Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Поиск доказательства теоремы

Раздел электронного учебника
для сопровождения лекции

Изд. 4-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2012

I. Понятие доказательства

Обычно для обоснования справедливости того или иного утверждения приводятся доводы разного характера, в частности, очень популярны и эффективны рассуждения «по аналогии». К сожалению, рассуждения такого рода *не гарантируют* верности обосновываемого утверждения. Для того чтобы убедиться в справедливости того или иного высказывания (в частности, математической теоремы или формулы), в науке применяется методика, называемая *доказательством*.

I. Понятие доказательства

Обычно для обоснования справедливости того или иного утверждения приводятся доводы разного характера, в частности, очень популярны и эффективны рассуждения «по аналогии». К сожалению, рассуждения такого рода *не гарантируют* верности обосновываемого утверждения. Для того чтобы убедиться в справедливости того или иного высказывания (в частности, математической теоремы или формулы), в науке применяется методика, называемая *доказательством.*

По-видимому, наиболее строго «регламентирована» процедура доказательства в математике, где она представляет собой, в идеале, сугубо формальную процедуру.

I. Понятие доказательства

Обычно для обоснования справедливости того или иного утверждения приводятся доводы разного характера, в частности, очень популярны и эффективны рассуждения «по аналогии». К сожалению, рассуждения такого рода *не гарантируют* верности обосновываемого утверждения. Для того чтобы убедиться в справедливости того или иного высказывания (в частности, математической теоремы или формулы), в науке применяется методика, называемая *доказательством*.

Применение процедуры доказательства *гарантирует*, что если в какой-либо ситуации выполняются условия теоремы, то ее заключение будет также верно в этой ситуации (не будем уточнять некоторые нюансы).

I. Понятие доказательства

Таким образом, если теорема доказана ранее, и мы знаем, что в рассматриваемой ситуации ее условие выполнено, то излишне проверять, выполнено ли заключение: его истинность *гарантирована* доказательством теоремы (если в нем нет ошибок).

I. Понятие доказательства

Таким образом, если теорема доказана ранее, и мы знаем, что в рассматриваемой ситуации ее условие выполнено, то излишне проверять, выполнено ли заключение: его истинность *гарантирована* доказательством теоремы (если в нем нет ошибок).

Формирование процедуры доказательства является достижением математики, роль которого трудно переоценить. История этого формирования была долгой и трудной и изобиловала драматическими моментами.

I. Понятие доказательства

Таким образом, если теорема доказана ранее, и мы знаем, что в рассматриваемой ситуации ее условие выполнено, то излишне проверять, выполнено ли заключение: его истинность *гарантирована* доказательством теоремы (если в нем нет ошибок).

Формирование процедуры доказательства является достижением математики, роль которого трудно переоценить. История этого формирования была долгой и трудной и изобиловала драматическими моментами.

Существует математическая теория доказательств, с которой, однако, мы в данном курсе знакомиться не будем.

I. Понятие доказательства

Таким образом, если теорема доказана ранее, и мы знаем, что в рассматриваемой ситуации ее условие выполнено, то излишне проверять, выполнено ли заключение: его истинность *гарантирована* доказательством теоремы (если в нем нет ошибок).

Формирование процедуры доказательства является достижением математики, роль которого трудно переоценить. История этого формирования была долгой и трудной и изобиловала драматическими моментами.

Существует математическая теория доказательств, с которой, однако, мы в данном курсе знакомиться не будем.

В этом разделе мы рассмотрим один из механизмов[1] разработки доказательства утверждений наиболее часто встречающихся в математике типов.

[1]Называемый аналитическим методом или методом восходящего анализа.

II. Рассматриваемые типы теорем

Мы рассмотрим 2 типа теорем: **теоремы-импликации** и **теоремы-эквиваленции** (необходимые пояснения даны ниже). Кроме того, в качестве «вспомогательного средства» из методических соображений выделим еще один тип теорем, который назовем *теоремами-свойствами*. Как мы увидим, обычно теорема-свойство представляет собой частный случай теоремы-импликации.

