Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Многочлены (полиномы)

Раздел электронного учебника
для сопровождения практического занятия

Изд. 4-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2012

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 \quad \Big| \, \underline{2x^3 + x^2 - 2x - 1}$$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$\begin{array}{l|l} \boxed{6x^4} + x^3 - 8x^2 - x + 2 & \boxed{2x^3} + x^2 - 2x - 1 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$
\begin{array}{l|l}
6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\ \cline{2-2}
 & 3x
\end{array}
$$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$\begin{array}{r|l} 6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\ \cline{2-2} -6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x & 3x \\ \hline \end{array}$$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$
\begin{array}{r|l}
6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\
\cline{2-2}
-\,6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x \phantom{{}+2} & 3x \\
\cline{1-1}
-2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 &
\end{array}
$$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4+x^3-8x^2-x+2$ *на многочлен* $2x^3+x^2-2x-1$.

Решение.

$$
\begin{array}{rl|l}
 & 6x^4+x^3-8x^2-x+2 & 2x^3+x^2-2x-1 \\ \cline{3-3}
- & 6x^4+3x^3-6x^2-3x & 3x \\ \cline{2-2}
 & \quad -2x^3-2x^2+2x+2 &
\end{array}
$$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$
\begin{array}{r|l}
6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & \boxed{2x^3} + x^2 - 2x - 1 \\
\cline{2-2}
-\underline{6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x\phantom{{}+2}} & 3x - 1 \\
\boxed{-2x^3} - 2x^2 + 2x + 2 &
\end{array}
$$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$
\begin{array}{l|l}
6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\
\cline{2-2}
-\,6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x & 3x - 1 \\
\cline{1-1}
\qquad -2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 & \\
\quad -\,-2x^3 - x^2 + 2x + 1 & \\
\cline{1-1}
\end{array}
$$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$
\begin{array}{l|l}
6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\
\cline{2-2}
-\,6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x & 3x - 1 \\
\cline{1-1}
\qquad -2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 & \\
\quad -\,-2x^3 - x^2 + 2x + 1 & \\
\cline{1-1}
\qquad\qquad -x^2 + 1 &
\end{array}
$$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$
\begin{array}{r|l}
6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\ \cline{2-2}
-\,6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x \phantom{{}+2} & 3x - 1 \\ \cline{1-1}
-\,2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 & \\
-\,-2x^3 - x^2 + 2x + 1 & \\ \cline{1-1}
-\,x^2 + 1 &
\end{array}
$$

Степень многочлена $\left(-x^2 + 1\right)$ меньше степени делителя, т.е. степени многочлена $\left(2x^3 + x^2 - 2x - 1\right)$. Поэтому многочлен $\left(-x^2 + 1\right)$ является остатком от деления многочлена $\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right)$ на многочлен $\left(2x^3 + x^2 - 2x - 1\right)$.

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$\begin{array}{r|l}
6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\ \cline{2-2}
-\,\underline{6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x} & 3x - 1 \\
-2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 & \\
-\,\underline{-2x^3 - x^2 + 2x + 1} & \\
-x^2 + 1 &
\end{array}$$

Представим многочлен $\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right)$ выражением от полученных многочленов:

$\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right) =$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$
\begin{array}{rr|l}
 & 6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\ \cline{3-3}
- & 6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x & 3x - 1 \\ \cline{1-2}
 & -2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 & \\
- & -2x^3 - x^2 + 2x + 1 & \\ \cline{1-2}
 & -x^2 + 1 &
\end{array}
$$

Представим многочлен $\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right)$ выражением от полученных многочленов:

$\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right) =$

Если «Ой, а как это?», перейдите к следующему слайду.

Если вы уже получили искомое выражение, наведите указатель мыши на эту надпись и «кликните» левой кнопкой.

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$\begin{array}{r|l} 6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\ \cline{2-2} -\;6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x \phantom{{}+2} & 3x - 1 \\ \cline{1-1} -2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 & \\ -\;-2x^3 - x^2 + 2x + 1 & \\ \cline{1-1} -x^2 + 1 & \end{array}$$

Представим многочлен $\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right)$ выражением от полученных многочленов:

$\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right) =$

Рассмотрим пример: $\begin{array}{r|l} 21 & 4 \\ \cline{2-2} 20 & 5 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4+x^3-8x^2-x+2$ *на многочлен* $2x^3+x^2-2x-1$.

Решение.

$$
\begin{array}{rl|l}
 & 6x^4+x^3-8x^2-x+2 & 2x^3+x^2-2x-1 \\ \cline{3-3}
- & 6x^4+3x^3-6x^2-3x & 3x-1 \\ \cline{1-2}
 & -2x^3-2x^2+2x+2 & \\
- & -2x^3-x^2+2x+1 & \\ \cline{1-2}
 & -x^2+1 &
\end{array}
$$

Представим многочлен $\left(6x^4+x^3-8x^2-x+2\right)$ выражением от полученных многочленов:

$\left(6x^4+x^3-8x^2-x+2\right) =$

Рассмотрим пример: $\begin{array}{r|l} 21 & 4 \\ \cline{2-2} 20 & 5 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$ $\qquad 21 = 5\cdot 4+1.$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$
\begin{array}{rl|l}
 & 6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\ \cline{3-3}
- & 6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x & \boxed{3x - 1} \\ \cline{1-2}
 & -2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 & \\
- & -2x^3 - x^2 + 2x + 1 & \\ \cline{1-2}
 & -x^2 + 1 &
\end{array}
$$

Представим многочлен $\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right)$ выражением от полученных многочленов:

$\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right) =$

Рассмотрим пример: $\begin{array}{r|l} 21 & 4 \\ \cline{2-2} 20 & 5 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$ $\quad 21 = \boxed{5} \cdot 4 + 1.$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$
\begin{array}{rl}
\begin{array}{r}
6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 \\
-\; 6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x \\
\hline
-2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 \\
-\; -2x^3 - x^2 + 2x + 1 \\
\hline
-x^2 + 1
\end{array}
&
\begin{array}{|l}
2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\
\hline
3x - 1
\end{array}
\end{array}
$$

Представим многочлен $\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right)$ выражением от полученных многочленов:

$$\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right) = \left(3x - 1\right) \cdot$$

Рассмотрим пример: $\begin{array}{r|l} 21 & 4 \\ \cline{2-2} 20 & 5 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$ $\quad 21 = 5 \cdot 4 + 1.$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$
\begin{array}{r|l}
6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\
\cline{2-2}
-\,6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x \phantom{{}+2} & 3x - 1 \\
\cline{1-1}
-\,2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 & \\
-\,-2x^3 - x^2 + 2x + 1 & \\
\cline{1-1}
-\,x^2 + 1 &
\end{array}
$$

Представим многочлен $\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right)$ выражением от полученных многочленов:

$\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right) = (3x - 1)\,\cdot$

Рассмотрим пример: $\begin{array}{r|l} 21 & 4 \\ \cline{2-2} 20 & 5 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$ $\quad 21 = 5 \cdot 4 + 1.$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$
\begin{array}{rl|l}
 & 6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\ \cline{3-3}
- & 6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x & 3x - 1 \\ \cline{1-2}
 & -2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 & \\
- & -2x^3 - x^2 + 2x + 1 & \\ \cline{1-2}
 & -x^2 + 1 &
\end{array}
$$

Представим многочлен $\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right)$ выражением от полученных многочленов:

$$\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right) = (3x - 1) \cdot \left(2x^3 + x^2 - 2x - 1\right) +$$

Рассмотрим пример: $\begin{array}{r|l} 21 & 4 \\ \cline{2-2} 20 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$ $\quad 21 = 5 \cdot 4 + 1.$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$
\begin{array}{rl|l}
 & 6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\ \cline{3-3}
- & 6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x & 3x - 1 \\ \cline{1-2}
 & -2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 & \\
- & -2x^3 - x^2 + 2x + 1 & \\ \cline{1-2}
 & -x^2 + 1 &
\end{array}
$$

Представим многочлен $\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right)$ выражением от полученных многочленов:

$\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right) = (3x - 1) \cdot \left(2x^3 + x^2 - 2x - 1\right) +$

Рассмотрим пример: $\begin{array}{r|l} 21 & 4 \\ \cline{2-2} \underline{20} & 5 \\ 1 & \end{array}$ $\qquad 21 = 5 \cdot 4 + 1.$

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ *на многочлен* $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Решение.

$$\begin{array}{rl|l} & 6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2 & 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \\ \cline{3-3} - & 6x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 3x & 3x - 1 \\ \cline{1-2} & -2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 & \\ - & -2x^3 - x^2 + 2x + 1 & \\ \cline{1-2} & -x^2 + 1 & \end{array}$$

Представим многочлен $\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right)$ выражением от полученных многочленов:

$$\left(6x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2\right) = (3x - 1) \cdot \left(2x^3 + x^2 - 2x - 1\right) + \left(-x^2 + 1\right)$$

Рассмотрим пример: $\begin{array}{r|l} 21 & 4 \\ \cline{2-2} 20 & 5 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$ $\qquad 21 = 5 \cdot 4 + 1$.

Пример 1. *Разделить многочлен* $6x^4+x^3-8x^2-x+2$ *на многочлен* $2x^3+x^2-2x-1$.

Решение.

$$
\begin{array}{rl}
6x^4+x^3-8x^2-x+2 & \big|\ 2x^3+x^2-2x-1 \\
-\ 6x^4+3x^3-6x^2-3x & \big|\ \overline{3x-1} \\
\hline
-2x^3-2x^2+2x+2 & \\
-\ -2x^3-x^2+2x+1 & \\
\hline
-x^2+1 &
\end{array}
$$

Представим многочлен $\left(6x^4+x^3-8x^2-x+2\right)$ выражением от полученных многочленов:

$$\left(6x^4+x^3-8x^2-x+2\right)=(3x-1)\left(2x^3+x^2-2x-1\right)+\left(-x^2+1\right).$$

Вернемся к лекции?

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение.

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Воспользуемся теоремой об Н.О.Д. делителя и остатка от деления.

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Разделим один из многочленов на другой:

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \;\Big|\; \underline{x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$

$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Разделим один из многочленов на другой:

$$\begin{array}{l|l} x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \hline & \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$

$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Разделим один из многочленов на другой:

$$\begin{array}{l|l} x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \cline{2-2} & x \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Разделим один из многочленов на другой:

$$\begin{array}{r|l} x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \cline{2-2} -\ \underline{x^6 - x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x \qquad\qquad} & x \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Разделим один из многочленов на другой:

$$\begin{array}{r|l} x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \cline{2-2} -\ \ x^6 - x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x \qquad & x \\ \cline{1-1} -3x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 8 \qquad & \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Степень разности не меньше

$$\begin{array}{r|l} x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \cline{2-2} -\quad x^6 - x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x \phantom{{}-8} & x \\ \cline{1-1} -3x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 8 \phantom{{}-4x} & \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Степень разности не меньше степени делителя.

$$\begin{array}{r|l} -\begin{array}{l} x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \\ x^6 - x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x \end{array} & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \cline{2-2} \hline \quad -3x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 8 & x \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{\textit{и}}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Поэтому продолжим:

$$\begin{array}{rl|l} & x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \cline{3-3} - & x^6 - x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x & x \\ \cline{2-2} & \quad -3x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 8 & \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Поэтому продолжим:

$$\begin{array}{r|l} x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \cline{2-2} -\;x^6 - x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x & x - 3 \\ \cline{1-1} -3x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 8 & \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6-4x^5+2x^4+5x^3+2x^2-4x-8 \quad \textit{и}$$
$$x^5-x^4-x^3+x^2-4x-4.$$

Решение. Поэтому продолжим:

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^6-4x^5+2x^4+5x^3+2x^2-4x-8 & x^5-x^4-x^3+x^2-4x-4 \\ \cline{3-3}
- & x^6-x^5-x^4+x^3-4x^2-4x & x-3 \\ \cline{2-2}
 & -3x^5+3x^4+4x^3+6x^2-8 & \\
- & -3x^5+3x^4+3x^3+3x^2+12x+12 & \\ \cline{2-2}
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Поэтому продолжим:

$$\begin{array}{r|l}
x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \cline{2-2}
- \; x^6 - x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x \phantom{{}-8} & x - 3 \\ \cline{1-1}
-3x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 8 \phantom{{}-4x} & \\
- \; -3x^5 + 3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 12x + 12 & \\ \cline{1-1}
x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \phantom{{}+12} &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Теперь степень разности

$$\begin{array}{rl|l}
- & x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \cline{3-3}
 & x^6 - x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x & x - 3 \\ \cline{2-2}
 & \quad - 3x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 8 & \\
 & - \quad -3x^5 + 3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 12x + 12 & \\ \cline{2-2}
 & \qquad x^3 + 9x^2 - 12x - 20 &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$

$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Теперь степень разности меньше степени делителя:

$$\begin{array}{r|l} x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \cline{2-2} -\ x^6 - x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x & x - 3 \\ \hline -3x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 8 & \\ -\ -3x^5 + 3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 12x + 12 & \\ \hline x^3 + 9x^2 - 12x - 20 & \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Значит, эта разность является остатком.

$$\begin{array}{rl|l}
- & x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \cline{3-3}
 & x^6 - x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x & x - 3 \\ \cline{2-2}
- & \quad -3x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 8 & \\
 & -3x^5 + 3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 12x + 12 & \\ \cline{2-2}
 & \quad x^3 + 9x^2 - 12x - 20 &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Поэтому разделим делитель

$$\begin{array}{r|l} x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \cline{2-2} -\;x^6 - x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x \phantom{{}-8} & x - 3 \\ \cline{1-1} -3x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 8 & \\ -\;-3x^5 + 3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 12x + 12 & \\ \cline{1-1} x^3 + 9x^2 - 12x - 20 & \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Теперь разделим делитель на остаток от деления:

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ \cline{3-3}
- & x^6 - x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x & x - 3 \\ \cline{2-2}
 & -3x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 8 & \\
- & -3x^5 + 3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 12x + 12 & \\ \cline{2-2}
 & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$

$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. В результате деления делителя на остаток от деления получим:

$$\begin{array}{r|l} x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\ \hline & \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Продолжим:

$$\begin{array}{l|l} x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\ \cline{2-2} & x^2 \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Продолжим:

$$\begin{array}{r|l} - \begin{array}{l} x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 20x^2 \end{array} & \begin{array}{l} x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\ \hline x^2 \end{array} \\ \hline \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Продолжим:

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\ \cline{3-3}
- & x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 20x^2 & x^2 \\ \cline{2-2}
 & \quad - 10x^4 + 11x^3 + 21x^2 - 4x - 4 &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Продолжим:

$$\begin{array}{r|l} -\begin{array}{l} x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 20x^2 \end{array} & \begin{array}{l} x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\ \hline x^2 \end{array} \\ \cline{1-1} -10x^4 + 11x^3 + 21x^2 - 4x - 4 & \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Продолжим:

$$\begin{array}{r|l}
\begin{array}{r}
 x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 \\
 - \quad x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 20x^2 \\
 \hline
 -10x^4 + 11x^3 + 21x^2 - 4x - 4
\end{array}
&
\begin{array}{l}
 x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\
 \hline
 x^2 - 10x \\
 \\
\end{array}
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Продолжим:

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\ \cline{3-3}
- & x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 20x^2 & x^2 - 10x \\ \cline{2-2}
 & \quad -10x^4 + 11x^3 + 21x^2 - 4x - 4 & \\
- & \quad -10x^4 - 90x^3 + 120x^2 + 200x & \\ \cline{2-2}
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6-4x^5+2x^4+5x^3+2x^2-4x-8 \quad \text{и}$$
$$x^5-x^4-x^3+x^2-4x-4.$$

Решение. Продолжим:

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^5-x^4-x^3+x^2-4x-4 & x^3+9x^2-12x-20 \\ \cline{3-3}
- & x^5+9x^4-12x^3-20x^2 & x^2-10x \\ \cline{2-2}
 & -10x^4+11x^3+21x^2-4x-4 & \\
- & -10x^4-90x^3+120x^2+200x & \\ \cline{2-2}
 & 101x^3-99x^2-204x-4 &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{\textit{и}}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Продолжим:

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\ \cline{3-3}
- & x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 20x^2 & x^2 - 10x \\ \cline{2-2}
 & \quad - 10x^4 + 11x^3 + 21x^2 - 4x - 4 & \\
- & -10x^4 - 90x^3 + 120x^2 + 200x & \\ \cline{2-2}
 & \qquad\qquad 101x^3 - 99x^2 - 204x - 4 &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Продолжим:

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\
\cline{3-3}
- & x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 20x^2 & x^2 - 10x + 101 \\
\cline{2-2}
 & -10x^4 + 11x^3 + 21x^2 - 4x - 4 & \\
- & -10x^4 - 90x^3 + 120x^2 + 200x & \\
\cline{2-2}
 & 101x^3 - 99x^2 - 204x - 4 &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Продолжим:

$$\begin{array}{r|l}
x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\ \cline{2-2}
- \; x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 20x^2 \qquad\qquad & x^2 - 10x + 101 \\ \cline{1-1}
-10x^4 + 11x^3 + 21x^2 - 4x - 4 & \\
- \; -10x^4 - 90x^3 + 120x^2 + 200x \quad & \\ \cline{1-1}
101x^3 - 99x^2 - 204x - 4 & \\
- \; 101x^3 + 909x^2 - 1212x - 2020 & \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6-4x^5+2x^4+5x^3+2x^2-4x-8 \quad \text{и}$$
$$x^5-x^4-x^3+x^2-4x-4.$$

Решение. Продолжим:

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^5-x^4-x^3+x^2-4x-4 & x^3+9x^2-12x-20 \\ \cline{3-3}
- & x^5+9x^4-12x^3-20x^2 & x^2-10x+101 \\ \cline{2-2}
 & -10x^4+11x^3+21x^2-4x-4 & \\
- & -10x^4-90x^3+120x^2+200x & \\ \cline{2-2}
 & 101x^3-99x^2-204x-4 & \\
- & 101x^3+909x^2-1212x-2020 & \\ \cline{2-2}
 & -1008x^2+1008x+2016 &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$

$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Теперь степень разности

$$\begin{array}{r|l}
x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\ \cline{2-2}
- \quad x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 20x^2 \qquad\qquad & x^2 - 10x + 101 \\ \cline{1-1}
- 10x^4 + 11x^3 + 21x^2 - 4x - 4 & \\
- \quad -10x^4 - 90x^3 + 120x^2 + 200x \qquad & \\ \cline{1-1}
101x^3 - 99x^2 - 204x - 4 & \\
- \quad 101x^3 + 909x^2 - 1212x - 2020 & \\ \cline{1-1}
-1008x^2 + 1008x + 2016 &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Теперь степень разности меньше степени делителя

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\ \cline{3-3}
- & x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 20x^2 & x^2 - 10x + 101 \\ \cline{2-2}
 & -10x^4 + 11x^3 + 21x^2 - 4x - 4 & \\
- & -10x^4 - 90x^3 + 120x^2 + 200x & \\ \cline{2-2}
 & 101x^3 - 99x^2 - 204x - 4 & \\
- & 101x^3 + 909x^2 - 1212x - 2020 & \\ \cline{2-2}
 & -1008x^2 + 1008x + 2016 &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Поэтому разделим делитель на

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\
\cline{3-3}
- & x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 20x^2 & x^2 - 10x + 101 \\
\cline{2-2}
 & -10x^4 + 11x^3 + 21x^2 - 4x - 4 & \\
- & -10x^4 - 90x^3 + 120x^2 + 200x & \\
\cline{2-2}
 & 101x^3 - 99x^2 - 204x - 4 & \\
- & 101x^3 + 909x^2 - 1212x - 2020 & \\
\cline{2-2}
 & -1008x^2 + 1008x + 2016 &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Поэтому разделим делитель на остаток.

$$\begin{array}{r|l}
x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\
\cline{2-2}
- \; x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 20x^2 & x^2 - 10x + 101 \\
\hline
-10x^4 + 11x^3 + 21x^2 - 4x - 4 & \\
- \; -10x^4 - 90x^3 + 120x^2 + 200x & \\
\hline
101x^3 - 99x^2 - 204x - 4 & \\
- \; 101x^3 + 909x^2 - 1212x - 2020 & \\
\hline
-1008x^2 + 1008x + 2016 &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Н.О.Д. многочленов определяется с точностью до скалярного множителя. Поэтому делитель разделим на

$$\frac{1}{-1008}\left(-1008x^2 + 1008x + 2016\right)$$

$$\begin{array}{r|l}
x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4 & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\
\cline{2-2}
- \quad x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 20x^2 & x^2 - 10x + 101 \\
\cline{1-1}
-10x^4 + 11x^3 + 21x^2 - 4x - 4 & \\
- \quad -10x^4 - 90x^3 + 120x^2 + 200x & \\
\cline{1-1}
101x^3 - 99x^2 - 204x - 4 & \\
- \quad 101x^3 + 909x^2 - 1212x - 2020 & \\
\cline{1-1}
-1008x^2 + 1008x + 2016 &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$

$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Получим:

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 9x^2 - 12x - 20 & x^2 - x - 2 \\ \hline & \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$

$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Получим:

$$\begin{array}{l|l} x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \qquad & x^2 - x - 2 \\ \cline{2-2} & x \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Получим:

$$\begin{array}{r|l} -\begin{array}{l} x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\ \underline{x^3 - x^2 - 2x \qquad\qquad\qquad} \end{array} & \begin{array}{l} x^2 - x - 2 \\ \hline x \end{array} \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$

$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Получим:

$$\begin{array}{r|l} -\begin{array}{l} x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\ x^3 - x^2 - 2x \end{array} & \begin{array}{l} x^2 - x - 2 \\ \hline x \end{array} \\ \hline \quad 10x^2 - 10x - 20 & \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Получим:

$$\begin{array}{r|l} -\begin{array}{l} x^3 + 9x^2 - 12x - 20 \\ x^3 - x^2 - 2x \end{array} & \begin{array}{l} x^2 - x - 2 \\ \hline x + 10 \end{array} \\ \hline \quad 10x^2 - 10x - 20 & \end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6-4x^5+2x^4+5x^3+2x^2-4x-8 \quad \textit{и}$$

$$x^5-x^4-x^3+x^2-4x-4.$$

Решение. Получим:

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^3+9x^2-12x-20 & x^2-x-2 \\ \cline{3-3}
- & x^3-x^2-2x & x+10 \\ \cline{2-2}
 & \quad 10x^2-10x-20 & \\
 & -\ 10x^2-10x-20 & \\ \cline{2-2}
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \text{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Получим:

$$\begin{array}{r|l}
x^3 + 9x^2 - 12x - 20 & x^2 - x - 2 \\ \cline{2-2}
-\ x^3 - x^2 - 2x \qquad\quad & x + 10 \\ \cline{1-1}
10x^2 - 10x - 20 & \\
-\ 10x^2 - 10x - 20 & \\ \cline{1-1}
0 \qquad\qquad &
\end{array}$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение.

$$\begin{array}{rl|l} & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 & x^2 - x - 2 \\ \cline{3-3} - & x^3 - x^2 - 2x & x + 10 \\ \cline{2-2} & \quad 10x^2 - 10x - 20 & \\ & - \; 10x^2 - 10x - 20 & \\ \cline{2-2} & \qquad 0 & \end{array}$$

Согласно теореме об Н.О.Д. делителя и остатка от деления Н.О.Д. многочленов из условия задачи равен

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad и$$
$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение.

$$\begin{array}{rl|l} & x^3 + 9x^2 - 12x - 20 & \boxed{x^2 - x - 2} \\ - & x^3 - x^2 - 2x & \hline x + 10 \\ \hline & \quad 10x^2 - 10x - 20 & \\ - & \quad 10x^2 - 10x - 20 & \\ \hline & \qquad 0 & \end{array}$$

Согласно теореме об Н.О.Д. делителя и остатка от деления Н.О.Д. многочленов из условия задачи равен $\boxed{x^2 - x - 2}$.

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$

$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Итак, Н.О.Д. многочленов из условия задачи равен $x^2 - x - 2$. Следовательно, наибольшее общее кратное имеет вид:

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$

$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Итак, Н.О.Д. многочленов из условия задачи равен $x^2 - x - 2$. Следовательно, наибольшее общее кратное имеет вид:

$$\frac{\left(x^6 - 4x^5 + \ldots - 4x - 8\right)\left(x^5 - x^4 - \ldots - 4\right)}{x^2 - x - 2} =$$

Пример 2. *Найти Н.О.К. и Н.О.Д. двух многочленов:*

$$x^6 - 4x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \quad \textit{и}$$

$$x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Решение. Итак, Н.О.Д. многочленов из условия задачи равен $x^2 - x - 2$. Следовательно, наибольшее общее кратное имеет вид:

$$\frac{\left(x^6 - 4x^5 + \ldots - 4x - 8\right)\left(x^5 - x^4 - \ldots - 4\right)}{x^2 - x - 2} =$$

$$= x^9 - 4x^8 + 3x^7 + 3x^6 - 4x^5 + 5x^4 + 4x^3 - 16x - 16.$$

Вернемся к лекции?

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение.

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. Сначала следует

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. Сначала следует проверить, что (-2) — корень этого многочлена:

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. Сначала следует
проверить, что (-2) — корень этого многочлена:

$$(-2)^4 + 5(-2)^3 + 6(-2)^2 - 4(-2) - 8 =$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. Сначала следует
проверить, что (-2) — корень этого многочлена:

$$(-2)^4 + 5(-2)^3 + 6(-2)^2 - 4(-2) - 8 = 16 - 40 + 24 + 8 - 8 =$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. Сначала следует
проверить, что (-2) — корень этого многочлена:

$$(-2)^4 + 5(-2)^3 + 6(-2)^2 - 4(-2) - 8 = 16 - 40 + 24 + 8 - 8 = 0.$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. Сначала следует проверить, что (-2) — корень этого многочлена:

$$(-2)^4 + 5(-2)^3 + 6(-2)^2 - 4(-2) - 8 = 16 - 40 + 24 + 8 - 8 = 0.$$

Итак, (-2) является корнем.

