\ b;\ c\} = \{a;\ b;\ c\}$,

$p * \{a;\ b;\ c\} =$

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Носитель этой фактор-группы **мы уже находили**:
$a * \{a;\ b;\ c\} = b * \{a;\ b;\ c\} = c * \{a;\ b;\ c\} = \{a;\ b;\ c\}$,
$p * \{a;\ b;\ c\} = q * \{a;\ b;\ c\} = r * \{a;\ b;\ c\} = \{p;\ q;\ r\}$.

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Носитель этой фактор-группы **мы уже находили**:
$a * \{a;\ b;\ c\} = b * \{a;\ b;\ c\} = c * \{a;\ b;\ c\} = \{a;\ b;\ c\}$,
$p * \{a;\ b;\ c\} = q * \{a;\ b;\ c\} = r * \{a;\ b;\ c\} = \{p;\ q;\ r\}$.
Остается

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Носитель этой фактор-группы **мы уже находили**:
$a * \{a;\ b;\ c\} = b * \{a;\ b;\ c\} = c * \{a;\ b;\ c\} = \{a;\ b;\ c\}$,
$p * \{a;\ b;\ c\} = q * \{a;\ b;\ c\} = r * \{a;\ b;\ c\} = \{p;\ q;\ r\}$.
Остается задать групповую операцию.

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Носитель этой фактор-группы **мы уже находили**:
$a * \{a;\ b;\ c\} = b * \{a;\ b;\ c\} = c * \{a;\ b;\ c\} = \{a;\ b;\ c\}$,
$p * \{a;\ b;\ c\} = q * \{a;\ b;\ c\} = r * \{a;\ b;\ c\} = \{p;\ q;\ r\}$.
Остается задать групповую операцию.

Операция — это

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Носитель этой фактор-группы **мы уже находили**:

$a * \{a;\ b;\ c\} = b * \{a;\ b;\ c\} = c * \{a;\ b;\ c\} = \{a;\ b;\ c\}$,

$p * \{a;\ b;\ c\} = q * \{a;\ b;\ c\} = r * \{a;\ b;\ c\} = \{p;\ q;\ r\}$.

Остается задать групповую операцию.

Операция — это **функция**.

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Носитель этой фактор-группы **мы уже находили**:

$$a * \{a;\ b;\ c\} = b * \{a;\ b;\ c\} = c * \{a;\ b;\ c\} = \{a;\ b;\ c\},$$

$$p * \{a;\ b;\ c\} = q * \{a;\ b;\ c\} = r * \{a;\ b;\ c\} = \{p;\ q;\ r\}.$$

В данном случае операцию **зададим**

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение. Носитель этой фактор-группы **мы уже находили**:
$a * \{a;\ b;\ c\} = b * \{a;\ b;\ c\} = c * \{a;\ b;\ c\} = \{a;\ b;\ c\}$,
$p * \{a;\ b;\ c\} = q * \{a;\ b;\ c\} = r * \{a;\ b;\ c\} = \{p;\ q;\ r\}$.
В данном случае операцию **зададим таблицей.**

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$\circ$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{a;\ b;\ c\}$		
$\{p;\ q;\ r\}$		

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$\circ$	$\{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c}\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c}\}$		
$\{p;\ q;\ r\}$		

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	p	q	r
$\mathbf{a}$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	p	q	r
$\mathbf{b}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	$\mathbf{a}$	q	r	p
$\mathbf{c}$	$\mathbf{c}$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$\circ$	$\{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c}\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c}\}$		
$\{p;\ q;\ r\}$		

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	**a**	**b**	**c**	p	q	r
a	**a**	**b**	**c**	p	q	r
b	**b**	**c**	**a**	q	r	p
c	**c**	**a**	**b**	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$\circ$	$\{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c}\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c}\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	
$\{p;\ q;\ r\}$		

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$\circ$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{\mathbf{p};\ \mathbf{q};\ \mathbf{r}\}$
$\{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c}\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	
$\{p;\ q;\ r\}$		

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$
$\mathbf{a}$	a	b	c	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$
$\mathbf{b}$	b	c	a	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{p}$
$\mathbf{c}$	c	a	b	$\mathbf{r}$	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$\circ$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{\mathbf{p};\ \mathbf{q};\ \mathbf{r}\}$
$\{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c}\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	
$\{p;\ q;\ r\}$		

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$
$\mathbf{a}$	a	b	c	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$
$\mathbf{b}$	b	c	a	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{p}$
$\mathbf{c}$	c	a	b	$\mathbf{r}$	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$\circ$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{\mathbf{p};\ \mathbf{q};\ \mathbf{r}\}$
$\{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c}\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{p;\ q;\ r\}$		

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$\circ$	$\{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c}\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{\mathbf{p};\ \mathbf{q};\ \mathbf{r}\}$		

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
$\mathbf{p}$	$\mathbf{p}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{q}$	a	c	b
$\mathbf{q}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{p}$	$\mathbf{r}$	b	a	c
$\mathbf{r}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{p}$	c	b	a

Решение.

$\circ$	$\{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c}\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{\mathbf{p};\ \mathbf{q};\ \mathbf{r}\}$		

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
$\mathbf{p}$	$\mathbf{p}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{q}$	a	c	b
$\mathbf{q}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{p}$	$\mathbf{r}$	b	a	c
$\mathbf{r}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{p}$	c	b	a

Решение.

$\circ$	$\{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c}\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{\mathbf{p};\ \mathbf{q};\ \mathbf{r}\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$\circ$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{\mathbf{p};\ \mathbf{q};\ \mathbf{r}\}$
$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{\mathbf{p};\ \mathbf{q};\ \mathbf{r}\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
$\mathbf{p}$	p	r	q	$\mathbf{a}$	$\mathbf{c}$	$\mathbf{b}$
$\mathbf{q}$	q	p	r	$\mathbf{b}$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{c}$
$\mathbf{r}$	r	q	p	$\mathbf{c}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{a}$

Решение.

$\circ$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{\mathbf{p};\ \mathbf{q};\ \mathbf{r}\}$
$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{\mathbf{p};\ \mathbf{q};\ \mathbf{r}\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
$\mathbf{p}$	p	r	q	$\mathbf{a}$	$\mathbf{c}$	$\mathbf{b}$
$\mathbf{q}$	q	p	r	$\mathbf{b}$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{c}$
$\mathbf{r}$	r	q	p	$\mathbf{c}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{a}$

Решение.

$\circ$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{\mathbf{p};\ \mathbf{q};\ \mathbf{r}\}$
$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{\mathbf{p};\ \mathbf{q};\ \mathbf{r}\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	$\{a;\ b;\ c\}$

Пример 13. В группе $D_6 = \{a, b, c, p, q, r\}$ **симметрий диедра**, рассмотренной в **примере 1**, с групповой операцией, заданной **таблицей Кэли**, найти **фактор-группу** $D_6/\{a;\ b;\ c\}$ по **нормальной подгруппе** $H_1 = \{a;\ b;\ c\}$.

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Решение.

$\circ$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$\{p;\ q;\ r\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	$\{a;\ b;\ c\}$

Вернёмся к лекции?

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение.

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{\qquad\qquad\}$

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a; \qquad \}$

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\quad\}$

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F, E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Нетрудно показать, что φ — гомоморфизм. В таблице значений операции $*$ заменим элементы на из образы относительно φ.

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	**a**	**b**	**c**	p	q	r
a	**a**	**b**	**c**	p	q	r
b	**b**	**c**	**a**	q	r	p
c	**c**	**a**	**b**	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Нетрудно показать, что φ — гомоморфизм. В таблице значений операции $*$ заменим элементы на из образы относительно φ.

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	**a**	**b**	**c**	p	q	r
a	**a**	**b**	**c**	p	q	r
b	**b**	**c**	**a**	q	r	p
c	**c**	**a**	**b**	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Нетрудно показать, что φ — гомоморфизм. В таблице значений операции $*$ заменим элементы на из образы относительно φ.

	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$
$\mathbf{a}$	a	b	c	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$
$\mathbf{b}$	b	c	a	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{p}$
$\mathbf{c}$	c	a	b	$\mathbf{r}$	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F, E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Нетрудно показать, что φ — гомоморфизм. В таблице значений операции $*$ заменим элементы на из образы относительно φ.

	0	0	0			
0	0	0	0			
0	0	0	0			
0	0	0	0			

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$
$\mathbf{a}$	a	b	c	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$
$\mathbf{b}$	b	c	a	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{p}$
$\mathbf{c}$	c	a	b	$\mathbf{r}$	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Нетрудно показать, что φ — гомоморфизм. В таблице значений операции $*$ заменим элементы на из образы относительно φ.

	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	**a**	**b**	**c**	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	**p**	**r**	**q**	a	c	b
q	**q**	**p**	**r**	b	a	c
r	**r**	**q**	**p**	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Нетрудно показать, что φ — гомоморфизм. В таблице значений операции $*$ заменим элементы на из образы относительно φ.

	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
$\mathbf{p}$	$\mathbf{p}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{q}$	a	c	b
$\mathbf{q}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{p}$	$\mathbf{r}$	b	a	c
$\mathbf{r}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{p}$	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F, E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Нетрудно показать, что φ — гомоморфизм. В таблице значений операции $*$ заменим элементы на из образы относительно φ.

	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
1	1	1	1			
1	1	1	1			
1	1	1	1			

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ опредена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
$\mathbf{p}$	p	r	q	$\mathbf{a}$	$\mathbf{c}$	$\mathbf{b}$
$\mathbf{q}$	q	p	r	$\mathbf{b}$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{c}$
$\mathbf{r}$	r	q	p	$\mathbf{c}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{a}$

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Нетрудно показать, что φ — гомоморфизм. В таблице значений операции $*$ заменим элементы на из образы относительно φ.

	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
1	1	1	1			
1	1	1	1			
1	1	1	1			

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

$*$	a	b	c	$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
$\mathbf{p}$	p	r	q	$\mathbf{a}$	$\mathbf{c}$	$\mathbf{b}$
$\mathbf{q}$	q	p	r	$\mathbf{b}$	$\mathbf{a}$	$\mathbf{c}$
$\mathbf{r}$	r	q	p	$\mathbf{c}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{a}$

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Нетрудно показать, что φ — гомоморфизм. В таблице значений операции $*$ заменим элементы на из образы относительно φ.

	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Нетрудно показать, что φ — гомоморфизм. В таблице значений операции $*$ заменим элементы на из образы относительно φ.

	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0

Последняя таблица с точностью до дублирования строк и столбцов совпадает с таблицей значений операции $\oplus$.

Значит, φ — это гомоморфизм.

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F, E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Фактор-группу **мы нашли** в ходе решения **примера 13.**

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$						

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$						

$\varphi(a) =$

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$						

$\varphi(a) = 0 = \varphi(\ \ )$

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$						

$\varphi(a) = 0 = \varphi(b) = \varphi(\ \ )$.

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$						

$\varphi(a) = 0 = \varphi(b) = \varphi(c)$.

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$	$\{a;\ b;\ c\}$					

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$				

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$			

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$			

$\varphi(p) =$

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$			

$\varphi(p) = 1 = \varphi(\quad)$

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$			

$\varphi(p) = 1 = \varphi(q) = \varphi(\ \ )$.

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$			

$\varphi(p) = 1 = \varphi(q) = \varphi(r)$.

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$		

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	$\{p;\ q;\ r\}$

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	$\{p;\ q;\ r\}$

X	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$E(X)$		

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	$\{p;\ q;\ r\}$

X	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$E(X)$	0	

Пример 14. Рассмотрим **гомоморфизм** φ группы $\mathbf{D_6} = \{a, b, c, p, q, r\}$, с групповой операцией $*$, на группу $\langle\{0;\ 1\},\ \{\oplus\}\rangle$, где φ определена таблицей

α	a	b	c	p	q	r	$*$
$\varphi(\alpha)$	0	0	0	1	1	1	$\oplus$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$*$	a	b	c	p	q	r
a	a	b	c	p	q	r
b	b	c	a	q	r	p
c	c	a	b	r	p	q
p	p	r	q	a	c	b
q	q	p	r	b	a	c
r	r	q	p	c	b	a

Найти **фактор-группу** $D_6/\operatorname{Ker}\varphi$, **F**, **E**.

Решение. $\operatorname{Ker}\varphi = \{a;\ b;\ c\}$.

Функции **F**, **E** зададим таблицами значений:

x	a	b	c	p	q	r
$F(x)$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	$\{p;\ q;\ r\}$	$\{p;\ q;\ r\}$

X	$\{a;\ b;\ c\}$	$\{p;\ q;\ r\}$
$E(X)$	0	1

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3$, $\quad \mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6$, $\quad (\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где*
$\mathbb{Z}_m = \left\{ m \cdot n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z} \right\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m\ \ -2m;\ \ldots\}.$

Решение.

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3, \quad \mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6, \quad (\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где*
$\mathbb{Z}_m = \left\{ m \cdot n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z} \right\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m\quad -2m;\ \ldots\}.$

Решение.

$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 =$

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3, \quad \mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6, \quad (\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где*
$\mathbb{Z}_m = \left\{ m \cdot n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z} \right\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m\quad -2m;\ \ldots\}$.

Решение.

$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1 + \mathbb{Z}_3;\ 2 + \mathbb{Z}_3\} =$

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3$, $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6$, $(\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где*
$\mathbb{Z}_m = \left\{ m \cdot n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z} \right\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m\ \ -2m;\ \ldots\}$.

Решение.

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1 + \mathbb{Z}_3;\ 2 + \mathbb{Z}_3\} =$$
$$= \Big\{\{0; 3; -3; 6; -6; \ldots\};\qquad\qquad \Big\},$$

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3, \quad \mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6, \quad (\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где*
$\mathbb{Z}_m = \left\{ m \cdot n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z} \right\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m\ \ -2m;\ \ldots\}.$

Решение.

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1 + \mathbb{Z}_3;\ 2 + \mathbb{Z}_3\} =$$
$$= \Big\{ \{0; 3; -3; 6; -6; \ldots\}\,;\ \ \{1; 4; -2; 7; -5; \ldots\}\,; \qquad\qquad\qquad \Big\},$$

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3$, $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6$, $(\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где*
$\mathbb{Z}_m = \left\{ m \cdot n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z} \right\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m\ \ -2m;\ \ldots\}$.

Решение.

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1+\mathbb{Z}_3;\ 2+\mathbb{Z}_3\} =$$
$$= \Big\{ \{0; 3; -3; 6; -6; \ldots\}\,;\ \{1; 4; -2; 7; -5; \ldots\}\,;\ \{2; 5; -1; 8; -4; \ldots\} \Big\}\,,$$

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3$, $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6$, $(\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где* $\mathbb{Z}_m = \left\{m\cdot n \,\middle|\, n\in\mathbb{Z}\right\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m\ \ -2m;\ \ldots\}$.

Решение.

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1+\mathbb{Z}_3;\ 2+\mathbb{Z}_3\} =$$
$$= \Big\{\{0;3;-3;6;-6;\ldots\};\ \ \{1;4;-2;7;-5;\ldots\};\ \ \{2;5;-1;8;-4;\ldots\}\Big\},$$
$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 1+\mathbb{Z}_6;\ 2+\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\} =$$

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3$, $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6$, $(\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где*
$\mathbb{Z}_m = \left\{ m\cdot n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z} \right\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m\ \ -2m;\ \ldots\}$.

Решение.

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1+\mathbb{Z}_3;\ 2+\mathbb{Z}_3\} =$$
$$= \Big\{\{0;3;-3;6;-6;\ldots\}\,;\ \ \{1;4;-2;7;-5;\ldots\}\,;\ \ \{2;5;-1;8;-4;\ldots\}\Big\}\,,$$
$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 1+\mathbb{Z}_6;\ 2+\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \Big\{\{0;6;-6;\ldots\}\,;$$

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3, \quad \mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6, \quad (\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$*, где*
$\mathbb{Z}_m = \Big\{m\cdot n \,\Big|\, n \in \mathbb{Z}\Big\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m\ \ -2m;\ \ldots\}.$

Решение.

$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1+\mathbb{Z}_3;\ 2+\mathbb{Z}_3\} =$
$= \Big\{\{0; 3; -3; 6; -6; \ldots\}\,;\ \ \{1; 4; -2; 7; -5; \ldots\}\,;\ \ \{2; 5; -1; 8; -4; \ldots\}\Big\}\,,$
$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 1+\mathbb{Z}_6;\ 2+\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\} =$
$= \Big\{\{0; 6; -6; \ldots\}\,;\ \ \{1; 7; -5; \ldots\}\,;$

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3,\quad \mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6,\quad (\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где*
$\mathbb{Z}_m = \Big\{ m\cdot n \,\Big|\, n\in\mathbb{Z} \Big\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m\quad -2m;\ \ldots\}$.

Решение.

$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1+\mathbb{Z}_3;\ 2+\mathbb{Z}_3\} =$
$= \Big\{\{0;3;-3;6;-6;\ldots\}\,;\ \ \{1;4;-2;7;-5;\ldots\}\,;\ \{2;5;-1;8;-4;\ldots\}\Big\}\,,$
$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 1+\mathbb{Z}_6;\ 2+\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\} =$
$= \Big\{\{0;6;-6;\ldots\}\,;\ \ \{1;7;-5;\ldots\}\,;\ \{2;8;-4;14;-10;\ldots\}\,;$

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3, \quad \mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6, \quad (\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где*
$\mathbb{Z}_m = \left\{ m\cdot n \,\middle|\, n\in\mathbb{Z} \right\} = \{0;\; m;\; -m;\; 2m \quad -2m;\; \ldots\}.$

Решение.

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\; 1+\mathbb{Z}_3;\; 2+\mathbb{Z}_3\} =$$
$$= \Big\{\{0;3;-3;6;-6;\ldots\}\,;\;\; \{1;4;-2;7;-5;\ldots\}\,;\; \{2;5;-1;8;-4;\ldots\}\Big\}\,,$$
$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\; 1+\mathbb{Z}_6;\; 2+\mathbb{Z}_6;\; 3+\mathbb{Z}_6;\; 4+\mathbb{Z}_6;\; 5+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \Big\{\{0;6;-6;\ldots\}\,;\;\; \{1;7;-5;\ldots\}\,;\; \{2;8;-4;14;-10;\ldots\}\,;$$
$$\{3;9;-3;\ldots\}\,; \qquad\qquad \Big\}$$

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3, \quad \mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6, \quad (\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где*

$$\mathbb{Z}_m = \Big\{ m \cdot n \,\Big|\, n \in \mathbb{Z} \Big\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m \quad -2m;\ \ldots\}.$$

Решение.

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1+\mathbb{Z}_3;\ 2+\mathbb{Z}_3\} =$$
$$= \Big\{ \{0;3;-3;6;-6;\ldots\}\,;\ \ \{1;4;-2;7;-5;\ldots\}\,;\ \{2;5;-1;8;-4;\ldots\} \Big\}\,,$$
$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 1+\mathbb{Z}_6;\ 2+\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \Big\{ \{0;6;-6;\ldots\}\,;\ \ \{1;7;-5;\ldots\}\,;\ \{2;8;-4;14;-10;\ldots\}\,;$$
$$\{3;9;-3;\ldots\}\,;\ \ \{4;10;-2;16;\ldots\}\,; \qquad\qquad \Big\}$$

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3$, $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6$, $(\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где*
$\mathbb{Z}_m = \left\{m \cdot n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z}\right\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m\quad -2m;\ \ldots\}$.