II. Рассматриваемые типы теорем

Мы рассмотрим 2 типа теорем: **теоремы-импликации** и **теоремы-эквиваленции** (необходимые пояснения даны ниже). Кроме того, в качестве «вспомогательного средства» из методических соображений выделим еще один тип теорем, который назовем *теоремами-свойствами*.

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

II. Рассматриваемые типы теорем

Мы рассмотрим 2 типа теорем: **теоремы-импликации** и **теоремы-эквиваленции** (необходимые пояснения даны ниже). Кроме того, в качестве «вспомогательного средства» из методических соображений выделим еще один тип теорем, который назовем *теоремами-свойствами*.

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*». Пример *теоремы-импликации*: «в равностороннем треугольнике все углы равны между собой».

II. Рассматриваемые типы теорем

Мы рассмотрим 2 типа теорем: **теоремы-импликации** и **теоремы-эквиваленции** (необходимые пояснения даны ниже). Кроме того, в качестве «вспомогательного средства» из методических соображений выделим еще один тип теорем, который назовем *теоремами-свойствами*.

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*». Пример *теоремы-импликации*: «в равностороннем треугольнике все углы равны между собой».Действительно, ее можно сформулировать в виде:

$$\text{если } \underbrace{\text{треугольник — равносторонний}}_{\textit{условие} \text{ или } \textit{посылка} \text{ теоремы}}, \text{ то } \underbrace{\text{все его углы равны между собой}}_{\textit{заключение} \text{ теоремы}}$$

II. Рассматриваемые типы теорем

Мы рассмотрим 2 типа теорем: **теоремы-импликации** и **теоремы-эквиваленции** (необходимые пояснения даны ниже). Кроме того, в качестве «вспомогательного средства» из методических соображений выделим еще один тип теорем, который назовем *теоремами-свойствами*.

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*». Пример *теоремы-импликации*: «в равностороннем треугольнике все углы равны между собой».Действительно, ее можно сформулировать в виде:

$$\text{если } \underbrace{\text{треугольник — равносторонний}}_{\textit{условие} \text{ или } \textit{посылка} \text{ теоремы}}, \text{ то } \underbrace{\text{все его углы равны между собой}}_{\textit{заключение} \text{ теоремы}}$$

Схематически теорему вида «если A, то B» обозначают формулой $A \Rightarrow B$.

II. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B».

II. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B».

Помимо формулировки «A тогда и только тогда, когда B» применяются формулировки типа «A если и только если B», «A эквивалентно B», «для A необходимо и достаточно B», и т.п.

II. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B».

Помимо формулировки «A тогда и только тогда, когда B» применяются формулировки типа «A если и только если B», «A эквивалентно B», «для A необходимо и достаточно B», и т.п.

Пример **теоремы-эквиваленции**: «целое число является четным тогда и только тогда, когда его последняя цифра либо четная, либо равна 0».

II. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B».

Помимо формулировки «A тогда и только тогда, когда B» применяются формулировки типа «A если и только если B», «A эквивалентно B», «для A необходимо и достаточно B», и т.п.

Пример **теоремы-эквиваленции**: «целое число является четным тогда и только тогда, когда его последняя цифра либо четная, либо равна 0».

Схематически теорему-эквиваленцию «A тогда и только тогда, когда B» обозначают формулой $A \Leftrightarrow B$.

II. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B».

Отметим, что теоремы-эквиваленции обычно называют **критериями**. Утверждение $P \Leftrightarrow Q$, то есть P, *если, и только если* Q, эквивалентно утверждению об одновременной истинности высказываний $P \Rightarrow Q$ и $Q \Rightarrow P$, то есть утверждений «если P, то Q» и «если Q, то P». Поэтому доказательство теоремы-эквиваленции сводится к доказательству двух теорем-импликаций.

II. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-свойство обычно утверждает, что все элементы из некоторого множества M обладают свойством S. Примеры теорем-свойств: «сумма всех углов треугольника равна 180°», или «$\log_a bc = \log_a b + \log_a c$». Теорема-свойство обычно является теоремой-импликацией:

$$\text{если } \underbrace{x - \text{элемент множества } A,}\ \text{то } \underbrace{x \text{ обладает свойством } S}.$$

Например, на самом деле теорема $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ формулируется так: «если a, b, c — положительные числа и $a \neq 1$, то $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$».