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. По теореме Безу этот многочлен делится нацело на

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. По теореме Безу этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x + 2)\left(\qquad\qquad\qquad\qquad\right) =$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. По теореме Безу этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x + 2)\left(\qquad\qquad\qquad\qquad \right) =$$

$$\begin{array}{l|l} x^4+5x^3+6x^2-4x-8 & x+2 \\ \hline & \end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. По теореме Безу этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x+2)\Big(\qquad\qquad\qquad\qquad\Big) =$$

$$\begin{array}{l|l} x^4+5x^3+6x^2-4x-8 & x+2 \\ \cline{2-2} & x^3 \end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. По теореме Безу этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x + 2)\Big(\qquad\qquad\qquad\qquad \Big) =$$

$$\begin{array}{l|l} x^4+5x^3+6x^2-4x-8 & x+2 \\ \cline{2-2} \underline{x^4+2x^3} & x^3 \end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. По теореме Безу этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x+2)\Big(\qquad\qquad\qquad \Big) =$$

$$\begin{array}{r|l} x^4+5x^3+6x^2-4x-8 & x+2 \\ \cline{2-2} \underline{x^4+2x^3} & x^3 \\ 3x^3+6x^2-4x-8 & \end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. По теореме Безу этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x + 2)\Big(\qquad\qquad\qquad \Big) =$$

$$\begin{array}{l|l} x^4+5x^3+6x^2-4x-8 & x+2 \\ \cline{2-2} \underline{x^4+2x^3} & x^3+3x^2 \\ \qquad\quad 3x^3+6x^2-4x-8 & \end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. По теореме Безу этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x+2)\Big(\qquad\qquad\qquad \Big) =$$

$$\begin{array}{r|l} x^4+5x^3+6x^2-4x-8 & x+2 \\ \cline{2-2} \underline{x^4+2x^3} & x^3+3x^2 \\ 3x^3+6x^2-4x-8 & \\ \underline{3x^3+6x^2} & \end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4+5x^3+6x^2-4x-8.$

Решение. По теореме Безу этот многочлен делится нацело на $x+2$:

$$x^4+5x^3+6x^2-4x-8=(x+2)\Big(\qquad\qquad\qquad\qquad\Big)=$$

$$\begin{array}{r|l} x^4+5x^3+6x^2-4x-8 & x+2 \\ \cline{2-2} \underline{x^4+2x^3} & x^3+3x^2 \\ 3x^3+6x^2-4x-8 & \\ \underline{3x^3+6x^2} & \\ -4x-8 & \end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x + 2)\Big(\qquad\qquad\qquad \Big) =$$

$$\begin{array}{r|l}
x^4+5x^3+6x^2-4x-8 & x+2 \\ \cline{2-2}
\underline{x^4+2x^3} \qquad\qquad\qquad & x^3+3x^2-4 \\
3x^3+6x^2-4x-8 & \\
\underline{3x^3+6x^2} \qquad\quad & \\
-4x-8 &
\end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4+5x^3+6x^2-4x-8$.

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x+2$:

$$x^4+5x^3+6x^2-4x-8=(x+2)\left(\qquad\qquad\qquad\right)=$$

$$\begin{array}{r|l}
x^4+5x^3+6x^2-4x-8 & x+2 \\ \cline{2-2}
\underline{x^4+2x^3} & x^3+3x^2-4 \\
3x^3+6x^2-4x-8 & \\
\underline{3x^3+6x^2} & \\
-4x-8 & \\
\underline{-4x-8} & \\
0 &
\end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4+5x^3+6x^2-4x-8$.

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x+2$:

$$x^4+5x^3+6x^2-4x-8=(x+2)\left(x^3+3x^2-4\right)=$$

$$\begin{array}{r|l}
x^4+5x^3+6x^2-4x-8 & x+2 \\ \cline{2-2}
\underline{x^4+2x^3} & x^3+3x^2-4 \\
3x^3+6x^2-4x-8 & \\
\underline{3x^3+6x^2} & \\
-4x-8 & \\
\underline{-4x-8} & \\
0 &
\end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. По теореме Безу этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x + 2)\left(x^3 + 3x^2 - 4\right) =$$

легко поверить, что (-2) является корнем многочлена $x^3 + 3x^2 - 4$.

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4+5x^3+6x^2-4x-8$.

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x+2$:

$$x^4+5x^3+6x^2-4x-8=(x+2)\left(x^3+3x^2-4\right)=$$

легко поверить, что (-2) является корнем многочлена x^3+3x^2-4.

По **теореме Безу**...

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4+5x^3+6x^2-4x-8$.

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x+2$:

$$x^4+5x^3+6x^2-4x-8=(x+2)\left(x^3+3x^2-4\right)=$$

$$=(x+2)^2\left(\qquad\qquad\qquad\right)=$$

легко поверить, что (-2) является корнем многочлена x^3+3x^2-4.

По **теореме Безу**...

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8.$

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x+2)\left(x^3 + 3x^2 - 4\right) =$$

$$= (x+2)^2 \left(\qquad\qquad\qquad \right) =$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 3x^2 \qquad -4 & x+2 \\ \hline & \end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. По теореме Безу этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x + 2)\left(x^3 + 3x^2 - 4\right) =$$

$$= (x + 2)^2 \left(\qquad\qquad\qquad \right) =$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 3x^2 \qquad -4 & x + 2 \\ \hline & x^2 \end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8.$

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x+2)\left(x^3 + 3x^2 - 4\right) =$$

$$= (x+2)^2 \left(\qquad\qquad\qquad \right) =$$

$$\begin{array}{rr|l}
x^3+3x^2 & -4 & x+2 \\ \cline{3-3}
\underline{x^3+2x^2} & & x^2
\end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4+5x^3+6x^2-4x-8.$

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x+2:$

$$x^4+5x^3+6x^2-4x-8=(x+2)\left(x^3+3x^2-4\right)=$$

$$=(x+2)^2\left(\qquad\qquad\qquad\right)=$$

$$\begin{array}{r|l} x^3+3x^2 \qquad\quad -4 & x+2 \\ \cline{2-2} \underline{x^3+2x^2} \qquad\qquad\; & x^2 \\ x^2 \qquad\quad -4 & \end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4+5x^3+6x^2-4x-8$.

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x+2$:

$$x^4+5x^3+6x^2-4x-8=(x+2)\left(x^3+3x^2-4\right)=$$

$$=(x+2)^2\left(\qquad\qquad\qquad\right)=$$

$$\begin{array}{rr|l} x^3+3x^2 & -4 & x+2 \\ \cline{3-3} x^3+2x^2 & & x^2+x \\ \cline{1-1} x^2 & -4 & \end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8.$

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x+2)\left(x^3 + 3x^2 - 4\right) =$$

$$= (x+2)^2 \left(\qquad\qquad\qquad \right) =$$

$$\begin{array}{rrr|l}
x^3+3x^2 & & -4 & x+2 \\ \cline{4-4}
x^3+2x^2 & & & x^2+x \\ \cline{1-1}
x^2 & & -4 & \\
x^2 & +2x & & \\ \cline{1-2}
\end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8.$

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x + 2)\left(x^3 + 3x^2 - 4\right) =$$

$$= (x + 2)^2 \left(\qquad\qquad\qquad \right) =$$

$$\begin{array}{rrr|l}
x^3+3x^2 & & -4 & x+2 \\ \cline{4-4}
x^3+2x^2 & & & x^2+x \\ \cline{1-1}
x^2 & & -4 & \\
x^2 & +2x & & \\ \cline{1-2}
 & -2x & -4 &
\end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4+5x^3+6x^2-4x-8.$

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x+2$:

$$x^4+5x^3+6x^2-4x-8=(x+2)\left(x^3+3x^2-4\right)=$$

$$=(x+2)^2\left(\qquad\qquad\qquad\right)=$$

$$\begin{array}{rrr|l}
x^3+3x^2 & & -4 & x+2 \\ \cline{4-4}
x^3+2x^2 & & & x^2+x-2 \\ \cline{1-1}
x^2 & & -4 & \\
x^2 & +2x & & \\ \cline{1-2}
& -2x & -4 &
\end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4+5x^3+6x^2-4x-8.$

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x+2$:

$$x^4+5x^3+6x^2-4x-8=(x+2)\left(x^3+3x^2-4\right)=$$

$$=(x+2)^2\left(\qquad\qquad\qquad\right)=$$

$$\begin{array}{rrr|l}
x^3+3x^2 & & -4 & x+2 \\ \cline{4-4}
x^3+2x^2 & & & x^2+x-2 \\ \cline{1-1}
x^2 & & -4 & \\
x^2 & +2x & & \\ \cline{1-2}
 & -2x & -4 & \\
 & -2x & -4 & \\ \cline{2-3}
 & & 0 &
\end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4+5x^3+6x^2-4x-8$.

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x+2$:

$$x^4+5x^3+6x^2-4x-8=(x+2)\left(x^3+3x^2-4\right)=$$

$$=(x+2)^2\left(x^2+3x-4\right)=$$

$$\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & +3x^2 & & -4 & x+2 \\ \cline{5-5}
x^3 & +2x^2 & & & x^2+x-2 \\ \cline{1-2}
 & x^2 & & -4 & \\
 & x^2 & +2x & & \\ \cline{2-3}
 & & -2x & -4 & \\
 & & -2x & -4 & \\ \cline{3-4}
 & & & 0 &
\end{array}$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. По теореме Безу этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x + 2)\left(x^3 + 3x^2 - 4\right) =$$

$$= (x + 2)^2 \left(x^2 + 3x - 4\right) = (x + 2)^3 (\qquad\qquad)\,.$$

Пример 3. *Определить кратность корня* (-2) *многочлена* $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8$.

Решение. По **теореме Безу** этот многочлен делится нацело на $x + 2$:

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = (x + 2)\left(x^3 + 3x^2 - 4\right) =$$

$$= (x + 2)^2\left(x^2 + 3x - 4\right) = (x + 2)^3\,(x - 1)\,.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:* $p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение.

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:*
$p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней. Найдем Н.О.Д.$(p(x), p'(x))$.

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:*
$p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней. Найдем Н.О.Д.$(p(x), p'(x))$.
$p'(x) = 14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20.$

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:*
$p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней. Найдем Н.О.Д.$(p(x), p'(x))$.
$p'(x) = 14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20.$

$$
\begin{array}{l|l}
2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4 & 14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20 \\
\cline{2-2}
2x^7 + \frac{6}{7}x^6 - \frac{60}{7}x^5 - 8x^4 + 6x^3 + \frac{66}{7}x^2 + \frac{20}{7}x & \frac{1}{7}x + \frac{1}{98} \\
\cline{1-1}
\quad \frac{1}{7}x^6 - \frac{24}{7}x^5 - 6x^4 + 8x^3 + \frac{165}{7}x^2 + \frac{120}{7}x + 4 & \\
\quad \frac{1}{7}x^6 + \frac{3}{49}x^5 - \frac{30}{49}x^4 - \frac{4}{7}x^3 + \frac{3}{7}x^2 + \frac{33}{49}x + \frac{10}{49} & \\
\cline{1-1}
\qquad -\frac{171}{49}x^5 - \frac{264}{49}x^4 + \frac{60}{7}x^3 \frac{162}{7}x^2 + \frac{807}{49}x + \frac{186}{49} &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l|l}
2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4 & 14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20 \\
\cline{2-2}
2x^7 + \frac{6}{7}x^6 - \frac{60}{7}x^5 - 8x^4 + 6x^3 + \frac{66}{7}x^2 + \frac{20}{7}x & \frac{1}{7}x + \frac{1}{98} \\
\hline
\quad \frac{1}{7}x^6 - \frac{24}{7}x^5 - 6x^4 + 8x^3 + \frac{165}{7}x^2 + \frac{120}{7}x + 4 & \\
\quad \frac{1}{7}x^6 + \frac{3}{49}x^5 - \frac{30}{49}x^4 - \frac{4}{7}x^3 + \frac{3}{7}x^2 + \frac{33}{49}x + \frac{10}{49} & \\
\hline
\quad - \frac{171}{49}x^5 - \frac{264}{49}x^4 + \frac{60}{7}x^3 \frac{162}{7}x^2 + \frac{807}{49}x + \frac{186}{49} &
\end{array}
$$

$$2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4 =$$

$$
\begin{array}{l|l}
2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4 & 14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20 \\
\cline{2-2}
2x^7 + \frac{6}{7}x^6 - \frac{60}{7}x^5 - 8x^4 + 6x^3 + \frac{66}{7}x^2 + \frac{20}{7}x & \frac{1}{7}x + \frac{1}{98} \\
\cline{1-1}
\quad \frac{1}{7}x^6 - \frac{24}{7}x^5 - 6x^4 + 8x^3 + \frac{165}{7}x^2 + \frac{120}{7}x + 4 & \\
\quad \frac{1}{7}x^6 + \frac{3}{49}x^5 - \frac{30}{49}x^4 - \frac{4}{7}x^3 + \frac{3}{7}x^2 + \frac{33}{49}x + \frac{10}{49} & \\
\cline{1-1}
\quad - \frac{171}{49}x^5 - \frac{264}{49}x^4 + \frac{60}{7}x^3 \frac{162}{7}x^2 + \frac{807}{49}x + \frac{186}{49} &
\end{array}
$$

$$
2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4 =
$$

$$
= \left(\frac{1}{7}x + \frac{1}{98}\right)\left(14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20\right) +
$$

$$
\begin{array}{l|l}
2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4 & 14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20 \\
\cline{2-2}
2x^7 + \frac{6}{7}x^6 - \frac{60}{7}x^5 - 8x^4 + 6x^3 + \frac{66}{7}x^2 + \frac{20}{7}x & \frac{1}{7}x + \frac{1}{98} \\
\cline{1-1}
\quad \frac{1}{7}x^6 - \frac{24}{7}x^5 - 6x^4 + 8x^3 + \frac{165}{7}x^2 + \frac{120}{7}x + 4 & \\
\quad \frac{1}{7}x^6 + \frac{3}{49}x^5 - \frac{30}{49}x^4 - \frac{4}{7}x^3 + \frac{3}{7}x^2 + \frac{33}{49}x + \frac{10}{49} & \\
\cline{1-1}
\qquad - \frac{171}{49}x^5 - \frac{264}{49}x^4 + \frac{60}{7}x^3 \frac{162}{7}x^2 + \frac{807}{49}x + \frac{186}{49} &
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
&2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4 = \\
&= \left(\frac{1}{7}x + \frac{1}{98}\right)\left(14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20\right) + \\
&+ \frac{3}{49}\left(-57x^5 - 88x^4 + 140x^3 + 378x^2 + 269x + 62\right)
\end{aligned}
$$