Решение.

$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1+\mathbb{Z}_3;\ 2+\mathbb{Z}_3\} =$
$= \Big\{\{0;3;-3;6;-6;\ldots\}\,;\ \ \{1;4;-2;7;-5;\ldots\}\,;\ \{2;5;-1;8;-4;\ldots\}\Big\}$,
$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 1+\mathbb{Z}_6;\ 2+\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\} =$
$= \Big\{\{0;6;-6;\ldots\}\,;\ \ \{1;7;-5;\ldots\}\,;\ \{2;8;-4;14;-10;\ldots\}\,;$
$\{3;9;-3;\ldots\}\,;\ \ \{4;10;-2;16;\ldots\}\,;\ \{5;11;-1;17;-7;\ldots\}\Big\}$

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3$, $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6$, $(\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где*
$\mathbb{Z}_m = \left\{ m \cdot n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z} \right\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m\ \ -2m;\ \ldots\}$.

Решение.

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1+\mathbb{Z}_3;\ 2+\mathbb{Z}_3\} =$$
$$= \big\{\{0;3;-3;6;-6;\ldots\}\,;\ \ \{1;4;-2;7;-5;\ldots\}\,;\ \{2;5;-1;8;-4;\ldots\}\big\}\,,$$
$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 1+\mathbb{Z}_6;\ 2+\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \big\{\{0;6;-6;\ldots\}\,;\ \ \{1;7;-5;\ldots\}\,;\ \{2;8;-4;14;-10;\ldots\}\,;$$
$$\{3;9;-3;\ldots\}\,;\ \ \{4;10;-2;16;\ldots\}\,;\ \{5;11;-1;17;-7;\ldots\}\big\}$$
$$\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6\} =$$

Пример 15. *Для аддитивной группы* $\mathbb{Z}$ *целых чисел постройте* $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3$, $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6$, $(\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)$, *где*
$\mathbb{Z}_m = \left\{ m\cdot n \,\middle|\, n \in \mathbb{Z} \right\} = \{0;\ m;\ -m;\ 2m\ \ -2m;\ \ldots\}$.

Решение.

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1+\mathbb{Z}_3;\ 2+\mathbb{Z}_3\} =$$
$$= \big\{\{0;3;-3;6;-6;\ldots\}\,;\ \ \{1;4;-2;7;-5;\ldots\}\,;\ \{2;5;-1;8;-4;\ldots\}\big\}\,,$$
$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 1+\mathbb{Z}_6;\ 2+\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \big\{\{0;6;-6;\ldots\}\,;\ \ \{1;7;-5;\ldots\}\,;\ \{2;8;-4;14;-10;\ldots\}\,;$$
$$\{3;9;-3;\ldots\}\,;\ \ \{4;10;-2;16;\ldots\}\,;\ \{5;11;-1;17;-7;\ldots\}\big\}$$
$$\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \big\{\{0;6;-6;12;-12;\ldots\}\,;\ \ \{3;9;-3;15;-9;\ldots\}\big\}\,,$$

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1+\mathbb{Z}_3;\ 2+\mathbb{Z}_3\} =$$
$$= \big\{\{0;3;-3;6;-6;\ldots\};\ \ \{1;4;-2;7;-5;\ldots\};\ \{2;5;-1;8;-4;\ldots\}\big\},$$
$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 1+\mathbb{Z}_6;\ 2+\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \big\{\{0;6;-6;\ldots\};\ \ \{1;7;-5;\ldots\};\ \{2;8;-4;14;-10;\ldots\};$$
$$\{3;9;-3;\ldots\};\ \ \{4;10;-2;16;\ldots\};\ \{5;11;-1;17;-7;\ldots\}\big\}$$
$$\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \big\{\{0;6;-6;12;-12;\ldots\};\ \ \{3;9;-3;15;-9;\ldots\}\big\},$$
$$(\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6) =$$

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1+\mathbb{Z}_3;\ 2+\mathbb{Z}_3\} =$$
$$= \Big\{\{0; 3; -3; 6; -6; \ldots\};\ \ \{1; 4; -2; 7; -5; \ldots\};\ \{2; 5; -1; 8; -4; \ldots\}\Big\},$$
$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 1+\mathbb{Z}_6;\ 2+\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \Big\{\{0; 6; -6; \ldots\};\ \ \{1; 7; -5; \ldots\};\ \{2; 8; -4; 14; -10; \ldots\};$$
$$\{3; 9; -3; \ldots\};\ \ \{4; 10; -2; 16; \ldots\};\ \{5; 11; -1; 17; -7; \ldots\}\Big\}$$
$$\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \Big\{\{0; 6; -6; 12; -12; \ldots\};\ \ \{3; 9; -3; 15; -9; \ldots\}\Big\},$$
$$(\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6) =$$
$$= \Bigg\{\{\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6\};\ \ \{1+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6\};\ \{2+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\}\Bigg\}.$$

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\boldsymbol{\mathbb{Z}_3};\ 1+\mathbb{Z}_3;\ 2+\mathbb{Z}_3\} =$$
$$= \left\{\{\mathbf{0}; \mathbf{3}; \mathbf{-3}; \mathbf{6}; \mathbf{-6}; \ldots\};\ \{1; 4; -2; 7; -5; \ldots\};\ \{2; 5; -1; 8; -4; \ldots\}\right\},$$
$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 1+\mathbb{Z}_6;\ 2+\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \left\{\{0; 6; -6; \ldots\};\ \{1; 7; -5; \ldots\};\ \{2; 8; -4; 14; -10; \ldots\};\right.$$
$$\left.\{3; 9; -3; \ldots\};\ \{4; 10; -2; 16; \ldots\};\ \{5; 11; -1; 17; -7; \ldots\}\right\}$$
$$\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \left\{\{0; 6; -6; 12; -12; \ldots\};\ \{3; 9; -3; 15; -9; \ldots\}\right\},$$
$$(\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6) =$$
$$= \left\{\{\boldsymbol{\mathbb{Z}_6};\ \mathbf{3}+\boldsymbol{\mathbb{Z}_6}\};\ \{1+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6\};\ \{2+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\}\right\}.$$

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3=\{\mathbb{Z}_3;\ \mathbf{1}+\mathbb{Z}_{\mathbf{3}};\ 2+\mathbb{Z}_3\}=$$
$$=\Big\{\{0;3;-3;6;-6;\ldots\};\ \{\mathbf{1};\mathbf{4};-\mathbf{2};\mathbf{7};-\mathbf{5};\ldots\};\ \{2;5;-1;8;-4;\ldots\}\Big\},$$
$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6=\{\mathbb{Z}_6;\ 1+\mathbb{Z}_6;\ 2+\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\}=$$
$$=\Big\{\{0;6;-6;\ldots\};\ \{1;7;-5;\ldots\};\ \{2;8;-4;14;-10;\ldots\};$$
$$\{3;9;-3;\ldots\};\ \{4;10;-2;16;\ldots\};\ \{5;11;-1;17;-7;\ldots\}\Big\}$$
$$\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6=\{\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6\}=$$
$$=\Big\{\{0;6;-6;12;-12;\ldots\};\ \{3;9;-3;15;-9;\ldots\}\Big\},$$
$$(\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6)=$$
$$=\Big\{\{\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6\};\ \{\mathbf{1}+\mathbb{Z}_{\mathbf{6}};\ \mathbf{4}+\mathbb{Z}_{\mathbf{6}}\};\ \{2+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\}\Big\}.$$

$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_3 = \{\mathbb{Z}_3;\ 1+\mathbb{Z}_3;\ \mathbf{2}+\mathbb{Z}_{\mathbf{3}}\} =$$
$$= \Big\{\{0;3;-3;6;-6;\ldots\};\ \{1;4;-2;7;-5;\ldots\};\ \{\mathbf{2};\mathbf{5};-\mathbf{1};\mathbf{8};-\mathbf{4};\ldots\}\Big\},$$
$$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 1+\mathbb{Z}_6;\ 2+\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6;\ 5+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \Big\{\{0;6;-6;\ldots\};\ \{1;7;-5;\ldots\};\ \{2;8;-4;14;-10;\ldots\};$$
$$\{3;9;-3;\ldots\};\ \{4;10;-2;16;\ldots\};\ \{5;11;-1;17;-7;\ldots\}\Big\}$$
$$\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6 = \{\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6\} =$$
$$= \Big\{\{0;6;-6;12;-12;\ldots\};\ \{3;9;-3;15;-9;\ldots\}\Big\},$$
$$(\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_6)\,/\,(\mathbb{Z}_3/\mathbb{Z}_6) =$$
$$= \Bigg\{\{\mathbb{Z}_6;\ 3+\mathbb{Z}_6\};\ \{1+\mathbb{Z}_6;\ 4+\mathbb{Z}_6\};\ \{\mathbf{2}+\mathbb{Z}_{\mathbf{6}};\ \mathbf{5}+\mathbb{Z}_{\mathbf{6}}\}\Bigg\}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение.

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Два варианта получить легко:

$$A = \{e\} \times A = A \times \{e\}.$$

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \left\langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \right\rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \left\langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \right\rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Проверим: $e =$

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Проверим: $e = e * e$,

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \left\langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \right\rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Проверим: $e = e * e$,

$a =$

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \left\langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \right\rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Проверим: $e = e * e$,

$a = a^3 * a^4$,

Действительно,

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \left\langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \right\rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Проверим: $e = e * e$,

$a = a^3 * a^4$,

Действительно,

$$a^3 * a^4 =$$

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \left\langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \right\rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Проверим: $e = e * e$,

$a = a^3 * a^4$,

Действительно,

$$a^3 * a^4 = a^7 =$$

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \left\langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \right\rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Проверим: $e = e * e$,

$a = a^3 * a^4$,

Действительно,

$$a^3 * a^4 = a^7 = a^6 * a =$$

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \left\langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \right\rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Проверим: $e = e * e$,

$a = a^3 * a^4$,

Действительно,

$$a^3 * a^4 = a^7 = a^6 * a = e * a =$$

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \left\langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \right\rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Проверим: $e = e * e$,

$a = a^3 * a^4$,

Действительно,

$$a^3 * a^4 = a^7 = a^6 * a = e * a = a.$$

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \left\langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \right\rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Проверим: $e = e * e$,

$$a = a^3 * a^4, \quad a^2 = e * a^2,$$

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Проверим: $e = e * e$,

$$a = a^3 * a^4, \quad a^2 = e * a^2, \quad a^3 = a^3 * e,$$

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \left\langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \right\rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Проверим: $e = e * e$,

$$a = a^3 * a^4, \quad a^2 = e * a^2, \quad a^3 = a^3 * e, \quad a^4 = e * a^4,$$

Пример 16. *Циклическую группу* $A = \langle e,\ a,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5 \rangle$ *представить в виде прямого произведения подгрупп.*

Решение. Нетривиальный вариант:

$$A = \left\{e, a^3\right\} \times \left\{e, a^2, a^4\right\}.$$

Проверим: $e = e * e$,

$$a = a^3 * a^4, \quad a^2 = e * a^2, \quad a^3 = a^3 * e, \quad a^4 = e * a^4, \quad a^5 = a^3 * a^2.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \left\{e;\ a;\ a^2;\ a^3\right\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение.

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \left\{e;\ a;\ a^2;\ a^3\right\}, \quad B = \left\{e, \quad \right\}.$$

Если $a \in B$, то

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}, \quad B = \{e, \quad \}.$$

Если $a \in B$, то

$$\begin{cases} a^2 \in B, \\ \end{cases}$$

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}, \quad B = \{e, \quad \}.$$

Если $a \in B$, то

$$\begin{cases} a^2 \in B, \\ a^3 \in B \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}, \quad B = \{e, \quad \}.$$

Если $a \in B$, то

$$\begin{cases} a^2 \in B, \\ a^3 \in B \end{cases} \Rightarrow\ B = A.$$

Плохо.

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}, \quad B = \{e, \quad \}.$$

Если $a^2 \in B$, то $B = \{e, a^2\}$.

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \left\{e;\ a;\ a^2;\ a^3\right\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \left\{e;\ a;\ a^2;\ a^3\right\}, \quad B = \left\{e, a^2\right\}.$$

Если $a^2 \in B$, то $B = \left\{e, a^2\right\}$.

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}, \quad B = \{e, a^2\}.$$

Если $a^3 \in C$, то

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \left\{e;\ a;\ a^2;\ a^3\right\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \left\{e;\ a;\ a^2;\ a^3\right\}, \quad B = \left\{e, a^2\right\}.$$

Если $a^3 \in C$, то

$$\begin{cases} \left(a^3\right)^2 & \in B, \\ \left(a^3\right)^3 & \qquad\qquad \in B \end{cases}$$

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \left\{e;\ a;\ a^2;\ a^3\right\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \left\{e;\ a;\ a^2;\ a^3\right\}, \quad B = \left\{e, a^2\right\}.$$

Если $a^3 \in C$, то

$$\begin{cases} \left(a^3\right)^2 = a^2 \in B, & \\ \left(a^3\right)^3 & \in B \end{cases}$$

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}, \quad B = \{e, a^2\}.$$

Если $a^3 \in C$, то

$$\begin{cases} \left(a^3\right)^2 = a^2 \in B, \\ \left(a^3\right)^3 = a^9 \qquad\qquad\qquad\qquad \in B \end{cases}$$

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}, \quad B = \{e, a^2\}.$$

Если $a^3 \in C$, то

$$\begin{cases} \left(a^3\right)^2 = a^2 \in B, \\ \left(a^3\right)^3 = a^9 = \left(a^4\right)^2 \cdot a \qquad \in B \end{cases}$$

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}, \quad B = \{e, a^2\}.$$

Если $a^3 \in C$, то

$$\begin{cases} \left(a^3\right)^2 = a^2 \in B, \\ \left(a^3\right)^3 = a^9 = \left(a^4\right)^2 \cdot a = a \in B \end{cases}$$

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** *$A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}$ не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от A и от $\{1\}$).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}, \quad B = \{e, a^2\}.$$

Если $a^3 \in C$, то

$$\begin{cases} \left(a^3\right)^2 = a^2 \in B, \\ \left(a^3\right)^3 = a^9 = \left(a^4\right)^2 \cdot a = a \in B \end{cases} \Rightarrow\ B = A.$$

Уже было.

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \left\{e;\ a;\ a^2;\ a^3\right\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \left\{e;\ a;\ a^2;\ a^3\right\}, \quad B = \left\{e, a^2\right\}.$$

Итак, это список *всех* подгрупп группы A.

Пример 17. *Покажите, что* ***циклическая группа*** $A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}$ *не раскладывается в* ***прямое произведение*** *собственных подгрупп (т.е. подгрупп, отличных от* A *и от* $\{1\}$*).*

Решение. Найдём все подгруппы группы A:

$$E = \{e\}, \quad A = \{e;\ a;\ a^2;\ a^3\}, \quad B = \{e, a^2\}.$$

Итак, это список *всех* подгрупп группы A.

Следовательно, собственная подгруппа только одна. Значит, A не раскладывается в прямую сумму собственных подгрупп.

Вернёмся к лекции?

Пример 18. *Если возможно, представьте* ***группу диедра*** D_6 *и* ***группу кватернионов*** Q_8 *в виде* ***полупрямого произведения*** *собственных подгрупп (т.е. отличных от единичной и от всей группы).*

Решение.

Пример 18. *Если возможно, представьте* ***группу диедра*** D_6 *и* ***группу кватернионов*** Q_8 *в виде* ***полупрямого произведения*** *собственных подгрупп (т.е. отличных от единичной и от всей группы).*

Решение. Мы **уже выяснили**, что в **группе диедра** D_6 только одна **нормальная подгруппа**:

Пример 18. *Если возможно, представьте* ***группу диедра*** D_6 *и* ***группу кватернионов*** Q_8 *в виде* ***полупрямого произведения*** *собственных подгрупп (т.е. отличных от единичной и от всей группы).*

Решение. Мы **уже выяснили**, что в **группе диедра** D_6 только одна **нормальная подгруппа**: $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$.

Пример 18. *Если возможно, представьте* ***группу диедра*** D_6 *и* ***группу кватернионов*** Q_8 *в виде* ***полупрямого произведения*** *собственных подгрупп (т.е. отличных от единичной и от всей группы).*

Решение. Мы **уже выяснили**, что в **группе диедра** D_6 только одна **нормальная подгруппа**: $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$.

Поэтому

$$D_8 = \{a,\ b,\ c\} \leftthreetimes \{\qquad\} =$$

Пример 18. *Если возможно, представьте* ***группу диедра*** D_6 *и* ***группу кватернионов*** Q_8 *в виде* ***полупрямого произведения*** *собственных подгрупп (т.е. отличных от единичной и от всей группы).*

Решение. Мы **уже выяснили**, что в **группе диедра** D_6 только одна **нормальная подгруппа**: $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$.

Поэтому

$$D_8 = \{a,\ b,\ c\} \leftthreetimes \{a,\ p\} =$$

Пример 18. *Если возможно, представьте* ***группу диедра*** D_6 *и* ***группу кватернионов*** Q_8 *в виде* ***полупрямого произведения*** *собственных подгрупп (т.е. отличных от единичной и от всей группы).*

Решение. Мы **уже выяснили**, что в **группе диедра** D_6 только одна **нормальная подгруппа**: $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$.

Поэтому

$$D_8 = \{a,\ b,\ c\} \leftthreetimes \{a,\ p\} = \{a,\ b,\ c\} \leftthreetimes \{a,\ q\} =$$

Пример 18. *Если возможно, представьте* ***группу диедра*** D_6 *и* ***группу кватернионов*** Q_8 *в виде* ***полупрямого произведения*** *собственных подгрупп (т.е. отличных от единичной и от всей группы).*

Решение. Мы **уже выяснили**, что в **группе диедра** D_6 только одна **нормальная подгруппа**: $H_1 = \{a,\ b,\ c\}$.

Поэтому

$$D_8 = \{a,\ b,\ c\} \leftthreetimes \{a,\ p\} = \{a,\ b,\ c\} \leftthreetimes \{a,\ q\} = \{a,\ b,\ c\} \leftthreetimes \{a,\ r\}.$$

Пример 18. *Если возможно, представьте* ***группу диедра*** *D_6 и* ***группу кватернионов*** *Q_8 в виде* ***полупрямого произведения*** *собственных подгрупп (т.е. отличных от единичной и от всей группы).*

Решение. Мы **уже выяснили**, что в **группе кватернионов** Q_8 все собственные подгруппы являются циклическими: $A_1 = \{1,\ -1\}$,

$$A_2 = \{1,\ i,\ -1,\ -i\}\,, \quad A_3 = \{1,\ j,\ -1,\ -j\}\,, \quad A_4 = \{1,\ k,\ -1,\ -k\}\,.$$

Пример 18. *Если возможно, представьте* ***группу диедра*** *D_6 и* ***группу кватернионов*** *Q_8 в виде* ***полупрямого произведения*** *собственных подгрупп (т.е. отличных от единичной и от всей группы).*

Решение. Мы **уже выяснили**, что в **группе кватернионов** Q_8 все собственные подгруппы являются циклическими: $A_1 = \{1,\ -1\}$,

$$A_2 = \{1,\ i,\ -1,\ -i\}\,, \quad A_3 = \{1,\ j,\ -1,\ -j\}\,, \quad A_4 = \{1,\ k,\ -1,\ -k\}\,.$$

Все эти подгруппы включают в себя A_1, т.е. нет пары собственных подгрупп с единичным пересечением.