Реже теорема-свойство является теоремой-эквиваленцией, например: *в равносторонних треугольниках, и только в них, все углы равны по* 60°.

III. Прямая и обратные теоремы

Если $A \Rightarrow B$ — теорема-импликация, то теорема $B \Rightarrow A$ называется **обратной** к ней теоремой, при этом исходную теорему называют еще **прямой теоремой**. Кроме того, обратными к теореме $\left\{\begin{array}{l} A, \\ B \end{array}\right. \Rightarrow C$ еще называют теоремы типа $\left\{\begin{array}{l} A, \\ B \end{array}\right. \Rightarrow B$ и $\left\{\begin{array}{l} C, \\ B \end{array}\right. \Rightarrow A.$

Рассмотреть пример?

IV. Обратная теорема и теорема-эквиваленция

Теорема-эквиваленция $A \Leftrightarrow B$ справедлива тогда и только тогда, когда

IV. Обратная теорема и теорема-эквиваленция

Теорема-эквиваленция $A \Leftrightarrow B$ справедлива тогда и только тогда, когда выполняется и теорема-импликация $A \Rightarrow B$, и обратная к ней теорема $B \Rightarrow A$.

V. «Генерация» и «оформление» доказательства теоремы

Рассматриваемая схема предназначена, в первую очередь, для доказательства сравнительно простых утверждений, таких, доказательства которых в математических работах обычно не приводятся, а заменяются фразами типа «очевидно», «легко доказать» и т.п. Эта схема представляет собой вариант применения метода восходящего анализа, т.е. может рассматриваться как результат применения **стратегии предвкушения**.

V. «Генерация» и «оформление» доказательства теоремы

Что представляет собой доказательство? Это цепочка утверждений $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$, где каждое из утверждений φ_i является либо «заведомо верным утверждением» (например $3 = 3$), или утверждением, доказанным ранее, или следствием из предыдущих (выписанных в этой цепочке ранее) утверждений[2].

[2]Речь идет о логическом правиле modus ponens: из утверждений α и $\alpha \Rightarrow \beta$ следует утверждение β.

V. «Генерация» и «оформление» доказательства теоремы

Процесс доказательства математического утверждения (то есть процесс «создания» последовательности утверждений $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$) можно разделить на два этапа[3]: этап «генерации» и этап «оформления».

[3]Иными словами, это этапы подготовки «черновика» и «чистовика» доказательства.

V. «Генерация» и «оформление» доказательства теоремы

Процесс доказательства математического утверждения (то есть процесс «создания» последовательности утверждений $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$) можно разделить на два этапа: этап «генерации» и этап «оформления». На первом этапе получаем все требуемые для доказательства «аргументы» φ_i, на втором — выписываем их в логической последовательности.

V. «Генерация» и «оформление» доказательства теоремы

Процесс доказательства математического утверждения (то есть процесс «создания» последовательности утверждений $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$) можно разделить на два этапа: этап «генерации» и этап «оформления». На первом этапе получаем все требуемые для доказательства «аргументы» φ_i, на втором — выписываем их в логической последовательности. На этапе <u>генерации</u> доказательство очередной импликации (то есть утверждения «если..., то...») **сводится к доказательству** другой импликации с помощью описанных ниже действий, пока, наконец, не получим истинное утверждение: либо уже доказанное ранее, либо аксиому, либо утверждение типа «если A, то A», которое, очевидно, верно для любого высказывания A.

V. «Генерация» и «оформление» доказательства теоремы

Процесс доказательства математического утверждения (то есть процесс «создания» последовательности утверждений $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$) можно разделить на два этапа: этап «генерации» и этап «оформления». На этапе оформления мы наоборот, начинаем с верных утверждений, потом получаем из них следствия, из которых снова выводим следствия, и т.п. Последним следствием в этой цепочке должно быть доказываемое утверждение.

V.1. Этап генерации

На этапе генерации необходимо:

1. Опознать тип доказываемого утверждения — это теорема-эквиваленция, теорема-импликация или теорема-свойство. Если это не теорема-импликация, то свести доказательство исходного утверждения к доказательству теоремы-импликации.