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:*
$p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней. Найдем Н.О.Д.$(p(x), p'(x))$.
$p'(x) = 14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20.$

$$2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4 =$$
$$= \left(\frac{1}{7}x + \frac{1}{98}\right)\left(14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20\right) +$$
$$+\frac{3}{49}\left(-57x^5 - 88x^4 + 140x^3 + 378x^2 + 269x + 62\right)$$

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:*
$p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней. Найдем Н.О.Д.$(p(x), p'(x))$.
$p'(x) = 14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20.$

$$\begin{array}{l|l}
14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20 & -57x^5 - 88x^4 + 140x^3 + 378x^2 + 269x + 62 \\ \cline{2-2}
\underline{14x^6 + \frac{1232}{57}x^5 - \frac{1960}{57}x^4 - \frac{1764}{19}x^3 + \frac{3766}{57}x^2 + \frac{868}{57}x} & -\frac{14}{57}x + \frac{890}{57^2} \\
\quad -\frac{890}{57}x^5 - \frac{1460}{57}x^4 + \frac{700}{19}x^3 + \frac{6160}{57}x^2 + \frac{4630}{57}x + 20 & \\
\quad \underline{-\frac{890}{57}x^5 - \frac{78320}{57^2}x^4 + \frac{124600}{57^2}x^3 + \frac{37380}{57^2}x^2 + \frac{239410}{57^2}x + \frac{55180}{57^2}} & \\
\qquad -\frac{4900}{57^2}x^4 - \frac{4900}{57^2}x^3 + \frac{4900}{57^2}x^2 + \frac{24500}{57^2}x + \frac{9800}{57^2} &
\end{array}$$

$$
\begin{array}{l|l}
14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20 & -57x^5 - 88x^4 + 140x^3 + 378x^2 + 269x + 62 \\ \hline
14x^6 + \frac{1232}{57}x^5 - \frac{1960}{57}x^4 - \frac{1764}{19}x^3 + \frac{3766}{57}x^2 + \frac{868}{57}x & -\frac{14}{57}x + \frac{890}{57^2} \\ \hline
-\frac{890}{57}x^5 - \frac{1460}{57}x^4 + \frac{700}{19}x^3 + \frac{6160}{57}x^2 + \frac{4630}{57}x + 20 & \\
-\frac{890}{57}x^5 - \frac{78320}{57^2}x^4 + \frac{124600}{57^2}x^3 + \frac{37380}{57^2}x^2 + \frac{239410}{57^2}x + \frac{55180}{57^2} & \\ \hline
-\frac{4900}{57^2}x^4 - \frac{4900}{57^2}x^3 + \frac{4900}{57^2}x^2 + \frac{24500}{57^2}x + \frac{9800}{57^2} &
\end{array}
$$

$$14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20 =$$

$$
\begin{array}{l|l}
14x^6+6x^5-60x^4-56x^3+42x^2+66x+20 & -57x^5-88x^4+140x^3+378x^2+269x+62 \\
\hline
14x^6+\frac{1232}{57}x^5-\frac{1960}{57}x^4-\frac{1764}{19}x^3+\frac{3766}{57}x^2+\frac{868}{57}x & -\frac{14}{57}x+\frac{890}{57^2} \\
\hline
-\frac{890}{57}x^5-\frac{1460}{57}x^4+\frac{700}{19}x^3+\frac{6160}{57}x^2+\frac{4630}{57}x+20 & \\
-\frac{890}{57}x^5-\frac{78320}{57^2}x^4+\frac{124600}{57^2}x^3+\frac{37380}{57^2}x^2+\frac{239410}{57^2}x+\frac{55180}{57^2} & \\
\hline
-\frac{4900}{57^2}x^4-\frac{4900}{57^2}x^3+\frac{4900}{57^2}x^2+\frac{24500}{57^2}x+\frac{9800}{57^2} &
\end{array}
$$

$$14x^6+6x^5-60x^4-56x^3+42x^2+66x+20=$$

$$=\left(-\frac{14}{57}x+\frac{890}{57^2}\right)\left(-57x^5-88x^4+140x^3+378x^2+269x+62\right)+$$

$$
\begin{array}{l|l}
14x^6+6x^5-60x^4-56x^3+42x^2+66x+20 & -57x^5-88x^4+140x^3+378x^2+269x+62 \\ \cline{2-2}
14x^6+\frac{1232}{57}x^5-\frac{1960}{57}x^4-\frac{1764}{19}x^3+\frac{3766}{57}x^2+\frac{868}{57}x & -\frac{14}{57}x+\frac{890}{57^2} \\ \cline{1-1}
\quad -\frac{890}{57}x^5-\frac{1460}{57}x^4+\frac{700}{19}x^3+\frac{6160}{57}x^2+\frac{4630}{57}x+20 & \\
\quad -\frac{890}{57}x^5-\frac{78320}{57^2}x^4+\frac{124600}{57^2}x^3+\frac{37380}{57^2}x^2+\frac{239410}{57^2}x+\frac{55180}{57^2} & \\ \cline{1-1}
\qquad -\frac{4900}{57^2}x^4-\frac{4900}{57^2}x^3+\frac{4900}{57^2}x^2+\frac{24500}{57^2}x+\frac{9800}{57^2} &
\end{array}
$$

$$
14x^6+6x^5-60x^4-56x^3+42x^2+66x+20=
$$
$$
=\left(-\frac{14}{57}x+\frac{890}{57^2}\right)\left(-57x^5-88x^4+140x^3+378x^2+269x+62\right)+
$$
$$
+\frac{4900}{57^2}\left(-x^4-x^3+3x^2+5x+2\right).
$$

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:* $p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$ *Найдите остальные корни этого многочлена.*

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней. Найдем Н.О.Д.$(p(x), p'(x))$.

$p'(x) = 14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20.$

$$14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20 =$$
$$= \left(-\frac{14}{57}x + \frac{890}{57^2}\right)\left(-57x^5 - 88x^4 + 140x^3 + 378x^2 + 269x + 62\right) +$$
$$+ \frac{4900}{57^2}\left(-x^4 - x^3 + 3x^2 + 5x + 2\right).$$

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:* $p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$ *Найдите остальные корни этого многочлена.*

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней. Найдем Н.О.Д.$(p(x), p'(x))$.

$p'(x) = 14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20.$

$$14x^6 + 6x^5 - 60x^4 - 56x^3 + 42x^2 + 66x + 20 =$$
$$= \left(-\frac{14}{57}x + \frac{890}{57^2}\right)\left(-57x^5 - 88x^4 + 140x^3 + 378x^2 + 269x + 62\right) +$$
$$+\frac{4900}{57^2}\left(-x^4 - x^3 + 3x^2 + 5x + 2\right).$$
$$-57x^5 - 88x^4 + 140x^3 + 378x^2 + 269x + 62 =$$
$$= (57x + 31)\left(-x^4 - x^3 + 3x^2 + 5x + 2\right).$$

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:*
$p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней. Мы нашли
Н.О.Д.$(p(x), p'(x)) = -x^4 - x^3 + 3x^2 + 5x + 2.$

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:* $p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней. Мы нашли
Н.О.Д.$(p(x), p'(x)) = -x^4 - x^3 + 3x^2 + 5x + 2.$

$$\frac{2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4}{-x^4 - x^3 + 3x^2 + 5x + 2} =$$

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:* $p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4$. *Найдите остальные корни этого многочлена.*

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней. Мы нашли
Н.О.Д.$(p(x), p'(x)) = -x^4 - x^3 + 3x^2 + 5x + 2$.

$$\frac{2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4}{-x^4 - x^3 + 3x^2 + 5x + 2} =$$

$$= -2x^3 + x^2 + 5x + 2.$$

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:*
$p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней. Мы нашли
Н.О.Д.$(p(x), p'(x)) = -x^4 - x^3 + 3x^2 + 5x + 2.$

$$\frac{2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4}{-x^4 - x^3 + 3x^2 + 5x + 2} =$$
$$= -2x^3 + x^2 + 5x + 2.$$

Число 2 является корнем последнего многочлена. По **теореме Безу** многочлены $p(x)$ и $-2x^3 + x^2 + 5x + 2$ делятся нацело на $x - 2$:

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:*
$p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней. Мы нашли
Н.О.Д.$(p(x), p'(x)) = -x^4 - x^3 + 3x^2 + 5x + 2.$

$$\frac{2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4}{-x^4 - x^3 + 3x^2 + 5x + 2} =$$
$$= -2x^3 + x^2 + 5x + 2.$$

Число 2 является корнем последнего многочлена. По **теореме Безу** многочлены $p(x)$ и $-2x^3 + x^2 + 5x + 2$ делятся нацело на $x - 2$:
$-2x^3 + x^2 + 5x + 2 = (x - 2)\left(-2x^2 - 3x - 1\right).$

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:*
$p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней.
$-2x^3 + x^2 + 5x + 2 = (x - 2)\left(-2x^2 - 3x - 1\right).$
Корни многочлена $\left(-2x^2 - 3x - 1\right)$ найти легко:

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:*
$p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней.
$-2x^3 + x^2 + 5x + 2 = (x - 2)\left(-2x^2 - 3x - 1\right).$

Корни многочлена $\left(-2x^2 - 3x - 1\right)$ найти легко:

$$\frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot (-2) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-2)} = \frac{3 \pm 1}{-4},$$

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:*
$p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней.
$-2x^3 + x^2 + 5x + 2 = (x-2)\left(-2x^2 - 3x - 1\right).$

Корни многочлена $\left(-2x^2 - 3x - 1\right)$ найти легко:

$$\frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot (-2) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-2)} = \frac{3 \pm 1}{-4},$$

откуда получаем еще два корня: $\left[\begin{aligned} x &= -1, \\ x &= -\frac{1}{2}. \end{aligned}\right.$

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:* $p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4$. *Найдите остальные корни этого многочлена.*

Решение. Следовательно, согласно теореме об избавлении от кратных корней, список корней исходного многочлена имеет вид: $2;\ (-1);\ \left(-\dfrac{1}{2}\right)$.

Пример 4. *Проверьте, что 2 является корнем многочлена:*
$p(x) = 2x^7 + x^6 - 12x^5 - 14x^4 + 14x^3 + 33x^2 + 20x + 4.$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Решение. Следовательно, согласно теореме об избавлении от кратных корней, список корней исходного многочлена имеет вид:
$2;\ (-1);\ \left(-\dfrac{1}{2}\right).$

Задача решена.

Вернемся к лекции?

Пример 5. *Проверьте, что* $1 + i$ *является корнем полинома* $x^4 + 4$. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение.

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Имеем
$(1+i)^2 =$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Имеем
$(1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 =$

Пример 5. *Проверьте, что* $1 + i$ *является корнем полинома* $x^4 + 4$. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Имеем
$(1 + i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 1 + 2i + (-1) = 2i,$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Имеем
$(1+i)^2 = 1+2i+i^2 = 1+2i+(-1) = 2i,$
$(1+i)^4 =$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Имеем
$(1+i)^2 = 1+2i+i^2 = 1+2i+(-1) = 2i$,
$(1+i)^4 = (2i)^2 =$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Имеем
$(1+i)^2 = 1+2i+i^2 = 1+2i+(-1) = 2i,$
$(1+i)^4 = (2i)^2 = -4.$

Пример 5. *Проверьте, что* $1 + i$ *является корнем полинома* $x^4 + 4$. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Имеем
$(1 + i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 1 + 2i + (-1) = 2i$,
$(1 + i)^4 = (2i)^2 = -4$.

Поэтому $(1 + i)^4 + 4 = -4 + 4 = 0$, т.е.

Пример 5. *Проверьте, что* $1 + i$ *является корнем полинома* $x^4 + 4$. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Имеем
$(1 + i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 1 + 2i + (-1) = 2i$,
$(1 + i)^4 = (2i)^2 = -4$.

Поэтому $(1 + i)^4 + 4 = -4 + 4 = 0$, т.е. $1 + i$ является корнем полинома $x^4 + 4$.

Пример 5. *Проверьте, что* $1 + i$ *является корнем полинома* $x^4 + 4$. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Можно было воспользоваться **умножением комплексных чисел в тригонометрической форме**:

$1 + i =$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Можно было воспользоваться **умножением комплексных чисел в тригонометрической форме**:
$$1+i=\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)\right),$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Можно было воспользоваться **умножением комплексных чисел в тригонометрической форме**:
$1+i=\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)\right)$, откуда

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Можно было воспользоваться **умножением комплексных чисел в тригонометрической форме**:
$1+i=\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)\right)$, откуда
$(1+i)^4=4\left(\cos\left(\pi+8k\pi\right)+i\sin\left(\pi+8k\pi\right)\right)=$

Пример 5. *Проверьте, что* $1 + i$ *является корнем полинома* $x^4 + 4$. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Можно было воспользоваться **умножением комплексных чисел в тригонометрической форме**:
$1 + i = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right)\right)$, откуда
$(1 + i)^4 = 4\left(\cos\left(\pi + 8k\pi\right) + i\sin\left(\pi + 8k\pi\right)\right) = 4\left(-1 + 0i\right) =$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Можно было воспользоваться **умножением комплексных чисел в тригонометрической форме**:
$1+i=\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)\right)$, откуда
$(1+i)^4=4\left(\cos\left(\pi+8k\pi\right)+i\sin\left(\pi+8k\pi\right)\right)=4\left(-1+0i\right)=-4.$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Мы доказали, что $(1+i)$ является корнем полинома x^4+4.

В силу теоремы о корнях многочлена с вещественными коэффициентами число $1-i$ также является корнем исходного многочлена.