Следовательно,

Пример 18. *Если возможно, представьте* ***группу диедра*** D_6 *и* ***группу кватернионов*** Q_8 *в виде* ***полупрямого произведения*** *собственных подгрупп (т.е. отличных от единичной и от всей группы).*

Решение. Мы **уже выяснили**, что в **группе кватернионов** Q_8 все собственные подгруппы являются циклическими: $A_1 = \{1,\ -1\}$,

$$A_2 = \{1,\ i,\ -1,\ -i\}, \quad A_3 = \{1,\ j,\ -1,\ -j\}, \quad A_4 = \{1,\ k,\ -1,\ -k\}.$$

Все эти подгруппы включают в себя A_1, т.е. нет пары собственных подгрупп с единичным пересечением.

Следовательно, представить Q_8 в виде произведения собственных подгрупп невозможно.

Вернёмся к лекции?

Задания для самостоятельного выполнения

Задача II.1. (Ответ приведен на стр.437.) Найдите все группы порядка 4.

Задача II.2. (Ответ приведен на стр.456.) Найдите мультипликативную группу Q_8 единичных **кватернионов** $\{\pm 1,\ \pm i,\ \pm j,\ \pm k\}$.

Задача III.3. (Ответ приведен на стр.459.) Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Задача III.4. (Ответ приведен на стр.475.) Найдите все подгруппы элементарной абелевой группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 2.

Задача III.5. (Ответ приведен на стр.483.)

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Найдите все подгруппы группы Q_8 кватернионов, с групповой операцией, заданной данной таблицей Кэли.

Задача III.6. (Ответ приведен на стр.495.) Пусть G — группа, $A \leq G$, $B \leq G$. Докажите, что $A \subseteq A * B$.

Задача III.7. (Ответ приведен на стр.500.) Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.

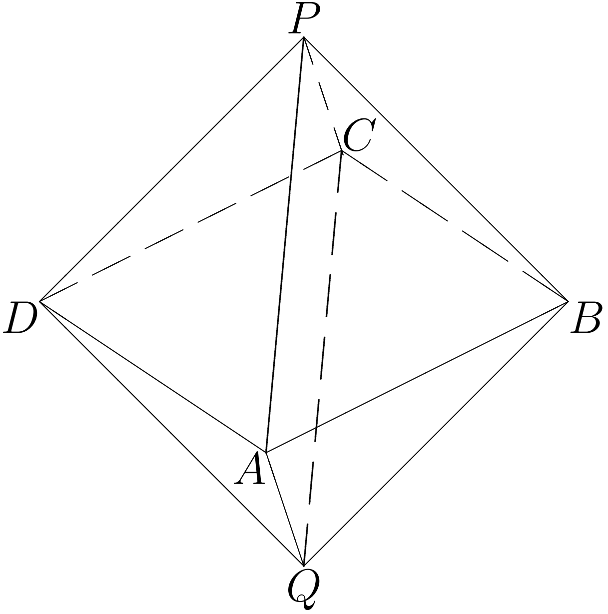
Задача III.8. (Ответ приведен на стр.517.) Докажите, что если P и Q — подгруппы группы G, то для выполнения равенства $P * Q = Q$ необходимо и достаточно, чтобы $P \leq Q$.

Задача IV.9. (Ответ приведен на стр.527.) Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Задача IV.10. (Ответ приведен на стр.561.) Найти фактор-группы **циклической группы** $\mathbb{Z}$ с операцией «сложение».

Задача V.11. (Ответ приведен на стр.570.) Найдите **таблицу Кэли** групповой операции **группы перестановок** Σ_4. Найдите ее подгруппы и фактор-группы, неизоморфные единичной группе и самой группе Σ_4.

Задача V.12. (Ответ приведен на стр.577.) Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.



Задача VI.13. (Ответ приведен на стр.624.) Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Задача VI.14. (Ответ приведен на стр.652.) Найдите **матричное представление** «группы **кватернионов**» Q_8.

Задача VI.15. (Ответ приведен на стр.655.) Найти представление **группы диедра** D_6.

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?*

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.

В каком виде представим ответ?

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.
В каком виде представим ответ? Опишем носитель группы и операцию.

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.

В каком виде представим ответ? Опишем носитель группы и операцию. Нам надо описать группу с точностью до изоморфизма. Поэтому обозначим элементы группы буквами, например, a, b, c, d, где a — единичный (нейтральный) элемент искомой группы.

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.
В каком виде представим ответ? Опишем носитель группы и операцию. Нам надо описать группу с точностью до изоморфизма. Поэтому обозначим элементы группы буквами, например, a, b, c, d, где a — единичный (нейтральный) элемент искомой группы.
В силу **теоремы Лагранжа** порядки элементов группы G должны быть делителями числа 4.

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.
В каком виде представим ответ? Опишем носитель группы и операцию. Нам надо описать группу с точностью до изоморфизма. Поэтому обозначим элементы группы буквами, например, a, b, c, d, где a — единичный (нейтральный) элемент искомой группы.
В силу **теоремы Лагранжа** порядки элементов группы G должны быть делителями числа 4. Рассмотрим «экстремальный» случай. Например, допустим, что имеется элемент порядка 4. Без ограничения общности можно считать, что это b, и что $b^2 = c, \quad b^3 = d$.

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.
Ответ.

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.

В каком виде представим ответ? Опишем носитель группы и операцию. Нам надо описать группу с точностью до изоморфизма. Поэтому обозначим элементы группы буквами, например, a, b, c, d, где a — единичный (нейтральный) элемент искомой группы.

В силу **теоремы Лагранжа** порядки элементов группы G должны быть делителями числа 4. Рассмотрим «экстремальный» случай. Например, допустим, что имеется элемент порядка 4. Без ограничения общности можно считать, что это b, и что $b^2 = c, \quad b^3 = d$.

Таблица Кэли в случае существования элемента порядка 4 имеет вид

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.

В каком виде представим ответ? Опишем носитель группы и операцию. Нам надо описать группу с точностью до изоморфизма. Поэтому обозначим элементы группы буквами, например, a, b, c, d, где a — единичный (нейтральный) элемент искомой группы.

В силу **теоремы Лагранжа** порядки элементов группы G должны быть делителями числа 4. Осталось рассмотреть ситуацию, когда элемента порядка 4 не имеется. Так только элемент a имеет порядок 1, то все остальные элементы — порядка 2.

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.

В каком виде представим ответ? Опишем носитель группы и операцию. Нам надо описать группу с точностью до изоморфизма. Поэтому обозначим элементы группы буквами, например, a, b, c, d, где a — единичный (нейтральный) элемент искомой группы.

В силу **теоремы Лагранжа** порядки элементов группы G должны быть делителями числа 4.

Осталось рассмотреть ситуацию, когда элемента порядка 4 не имеется. Так только элемент a имеет порядок 1, то все остальные элементы — порядка 2.

Таблица Кэли в случае, когда элемента порядка 4 не существует, имеет вид

Таблица 2

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a		
c	c		a	
d	d			a

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.

В каком виде представим ответ? Опишем носитель группы и операцию. Нам надо описать группу с точностью до изоморфизма. Поэтому обозначим элементы группы буквами, например, a, b, c, d, где a — единичный (нейтральный) элемент искомой группы.

В силу **теоремы Лагранжа** порядки элементов группы G должны быть делителями числа 4. Осталось рассмотреть ситуацию, когда элемента порядка 4 не имеется. Так только элемент a имеет порядок 1, то все остальные элементы — порядка 2.

Таблица Кэли в случае, когда элемента порядка 4 не существует, имеет вид

Таблица 2

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a		
c	c		a	
d	d			a

Если бы $bc = b$, то

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.

В каком виде представим ответ? Опишем носитель группы и операцию. Нам надо описать группу с точностью до изоморфизма. Поэтому обозначим элементы группы буквами, например, a, b, c, d, где a — единичный (нейтральный) элемент искомой группы.

В силу **теоремы Лагранжа** порядки элементов группы G должны быть делителями числа 4. Осталось рассмотреть ситуацию, когда элемента порядка 4 не имеется. Так только элемент a имеет порядок 1, то все остальные элементы — порядка 2.

Таблица Кэли в случае, когда элемента порядка 4 не существует, имеет вид

Таблица 2

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a		
c	c		a	
d	d			a

Если бы $bc = b$, то $c = a$, противоречие.

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.

В каком виде представим ответ? Опишем носитель группы и операцию. Нам надо описать группу с точностью до изоморфизма. Поэтому обозначим элементы группы буквами, например, a, b, c, d, где a — единичный (нейтральный) элемент искомой группы.

В силу **теоремы Лагранжа** порядки элементов группы G должны быть делителями числа 4. Осталось рассмотреть ситуацию, когда элемента порядка 4 не имеется. Так только элемент a имеет порядок 1, то все остальные элементы — порядка 2.

Таблица Кэли в случае, когда элемента порядка 4 не существует, имеет вид

Таблица 2

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	
c	c	d	a	
d	d			a

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.
В каком виде представим ответ? Опишем носитель группы и операцию. Нам надо описать группу с точностью до изоморфизма. Поэтому обозначим элементы группы буквами, например, a, b, c, d, где a — единичный (нейтральный) элемент искомой группы.
В силу **теоремы Лагранжа** порядки элементов группы G должны быть делителями числа 4. Осталось рассмотреть ситуацию, когда элемента порядка 4 не имеется. Так только элемент a имеет порядок 1, то все остальные элементы — порядка 2.
Таблица Кэли в случае, когда элемента порядка 4 не существует, имеет вид

Таблица 2

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	
d	d	c		a

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ. *Что надо найти?* Группу.

В каком виде представим ответ? Опишем носитель группы и операцию. Нам надо описать группу с точностью до изоморфизма. Поэтому обозначим элементы группы буквами, например, a, b, c, d, где a — единичный (нейтральный) элемент искомой группы.

В силу **теоремы Лагранжа** порядки элементов группы G должны быть делителями числа 4. Осталось рассмотреть ситуацию, когда элемента порядка 4 не имеется. Так только элемент a имеет порядок 1, то все остальные элементы — порядка 2.

Таблица Кэли в случае, когда элемента порядка 4 не существует, имеет вид

Таблица VII.0

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ.

Таблица 1

a	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Таблица 2

a	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

Задача 1. Найдите все группы порядка 4.

Ответ.

Таблица 1

a	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Циклическая группа порядка 4

Таблица 2

a	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

Элементарная абелева группа порядка 4

Решение задачи 2.

Задача 2. Найдите мультипликативную группу Q_8 единичных **кватернионов** $\{\pm 1,\ \pm i,\ \pm j,\ \pm k\}$.

Задача 2. Найдите мультипликативную группу Q_8 единичных **кватернионов** $\{\pm 1,\ \pm i,\ \pm j,\ \pm k\}$.

Ответ. Зададим Q_8 **таблицей Кэли**.

Задача 2. Найдите мультипликативную группу Q_8 единичных **кватернионов** $\{\pm 1,\ \pm i,\ \pm j,\ \pm k\}$.

Ответ. Зададим Q_8 **таблицей Кэли**.

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Решение задачи 3.

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$.

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$.

Получили одну из «экстремальных» ситуаций — $H = \{a\}$.

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы
$a \in H$.
Если $b \in H$, то

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$.

Если $b \in H$, то $b^k \in H$, т.е. $c \in H, \quad d \in H$.

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$.

Если $b \in H$, то $b^k \in H$, т.е. $c \in H, \quad d \in H$.

Тогда $H = G$.

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$.

Пусть теперь $b \notin H$.

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$.
Пусть теперь $b \notin H$.
Если $\in H$, то либо $H = \{a,\ c\}$, либо $d \in H$.

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$.

Пусть теперь $b \notin H$.

Если $\in H$, то либо $H = \{a,\ c\}$, либо $d \in H$.

Но в последнем случае $d^3 = d^2 * d \in H$

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$.

Пусть теперь $b \notin H$.

Если $\in H$, то либо $H = \{a,\ c\}$, либо $d \in H$.

Но в последнем случае $d^3 = d^2 * d = c * d \in H$

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$.

Пусть теперь $b \notin H$.

Если $\in H$, то либо $H = \{a,\ c\}$, либо $d \in H$.

Но в последнем случае $d^3 = d^2 * d = c * d = b \in H$, вопреки предположению.

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$.

Итак, либо $H = G$,

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$.

Итак, либо $H = G$, либо $H = \{a\}$,

Задача 3. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 1.

Ответ.

Таблица 1

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$.

Итак, либо $H = G$, либо $H = \{a\}$, либо $H = \{a,\ c\}$.

Решение задачи 4.

Задача 4. Найдите все подгруппы элементарной абелевой группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 2.

Задача 4. Найдите все подгруппы элементарной абелевой группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 2.

Ответ.

Задача 4. Найдите все подгруппы элементарной абелевой группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 2.

Ответ.

Таблица 2

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

Задача 4. Найдите все подгруппы элементарной абелевой группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 2.

Ответ.

Таблица 2

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$. Поэтому имеем два очевидных варианта: $H = \{a\}$ и $H = G$. Попробуйте найти остальные варианты.

Задача 4. Найдите все подгруппы элементарной абелевой группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 2.

Ответ.

Таблица 2

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$. Поэтому имеем два очевидных варианта: $H = \{a\}$ и $H = G$. Сравним результаты?

Задача 4. Найдите все подгруппы элементарной абелевой группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 2.

Ответ.

Таблица 2

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$. Поэтому имеем два очевидных варианта: $H = \{a\}$ и $H = G$. $H = \{a; b\}$,

Задача 4. Найдите все подгруппы элементарной абелевой группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 2.

Ответ.

Таблица 2

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$. Поэтому имеем два очевидных варианта: $H = \{a\}$ и $H = G$. $H = \{a; b\}$, или $H = \{a; c\}$,

Задача 4. Найдите все подгруппы элементарной абелевой группы порядка 4, т.е. группы с таблицей Кэли 2.

Ответ.

Таблица 2

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

Пусть H — искомая подгруппа. По определению подгруппы $a \in H$. Поэтому имеем два очевидных варианта: $H = \{a\}$ и $H = G$. $H = \{a; b\}$, или $H = \{a; c\}$, или $H = \{a; d\}$.

Решение задачи 5.

Задача 5.

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Найдите все подгруппы группы Q_8 кватернионов, с групповой операцией, заданной данной таблицей Кэли.

Задача 5.

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Найдите все подгруппы группы Q_8 кватернионов, с групповой операцией, заданной данной таблицей Кэли.

Ответ. Кроме единичной подгруппы $\{1\}$ и самой Q_8 имеются следующие подгруппы:

Задача 5.

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Найдите все подгруппы группы Q_8 кватернионов, с групповой операцией, заданной данной таблицей Кэли.

Ответ. Кроме единичной подгруппы $\{1\}$ и самой Q_8 имеются следующие подгруппы: $\{1,\ -1\}$,

Задача 5.

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Найдите все подгруппы группы Q_8 кватернионов, с групповой операцией, заданной данной таблицей Кэли.

Ответ. Кроме единичной подгруппы $\{1\}$ и самой Q_8 имеются следующие подгруппы:
$\{1,\ -1\}$, $\{1,\ i,\qquad\qquad\}$,

Задача 5.

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Найдите все подгруппы группы Q_8 кватернионов, с групповой операцией, заданной данной таблицей Кэли.

Ответ. Кроме единичной подгруппы $\{1\}$ и самой Q_8 имеются следующие подгруппы:
$\{1,\ -1\}$, $\{1,\ i,\ -1,\quad\}$,

Задача 5.

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Найдите все подгруппы группы Q_8 кватернионов, с групповой операцией, заданной данной таблицей Кэли.

Ответ. Кроме единичной подгруппы $\{1\}$ и самой Q_8 имеются следующие подгруппы:
$\{1,\ -1\}$, $\{1,\ i,\ -1,\ -i\}$,

Задача 5.

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Найдите все подгруппы группы Q_8 кватернионов, с групповой операцией, заданной данной таблицей Кэли.

Ответ. Кроме единичной подгруппы $\{1\}$ и самой Q_8 имеются следующие подгруппы:
$\{1,\ -1\}$, $\{1,\ i,\ -1,\ -i\}$, $\{1,\ j, \qquad\qquad \}$,

Задача 5.

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Найдите все подгруппы группы Q_8 кватернионов, с групповой операцией, заданной данной таблицей Кэли.

Ответ. Кроме единичной подгруппы $\{1\}$ и самой Q_8 имеются следующие подгруппы:
$\{1,\ -1\}$, $\{1,\ i,\ -1,\ -i\}$, $\{1,\ j,\ -1,\quad\ \}$,

Задача 5.

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Найдите все подгруппы группы Q_8 кватернионов, с групповой операцией, заданной данной таблицей Кэли.

Ответ. Кроме единичной подгруппы $\{1\}$ и самой Q_8 имеются следующие подгруппы: $\{1,\ -1\}$, $\{1,\ i,\ -1,\ -i\}$, $\{1,\ j,\ -1,\ -j\}$,

Задача 5. Найдите все подгруппы группы Q_8 кватернионов, с групповой операцией, заданной данной таблицей Кэли.

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Ответ. Кроме единичной подгруппы $\{1\}$ и самой Q_8 имеются следующие подгруппы:
$\{1,\ -1\}$, $\{1,\ i,\ -1,\ -i\}$, $\{1,\ j,\ -1,\ -j\}$, $\{1,\ k,\qquad\qquad \}$.

Задача 5.

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Найдите все подгруппы группы Q_8 кватернионов, с групповой операцией, заданной данной таблицей Кэли.

Ответ. Кроме единичной подгруппы $\{1\}$ и самой Q_8 имеются следующие подгруппы: $\{1,\ -1\}$, $\{1,\ i,\ -1,\ -i\}$, $\{1,\ j,\ -1,\ -j\}$, $\{1,\ k,\ -1,\quad \}$.

Задача 5.

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

Найдите все подгруппы группы Q_8 кватернионов, с групповой операцией, заданной данной таблицей Кэли.

Ответ. Кроме единичной подгруппы $\{1\}$ и самой Q_8 имеются следующие подгруппы: $\{1,\ -1\}$, $\{1,\ i,\ -1,\ -i\}$, $\{1,\ j,\ -1,\ -j\}$, $\{1,\ k,\ -1,\ -j\}$. Таким образом, все собственные (отличные от единичной и от самой группы) подгруппы группы Q_8 являются **циклическими**.

Решение задачи 6.

Задача 6. Пусть G — группа, $A \leq G$, $B \leq G$. Докажите, что $A \subseteq A * B$.