V.1. Этап генерации

На этапе генерации необходимо:

1. Опознать тип доказываемого утверждения — это теорема-эквиваленция, теорема-импликация или теорема-свойство. При необходимости свести доказательство к доказательству теоремы-импликации.

2. Выделить высказывание, справедливость которого утверждается в заключении: обычно это равенство, неравенство, включение, делимость...

V.1. Этап генерации

На этапе генерации необходимо:

1. Опознать тип доказываемого утверждения — это теорема-эквиваленция, теорема-импликация или теорема-свойство. При необходимости свести доказательство к доказательству теоремы-импликации.

2. Выделить высказывание, справедливость которого утверждается в заключении: обычно это равенство, неравенство, включение, делимость...

3. Найти утверждение, из которого следует выделенное в предыдущем пункте высказывание. Для этого надо использовать *определения*, посылку, доказанные теоремы, информацию о методах доказательства (например, метод «от противного»).

V.2. Этап оформления

«Оформление доказательства». В логике принято естественное правило: импликация в целом при *неверной* посылке считается *истинной* независимо от истинности или ложности ее заключения.

V.2. Этап оформления

«Оформление доказательства». В логике принято естественное правило: импликация в целом при *неверной* посылке считается *истинной* независимо от истинности или ложности ее заключения.

В самом деле, если истинно какое-либо утверждение о, допустим, равнобедренных треугольниках, а рассматриваемый треугольник — не равнобедренный, то это «не нарушит» истинности утверждения «если треугольник $\triangle$ равнобедренный, то ...».

V.2. Этап оформления

«Оформление доказательства». В логике принято естественное правило: импликация в целом при *неверной* посылке считается *истинной* независимо от истинности или ложности ее заключения.

В самом деле, если истинно какое-либо утверждение о, допустим, равнобедренных треугольниках, а рассматриваемый треугольник — не равнобедренный, то это «не нарушит» истинности утверждения «если треугольник $\triangle$ равнобедренный, то ...».

Дело в том, что в противном случае мы могли бы *неравнобедренный* треугольник считать контрпримером к этому утверждению, но о неравнобедренных треугольниках в нем ничего не говорилось! Поэтому в ситуации, когда условие теоремы-импликации не выполняется, эта теорема считается истинной.

V.2. Этап оформления

«Оформление доказательства». В логике принято естественное правило: импликация в целом при *неверной* посылке считается *истинной* независимо от истинности или ложности ее заключения.

Таким образом, рассмотрения требует только случай, когда посылка (то есть условие) теоремы истинно. Поэтому оформление доказательства обычно начинается с «ритуальной фразы»: пусть выполнено условие теоремы (как правило, в этом месте приводится формулировка посылки доказываемой импликации). Дальше выписываются следствия из нее с использованием найденных на этапе «генерации» аргументов.

V.2. Этап оформления

«Оформление доказательства». В логике принято естественное правило: импликация в целом при *неверной* посылке считается *истинной* независимо от истинности или ложности ее заключения.

Таким образом, рассмотрения требует только случай, когда посылка (то есть условие) теоремы истинно. Поэтому оформление доказательства обычно начинается с «ритуальной фразы»: пусть выполнено условие теоремы (как правило, в этом месте приводится формулировка посылки доказываемой импликации). Дальше выписываются следствия из нее с использованием найденных на этапе «генерации» аргументов.

Последним следствием должно быть заключение теоремы.

Рассмотреть пример?

VI. Специфические методы доказательства: математическая индукция

В разных областях науки часто имеются более или менее специфические методы доказательств или, по крайней мере, особые версии общих методов. Одним из самых распространенных методов доказательства является *метод индукции*, при котором обоснованием истинности утверждения является тот факт, что во всех исследованных ситуациях это утверждение подтверждается. Например, доказательством того, что Земля притягивает физические тела, является тот факт, что это утверждение подтверждается в каждом проводимом нами эксперименте.