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Мы доказали, что $(1+i)$ является корнем полинома x^4+4.

В силу теоремы о корнях многочлена с вещественными коэффициентами число $1-i$ также является корнем исходного многочлена.

Следовательно, в силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) =$

Пример 5. *Проверьте, что* $1 + i$ *является корнем полинома* $x^4 + 4$. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Мы доказали, что $(1 + i)$ является корнем полинома $x^4 + 4$.

В силу теоремы о корнях многочлена с вещественными коэффициентами число $1 - i$ также является корнем исходного многочлена.

Следовательно, в силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами $x^4 + 4$ делится нацело на многочлен $(x - (1 + i))(x - (1 - i)) = x^2 - 2x + 2$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Мы доказали, что $(1+i)$ является корнем полинома x^4+4.

В силу теоремы о корнях многочлена с вещественными коэффициентами число $1-i$ также является корнем исходного многочлена.

Следовательно, в силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

Пример 5. *Проверьте, что* $1 + i$ *является корнем полинома* $x^4 + 4$. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами $x^4 + 4$ делится нацело на многочлен $(x - (1 + i))(x - (1 - i)) = x^2 - 2x + 2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

$$\begin{array}{l|l} x^4 + 4 & x^2 - 2x + 2 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4*. Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$*.*

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

$$
\begin{array}{l|l}
x^4+4 & x^2-2x+2 \\ \cline{2-2}
 & x^2
\end{array}
$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

$$\begin{array}{l|l}
x^4+4 & x^2-2x+2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3+2x^2 & x^2 \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

$$
\begin{array}{l|l}
x^4+4 & x^2-2x+2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3+2x^2 & x^2 \\ \cline{1-1}
\qquad 2x^3-2x^2+4 &
\end{array}
$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

$$
\begin{array}{l|l}
x^4+4 & x^2-2x+2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3+2x^2 & x^2+2x \\ \cline{1-1}
\qquad 2x^3-2x^2+4 &
\end{array}
$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

$$\begin{array}{l|l}
x^4+4 & x^2-2x+2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3+2x^2 & x^2+2x \\ \hline
\qquad 2x^3-2x^2+4 & \\
\qquad 2x^3-4x^2+4x & \\ \hline
\end{array}$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

$$
\begin{array}{r|l}
x^4+4 \qquad\qquad\qquad & x^2-2x+2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3+2x^2 \qquad\quad & x^2+2x \\ \cline{1-1}
2x^3-2x^2+4 \quad & \\
2x^3-4x^2+4x & \\ \cline{1-1}
2x^2-4x+4 &
\end{array}
$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

$$
\begin{array}{l|l}
x^4+4 & x^2-2x+2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3+2x^2 & x^2+2x+2 \\ \cline{1-1}
\qquad 2x^3-2x^2+4 & \\
\qquad 2x^3-4x^2+4x & \\ \cline{1-1}
\qquad\qquad 2x^2-4x+4 &
\end{array}
$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

$$
\begin{array}{r|l}
x^4+4 & x^2-2x+2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3+2x^2 & x^2+2x+2 \\ \cline{1-1}
2x^3-2x^2+4 & \\
2x^3-4x^2+4x & \\ \cline{1-1}
2x^2-4x+4 & \\
2x^2-4x+4 & \\ \cline{1-1}
\end{array}
$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

$$
\begin{array}{l|l}
x^4+4 & x^2-2x+2 \\
\cline{2-2}
x^4-2x^3+2x^2 & x^2+2x+2 \\
\cline{1-1}
\qquad 2x^3-2x^2+4 & \\
\qquad 2x^3-4x^2+4x & \\
\cline{1-1}
\qquad\qquad 2x^2-4x+4 & \\
\qquad\qquad 2x^2-4x+4 & \\
\cline{1-1}
\qquad\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

$$
\begin{array}{r|l}
x^4+4 & x^2-2x+2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3+2x^2 & x^2+2x+2 \\ \cline{1-1}
2x^3-2x^2+4 & \\
2x^3-4x^2+4x & \\ \cline{1-1}
2x^2-4x+4 & \\
2x^2-4x+4 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Следовательно, $x^4+4 =$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

$$
\begin{array}{r|l}
x^4+4 \qquad\qquad\qquad & x^2-2x+2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3+2x^2 \qquad\qquad & x^2+2x+2 \\ \cline{1-1}
2x^3-2x^2+4 \quad & \\
2x^3-4x^2+4x \quad & \\ \cline{1-1}
2x^2-4x+4 & \\
2x^2-4x+4 & \\ \cline{1-1}
0 \quad &
\end{array}
$$

Следовательно, $x^4+4 = \left(x^2-2x+2\right)\left(x^2+2x+2\right)$.

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

В разложении $x^4+4 = \left(x^2-2x+2\right)\left(x^2+2x+2\right)$ множители являются неразложимыми над $\mathbb{R}$.

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

В разложении $x^4+4 = \left(x^2-2x+2\right)\left(x^2+2x+2\right)$ множители являются неразложимыми над $\mathbb{R}$.

Нетрудно найти корни полученных квадратных трехчленов. В силу теоремы Безу получаем, что разложение на множители, неприводимые над $\mathbb{C}$ имеет вид

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. В силу замечания о получении многочлена с вещественными коэффициентами x^4+4 делится нацело на многочлен $(x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2-2x+2$ с коэффициентами из $\mathbb{R}$.

В разложении $x^4+4 = \left(x^2-2x+2\right)\left(x^2+2x+2\right)$ множители являются неразложимыми над $\mathbb{R}$.

Нетрудно найти корни полученных квадратных трехчленов. В силу теоремы Безу получаем, что разложение на множители, неприводимые над $\mathbb{C}$ имеет вид

$x^4+4 = (x-1-i)\,(x-1+i)\,(x+1-i)\,(x+1+i)$.

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4*. Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$*.*

Решение. Другой вариант. В силу теоремы Безу исходный многочлен делится на $(x-(1+i))$.

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

$$
\begin{array}{r|l}
x^4+0x^3 \quad +0x^2 \; +0x \qquad +4 & x-(1+i) \\ \cline{2-2}
-\; \underline{x^4-(1+i)x^3} \qquad\qquad\qquad\qquad & x^3+(1+i)x^2+2ix+(2i-2) \\
(1+i)x^3 \qquad\qquad\qquad\qquad & \\
-\; \underline{(1+i)x^3 \quad -2ix^2} \qquad\qquad\quad & \\
2ix^2 \qquad\qquad\quad & \\
-\; \underline{2ix^2 \quad +(2-2i)x} \quad & \\
(2i-2)x \quad +4 & \\
-\; \underline{(2i-2)x \quad +4} & \\
0 \quad &
\end{array}
$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1 + i$ *является корнем полинома* $x^4 + 4$. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

Исходный многочлен разделили на $(x - (1 + i))$.

Теперь следует разделить полученное частное $x^3 + (1 + i)x^2 + 2ix + (2i - 2)$ на $(x - (1 - i))$.

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

$$x^3+(1+i)x^2+2ix+(2i-2)\ \Big|\ \underline{x-(1-i)}$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

$$\begin{array}{l|l} x^3+(1+i)x^2+2ix+(2i-2) & x-(1-i) \\ \cline{2-2} & x^2 \end{array}$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

$$\begin{array}{l|l}
x^3+(1+i)x^2+2ix+(2i-2) & x-(1-i) \\ \cline{2-2}
x^3-(1-i)x^2 & x^2 \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1 + i$ *является корнем полинома* $x^4 + 4$. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

$$
\begin{array}{l|l}
x^3 + (1+i)x^2 + 2ix + (2i-2) & x - (1-i) \\ \cline{2-2}
x^3 - (1-i)x^2 & x^2 \\ \cline{1-1}
\qquad 2x^2 + 2ix + (2i-2) &
\end{array}
$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

$$
\begin{array}{l|l}
x^3+(1+i)x^2+2ix+(2i-2) & x-(1-i) \\ \cline{2-2}
x^3-(1-i)x^2 & x^2+2x \\ \cline{1-1}
\qquad 2x^2+2ix+(2i-2) &
\end{array}
$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

$$
\begin{array}{l|l}
x^3+(1+i)x^2+2ix+(2i-2) & x-(1-i) \\ \cline{2-2}
x^3-(1-i)x^2 & x^2+2x \\ \cline{1-1}
\qquad 2x^2+2ix+(2i-2) & \\
\qquad 2x^2-(2-2i)x & \\ \cline{1-1}
\end{array}
$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

$$
\begin{array}{l|l}
x^3+(1+i)x^2+2ix+(2i-2) & x-(1-i) \\ \cline{2-2}
x^3-(1-i)x^2 & x^2+2x \\ \cline{1-1}
\qquad 2x^2+2ix+(2i-2) & \\
\qquad 2x^2-(2-2i)x & \\ \cline{1-1}
\qquad\qquad 2x+(2i-2) &
\end{array}
$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

$$\begin{array}{l|l}
x^3+(1+i)x^2+2ix+(2i-2) & x-(1-i) \\ \cline{2-2}
x^3-(1-i)x^2 & x^2+2x+2 \\ \cline{1-1}
\quad 2x^2+2ix+(2i-2) & \\
\quad 2x^2-(2-2i)x & \\ \cline{1-1}
\qquad 2x+(2i-2) &
\end{array}$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

$$
\begin{array}{r|l}
x^3+(1+i)x^2+2ix+(2i-2) & x-(1-i) \\ \cline{2-2}
x^3-(1-i)x^2 & x^2+2x+2 \\ \cline{1-1}
2x^2+2ix+(2i-2) & \\
2x^2-(2-2i)x & \\ \cline{1-1}
2x+(2i-2) & \\
2x-(2-2i) & \\ \cline{1-1}
\end{array}
$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

$$\begin{array}{c|l}
x^3+(1+i)x^2+2ix+(2i-2) & x-(1-i) \\ \cline{2-2}
x^3-(1-i)x^2 & x^2+2x+2 \\ \cline{1-1}
2x^2+2ix+(2i-2) & \\
2x^2-(2-2i)x & \\ \cline{1-1}
2x+(2i-2) & \\
2x-(2-2i) & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Пример 5. *Проверьте, что* $1+i$ *является корнем полинома* x^4+4. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

Получили $x^4+4=(x-(1+i))(x-(1-i))\left(x^2+2x+2\right)$.

Пример 5. *Проверьте, что* $1 + i$ *является корнем полинома* $x^4 + 4$. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

Получили $x^4 + 4 = (x - (1 + i))(x - (1 - i))\left(x^2 + 2x + 2\right)$.

Осталось найти корни квадратного трехчлена $\left(x^2 + 2x + 2\right)$. В итоге получим:

Пример 5. *Проверьте, что* $1 + i$ *является корнем полинома* $x^4 + 4$. *Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над* $\mathbb{R}$ *и над* $\mathbb{C}$.

Решение. Другой вариант.

Получили $x^4 + 4 = (x - (1 + i))(x - (1 - i))\left(x^2 + 2x + 2\right)$.

Осталось найти корни квадратного трехчлена $\left(x^2 + 2x + 2\right)$. В итоге получим:

$$x^4 + 4 = (x - (1 + i))(x - (1 - i))(x - (-1 + i))(x - (-1 - i)).$$

Пример 5. *Проверьте, что $1+i$ является корнем полинома x^4+4. Найдите разложение этого полинома в произведение многочленов, неразложимых над $\mathbb{R}$ и над $\mathbb{C}$.*

Решение. Другой вариант.

Получили $x^4+4=(x-(1+i))(x-(1-i))\left(x^2+2x+2\right)$.

Осталось найти корни квадратного трехчлена $\left(x^2+2x+2\right)$. В итоге получим:

$$x^4+4=\underbrace{(x-(1+i))(x-(1-i))}_{x^2-2x+2}\underbrace{(x-(-1+i))(x-(-1-i))}_{x^2+2x+2}.$$

Тот же ответ, что и в первом случае!

Вернемся к лекции?

Пример 6. *Проверьте, что* (-3) *является корнем многочлена* $x^3 - 13x - 12$. *С помощью* ***схемы Горнера*** *найти частное от деления этого многочлена на* $(x + 3)$.

Решение.

Пример 6. *Проверьте, что* (-3) *является корнем многочлена* $x^3 - 13x - 12$. *С помощью* ***схемы Горнера*** *найти частное от деления этого многочлена на* $(x+3)$.

Решение. $x^3 - 13x - 12 = (x+3)\left(x^2 + bx + c\right)$, где

$$\begin{cases} c = \\ \\ b = \end{cases} \qquad\qquad \Rightarrow$$

Пример 6. *Проверьте, что* (-3) *является корнем многочлена* $x^3 - 13x - 12$. *С помощью* ***схемы Горнера*** *найти частное от деления этого многочлена на* $(x+3)$.

Решение. $x^3 - 13x - 12 = (x+3)\left(x^2 + bx + c\right)$, где

$$\begin{cases} c = -\dfrac{-12}{-3}, \\ b = \end{cases} \qquad \Rightarrow$$

Пример 6. *Проверьте, что* (-3) *является корнем многочлена* $x^3 - 13x - 12$. *С помощью* ***схемы Горнера*** *найти частное от деления этого многочлена на* $(x+3)$.

Решение. $x^3 - 13x - 12 = (x+3)\left(x^2 + bx + c\right)$, где

$$\begin{cases} c = -\dfrac{-12}{-3}, \\ b = \dfrac{c - (-13)}{-3} \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 6. *Проверьте, что* (-3) *является корнем многочлена* $x^3 - 13x - 12$. *С помощью* ***схемы Горнера*** *найти частное от деления этого многочлена на* $(x+3)$.