Задача 6. Пусть G — группа, $A \leq G, \quad B \leq G$. Докажите, что $A \subseteq A * B$.
Ответ. Пусть $a \in A$. Тогда

Задача 6. Пусть G — группа, $A \leq G, \quad B \leq G$. Докажите, что $A \subseteq A * B$.
Ответ. Пусть $a \in A$. Тогда $a =$

Задача 6. Пусть G — группа, $A \leq G, \quad B \leq G$. Докажите, что $A \subseteq A * B$.

Ответ. Пусть $a \in A$. Тогда $a = \underbrace{a}_{A} * \underbrace{e}_{B} \in$.

Задача 6. Пусть G — группа, $A \leq G, \quad B \leq G$. Докажите, что $A \subseteq A * B$.
Ответ. Пусть $a \in A$. Тогда $a = \underbrace{a}_{A} * \underbrace{e}_{B} \in A * B$.

Решение задачи 7.

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \le Q \le G$, то $P * Q = Q$.

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.
Ответ. Что надо доказать?

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?
Равенство множеств.
Как **доказать равенство множеств**?

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Как **доказать равенство множеств**?

Как и другие равенства, ***равенство множеств*** **можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Как **доказать равенство множеств**?

Как и другие равенства, ***равенство множеств*** **можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Применим второй способ: докажем, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$.

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Как **доказать равенство множеств**?

Как и другие равенства, ***равенство множеств*** **можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Применим второй способ: докажем, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$.

Пусть $p \in P, \quad q \in Q$. Тогда

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Как **доказать равенство множеств**?

Как и другие равенства, ***равенство множеств*** **можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Применим второй способ: докажем, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$.

Пусть $p \in P$, $\quad q \in Q$. Тогда $\underbrace{p}_{P} * \underbrace{q}_{Q} =$

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Как **доказать равенство множеств**?

Как и другие равенства, *равенство множеств* **можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Применим второй способ: докажем, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$.

Пусть $p \in P$, $\quad q \in Q$. Тогда $\underbrace{p}_{P} * \underbrace{q}_{Q} = \underbrace{p}_{Q} * \underbrace{q}_{Q} \in$

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \le Q \le G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Как **доказать равенство множеств**?

Как и другие равенства, ***равенство множеств* можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Применим второй способ: докажем, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$.

Пусть $p \in P$, $\quad q \in Q$. Тогда $\underbrace{p}_{P} * \underbrace{q}_{Q} = \underbrace{p}_{Q} * \underbrace{q}_{Q} \in Q$.

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \le Q \le G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Как **доказать равенство множеств**?

Как и другие равенства, ***равенство множеств* можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Применим второй способ: докажем, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$.

Пусть $p \in P, \quad q \in Q$. Тогда $\underbrace{p}_{P} * \underbrace{q}_{Q} = \underbrace{p}_{Q} * \underbrace{q}_{Q} \in Q$.

Докажем обратное включение $Q \subseteq P * Q$. Пусть

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Как **доказать равенство множеств**?

Как и другие равенства, ***равенство множеств*** **можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Применим второй способ: докажем, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$.

Пусть $p \in P$, $\quad q \in Q$. Тогда $\underbrace{p}_{P} * \underbrace{q}_{Q} = \underbrace{p}_{Q} * \underbrace{q}_{Q} \in Q$.

Докажем обратное включение $Q \subseteq P * Q$. Пусть $q \in Q$. Тогда

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Как **доказать равенство множеств**?

Как и другие равенства, ***равенство множеств*** **можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Применим второй способ: докажем, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$.

Пусть $p \in P$, $q \in Q$. Тогда $\underbrace{p}_{P} * \underbrace{q}_{Q} = \underbrace{p}_{Q} * \underbrace{q}_{Q} \in Q$.

Докажем обратное включение $Q \subseteq P * Q$. Пусть $q \in Q$. Тогда $q =$

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Как **доказать равенство множеств**?

Как и другие равенства, ***равенство множеств* можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Применим второй способ: докажем, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$.

Пусть $p \in P$, $\quad q \in Q$. Тогда $\underbrace{p}_{P} * \underbrace{q}_{Q} = \underbrace{p}_{Q} * \underbrace{q}_{Q} \in Q$.

Докажем обратное включение $Q \subseteq P * Q$. Пусть $q \in Q$. Тогда $q = \underbrace{e}_{P} * \underbrace{q}_{Q} \in$

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Как **доказать равенство множеств**?

Как и другие равенства, ***равенство множеств* можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Применим второй способ: докажем, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$.

Пусть $p \in P$, $q \in Q$. Тогда $\underbrace{p}_{P} * \underbrace{q}_{Q} = \underbrace{p}_{Q} * \underbrace{q}_{Q} \in Q$.

Докажем обратное включение $Q \subseteq P * Q$. Пусть $q \in Q$. Тогда $q = \underbrace{e}_{P} * \underbrace{q}_{Q} \in P * Q$.

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \le Q \le G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Как **доказать равенство множеств**?

Как и другие равенства, ***равенство множеств* можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Применим второй способ: докажем, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$.

Пусть $p \in P$, $\quad q \in Q$. Тогда $\underbrace{p}_{P} * \underbrace{q}_{Q} = \underbrace{p}_{Q} * \underbrace{q}_{Q} \in Q$.

Докажем обратное включение $Q \subseteq P * Q$. Пусть $q \in Q$. Тогда $q = \underbrace{e}_{P} * \underbrace{q}_{Q} \in P * Q$.

Итак, доказано, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$, значит,

Задача 7. Докажите, что если G — группа и $P \leq Q \leq G$, то $P * Q = Q$.

Ответ. Что надо доказать?

Равенство множеств.

Как **доказать равенство множеств**?

Как и другие равенства, ***равенство множеств*** **можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

iii) «от противного».

Применим второй способ: докажем, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$.

Пусть $p \in P$, $q \in Q$. Тогда $\underbrace{p}_{P} * \underbrace{q}_{Q} = \underbrace{p}_{Q} * \underbrace{q}_{Q} \in Q$.

Докажем обратное включение $Q \subseteq P * Q$. Пусть $q \in Q$. Тогда $q = \underbrace{e}_{P} * \underbrace{q}_{Q} \in P * Q$.

Итак, доказано, что $P * Q \subseteq Q$ и $Q \subseteq P * Q$, значит, $P * Q = Q$, задача решена.

Решение задачи 8.

Задача 8. Докажите, что если P и Q — подгруппы группы G, то для выполнения равенства $P * Q = Q$ необходимо и достаточно, чтобы $P \leq Q$.

Задача 8. Докажите, что если P и Q — подгруппы группы G, то для выполнения равенства $P * Q = Q$ необходимо и достаточно, чтобы $P \leq Q$.

Ответ. Достаточность мы **уже доказали**.

Задача 8. Докажите, что если P и Q — подгруппы группы G, то для выполнения равенства $P * Q = Q$ необходимо и достаточно, чтобы $P \leq Q$.

Ответ. Достаточность мы **уже доказали**. Докажем необходимость.
Пусть

Задача 8. Докажите, что если P и Q — подгруппы группы G, то для выполнения равенства $P * Q = Q$ необходимо и достаточно, чтобы $P \leq Q$.

Ответ. Достаточность мы **уже доказали**. Докажем необходимость.
Пусть $P * Q = Q$. Как **доказать, что** $P \leq Q$?

Задача 8. Докажите, что если P и Q — подгруппы группы G, то для выполнения равенства $P * Q = Q$ необходимо и достаточно, чтобы $P \leq Q$.

Ответ. Достаточность мы **уже доказали**. Докажем необходимость.
Пусть $P * Q = Q$. Как **доказать, что** $P \leq Q$?
Пусть $p \in P$. Тогда

Задача 8. Докажите, что если P и Q — подгруппы группы G, то для выполнения равенства $P * Q = Q$ необходимо и достаточно, чтобы $P \leq Q$.

Ответ. Достаточность мы **уже доказали**. Докажем необходимость.
Пусть $P * Q = Q$. Как **доказать, что** $P \leq Q$?
Пусть $p \in P$. Тогда $p =$

Задача 8. Докажите, что если P и Q — подгруппы группы G, то для выполнения равенства $P * Q = Q$ необходимо и достаточно, чтобы $P \leq Q$.

Ответ. Достаточность мы **уже доказали**. Докажем необходимость.
Пусть $P * Q = Q$. Как **доказать, что** $P \leq Q$?
Пусть $p \in P$. Тогда $p = \underbrace{p}_{P} * \underbrace{e}_{Q} \in$

Задача 8. Докажите, что если P и Q — подгруппы группы G, то для выполнения равенства $P * Q = Q$ необходимо и достаточно, чтобы $P \le Q$.

Ответ. Достаточность мы **уже доказали**. Докажем необходимость.
Пусть $P * Q = Q$. Как **доказать, что** $P \le Q$?
Пусть $p \in P$. Тогда $p = \underbrace{p}_{P} * \underbrace{e}_{Q} \in P * Q =$

Задача 8. Докажите, что если P и Q — подгруппы группы G, то для выполнения равенства $P * Q = Q$ необходимо и достаточно, чтобы $P \leq Q$.

Ответ. Достаточность мы **уже доказали**. Докажем необходимость.
Пусть $P * Q = Q$. Как **доказать, что** $P \leq Q$?
Пусть $p \in P$. Тогда $p = \underbrace{p}_{P} * \underbrace{e}_{Q} \in P * Q = Q$.

Задача 8. Докажите, что если P и Q — подгруппы группы G, то для выполнения равенства $P * Q = Q$ необходимо и достаточно, чтобы $P \leq Q$.

Ответ. Достаточность мы **уже доказали**. Докажем необходимость.
Пусть $P * Q = Q$. Как **доказать, что** $P \leq Q$?
Пусть $p \in P$. Тогда $p = \underbrace{p}_{P} * \underbrace{e}_{Q} \in P * Q = Q$.

Задача решена.

Решение задачи 9.

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ.

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{array} \right. \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \left\{ \begin{array}{l} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{array} \right.$$

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\left\{\begin{array}{l} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \left\{\begin{array}{l} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{array}\right.$$

Значит, $\quad \forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\quad \forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\quad \forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$
$\{-1;\ 1\}$	

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-1;\ 1\}$		
$\{-i;\ i\}$		

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\quad \forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-1;\ 1\}$			
$\{-i;\ i\}$			
$\{-j;\ j\}$			

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.
Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$				
$\{-i;\ i\}$				
$\{-j;\ j\}$				
$\{-k;\ k\}$				

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$			
$\{-i;\ i\}$				
$\{-j;\ j\}$				
$\{-k;\ k\}$				

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\quad \forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$$X * Y$$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$		
$\{-i;\ i\}$				
$\{-j;\ j\}$				
$\{-k;\ k\}$				

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	
$\{-i;\ i\}$				
$\{-j;\ j\}$				
$\{-k;\ k\}$				

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\quad \forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$				
$\{-j;\ j\}$				
$\{-k;\ k\}$				

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X\backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$			
$\{-j;\ j\}$				
$\{-k;\ k\}$				

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.
Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$		
$\{-j;\ j\}$				
$\{-k;\ k\}$				

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	
$\{-j;\ j\}$				
$\{-k;\ k\}$				

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\quad \forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X\backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$				
$\{-k;\ k\}$				

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$			
$\{-k;\ k\}$				

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$		
$\{-k;\ k\}$				

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-1;\ 1\}$	
$\{-k;\ k\}$				

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.
Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-k;\ k\}$				

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X\backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-k;\ k\}$	$\{-k;\ k\}$			

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-k;\ k\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$		

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X\backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-k;\ k\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-i;\ i\}$	

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.
Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-k;\ k\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X\backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-k;\ k\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$

Можно представить фактор-группу и с помощью алгебраического подхода:

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\quad \forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-k;\ k\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$

Можно представить фактор-группу и с помощью алгебраического подхода:
— в качестве базовых элементов возьмём подгруппы группы Q_8;

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.
Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X\backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-k;\ k\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$

Можно представить фактор-группу и с помощью алгебраического подхода:
— в качестве базовых элементов возьмём подгруппы группы Q_8;
— как типовые преобразования будем использовать **произведение подгрупп**, в первую очередь, **прямое** и **полупрямое**;

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-k;\ k\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$

Можно представить фактор-группу и с помощью алгебраического подхода:

— в качестве базовых элементов возьмём подгруппы группы Q_8;

— как типовые преобразования будем использовать **произведение подгрупп**, в первую очередь, **прямое** и **полупрямое**;

— механизм аппроксимирования включает в себя результаты о ситуациях, когда **произведение подгрупп является подгруппой**, проверку совпадения произведения подгрупп и др.

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-k;\ k\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$

Можно представить фактор-группу и с помощью алгебраического подхода:

$$Q_8/\{-1;\ 1\} = \{\{-1;\ 1\}, \{-i;\ i\}\} \times \{\{-1;\ 1\}, \{-j;\ j\}\} =$$

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\quad \forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-k;\ k\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$

Можно представить фактор-группу и с помощью алгебраического подхода:

$$Q_8/\{-1;\ 1\} = \big\{\{-1;\ 1\}, \{-i;\ i\}\big\} \times \big\{\{-1;\ 1\}, \{-j;\ j\}\big\} =$$

$$= \big\{\{-1;\ 1\}, \{-i;\ i\}\big\} \times \big\{\{-1;\ 1\}, \{-k;\ k\}\big\} =$$

Задача 9. Покажите, что для **группе кватернионов** Q_8 имеем $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$. Найдите **фактор-группу** $Q_8/\{-1;\ 1\}$.

Ответ. Проверим, что $\{-1;\ 1\}$ является **нормальной подгруппой** группы Q_8.

$$\begin{cases} -1 = i^2 = j^2 = k^2, \\ 1 = i^4 = j^4 = k^4 \end{cases} \Rightarrow \quad \forall x \in Q_8 \begin{cases} x * (-1) = (-1) * x, \\ x * 1 = 1 * x. \end{cases}$$

Значит, $\forall x \in Q_8 \qquad x * \{-1;\ 1\} = \{-1;\ 1\} * x$, т.е. $\{-1;\ 1\} \trianglelefteq Q_8$.

Фактор-группу $Q_8/\{-1;\ 1\}$ прежде мы задавали только таблицей Кэли:

$X * Y$

$X \backslash Y$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-1;\ 1\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$
$\{-i;\ i\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$
$\{-j;\ j\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-1;\ 1\}$	$\{-i;\ i\}$
$\{-k;\ k\}$	$\{-k;\ k\}$	$\{-j;\ j\}$	$\{-i;\ i\}$	$\{-1;\ 1\}$

Можно представить фактор-группу и с помощью алгебраического подхода:

$$Q_8/\{-1;\ 1\} = \big\{\{-1;\ 1\}, \{-i;\ i\}\big\} \times \big\{\{-1;\ 1\}, \{-j;\ j\}\big\} =$$

$$= \big\{\{-1;\ 1\}, \{-i;\ i\}\big\} \times \big\{\{-1;\ 1\}, \{-k;\ k\}\big\} = \big\{\{-1;\ 1\}, \{-j;\ j\}\big\} \times \big\{\{-1;\ 1\}, \{-k;\ k\}\big\}.$$

Решение задачи 10.

Задача 10. Найти фактор-группы **циклической группы** $\mathbb{Z}$ с операцией «сложение».

Задача 10. Найти фактор-группы **циклической группы** $\mathbb{Z}$ с операцией «сложение».

Ответ. Пусть H — подгруппа группы $\mathbb{Z}$. Обозначим через n наименьшее положительное число из H.

Задача 10. Найти фактор-группы **циклической группы** $\mathbb{Z}$ с операцией «сложение».

Ответ. Пусть H — подгруппа группы $\mathbb{Z}$. Обозначим через n наименьшее положительное число из H.

Возьмем произвольный ненулевой элемент $m \in H$. Тогда $(-m) \in H$. Поэтому можно считать, что $m \in \mathbb{N}$.

Задача 10. Найти фактор-группы **циклической группы** $\mathbb{Z}$ с операцией «сложение».

Ответ. Пусть H — подгруппа группы $\mathbb{Z}$. Обозначим через n наименьшее положительное число из H.

Возьмем произвольный ненулевой элемент $m \in H$. Тогда $(-m) \in H$. Поэтому можно считать, что $m \in \mathbb{N}$.

Разделим m на n с остатком: $m = kn + r$, $r \in \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots;\ (n-1)\}$. Тогда $r = \underbrace{m}_{H} - \underbrace{kn}_{H}$

Задача 10. Найти фактор-группы **циклической группы** $\mathbb{Z}$ с операцией «сложение».

Ответ. Пусть H — подгруппа группы $\mathbb{Z}$. Обозначим через n наименьшее положительное число из H.

Возьмем произвольный ненулевой элемент $m \in H$. Тогда $(-m) \in H$. Поэтому можно считать, что $m \in \mathbb{N}$.

Разделим m на n с остатком: $m = kn + r$, $r \in \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots;\ (n-1)\}$. Тогда $r = \underbrace{m}_{H} - \underbrace{kn}_{H} \in H$.

Задача 10. Найти фактор-группы **циклической группы** $\mathbb{Z}$ с операцией «сложение».

Ответ. Пусть H — подгруппа группы $\mathbb{Z}$. Обозначим через n наименьшее положительное число из H.

Возьмем произвольный ненулевой элемент $m \in H$. Тогда $(-m) \in H$. Поэтому можно считать, что $m \in \mathbb{N}$.

Разделим m на n с остатком: $m = kn + r$, $r \in \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots;\ (n-1)\}$. Тогда $r = \underbrace{m}_{H} - \underbrace{kn}_{H} \in H$.

Но $r < n$, а n — наименьшее *положительное* число из H. Значит, $r = 0$, т.е. m делится на n нацело.

Задача 10. Найти фактор-группы **циклической группы** $\mathbb{Z}$ с операцией «сложение».

Ответ. Пусть H — подгруппа группы $\mathbb{Z}$. Обозначим через n наименьшее положительное число из H.

Возьмем произвольный ненулевой элемент $m \in H$. Тогда $(-m) \in H$. Поэтому можно считать, что $m \in \mathbb{N}$.

Разделим m на n с остатком: $m = kn + r$, $r \in \{0;\ 1;\ 2;\ \ldots;\ (n-1)\}$. Тогда $r = \underbrace{m}_{H} - \underbrace{kn}_{H} \in H$.

Но $r < n$, а n — наименьшее *положительное* число из H. Значит, $r = 0$, т.е. m делится на n нацело.

Следовательно, H состоит из всех чисел, кратных n.