VI. Специфические методы доказательства: математическая индукция

Разумеется, этот метод доказательства не гарантирует верности утверждения. Например, может быть, что исключения из общего правила все-таки есть, но они очень редки. В математике в настоящее время основным критерием истинности утверждения является формальное доказательство, а не подтверждение теоретических результатов на практике. Это связано с тем, что современные математические теории исключительно абстрактны и носят, как правило, «чисто грамматический» характер, а семантика зачастую совсем не рассматривается. Поэтому принцип индукции в математике претерпел существенные изменения, стал более четким и формальным и называется «математической индукцией».

VI. Специфические методы доказательства: математическая индукция

Применяется он для доказательства высказывания, в котором в качестве одного из субъектов выступает целое число n, причем $n \geq n_0$. Например, это формула $1+2+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$ (здесь $n_0=1$) или утверждение о том, что сумма углов выпуклого n-угольника равна $\pi(n-2)$ (здесь $n_0=3$). При этом зачастую доказать утверждение сразу для любого $n \geq n_0$ бывает невозможно. В этом случае применяется метод математической индукции.

VI.1. База и шаг математической индукции

Суть **метода математической индукции** состоит в том, что доказательство предиката $U(n)$, $n \geq n_0$, разбивается на два этапа: доказательство **базы индукции** и **шага индукции**.

VI.1. База и шаг математической индукции

Суть **метода математической индукции** состоит в том, что доказательство предиката $U(n)$, $n \geq n_0$, разбивается на два этапа: доказательство **базы индукции** и **шага индукции**.

База индукции: необходимо убедиться в верности утверждения $U(n_0)$.

VI.1. База и шаг математической индукции

Суть **метода математической индукции** состоит в том, что доказательство предиката $U(n)$, $n \geq n_0$, разбивается на два этапа: доказательство **базы индукции** и **шага индукции**.

База индукции: необходимо убедиться в верности утверждения $U(n_0)$.

Шаг индукции: шаг индукции заключается в доказательстве $U(n)$ в предположении, что все утверждения $U(m)$ верны для $n_0 \leq m < n$.

Рассмотреть пример?

VI.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

VI.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

В самом деле, пусть мы провели доказательство методом математической индукции, то есть база и шаг индукции доказаны. Пусть, тем не менее, предикат $U(n)$ справедлив не для любого $n \geq n_0$.

VI.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

В самом деле, пусть мы провели доказательство методом математической индукции, то есть база и шаг индукции доказаны. Пусть, тем не менее, предикат $U(n)$ справедлив не для любого $n \geq n_0$.

Выберем наименьший такой номер $n \geq n_0$, для которого $U(n)$ неверно.

VI.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

В самом деле, пусть мы провели доказательство методом математической индукции, то есть база и шаг индукции доказаны. Пусть, тем не менее, предикат $U(n)$ справедлив не для любого $n \geq n_0$.

Выберем наименьший такой номер $n \geq n_0$, для которого $U(n)$ неверно.

Если $n = n_0$, то это противоречит доказанной базе индукции.

VI.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

В самом деле, пусть мы провели доказательство методом математической индукции, то есть база и шаг индукции доказаны. Пусть, тем не менее, предикат $U(n)$ справедлив не для любого $n \geq n_0$.

Выберем наименьший такой номер $n \geq n_0$, для которого $U(n)$ неверно.

Если $n = n_0$, то это противоречит доказанной базе индукции.

Значит, $n > n_0$. Так как n — *наименьший* такой номер, что $U(n)$ неверно, то для любого такого m, что $n_0 \leq m < n$, утверждение $U(m)$ верно.

VI.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

В самом деле, пусть мы провели доказательство методом математической индукции, то есть база и шаг индукции доказаны. Пусть, тем не менее, предикат $U(n)$ справедлив не для любого $n \geq n_0$.

Выберем наименьший такой номер $n \geq n_0$, для которого $U(n)$ неверно.

Если $n = n_0$, то это противоречит доказанной базе индукции.

Значит, $n > n_0$. Так как n — *наименьший* такой номер, что $U(n)$ неверно, то для любого такого m, что $n_0 \leq m < n$, утверждение $U(m)$ верно. Но тогда, согласно доказанному **шагу индукции**,

VI.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

В самом деле, пусть мы провели доказательство методом математической индукции, то есть база и шаг индукции доказаны. Пусть, тем не менее, предикат $U(n)$ справедлив не для любого $n \geq n_0$.