Решение. $x^3 - 13x - 12 = (x+3)\left(x^2 + bx + c\right)$, где

$$\begin{cases} c = -\dfrac{-12}{-3}, \\ b = \dfrac{c - (-13)}{-3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -4, \\ b = \end{cases}$$

Пример 6. *Проверьте, что* (-3) *является корнем многочлена* $x^3 - 13x - 12$. *С помощью* ***схемы Горнера*** *найти частное от деления этого многочлена на* $(x+3)$.

Решение. $x^3 - 13x - 12 = (x+3)\left(x^2 + bx + c\right)$, где

$$\begin{cases} c = -\dfrac{-12}{-3}, \\ b = \dfrac{c - (-13)}{-3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -4, \\ b = -3. \end{cases}$$

Пример 6. *Проверьте, что* (-3) *является корнем многочлена* $x^3 - 13x - 12$. *С помощью* ***схемы Горнера*** *найти частное от деления этого многочлена на* $(x+3)$.

Решение. $x^3 - 13x - 12 = (x+3)\left(x^2 + bx + c\right)$, где

$$\begin{cases} c = -\dfrac{-12}{-3}, \\ b = \dfrac{c - (-13)}{-3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -4, \\ b = -3. \end{cases}$$

Значит, $x^3 - 13x - 12 = (x+3)\left(x^2 - 3x - 4\right)$

Вернуться к лекции?

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение.

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение. Для первой пары многочленов имеем

$$(x-2)^2 =$$

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение. Для первой пары многочленов имеем

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4,$$

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение. Для первой пары многочленов имеем

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4, \quad (x-2)(x+1)(x+3) =$$

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение. Для первой пары многочленов имеем

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4, \quad (x-2)(x+1)(x+3) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6.$$

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов $(x-2)^2$ и $(x-2)(x+1)(x+3)$, а также многочленов $(1-2x)(x+3)$ и $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.*

Решение. Для первой пары многочленов имеем

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4, \quad (x-2)(x+1)(x+3) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6.$$

Поэтому по формуле для вычисления результанта через коэффициенты многочленов получаем

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение. Для первой пары многочленов имеем

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4, \quad (x-2)(x+1)(x+3) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6.$$

Поэтому по формуле для вычисления результанта через коэффициенты многочленов получаем

$$R((x-2)^2, (x-2)(x+1)(x+3)) = R(x^2 - 4x + 4, x^3 + 2x^2 - 5x - 6) =$$

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$*, а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение.

$$R((x-2)^2,(x-2)(x+1)(x+3)) = R(x^2-4x+4, x^3+2x^2-5x-6) =$$

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение.

$$R((x-2)^2, (x-2)(x+1)(x+3)) = R(x^2-4x+4, x^3+2x^2-5x-6) =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & -4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 4 \\ 1 & 2 & -5 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -5 & -6 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$*, а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение. По определению результанта получаем

$$R((x-2)^2, (x-2)(x+1)(x+3)) =$$

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение. По определению результанта получаем

$$R((x-2)^2,(x-2)(x+1)(x+3)) =$$

$$= 1^3 \cdot 1^2 \cdot (2-2)(2-(-1))(2-(-3)) \cdot (2-2)(2-(-1))(2-(-3)) = 0.$$

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение. Для второй пары многочленов имеем

$$(1-2x)(x+3)=3-5x-2x^2, \quad (2x+1)\left(x^2-1\right)=-1-2x+x^2+2x^3.$$

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов $(x-2)^2$ и $(x-2)(x+1)(x+3)$, а также многочленов $(1-2x)(x+3)$ и $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.*

Решение. Для второй пары многочленов имеем

$$(1-2x)(x+3)=3-5x-2x^2,\quad (2x+1)\left(x^2-1\right)=-1-2x+x^2+2x^3.$$

Поэтому по формуле для вычисления результанта через коэффициенты многочленов получаем

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение. Для второй пары многочленов имеем

$$(1-2x)(x+3)=3-5x-2x^2, \quad (2x+1)\left(x^2-1\right)=-1-2x+x^2+2x^3.$$

Поэтому по формуле для вычисления результанта через коэффициенты многочленов получаем

$$R((x-2)^2,(x-2)(x+1)(x+3))=R(3-5x-2x^2,-1-2x+x^2+2x^3)=$$

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение.

$$R((x-2)^2, (x-2)(x+1)(x+3)) = R(3-5x-2x^2, -1-2x+x^2+2x^3) =$$

$$= \begin{vmatrix} -2 & -5 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -5 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -480.$$

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение. По определению результанта получаем

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение. По определению результанта получаем

$$R\left((1-2x)(x+3),(2x+1)\left(x^2-1\right)\right)=$$

Пример 7. *Найти по определению результанта и формулам для вычисления результанта через коэффициенты многочленов результанты многочленов* $(x-2)^2$ *и* $(x-2)(x+1)(x+3)$, *а также многочленов* $(1-2x)(x+3)$ *и* $(2x+1)\left(x^2-1\right)$.

Решение. По определению результанта получаем

$$R\left((1-2x)(x+3),(2x+1)\left(x^2-1\right)\right)=$$

$$=(-2)^3\cdot 2^2\cdot\left(\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)\right)\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{2}-(-1)\right)\cdot$$

$$\cdot\left(-3-\left(-\frac{1}{2}\right)\right)(-3-1)(-3-(-1))=-480.$$

Вернемся к лекции?

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

1) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $M_0(x_0; y_0)$, $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$;

2) $n = 1$, *график должен проходить через точки* $K_0(p_0; q_0)$, $K_1(p_1; q_1)$;

3) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $A(a; b)$, $B(c; d)$, $C(e; f)$.

Решение.

Пример 8. *Запишите **формулу для многочлена Лагранжа** для случая, когда*
1) $n = 2$, график должен проходить через точки $M_0(x_0; y_0)$, $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$;

Решение.

$$y_0 \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x_0 - \quad)(x_0 - \quad)} +$$
$$+ y_1 \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x_1 - \quad)(x_1 - \quad)} +$$
$$+ y_2 \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x_2 - \quad)(x_2 - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*
1) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $M_0(x_0; y_0)$, $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$;

Решение. Рассмотрим выражение $(x - x_0)\boxed{(x - x_1)}\boxed{(x - x_2)}$

$$y_0 \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x_0 - \quad)(x_0 - \quad)} +$$

$$+y_1 \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x_1 - \quad)(x_1 - \quad)} +$$

$$+y_2 \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x_2 - \quad)(x_2 - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*
1) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $M_0(x_0; y_0)$, $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$*;*

Решение. Рассмотрим выражение $(x - x_0)\boxed{(x - x_1)}\,\boxed{(x - x_2)}$

$$y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - \quad)(x_0 - \quad)} +$$

$$+y_1 \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x_1 - \quad)(x_1 - \quad)} +$$

$$+y_2 \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x_2 - \quad)(x_2 - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

1) $n=2$, *график должен проходить через точки* $M_0(x_0;y_0)$, $M_1(x_1;y_1)$, $M_2(x_2;y_2)$;

Решение. Рассмотрим выражение $(x-x_0)\boxed{(x-x_1)}\boxed{(x-x_2)}$

$$y_0\cdot\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}+$$

$$+y_1\cdot\frac{(x-\qquad)(x-\qquad)}{(x_1-\qquad)(x_1-\qquad)}+$$

$$+y_2\cdot\frac{(x-\qquad)(x-\qquad)}{(x_2-\qquad)(x_2-\qquad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

1) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $M_0(x_0; y_0)$, $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$;

Решение. Рассмотрим выражение $\boxed{(x - x_0)}\,(x - x_1)\,\boxed{(x - x_2)}$

$$y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} +$$
$$+ y_1 \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x_1 - \quad)(x_1 - \quad)} +$$
$$+ y_2 \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x_2 - \quad)(x_2 - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

1) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $M_0(x_0; y_0)$, $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$;

Решение. Рассмотрим выражение $\boxed{(x - x_0)}\,(x - x_1)\,\boxed{(x - x_2)}$

$$y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} +$$

$$+y_1 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - \quad)(x_1 - \quad)} +$$

$$+y_2 \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x_2 - \quad)(x_2 - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*
1) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $M_0(x_0; y_0)$, $M_1(x_1; y_1)$, $\quad M_2(x_2; y_2)$;

Решение. Рассмотрим выражение $\boxed{(x - x_0)}\,(x - x_1)\,\boxed{(x - x_2)}$

$$y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} +$$
$$+ y_1 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} +$$
$$+ y_2 \cdot \frac{(x - \qquad)(x - \qquad)}{(x_2 - \qquad)(x_2 - \qquad)}.$$

Пример 8. *Запишите **формулу для многочлена Лагранжа** для случая, когда*
1) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $M_0(x_0; y_0)$, $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$;

Решение. Рассмотрим выражение $\boxed{(x - x_0)}\,\boxed{(x - x_1)}\,(x - x_2)$

$$y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} +$$
$$+ y_1 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} +$$
$$+ y_2 \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x_2 - \quad)(x_2 - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

1) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $M_0(x_0; y_0)$, $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$;

Решение. Рассмотрим выражение $\boxed{(x - x_0)}\,\boxed{(x - x_1)}\,(x - x_2)$

$$y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} +$$

$$+y_1 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} +$$

$$+y_2 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*
2) $n = 1$, *график должен проходить через точки* $K_0(p_0; q_0)$, $K_1(p_1; q_1)$;

Решение.

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*
2) $n = 1$, *график должен проходить через точки* $K_0(p_0; q_0)$, $K_1(p_1; q_1)$;

Решение. Рассмотрим выражение $(x - \quad)\,\boxed{(x - \quad)}$

$$q_0 \cdot \frac{(x - \quad)}{(p_0 - \quad)} + q_1 \cdot \frac{(x - \quad)}{(p_1 - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*
2) $n = 1$, *график должен проходить через точки* $K_0(p_0; q_0)$, $K_1(p_1; q_1)$;

Решение. Рассмотрим выражение $(x - p_0)\boxed{(x - p_1)}$

$$q_0 \cdot \frac{(x - \quad)}{(p_0 - \quad)} + q_1 \cdot \frac{(x - \quad)}{(p_1 - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите **формулу для многочлена Лагранжа** для случая, когда*
2) $n = 1$, *график должен проходить через точки* $K_0(p_0; q_0)$, $K_1(p_1; q_1)$;

Решение. Рассмотрим выражение $(x - p_0)\,\boxed{(x - p_1)}$

$$q_0 \cdot \frac{(x - p_1)}{(p_0 - p_1)} + q_1 \cdot \frac{(x - \quad)}{(p_1 - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

2) $n = 1$, *график должен проходить через точки* $K_0(p_0; q_0)$, $K_1(p_1; q_1)$*;*

Решение. Рассмотрим выражение $\boxed{(x - p_0)}\,(x - p_1)$

$$q_0 \cdot \frac{(x - p_1)}{(p_0 - p_1)} + q_1 \cdot \frac{(x - \quad)}{(p_1 - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*
2) $n = 1$, *график должен проходить через точки* $K_0(p_0; q_0)$, $K_1(p_1; q_1)$;

Решение. Рассмотрим выражение $\boxed{(x - p_0)}\,(x - p_1)$

$$q_0 \cdot \frac{(x - p_1)}{(p_0 - p_1)} + q_1 \cdot \frac{(x - p_0)}{(p_1 - p_0)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

3) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $A(a; b)$, $B(c; d)$, $C(e; f)$.

Решение.

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

3) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $A(a; b)$, $B(c; d)$, $C(e; f)$.

Решение.

$$b \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(a - \quad)(a - \quad)} + \quad \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(c - \quad)(c - \quad)} + \quad \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(e - \quad)(e - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите **формулу для многочлена Лагранжа** для случая, когда*

3) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $A(a;b)$, $B(c;d)$, $C(e;f)$.

Решение.

$$b \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(a - \quad)(a - \quad)} + d \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(c - \quad)(c - \quad)} + \quad \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(e - \quad)(e - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

3) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $A(a; b)$, $B(c; d)$, $C(e; f)$.

Решение.

$$b \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(a - \quad)(a - \quad)} + d \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(c - \quad)(c - \quad)} + f \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(e - \quad)(e - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

3) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $A(a;b)$, $B(c;d)$, $C(e;f)$.

Решение. Рассмотрим выражение $(x - \quad)\boxed{(x - \quad)}\boxed{(x - \quad)}$

$$b \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(a - \quad)(a - \quad)} + d \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(c - \quad)(c - \quad)} + f \cdot \frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(e - \quad)(e - \quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

3) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $A(a;b)$, $B(c;d)$, $C(e;f)$.

Решение. Рассмотрим выражение $(x-a)\boxed{(x-c)}\boxed{(x-e)}$

$$b\cdot\frac{(x-\quad)(x-\quad)}{(a-\quad)(a-\quad)}+d\cdot\frac{(x-\quad)(x-\quad)}{(c-\quad)(c-\quad)}+f\cdot\frac{(x-\quad)(x-\quad)}{(e-\quad)(e-\quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

3) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $A(a; b)$, $B(c; d)$, $C(e; f)$.

Решение. Рассмотрим выражение $(x - a)\boxed{(x - c)}\boxed{(x - e)}$

$$b \cdot \frac{(x-c)(x-e)}{(a-c)(a-e)} + d \cdot \frac{(x-\quad)(x-\quad)}{(c-\quad)(c-\quad)} + f \cdot \frac{(x-\quad)(x-\quad)}{(e-\quad)(e-\quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

3) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $A(a; b)$, $B(c; d)$, $C(e; f)$.