Задача 10. Найти фактор-группы **циклической группы** $\mathbb{Z}$ с операцией «сложение».
Ответ. Пусть n — натуральное число. Тогда

$$\left\{nz \,\middle|\, z \in \mathbb{Z}\right\} = n \cdot \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Z}.$$

Так как $\mathbb{Z}$ — абелева группа, то $(n \cdot \mathbb{Z}) \trianglelefteq \mathbb{Z}$. Носитель фактор-группы $\mathbb{Z}/(n \cdot \mathbb{Z})$ состоит из следующих n смежных классов

$$\{0, n, -n, 2n, -2n, \ldots\}, \quad \{1, n+1, 1-n, 2n+1, 1-2n, \ldots\}, \ldots,$$
$$\ldots, \{n-2, 2n-2, -2, 3n-2, \ldots\}, \quad \{n-1, 2n-1, -1, 3n-1, \ldots\}.$$

Задача 10. Найти фактор-группы **циклической группы** $\mathbb{Z}$ с операцией «сложение».
Ответ. Пусть n — натуральное число. Тогда

$$\left\{ nz \,\middle|\, z \in \mathbb{Z} \right\} = n \cdot \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Z}.$$

Так как $\mathbb{Z}$ — абелева группа, то $(n \cdot \mathbb{Z}) \trianglelefteq \mathbb{Z}$. Носитель фактор-группы $\mathbb{Z}/(n \cdot \mathbb{Z})$ состоит из следующих n смежных классов

$$\{0, n, -n, 2n, -2n, \ldots\}, \quad \{1, n+1, 1-n, 2n+1, 1-2n, \ldots\}, \ldots,$$
$$\ldots, \{n-2, 2n-2, -2, 3n-2, \ldots\}, \quad \{n-1, 2n-1, -1, 3n-1, \ldots\}.$$

Например, группа $\mathbb{Z}/(3 \cdot \mathbb{Z})$ состоит из смежных классов

$$\{0, 3, -3, 6, -6, \ldots\}, \quad \{1, 4, -2, 7, -5, \ldots\}, \quad \{2, 5, -1, 8, -4, \ldots\}.$$

Таблица Кэли групповой операции, индуцированной на этой фактор-группе, имеет вид

	$\{0, 3, -3, 6, -6, \ldots\}$	$\{1, 4, -2, 7, -5, \ldots\}$	$\{2, 5, -1, 8, -4, \ldots\}$
$\{0, 3, -3, 6, -6, \ldots\}$	$\{0, 3, -3, 6, -6, \ldots\}$	$\{1, 4, -2, 7, -5, \ldots\}$	$\{2, 5, -1, 8, -4, \ldots\}$
$\{1, 4, -2, 7, -5, \ldots\}$	$\{1, 4, -2, 7, -5, \ldots\}$	$\{2, 5, -1, 8, -4, \ldots\}$	$\{0, 3, -3, 6, -6, \ldots\}$
$\{2, 5, -1, 8, -4, \ldots\}$	$\{2, 5, -1, 8, -4, \ldots\}$	$\{0, 3, -3, 6, -6, \ldots\}$	$\{1, 4, -2, 7, -5, \ldots\}$

Решение задачи 11.

Задача 11. Найдите **таблицу Кэли** групповой операции **группы перестановок** Σ_4. Найдите ее подгруппы и фактор-группы, неизоморфные единичной группе и самой группе Σ_4.

Задача 11. Найдите **таблицу Кэли** групповой операции **группы перестановок** Σ_4. Найдите ее подгруппы и фактор-группы, неизоморфные единичной группе и самой группе Σ_4.

Ответ. Носитель группы Σ_4 состоит из $4! = 24$ элементов. Группа Σ_4 обладает шестью элементами порядка 4:

x	1	2	3	4	
$u_1(x)$	2	3	4	1	$u_3^3(x) = u_2^{-1}(x)$
$u_2(x)$	4	1	2	3	$u_1^3(x) = u_1^{-1}(x)$
$u_3(x)$	2	4	1	3	$u_4^3(x) = u_4^{-1}(x)$
$u_4(x)$	3	1	4	2	$u_3^3(x) = u_3^{-1}(x)$
$u_5(x)$	4	3	1	2	$u_6^3(x) = u_6^{-1}(x)$
$u_6(x)$	3	4	2	1	$u_5^3(x) = u_5^{-1}(x)$

$$u_1^2 = u_2^2$$
$$u_3^2 = u_4^2$$
$$u_5^2 = u_6^2$$

Задача 11. Найдите таблицу Кэли групповой операции группы перестановок Σ_4. Найдите ее подгруппы и фактор-группы, неизоморфные единичной группе и самой группе Σ_4.

Ответ. Носитель группы Σ_4 состоит из $4! = 24$ элементов. Группа Σ_4 обладает шестью элементами порядка 4:

x	1	2	3	4	
$u_1(x)$	2	3	4	1	$u_3^3(x) = u_2^{-1}(x)$
$u_2(x)$	4	1	2	3	$u_1^3(x) = u_1^{-1}(x)$
$u_3(x)$	2	4	1	3	$u_4^3(x) = u_4^{-1}(x)$
$u_4(x)$	3	1	4	2	$u_3^3(x) = u_3^{-1}(x)$
$u_5(x)$	4	3	1	2	$u_6^3(x) = u_6^{-1}(x)$
$u_6(x)$	3	4	2	1	$u_5^3(x) = u_5^{-1}(x)$

$$u_1^2 = u_2^2$$
$$u_3^2 = u_4^2$$
$$u_5^2 = u_6^2$$

Ясно, что стабилизатор[1] точки 4 в группе Σ_4 — это группа H, изоморфная Σ_3. Стабилизаторы всех четырех точек изоморфны между собой, более того,

$$\mathrm{Stab}_{\Sigma_4}(1) = H^{u_1} = H^{u_5}, \quad \mathrm{Stab}_{\Sigma_4}(2) = H^{u_4} = H^{u_6},$$

$$\mathrm{Stab}_{\Sigma_4}(3) = H^{u_2} = H^{u_3}, \quad \mathrm{Stab}_{\Sigma_4}(4) = H.$$

[1]Подгруппа, состоящая из всех тех перестановок, которые «оставляют неподвижной» точку 4.

Задача 11. Найдите таблицу Кэли групповой операции **группы перестановок** Σ_4. Найдите ее подгруппы и фактор-группы, неизоморфные единичной группе и самой группе Σ_4.

Ответ. Носитель группы Σ_4 состоит из $4! = 24$ элементов. Группа Σ_4 обладает шестью элементами порядка 4:

x	1	2	3	4	
$u_1(x)$	2	3	4	1	$u_3^3(x) = u_2^{-1}(x)$
$u_2(x)$	4	1	2	3	$u_1^3(x) = u_1^{-1}(x)$
$u_3(x)$	2	4	1	3	$u_4^3(x) = u_4^{-1}(x)$
$u_4(x)$	3	1	4	2	$u_3^3(x) = u_3^{-1}(x)$
$u_5(x)$	4	3	1	2	$u_6^3(x) = u_6^{-1}(x)$
$u_6(x)$	3	4	2	1	$u_5^3(x) = u_5^{-1}(x)$

$$u_1^2 = u_2^2$$
$$u_3^2 = u_4^2$$
$$u_5^2 = u_6^2$$

В группе Σ_4 имеется нормальная подгруппа T порядка 4, состоящая из единичного элемента и трех инволюций f, g, h, приведенных ниже в таблице. В следующей таблице приведены 8 сопряженных между собой элементов[2] порядка 3: $p_1, p_2, q_1, q_2, r_1, r_2, t_1, t_2$.

	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	4	3
$g(x)$	3	4	1	2
$h(x)$	4	3	2	1

$p_1^{u_1} = q_1,\ p_2^{u_1} = q_2,$
$q_1^{u_1} = r_1,\ q_2^{u_1} = r_2,$
$r_1^{u_1} = t_1,\ r_2^{u_1} = t_2,$
$t_1^{u_1} = p_1,\ t_2^{u_1} = p_2,$
$p_1^f = q_2,\ p_1^g = r_1,\ p_1^h = t_2,$

x	1	2	3	4	y	f	g	h
$p_1(x)$	1	3	4	2	y^{p_1}	g	h	f
$p_2(x)$	1	4	2	3	y^{p_2}	h	f	g
$q_1(x)$	3	2	4	1	y^{q_1}	h	f	g
$q_2(x)$	4	2	1	3	y^{q_2}	g	h	f
$r_1(x)$	2	4	3	1	y^{r_1}	g	h	f
$r_2(x)$	4	1	3	2	y^{r_2}	h	f	g
$t_1(x)$	2	3	1	4	y^{t_1}	h	f	g
$t_2(x)$	3	1	2	4	y^{t_2}	g	h	f

Задача 11. Найдите таблицу Кэли групповой операции **группы перестановок** Σ_4. Найдите ее подгруппы и фактор-группы, неизоморфные единичной группе и самой группе Σ_4.

Ответ. Носитель группы Σ_4 состоит из $4! = 24$ элементов. Группа Σ_4 обладает шестью элементами порядка 4:

x	1	2	3	4	
$u_1(x)$	2	3	4	1	$u_3^3(x) = u_2^{-1}(x)$
$u_2(x)$	4	1	2	3	$u_1^3(x) = u_1^{-1}(x)$
$u_3(x)$	2	4	1	3	$u_4^3(x) = u_4^{-1}(x)$
$u_4(x)$	3	1	4	2	$u_3^3(x) = u_3^{-1}(x)$
$u_5(x)$	4	3	1	2	$u_6^3(x) = u_6^{-1}(x)$
$u_6(x)$	3	4	2	1	$u_5^3(x) = u_5^{-1}(x)$

$$u_1^2 = u_2^2$$
$$u_3^2 = u_4^2$$
$$u_5^2 = u_6^2$$

Как нетрудно заметить, если элементы третьего порядка сопряжены с помощью элементов u_1–u_2, то они действуют (сопряжениями) на $\{f, g, h\}$ неодинаково. Если же элементы третьего порядка сопряжены с помощью элементов f, g или h, то их действие (сопряжениями) на $\{f, g, h\}$ одинаковое.

	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	4	3
$g(x)$	3	4	1	2
$h(x)$	4	3	2	1

$p_1^{u_1} = q_1,\ p_2^{u_1} = q_2,$
$q_1^{u_1} = r_1,\ q_2^{u_1} = r_2,$
$r_1^{u_1} = t_1,\ r_2^{u_1} = t_2,$
$t_1^{u_1} = p_1,\ t_2^{u_1} = p_2,$
$p_1^f = q_2,\ p_1^g = r_1,\ p_1^h = t_2,$

x	1	2	3	4	y	f	g	h
$p_1(x)$	1	3	4	2	y^{p_1}	g	h	f
$p_2(x)$	1	4	2	3	y^{p_2}	h	f	g
$q_1(x)$	3	2	4	1	y^{q_1}	h	f	g
$q_2(x)$	4	2	1	3	y^{q_2}	g	h	f
$r_1(x)$	2	4	3	1	y^{r_1}	g	h	f
$r_2(x)$	4	1	3	2	y^{r_2}	h	f	g
$t_1(x)$	2	3	1	4	y^{t_1}	h	f	g
$t_2(x)$	3	1	2	4	y^{t_2}	g	h	f

Задача 11. Найдите таблицу Кэли групповой операции **группы перестановок** Σ_4. Найдите ее подгруппы и фактор-группы, неизоморфные единичной группе и самой группе Σ_4.

Ответ. Как нетрудно заметить, если элементы третьего порядка сопряжены с помощью элементов u_1–u_2, то они действуют (сопряжениями) на $\{f, g, h\}$ неодинаково. Если же элементы третьего порядка сопряжены с помощью элементов f, g или h, то их действие (сопряжениями) на $\{f, g, h\}$ одинаковое. Это совершенно естественно, так как f, g, h коммутируют друг с другом, $u_1, u_2, \ldots, u_6$ с этими элементами не коммутируют:

$$\begin{array}{|c|ccc|} \hline x & f & g & h \\ \hline x^{u_1} = x^{u_2} = \ldots = x^{u_6} & h & g & f \\ \hline \end{array}, \qquad u_1^2 = u_2^2 = u_3^2 = \ldots = u_6^2 = g.$$

В подгруппе T содержатся все такие инволюции из Σ_4, каждая из которых переставляет между собой одновременно *2 пары* элементов из $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$.

Таким образом, все инволюции из T не оставляют неподвижными ни одного элемента из Ω. Помимо инволюций, содержащихся в T, имеется еще 6 вопряженных между собой инволюций w_1–w_6, каждая из которых переставляет в Ω лишь пару элементов, «не трогая» остальные.

$$\begin{array}{|c|cccc|} \hline x & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline w_1(x) & 2 & 1 & 3 & 4 \\ w_2(x) & 3 & 2 & 1 & 4 \\ w_3(x) & 4 & 2 & 3 & 1 \\ w_4(x) & 1 & 3 & 2 & 4 \\ w_5(x) & 1 & 4 & 3 & 2 \\ w_6(x) & 1 & 2 & 4 & 3 \\ \hline \end{array}.$$

Задача 11. Найдите **таблицу Кэли** групповой операции **группы перестановок** Σ_4. Найдите ее подгруппы и фактор-группы, неизоморфные единичной группе и самой группе Σ_4.

Ответ. Фактор-группа Σ_4/T изоморфна группе Σ_3. Один из изоморфизмов φ можно задать, например, следующей таблицей[3]:

y	$\varphi(y)$
$T = \{e', f, g, h\}$	e
$p_1T = \{p_1, q_2, r_1, t_2\}$	q
$p_2T = \{p_2, q_1, r_2, t_1\}$	p
$u_1T = \{u_1, u_2, w_2, w_5\}$	c
$u_3T = \{u_3, u_4, w_3, w_4\}$	b
$u_5T = \{u_5, u_6, w_1, w_6\}$	a

[3]Здесь e' — единичный элемент группы Σ_4, то есть подстановка, заданная таблицей

x	1	2	3	4
$e'(x)$	1	2	3	4

. Напомним также, что здесь $T = \{e', f, g, h\}$.

Решение задачи 12.

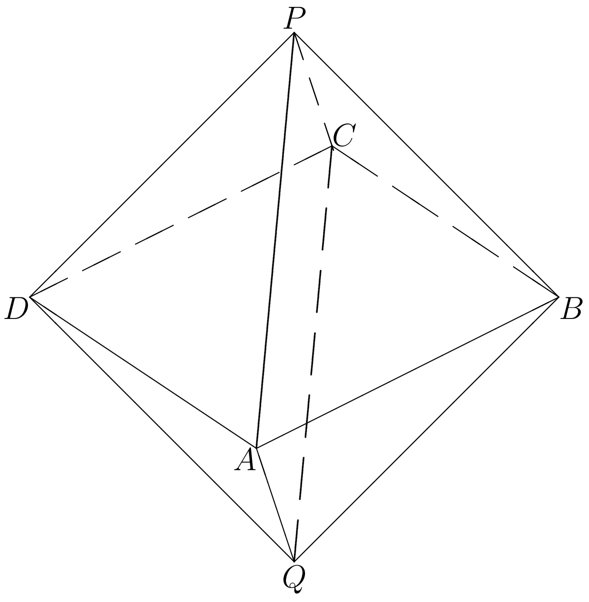
Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

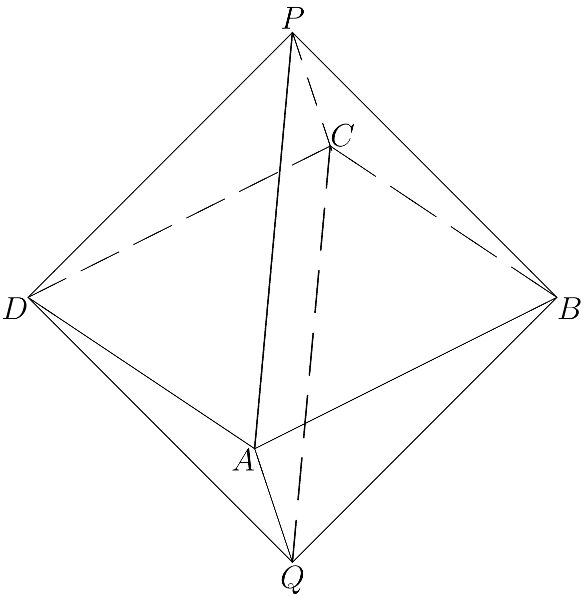
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C			
$a(x)$						
$a^2(x)$						
$a^3(x)$						
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

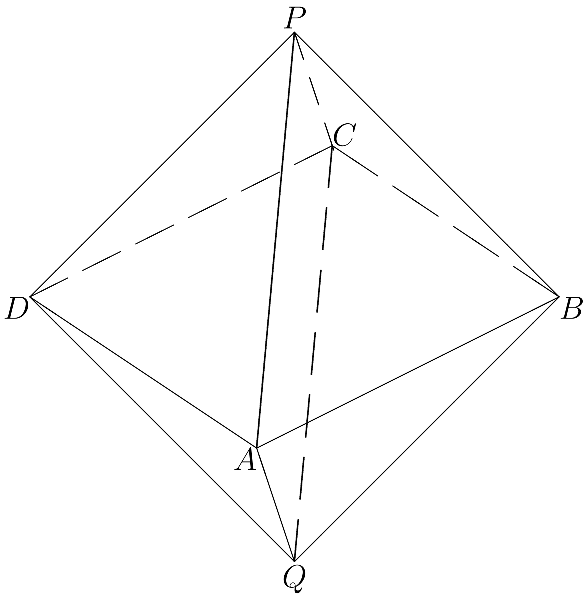
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D		
$a(x)$						
$a^2(x)$						
$a^3(x)$						
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

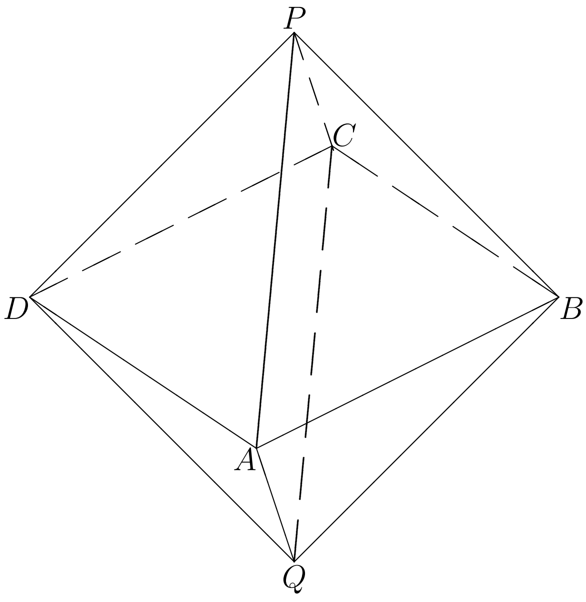
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	
$a(x)$						
$a^2(x)$						
$a^3(x)$						
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

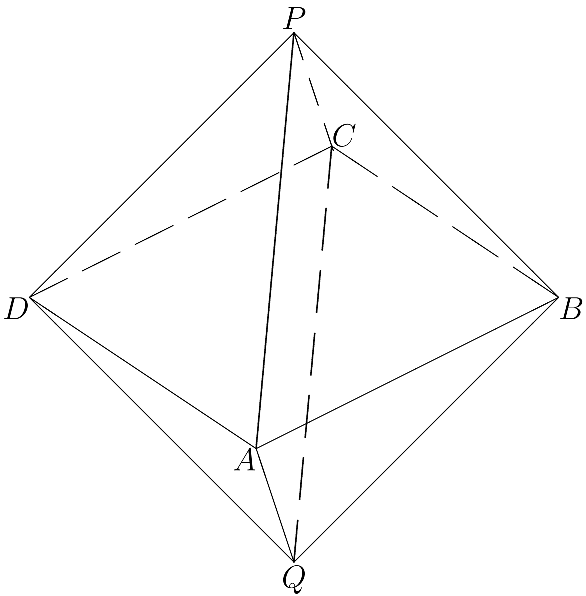
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$						
$a^2(x)$						
$a^3(x)$						
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