Выберем наименьший такой номер $n \geq n_0$, для которого $U(n)$ неверно.

Если $n = n_0$, то это противоречит доказанной базе индукции.

Значит, $n > n_0$. Так как n — *наименьший* такой номер, что $U(n)$ неверно, то для любого такого m, что $n_0 \leq m < n$, утверждение $U(m)$ верно. Но тогда, согласно доказанному **шагу индукции**, $U(n)$ тоже верно, что противоречит выбору n.

VI.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Таким образом, **если доказаны база и шаг индукции, то** $U(n)$ **истинно для любого** $n \geq n_0$.

Из вышесказанного можно сделать следующий вывод:

При доказательстве шага индукции необходимо свести ситуацию к случаю меньшего, чем «текущее», значения параметра n.

Рассмотреть пример?

VII. Если непонятно, как доказать...

Что делать, если после прочтения доказательства что-то осталось для вас непонятным? Можно предложить несколько способов преодоления этого затруднения.

VII. Если непонятно, как доказать...

1. Еще раз проанализировать *определения* понятий, использованных в формулировке и доказательстве теоремы.

VII. Если непонятно, как доказать...

1. Еще раз проанализировать *определения* понятий, использованных в формулировке и доказательстве теоремы.

2. Следует еще раз подробно рассмотреть приведенное в книге доказательство. Возможно, вы не обратили внимание на какую-то деталь, оказавшуюся существенной.

VII. Если непонятно, как доказать...

1. Еще раз проанализировать *определения* понятий, использованных в формулировке и доказательстве теоремы.

2. Следует еще раз подробно рассмотреть приведенное в книге доказательство. Возможно, вы не обратили внимание на какую-то деталь, оказавшуюся существенной.

3. Если это не помогло, следует применить прием *конкретизации*, т.е. рассмотреть пример. Нередко достаточно придать переменным конкретные значения. Может оказаться, что при этих значениях переменных не все рассматриваемые утверждения верны, но тем не менее вам станет понятной причина затруднения.

VII. Если непонятно, как доказать...

4. Можно попытаться самостоятельно доказать теорему, используя рассмотренные выше рекомендации.Как ни странно, именно попытка самостоятельно осуществить доказательство иногда помогает разобраться в непонятном рассуждении.

VII. Если непонятно, как доказать...

4. Можно попытаться самостоятельно доказать теорему, используя рассмотренные выше рекомендации.Как ни странно, именно попытка самостоятельно осуществить доказательство иногда помогает разобраться в непонятном рассуждении.

5. Как комбинацию последних двух рекомендаций можно рассматривать совет *попытаться построить контрпримеры* к доказываемому утверждению.

VII. Если непонятно, как доказать...

6. Рассмотреть варианты доказательств, приведенные в других книгах. Вместе с тем следует иметь в виду, что в другом учебнике может использоваться другая последовательность изложения, даже другая аксиоматика, поэтому некоторые утверждения при этом изложении доказываются намного легче, чем, допустим, в нашей рабьоте, но доказательство других утверждений становится более сложным. Иногда упрощение достигается за счет применения не совсем корректных определений и рассуждений. Тем не менее, разумеется, желательно знать и другие подходы к рассматриваемому материалу.

VII. Если непонятно, как доказать...

7. Учитывая особую роль отношения равенства в математике, выделим способы доказательства равенства. **Доказательство равенства** $L = R$ обычно осуществляется одним из следующих способов: а) сведением к двум неравенствам $L \leq R$ и $L \geq R$ или **включениям** $L \subseteq R$ и $L \supseteq R$; б) приведением к известному тождеству с помощью равносильных преобразований; в) методом «от противного». В данной работе мы будем использовать, в основном, первый из этих способов, поскольку мы рассмотрим весьма ограниченный набор тождеств алгебры подмножеств, что затрудняет применение метода доказательства «от противного».

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?

Вернуться к решению систем уравнений?