Решение. Рассмотрим выражение $\boxed{(x-a)}\,(x-c)\,\boxed{(x-e)}$

$$b \cdot \frac{(x-c)(x-e)}{(a-c)(a-e)} + d \cdot \frac{(x-\quad)(x-\quad)}{(c-\quad)(c-\quad)} + f \cdot \frac{(x-\quad)(x-\quad)}{(e-\quad)(e-\quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

3) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $A(a; b)$, $B(c; d)$, $C(e; f)$.

Решение. Рассмотрим выражение $\boxed{(x-a)}\,(x-c)\,\boxed{(x-e)}$

$$b \cdot \frac{(x-c)(x-e)}{(a-c)(a-e)} + d \cdot \frac{(x-a)(x-e)}{(c-a)(c-e)} + f \cdot \frac{(x-\quad)(x-\quad)}{(e-\quad)(e-\quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

3) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $A(a; b)$, $B(c; d)$, $C(e; f)$.

Решение. Рассмотрим выражение $\boxed{(x-a)}\,\boxed{(x-c)}\,(x-e)$

$$b \cdot \frac{(x-c)(x-e)}{(a-c)(a-e)} + d \cdot \frac{(x-a)(x-e)}{(c-a)(c-e)} + f \cdot \frac{(x-\quad)(x-\quad)}{(e-\quad)(e-\quad)}.$$

Пример 8. *Запишите* ***формулу для многочлена Лагранжа*** *для случая, когда*

3) $n = 2$, *график должен проходить через точки* $A(a;b)$, $B(c;d)$, $C(e;f)$.

Решение. Рассмотрим выражение $\boxed{(x-a)}\,\boxed{(x-c)}\,(x-e)$

$$b \cdot \frac{(x-c)(x-e)}{(a-c)(a-e)} + d \cdot \frac{(x-a)(x-e)}{(c-a)(c-e)} + f \cdot \frac{(x-a)(x-c)}{(e-a)(e-c)}.$$

Вернуться к теореме?

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение.

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 1-3) $p_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами: 1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 1-3) $p_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x)=\sqrt{65^2-x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1=0$, $x_2=25$, $x_3=65$; *2)* $x_1=0$, $x_2=39$, $x_3=65$; *3)* $x_1=25$, $x_2=52$, $x_3=65$; *4)* $x_1=0$, $x_2=39$, $x_3=52$, $x_4=65$; *5)* $x_1=0$, $x_2=25$, $x_3=39$, $x_4=52$, $x_5=60$, $x_6=65$.

Решение. Для 1-3) $p_2(x)=\sqrt{65^2-x_1^2}\cdot\dfrac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}+$

$$+\sqrt{65^2-x_2^2}\cdot\frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}+\sqrt{65^2-x_3^2}\cdot\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}=$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 1-3) $p_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

$$= \sqrt{65^2 - 0^2} \cdot \frac{(x - 25)(x - 65)}{(0 - 25)(0 - 65)} +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 1-3) $p_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

$$= \frac{x^2}{25} - \frac{18x}{5} + 65+$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x)=\sqrt{65^2-x^2}$ *с абсциссами: 1)* $x_1=0$, $x_2=25$, $x_3=65$; *2)* $x_1=0$, $x_2=39$, $x_3=65$; *3)* $x_1=25$, $x_2=52$, $x_3=65$; *4)* $x_1=0$, $x_2=39$, $x_3=52$, $x_4=65$; *5)* $x_1=0$, $x_2=25$, $x_3=39$, $x_4=52$, $x_5=60$, $x_6=65$.

Решение. Для 1-3) $p_2(x)=\sqrt{65^2-x_1^2}\cdot\dfrac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}+$

$$+\sqrt{65^2-x_2^2}\cdot\frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}+\sqrt{65^2-x_3^2}\cdot\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}=$$

$$=\frac{x^2}{25}-\frac{18x}{5}+65+60\cdot\frac{(x-0)(x-65)}{(25-0)(25-65)}+$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 1-3) $p_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)} =$$

$$= \frac{x^2}{25} - \frac{18x}{5} + 65 - \frac{3}{50}x^2 + \frac{39}{10}x +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 1-3) $p_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

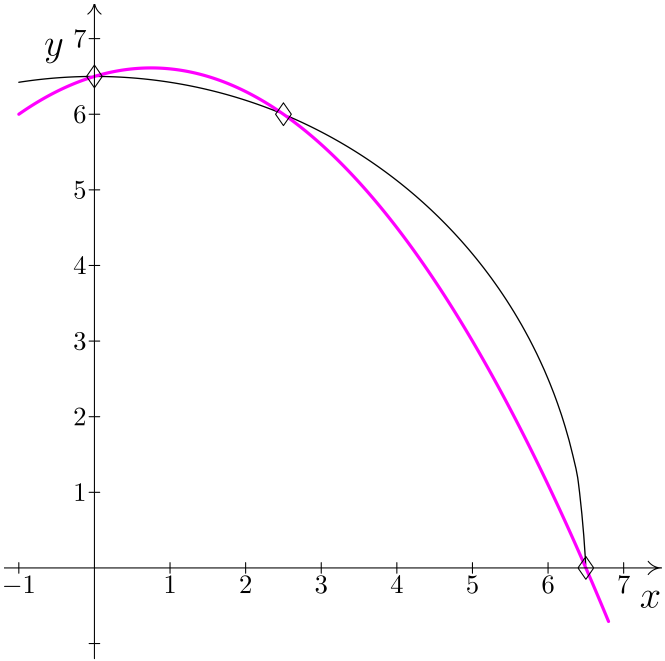
$$= \frac{x^2}{25} - \frac{18x}{5} + 65 - \frac{3}{50}x^2 + \frac{39}{10}x + 0 =$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x)=\sqrt{65^2-x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1=0$, $x_2=25$, $x_3=65$; *2)* $x_1=0$, $x_2=39$, $x_3=65$; *3)* $x_1=25$, $x_2=52$, $x_3=65$; *4)* $x_1=0$, $x_2=39$, $x_3=52$, $x_4=65$; *5)* $x_1=0$, $x_2=25$, $x_3=39$, $x_4=52$, $x_5=60$, $x_6=65$.

Решение. Для 1-3) $p_2(x)=\sqrt{65^2-x_1^2}\cdot\dfrac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}+$

$$+\sqrt{65^2-x_2^2}\cdot\frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}+\sqrt{65^2-x_3^2}\cdot\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}=$$

$$=\frac{x^2}{25}-\frac{18x}{5}+65-\frac{3}{50}x^2+\frac{39}{10}x+0=-\frac{1}{50}x^2+\frac{3}{10}x+65.$$



$$f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}, \qquad p_2(x) = -\frac{1}{50}x^2 + \frac{3}{10}x + 65.$$

Пример 9. *Постройте **интерполяционный многочлен Лагранжа**, график которого проходит через точки графика функции* $f(x)=\sqrt{65^2-x^2}$ *с абсциссами: 1)* $x_1=0$, $x_2=25$, $x_3=65$; *2)* $x_1=0$, $x_2=39$, $x_3=65$; *3)* $x_1=25$, $x_2=52$, $x_3=65$; *4)* $x_1=0$, $x_2=39$, $x_3=52$, $x_4=65$; *5)* $x_1=0$, $x_2=25$, $x_3=39$, $x_4=52$, $x_5=60$, $x_6=65$.

Решение. Для 2) $q_2(x)=\sqrt{65^2-x_1^2}\cdot\dfrac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}+$

$$+\sqrt{65^2-x_2^2}\cdot\frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}+\sqrt{65^2-x_3^2}\cdot\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}=$$

$$=\sqrt{65^2-0^2}\cdot\frac{(x-39)(x-65)}{(0-39)(0-65)}+$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 2) $q_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

$$= 65 \cdot \frac{x^2 - 104x + 39 \cdot 65}{39 \cdot 65} +$$

Пример 9. *Постройте **интерполяционный многочлен Лагранжа**, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами: 1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$*; 2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$*; 3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$*; 4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$*; 5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 2) $q_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

$$= \frac{x^2}{39} - \frac{8}{3}x + 65 +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 2) $q_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)} =$$

$$= \frac{x^2}{39} - \frac{8}{3}x + 65 + \sqrt{65^2 - 39^2} \cdot \frac{(x-0)(x-65)}{(39-0)(39-65)} +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 2) $q_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

$$= \frac{x^2}{39} - \frac{8}{3}x + 65 - \frac{2}{39}x^2 + \frac{10}{3}x +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 2) $q_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

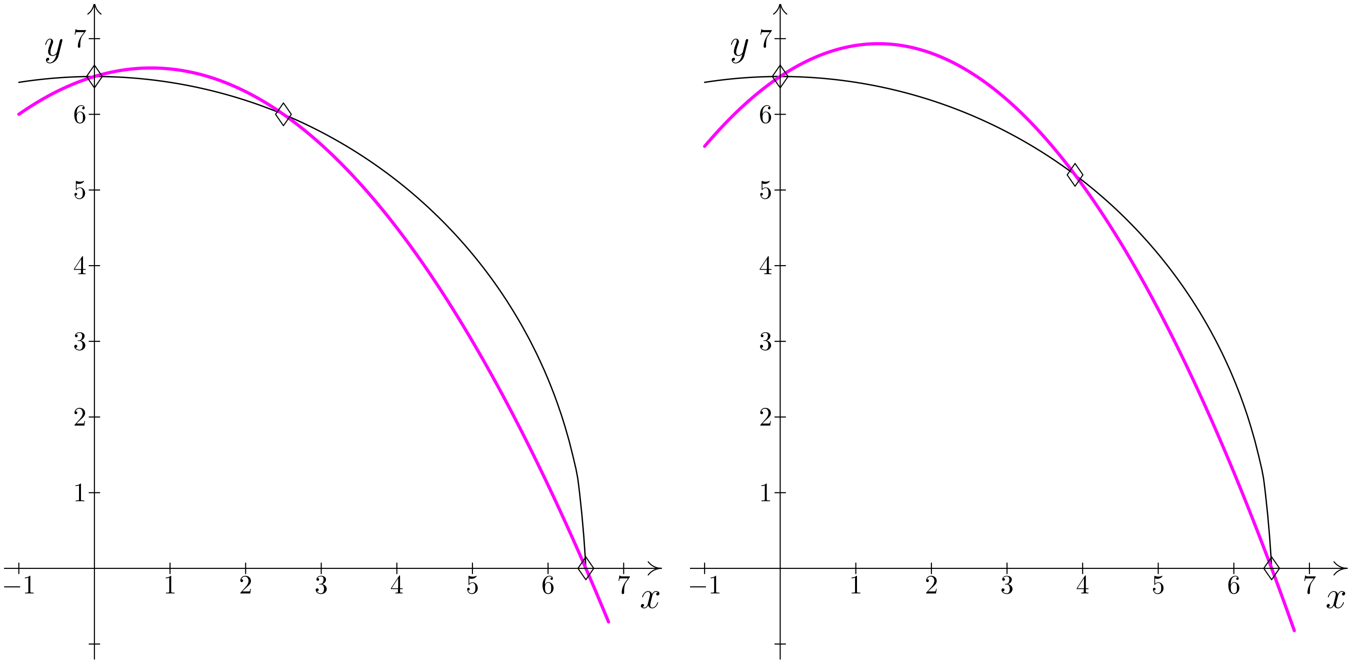
$$= \frac{x^2}{39} - \frac{8}{3}x + 65 - \frac{2}{39}x^2 + \frac{10}{3}x + 0 =$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами: 1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 2) $q_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

$$= -\frac{1}{39}x^2 + \frac{2}{3}x + 65.$$



1) $p_2(x) = -\dfrac{1}{50}x^2 + \dfrac{3}{10}x + 65,$ 2) $q_2(x) = -\dfrac{1}{39}x^2 + \dfrac{2}{3}x + 65.$

$$f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}.$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 3) $r_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

$$= \sqrt{65^2 - 25^2} \cdot \frac{(x - 52)(x - 65)}{(25 - 52)(25 - 65)} +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами: 1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$*; 2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$*; 3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$*; 4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$*; 5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 3) $r_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

$$= 60 \cdot \frac{x^2 - 13 \cdot 9x + 52 \cdot 65}{27 \cdot 40} +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 3) $r_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

$$= \frac{1}{18}x^2 - \frac{13}{2}x + \frac{26 \cdot 65}{9} +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 3) $r_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

$$= \frac{1}{18}x^2 - \frac{13}{2}x + \frac{26 \cdot 65}{9} + \sqrt{65^2 - 52^2} \cdot \frac{(x - 25)(x - 65)}{(52 - 25)(52 - 65)} +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами: 1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$*; 2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$*; 3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$*; 4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$*; 5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 3) $r_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

$$= \frac{1}{18}x^2 - \frac{13}{2}x + \frac{26 \cdot 65}{9} - \frac{x^2 - 90x + 25 \cdot 65}{9} +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 3) $r_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

$$= -\frac{1}{18}x^2 + \frac{7}{2}x - \frac{65}{9} +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами: 1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$*; 2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$*; 3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$*; 4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$*; 5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 3) $r_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