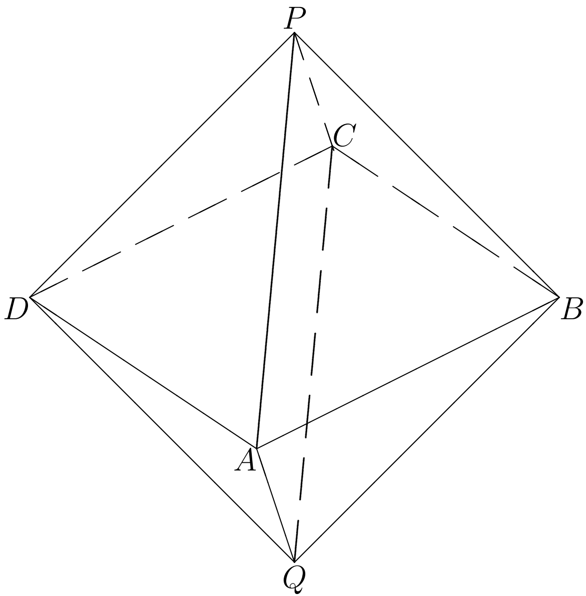
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B			
$a^2(x)$						
$a^3(x)$						
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

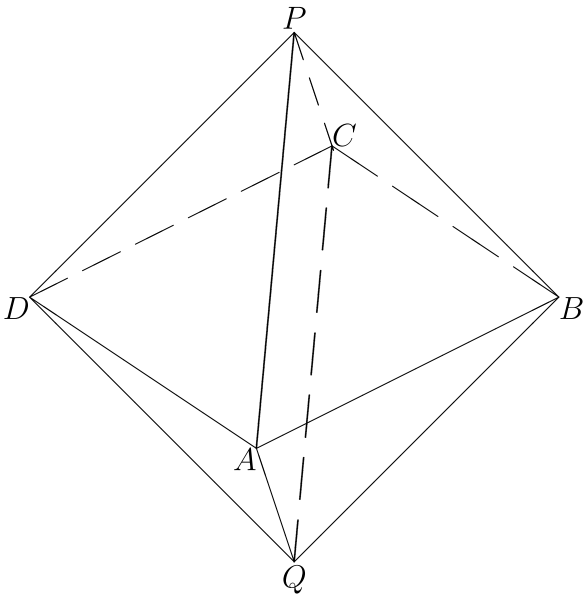
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C		
$a^2(x)$						
$a^3(x)$						
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

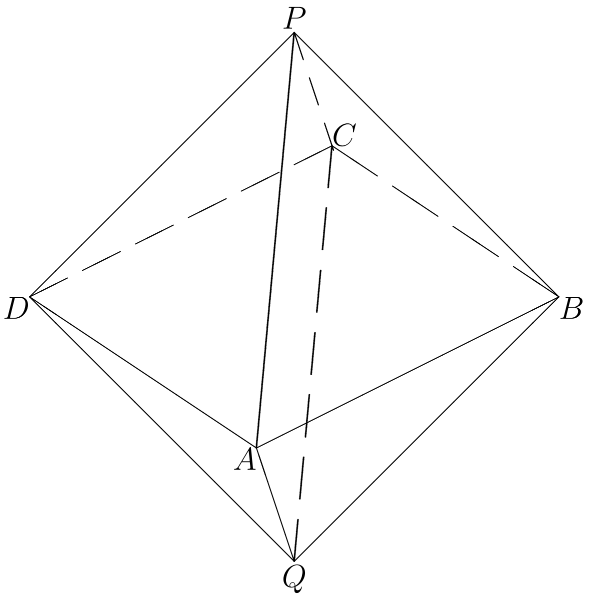
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	
$a^2(x)$						
$a^3(x)$						
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

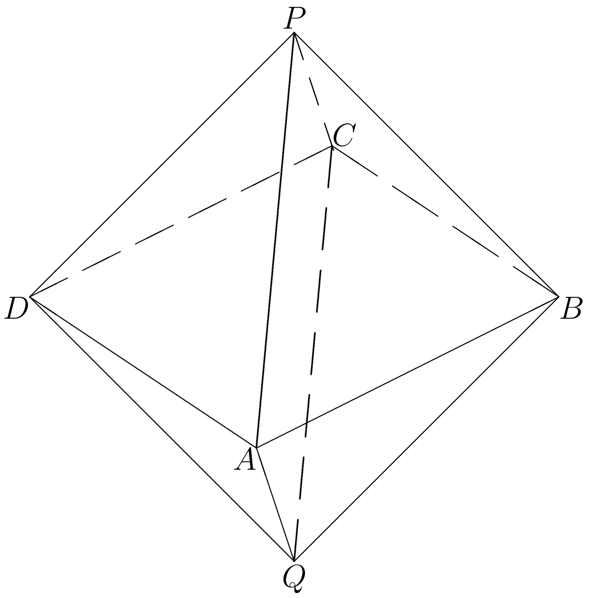
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$						
$a^3(x)$						
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

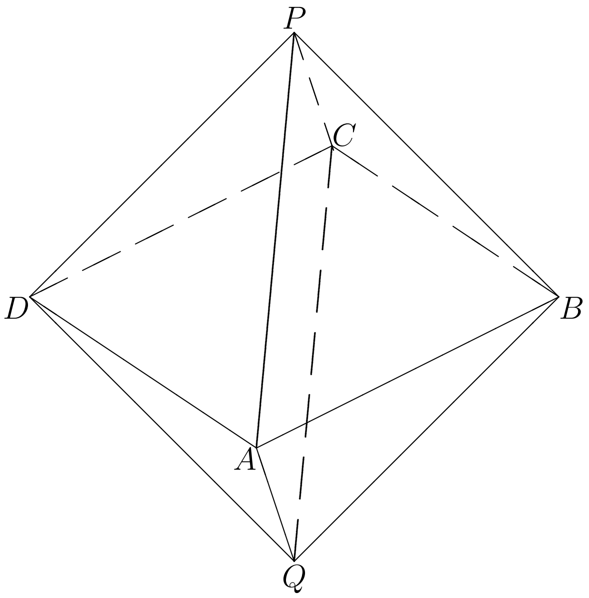
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A			
$a^3(x)$						
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

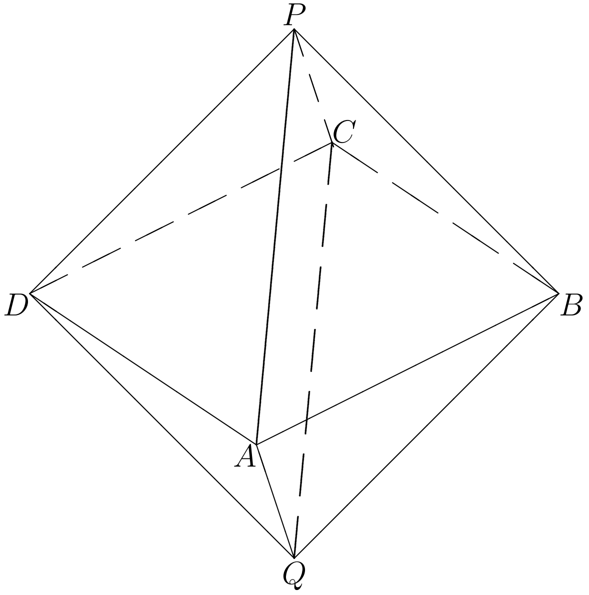
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B		
$a^3(x)$						
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

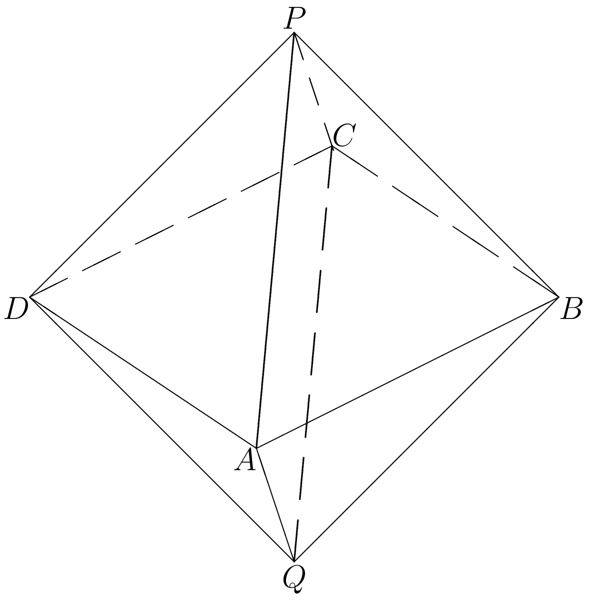
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	
$a^3(x)$						
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

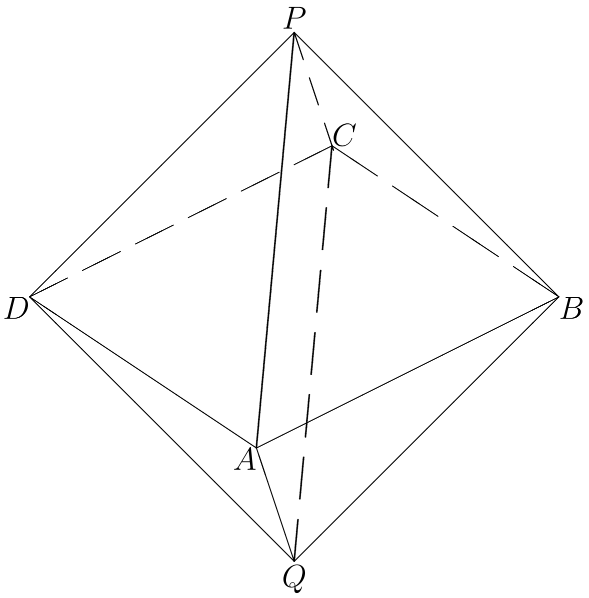
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$						
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

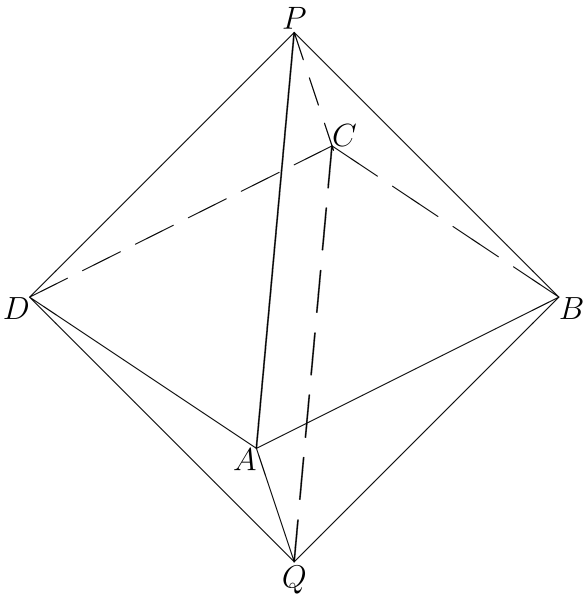
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A			
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

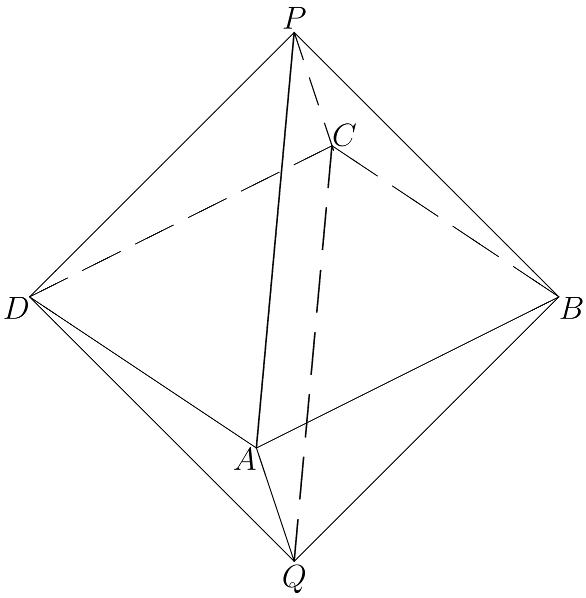
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B		
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

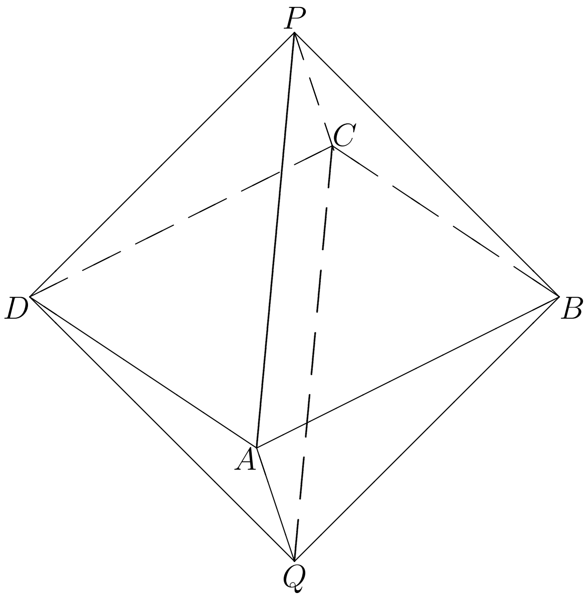
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

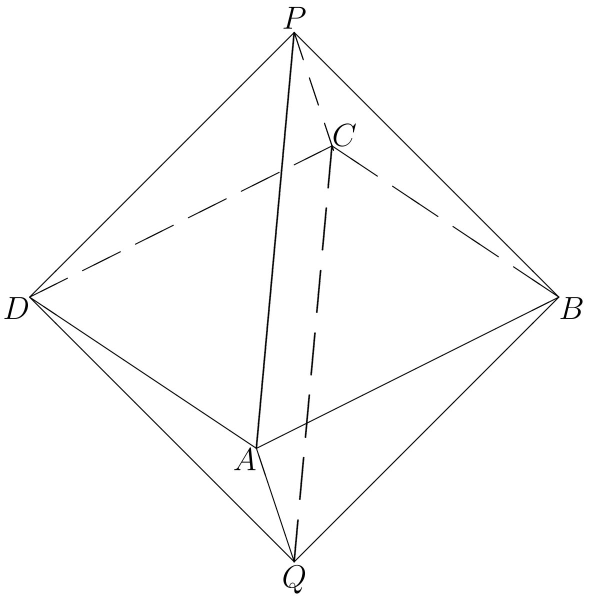
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$						
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

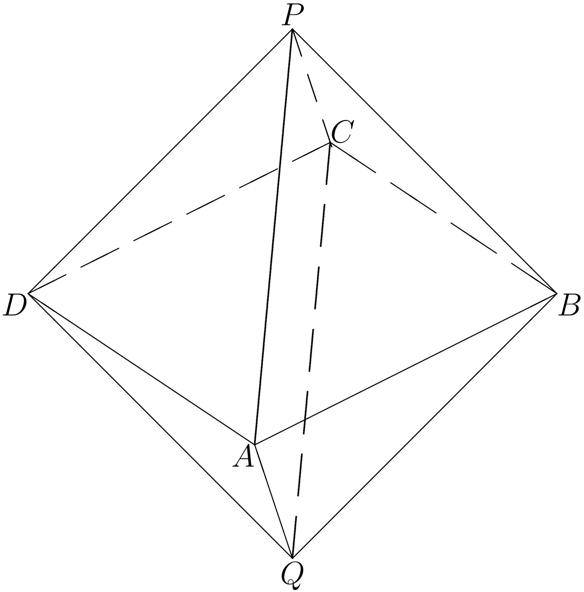
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A			
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

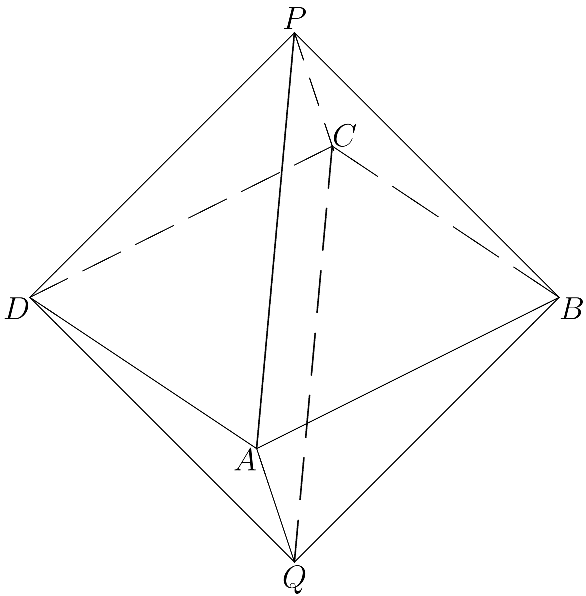
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D		
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

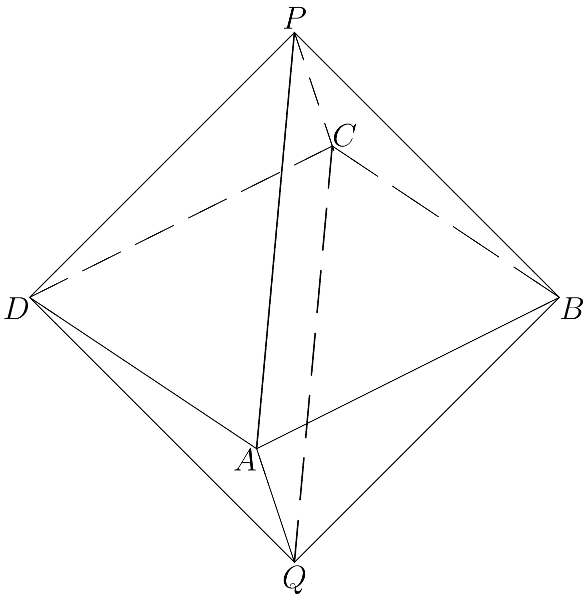
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

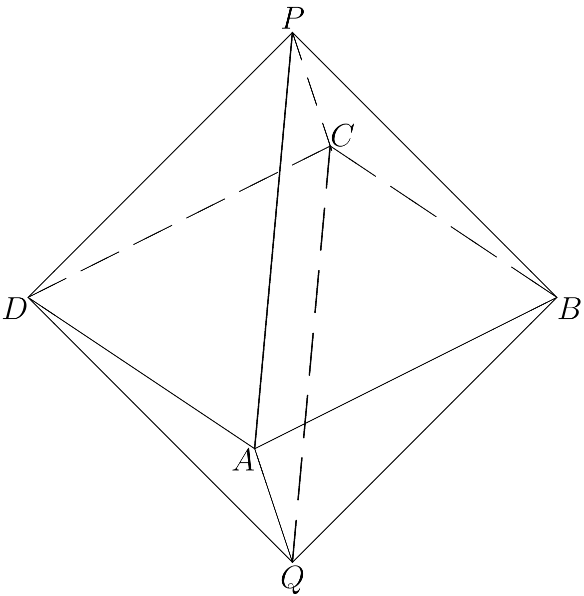
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$						
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

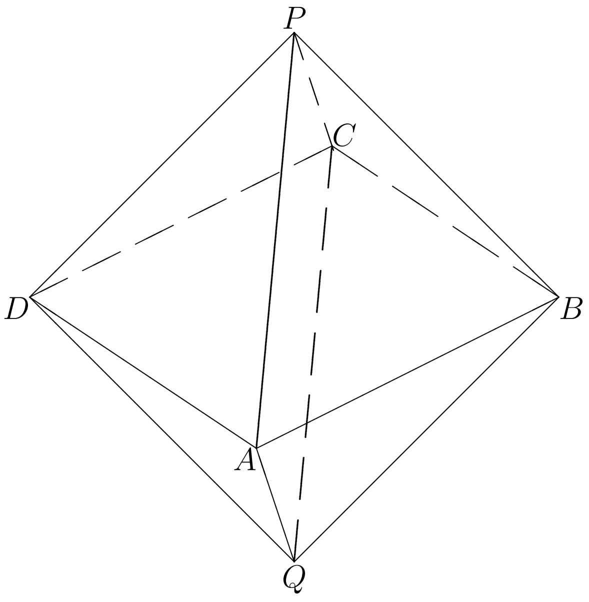
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C			
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

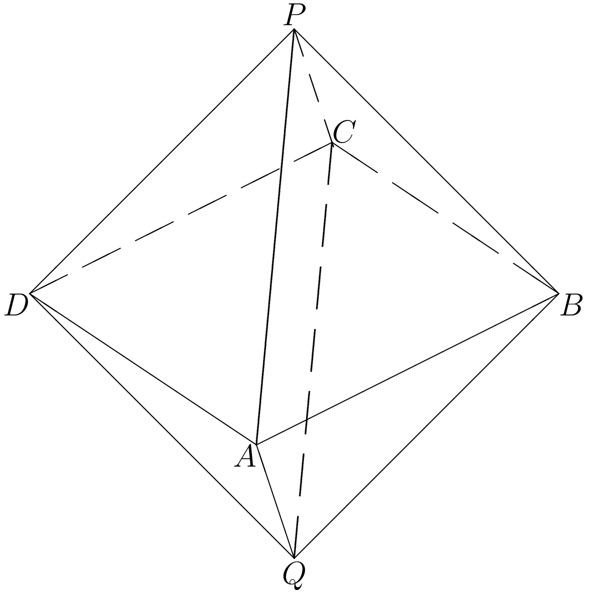
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B		
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

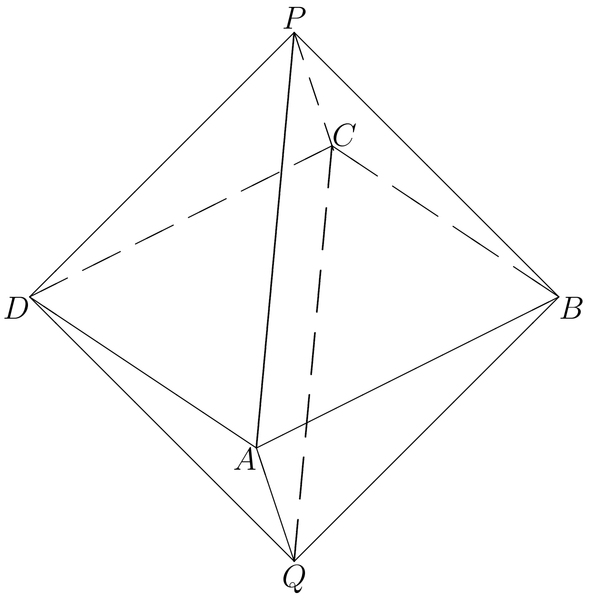
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

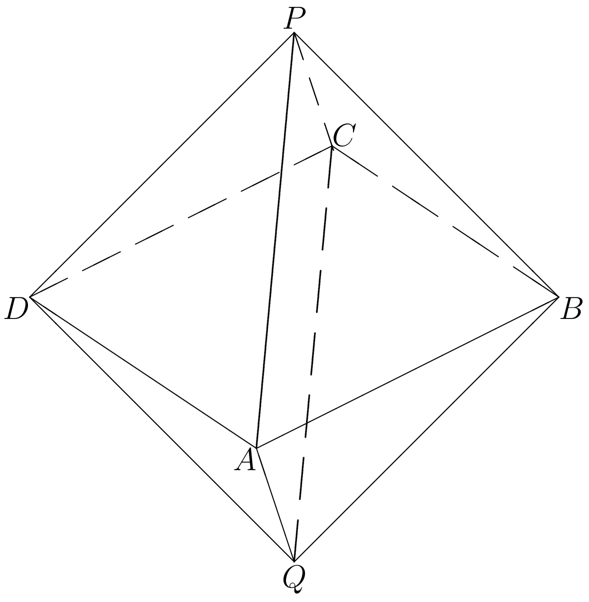
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$						
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

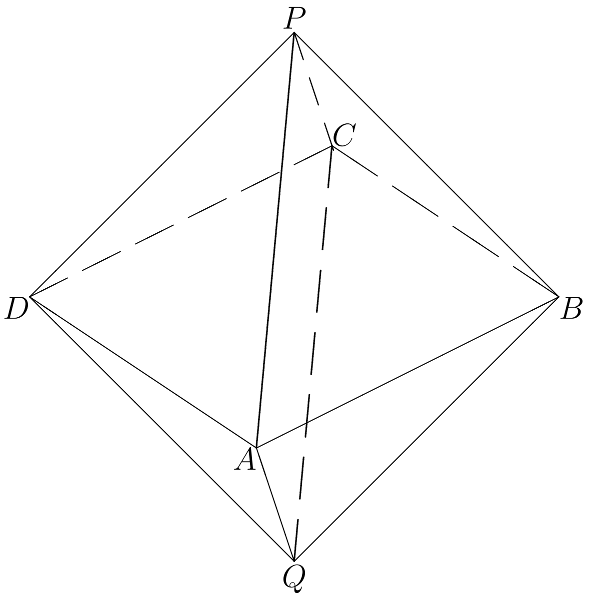
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D			
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

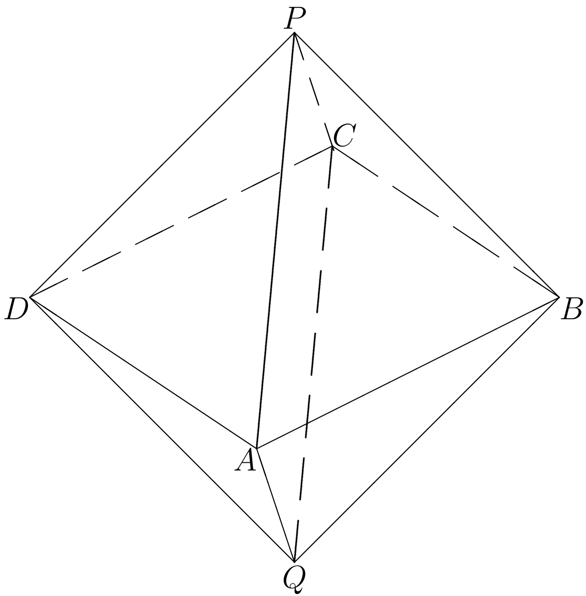
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C		
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

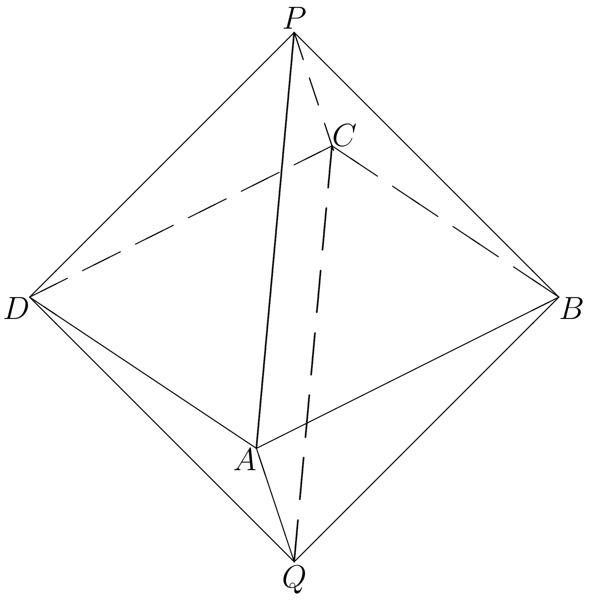
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

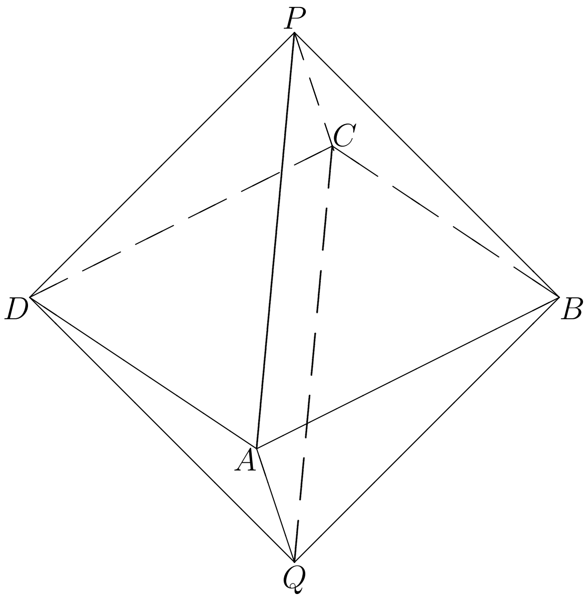
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$						

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

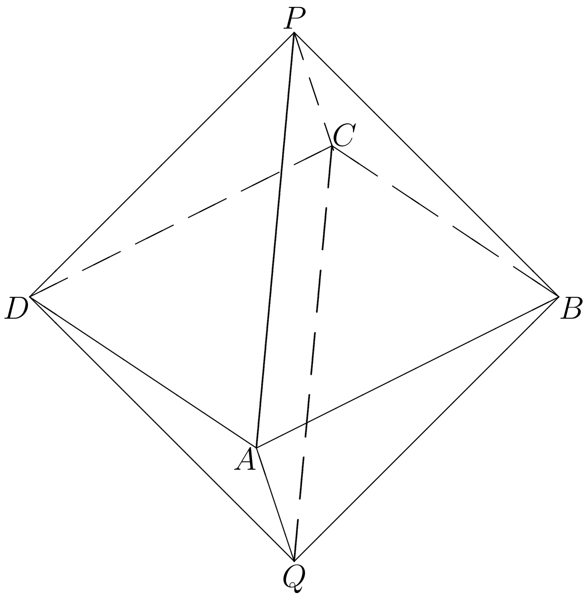
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B			

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

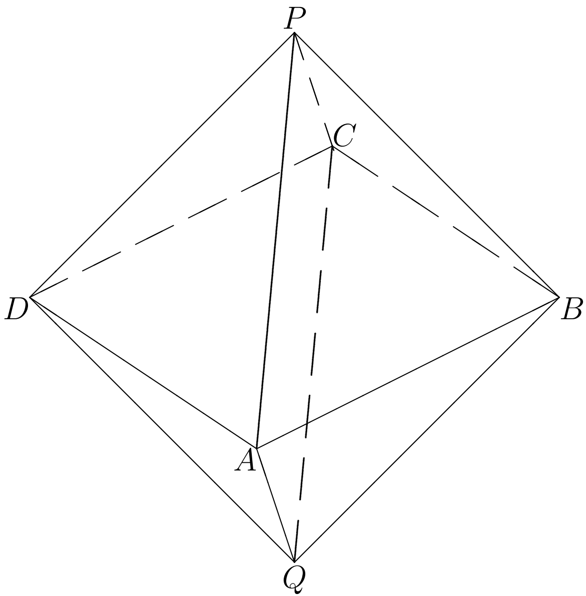
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A		

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

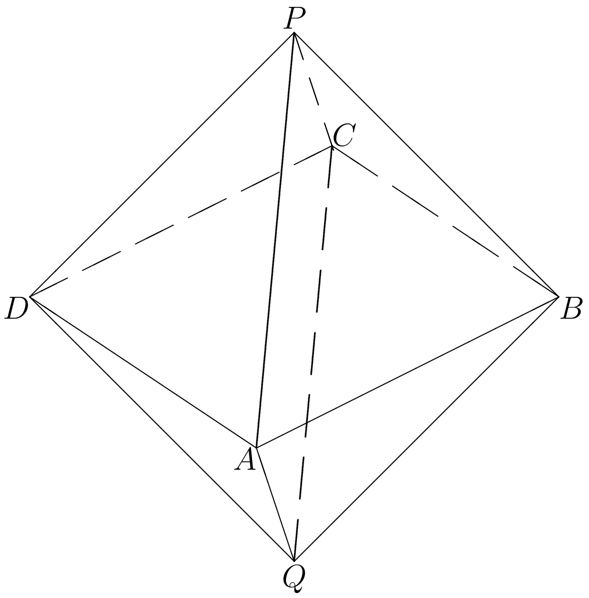
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

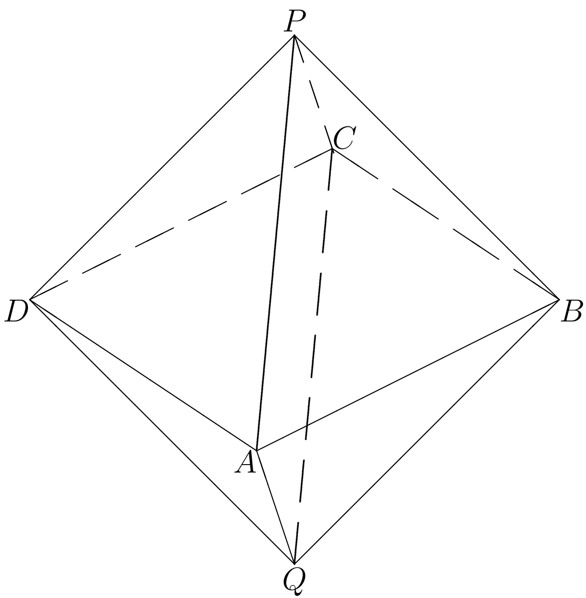
Ответ. Сначала зададим носитель группы D_8.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ.

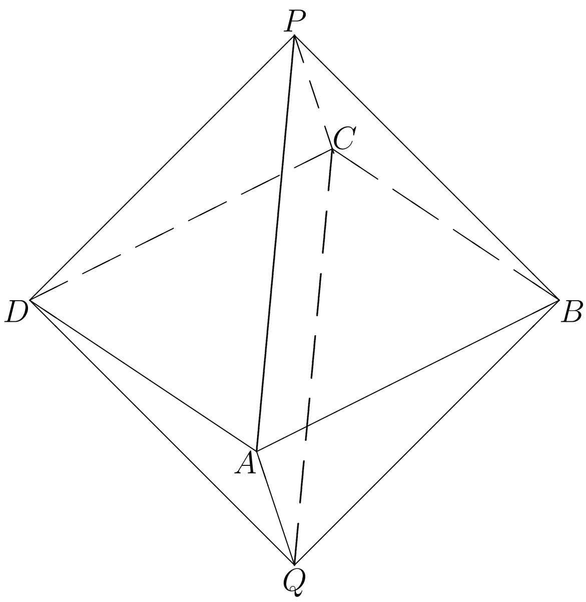


x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

$a^k =$

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ.

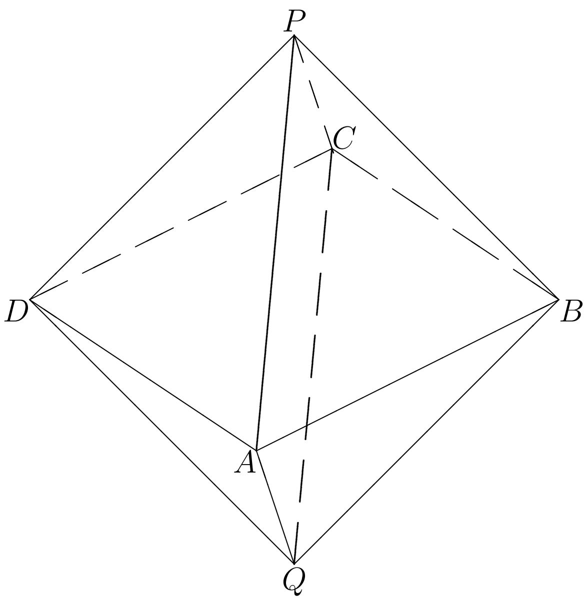


x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

$a^k =$ $\qquad\qquad = a^3 =$

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ.

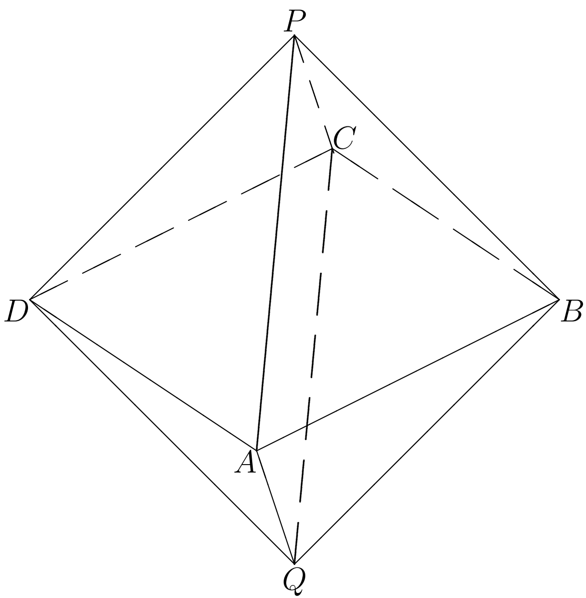


x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

$a^k =$ $\qquad\qquad\qquad$ $= a^3 = a^{-1}.$

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ.

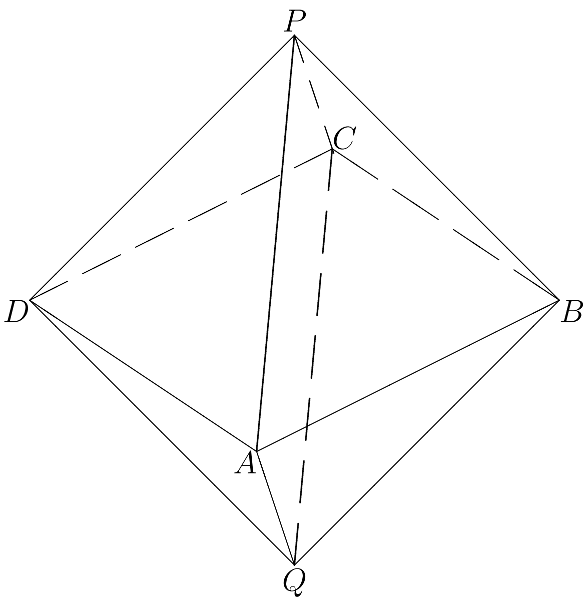


x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

$a^k = a^l = \qquad\qquad = a^3 = a^{-1}.$

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ.

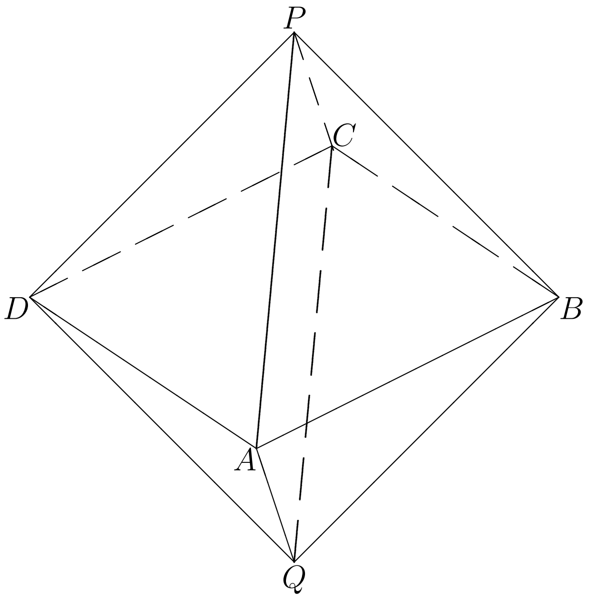


x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

$a^k = a^l = a^m = \qquad = a^3 = a^{-1}.$

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ.

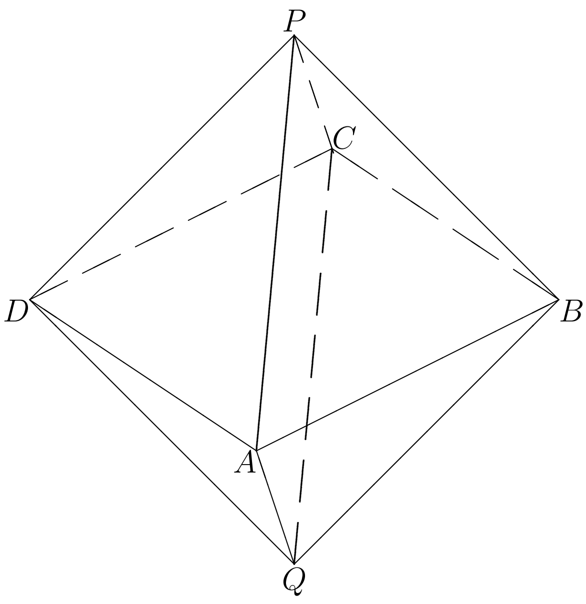


x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

$a^k = a^l = a^m = a^n = a^3 = a^{-1}$.

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ.

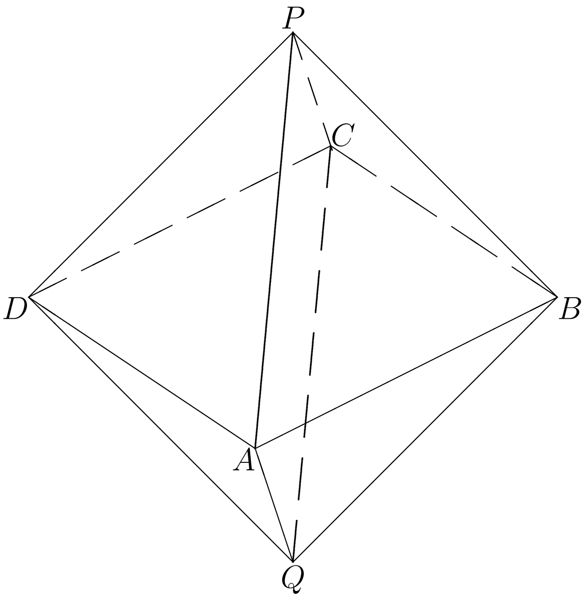


x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

$a^k = a^l = a^m = a^n = a^3 = a^{-1}$. $\quad k * m = a$,

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

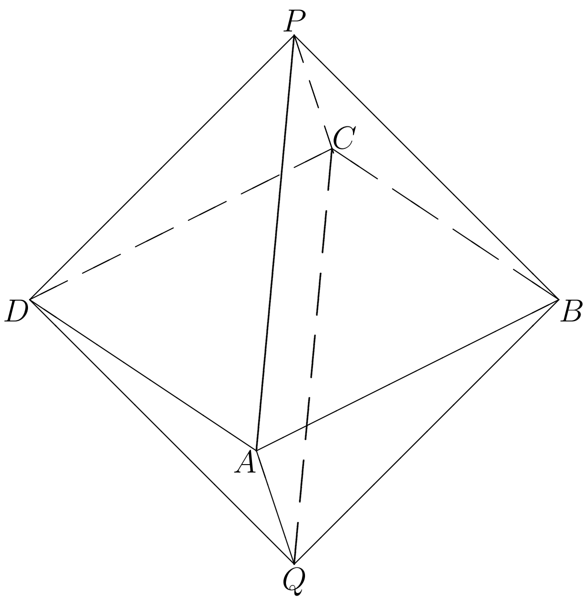
$a^k = a^l = a^m = a^n = a^3 = a^{-1}$. $\quad k * m = a$,

Нетрудно понять, что

$$D_8 = \{ \qquad\qquad \} \leftthreetimes \{ \quad \} = \{ \qquad\qquad \} \leftthreetimes \{ \quad \} =$$

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

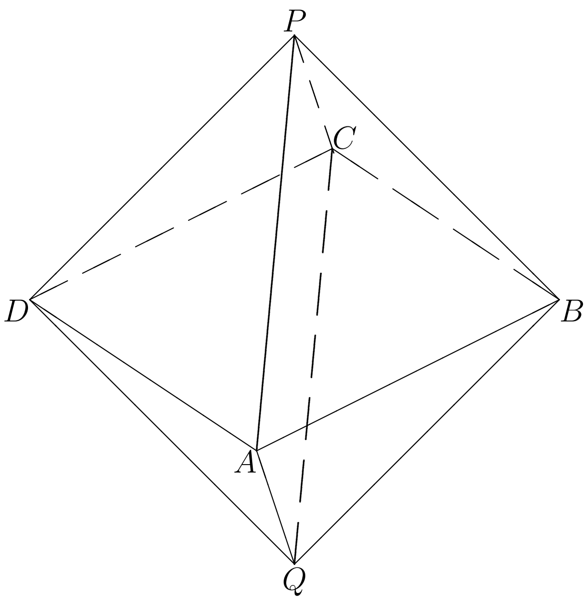
$a^k = a^l = a^m = a^n = a^3 = a^{-1}.\quad k * m = a,$

Нетрудно понять, что

$$D_8 = \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, k\} = \{\qquad\qquad\} \leftthreetimes \{\quad\} =$$

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ.



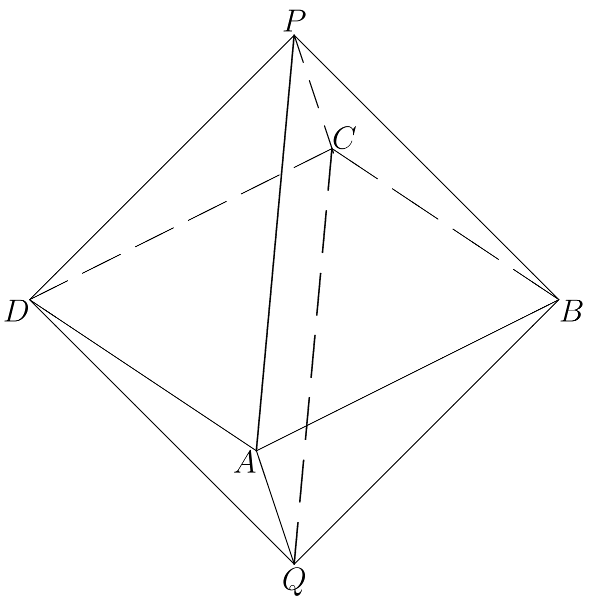
x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

$a^k = a^l = a^m = a^n = a^3 = a^{-1}.\quad k * m = a,$
Нетрудно понять, что

$$D_8 = \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, k\} = \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, l\} =$$

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

$a^k = a^l = a^m = a^n = a^3 = a^{-1}$. $\quad k * m = a$,

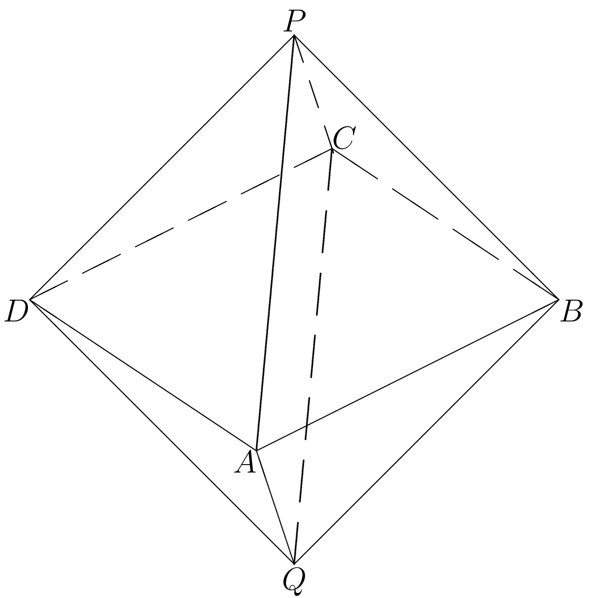
Нетрудно понять, что

$$D_8 = \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, k\} = \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, l\} =$$

$$= \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, m\} = \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, n\} =$$

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

$a^k = a^l = a^m = a^n = a^3 = a^{-1}$. $\quad k * m = a$,

Нетрудно понять, что

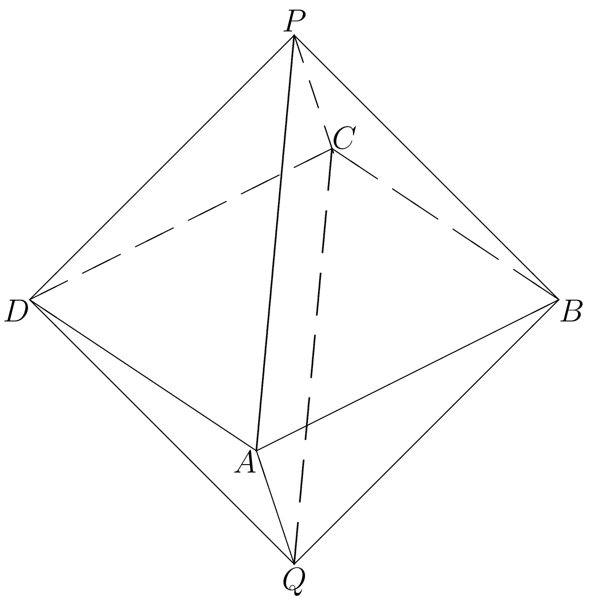
$$D_8 = \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, k\} = \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, l\} =$$

$$= \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, m\} = \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, n\} =$$

$$= \left(\{e, a^2\} \times \{e, m\}\right) \leftthreetimes \{e, k\} =$$

Задача 12. Найдите разложение в полупрямое произведение подгрупп группы D_8 поворотов диедра с квадратным «основанием», приводящих к его самосовмещению.

Ответ.



x	A	B	C	D	P	Q
$e(x)$	A	B	C	D	P	Q
$a(x)$	D	A	B	C	P	Q
$a^2(x)$	C	D	A	B	P	Q
$a^3(x)$	C	D	A	B	P	Q
$k(x)$	C	B	A	D	Q	P
$l(x)$	A	D	C	B	Q	P
$m(x)$	B	A	D	C	Q	P
$n(x)$	D	C	B	A	Q	P

$a^k = a^l = a^m = a^n = a^3 = a^{-1}$. $\quad k * m = a$,

Нетрудно понять, что

$$D_8 = \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, k\} = \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, l\} =$$

$$= \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, m\} = \{e, a, a^2, a^3\} \leftthreetimes \{e, n\} =$$

$$= \left(\{e, a^2\} \times \{e, m\}\right) \leftthreetimes \{e, k\} =$$

$$= \left(\{e, a^2\} \times \{e, k\}\right) \leftthreetimes \{e, m\}.$$

Решение задачи 13.

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ. Левые смежные классы по подгруппе $\{a,\ p\}$ (элементы множества Ω) равны:

$$\{a,\ p\}, \quad b * \{a,\ p\} = \qquad\quad , \quad c * \{a,\ p\} =$$

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ. Левые смежные классы по подгруппе $\{a,\ p\}$ (элементы множества Ω) равны:

$$\{a,\ p\}, \quad b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}, \quad c * \{a,\ p\} =$$

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ. Левые смежные классы по подгруппе $\{a,\ p\}$ (элементы множества Ω) равны:

$$\{a,\ p\},\quad b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\},\quad c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}.$$

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a			
b			
c			
p			
q			
r			

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$a * \{a,\ p\}$	$a * \{b,\ q\}$	$a * \{c,\ r\}$
b			
c			
p			
q			
r			

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$a * \{c,\ r\}$
b			
c			
p			
q			
r			

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b			
c			
p			
q			
r			

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ g	$\{a,\ p\} =$ $= \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} =$ $= \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} =$ $= \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$b * \{a,\ p\}$	$b * \{b,\ q\}$	$b * \{c,\ r\}$
c			
p			
q			
r			

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$b * \{b,\ q\}$	$b * \{c,\ r\}$
c			
p			
q			
r			

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$b * \{c,\ r\}$
c			
p			
q			
r			

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c			
p			
q			
r			

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p			
q			
r			

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q			
r			

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r			

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$

$x * \{a,\ b,\ c\}$ / g	$\{a,\ b,\ c\} = \{a,\ b,\ c\}$	$p * \{a,\ b,\ c\} = \{p,\ q,\ r\}$
a		
b		
c		
p		
q		
r		

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ g	$\{a,\ p\} =$ $= \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} =$ $= \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} =$ $= \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$

$x * \{a,\ b,\ c\}$ g	$\{a,\ b,\ c\} =$ $= \{a,\ b,\ c\}$	$p * \{a,\ b,\ c\} =$ $= \{p,\ q,\ r\}$
a	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
b		
c		
p		
q		
r		

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$

$x * \{a,\ b,\ c\}$ / g	$\{a,\ b,\ c\} = \{a,\ b,\ c\}$	$p * \{a,\ b,\ c\} = \{p,\ q,\ r\}$
a	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
b	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
c		
p		
q		
r		

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$

$x * \{a,\ b,\ c\}$ / g	$\{a,\ b,\ c\} = \{a,\ b,\ c\}$	$p * \{a,\ b,\ c\} = \{p,\ q,\ r\}$
a	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
b	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
c	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
p		
q		
r		

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$

$x * \{a,\ b,\ c\}$ / g	$\{a,\ b,\ c\} = \{a,\ b,\ c\}$	$p * \{a,\ b,\ c\} = \{p,\ q,\ r\}$
a	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
b	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
c	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
p	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
q		
r		

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$

$x * \{a,\ b,\ c\}$ / g	$\{a,\ b,\ c\} = \{a,\ b,\ c\}$	$p * \{a,\ b,\ c\} = \{p,\ q,\ r\}$
a	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
b	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
c	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
p	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
q	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
r		

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$

$x * \{a,\ b,\ c\}$ / g	$\{a,\ b,\ c\} = \{a,\ b,\ c\}$	$p * \{a,\ b,\ c\} = \{p,\ q,\ r\}$
a	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
b	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
c	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
p	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
q	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
r	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$

$x * \{a,\ b,\ c\}$ / g	$\{a,\ b,\ c\} = \{a,\ b,\ c\}$	$p * \{a,\ b,\ c\} = \{p,\ q,\ r\}$
a	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
b	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
c	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
p	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
q	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
r	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$

Ядро гомоморфизма φ —

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$

$x * \{a,\ b,\ c\}$ / g	$\{a,\ b,\ c\} = \{a,\ b,\ c\}$	$p * \{a,\ b,\ c\} = \{p,\ q,\ r\}$
a	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
b	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
c	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
p	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
q	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
r	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$

Ядро гомоморфизма φ — единичное.

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$

$x * \{a,\ b,\ c\}$ / g	$\{a,\ b,\ c\} = \{a,\ b,\ c\}$	$p * \{a,\ b,\ c\} = \{p,\ q,\ r\}$
a	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
b	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
c	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
p	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
q	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
r	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$

Ядро гомоморфизма φ — единичное.

Ядро гомоморфизма ψ равно

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$	$\{a,\ p\} =$	$b * \{a,\ p\} =$	$c * \{a,\ p\} =$
g	$= \{a,\ p\}$	$= \{b,\ q\}$	$= \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$

$x * \{a,\ b,\ c\}$	$\{a,\ b,\ c\} =$	$p * \{a,\ b,\ c\} =$
g	$= \{a,\ b,\ c\}$	$= \{p,\ q,\ r\}$
a	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
b	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
c	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
p	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
q	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
r	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$

Ядро гомоморфизма φ — единичное.

Ядро гомоморфизма ψ равно $\{a,\ b,\ c\}$.

Задача 13. Найти **регулярные представления** φ и ψ **группы** D_6 по подгруппе $\{a,\ p\}$ и, соответственно, по подгруппе $\{a, b, c\}$. Найти **ядра гомоморфизмов** φ и ψ.

Ответ.

$x * \{a,\ p\}$ / g	$\{a,\ p\} = \{a,\ p\}$	$b * \{a,\ p\} = \{b,\ q\}$	$c * \{a,\ p\} = \{c,\ r\}$
a	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$
b	$\{b,\ q\}$	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$
c	$\{c,\ r\}$	$\{a,\ p\}$	$\{b,\ q\}$
p	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$
q	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$	$\{c,\ r\}$
r	$\{c,\ r\}$	$\{b,\ q\}$	$\{a,\ p\}$

$x * \{a,\ b,\ c\}$ / g	$\{a,\ b,\ c\} = \{a,\ b,\ c\}$	$p * \{a,\ b,\ c\} = \{p,\ q,\ r\}$
a	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
b	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
c	$\{a,\ b,\ c\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
p	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
q	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$
r	$\{p,\ q,\ r\}$	$\{a,\ b,\ c\}$

Ядро гомоморфизма φ — единичное.

Ядро гомоморфизма ψ равно $\{a,\ b,\ c\}$.

Вернёмся к лекции?

Решение задачи 14.

Задача 14. Найдите **матричное представление** «группы **кватернионов**» Q_8.

Задача 14. Найдите **матричное представление** «группы **кватернионов**» Q_8.

Ответ. Для задания требуемого гомоморфизма естественно воспользоваться **соответствующей формулой**:

Задача 14. Найдите матричное представление «группы кватернионов» Q_8.

Ответ. Для задания требуемого гомоморфизма естественно воспользоваться соответствующей формулой:

x	1	-1	i	$-i$
$\psi(x)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$

x	j	$-j$	k	$-k$
$\psi(x)$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$

Решение задачи 15.

Задача 15. Найти представление **группы диедра** D_6.

Задача 15. Найти представление **группы диедра** D_6.

Ответ. Пример точного неприводимого представления:

Задача 15. Найти представление **группы диедра** D_6.

Ответ. Пример точного неприводимого представления:

x	a	b	c
$\varphi(x)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

x	p	q	r
$\varphi(x)$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?