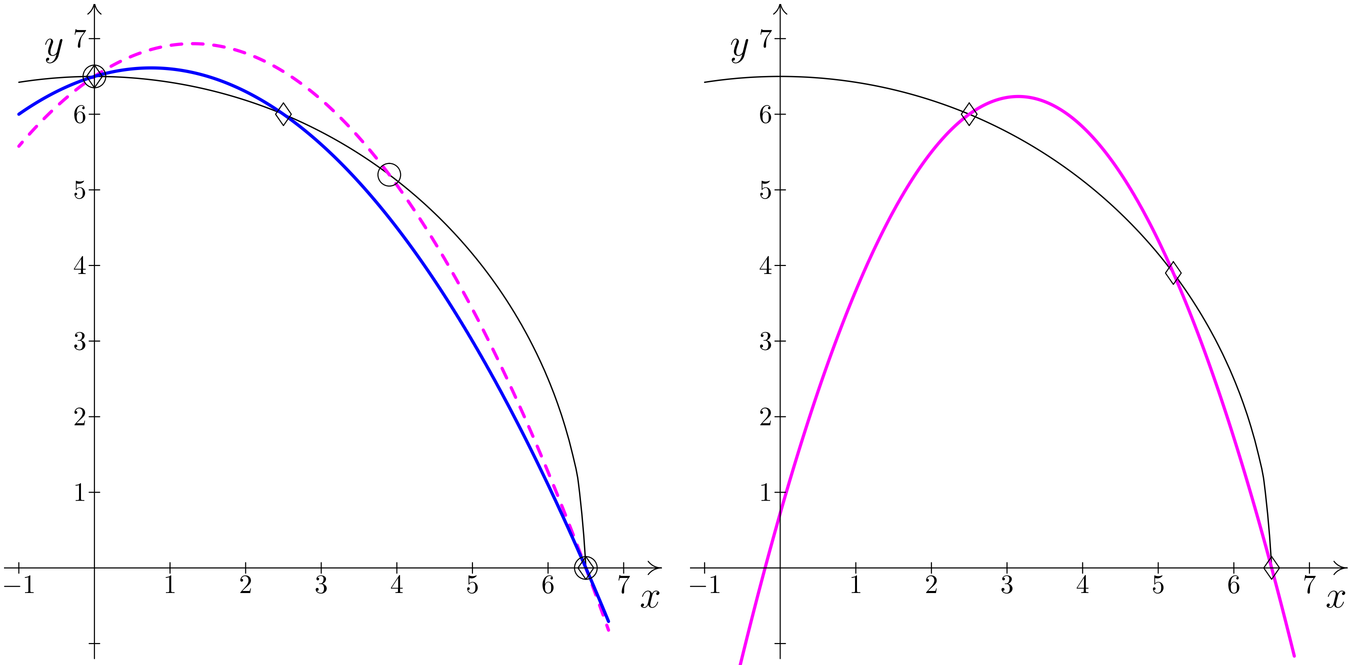
$$= -\frac{1}{18}x^2 + \frac{7}{2}x - \frac{65}{9} + 0$$

Пример 9. *Постройте **интерполяционный многочлен Лагранжа**, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 3) $r_2(x) = \sqrt{65^2 - x_1^2} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \sqrt{65^2 - x_3^2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} =$$

$$= -\frac{1}{18}x^2 + \frac{7}{2}x - \frac{65}{9}.$$



$$1)\ p_2(x) = -\frac{1}{50}x^2 + \frac{3}{10}x + 65,$$

$$2)\ q_2(x) = -\frac{1}{39}x^2 + \frac{2}{3}x + 65,$$

$$3)\ r_2(x) = -\frac{1}{18}x^2 + \frac{7}{2}x - \frac{65}{9},$$

$$f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}.$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 4) $p_3(x) = \sqrt{65^2 - x_1} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)} +$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами: 1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 4) $p_3(x) = \sqrt{65^2 - x_1} \cdot \dfrac{(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2} \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)} +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами: 1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$*; 2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$*; 3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$*; 4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$*; 5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 4) $p_3(x) = \sqrt{65^2 - x_1} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)(x - x_4)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4)} +$$

$$+\sqrt{65^2 - x_3} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_4)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)(x_3 - x_4)} +$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа***, *график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами: 1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 4) $p_3(x) = \sqrt{65^2 - x_1} \cdot \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)} +$

$$+\sqrt{65^2 - x_2} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_3)(x - x_4)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4)} +$$

$$+\sqrt{65^2 - x_3} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_4)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)(x_3 - x_4)} +$$

$$+\sqrt{65^2 - x_4} \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_4 - x_1)(x_4 - x_2)(x_4 - x_3)} =$$

Пример 9. *Постройте* ***интерполяционный многочлен Лагранжа****, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 4) $p_3(x) = \sqrt{65^2 - 0} \cdot \dfrac{(x-39)(x-52)(x-65)}{(0-39)(0-52)(0-65)} +$

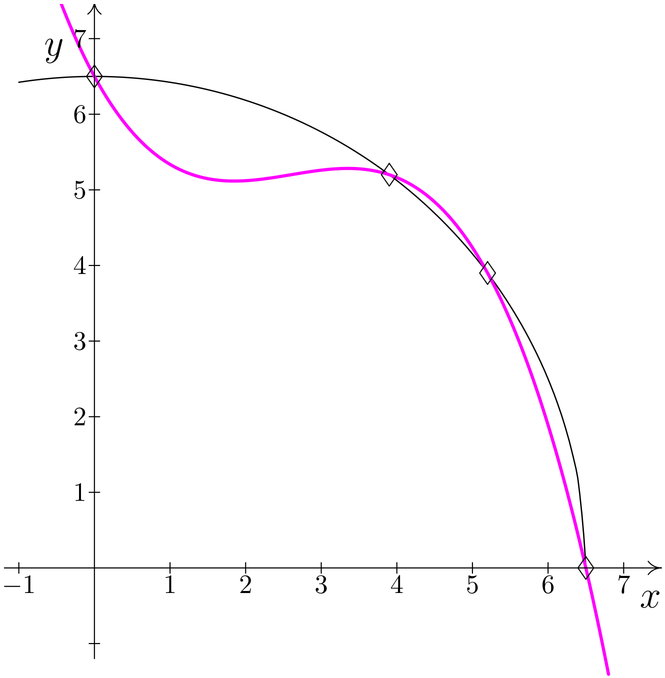
$$+\sqrt{65^2 - 39} \cdot \frac{(x-0)(x-52)(x-65)}{(39-0)(39-52)(39-65)} +$$

$$+\sqrt{65^2 - 52} \cdot \frac{(x-0)(x-39)(x-65)}{(52-0)(52-39)(52-65)} +$$

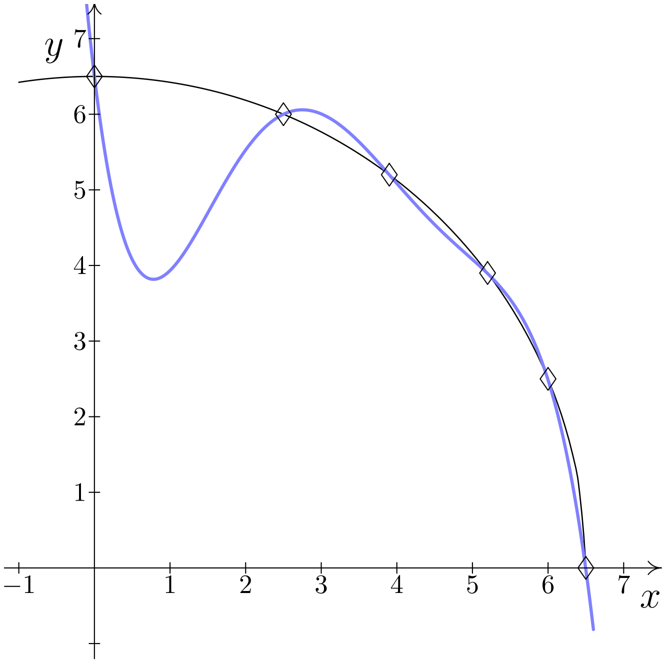
$$+\sqrt{65^2 - 65} \cdot \frac{(x-0)(x-39)(x-52)}{(65-0)(65-39)(65-52)} =$$

Пример 9. *Постройте **интерполяционный многочлен Лагранжа**, график которого проходит через точки графика функции* $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$ *с абсциссами:* *1)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 65$; *2)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 65$; *3)* $x_1 = 25$, $x_2 = 52$, $x_3 = 65$; *4)* $x_1 = 0$, $x_2 = 39$, $x_3 = 52$, $x_4 = 65$; *5)* $x_1 = 0$, $x_2 = 25$, $x_3 = 39$, $x_4 = 52$, $x_5 = 60$, $x_6 = 65$.

Решение. Для 4) $p_3(x) = -\dfrac{1}{1014}x^3 + \dfrac{1}{13}x^2 - \dfrac{11}{6}x + 65.$

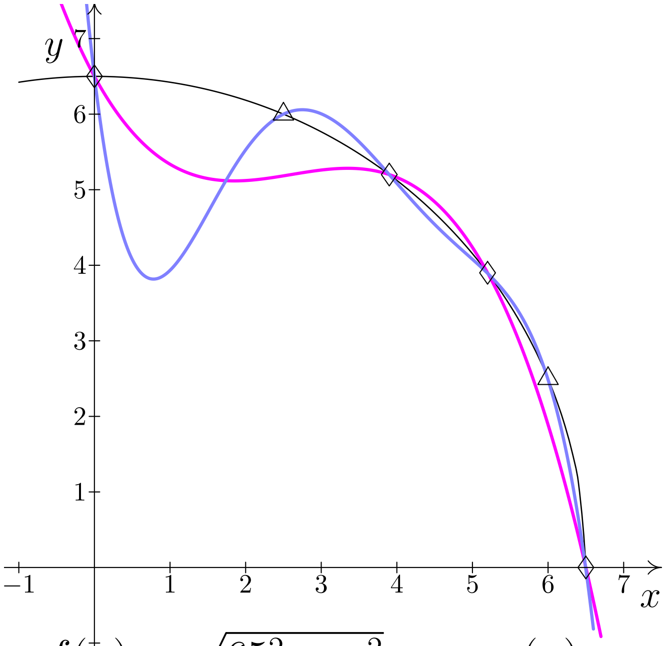


Для 4) $f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}$, $\qquad p_3(x) = -\frac{1}{1014}x^3 + \frac{1}{13}x^2 - \frac{11}{6}x + 65.$



Для 5) $p_5(x) =$

$$= -\frac{47}{16562000}x^5 + \frac{73343}{149058000}x^4 + \frac{517141}{16562000}x^3 + \frac{77321}{91728}x^2 - \frac{8171}{980}x + 65.$$



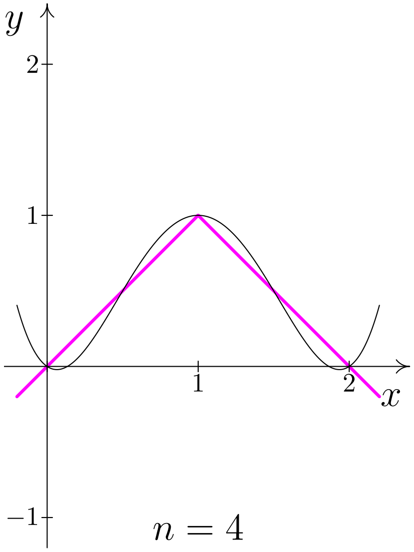
Вернёмся к лекции или рассмотрим другой пример?

$$f(x) = \sqrt{65^2 - x^2}, \qquad p_3(x) = -\frac{1}{1014}x^3 + \frac{1}{13}x^2 - \frac{11}{6}x + 65,$$

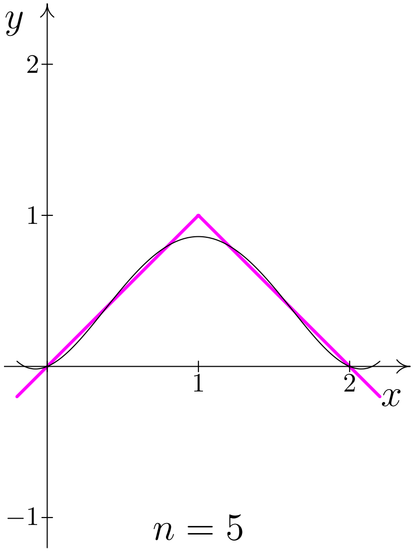
$$p_5(x) = \\ = -\frac{47}{16562000}x^5 + \frac{73343}{149058000}x^4 + \frac{517141}{16562000}x^3 + \frac{77321}{91728}x^2 - \frac{8171}{980}x + 65.$$

Пример 10. *Построить графики интеполяционных многочленов для функции* $f(x) = 1 - |x-1|$ *для точек* $x_p = \dfrac{2p}{N}$, *где* $0 \le p \le N$, *при* $N = 4, \quad N = 5, \quad \ldots, \quad N = 10.$

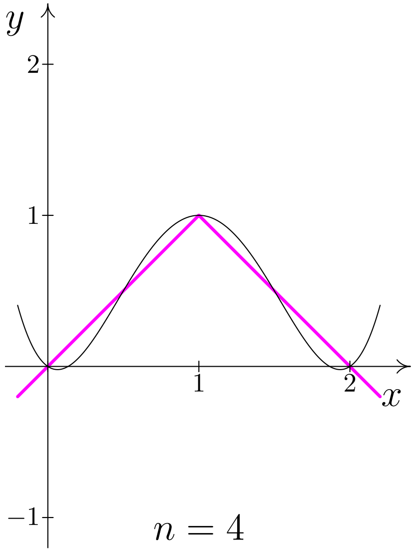
Пример 10. *Построить графики интерполяционных многочленов для функции* $f(x) = 1 - |x-1|$ *для точек* $x_p = \dfrac{2p}{N}$, *где* $0 \le p \le N$, *при* $N = 4, \quad N = 5, \quad \ldots, \quad N = 10.$



Пример 10. *Построить графики интепроляционных многочленов для функции* $f(x) = 1 - |x - 1|$ *для точек* $x_p = \dfrac{2p}{N}$, *где* $0 \le p \le N$, *при* $N = 4, \quad N = 5, \quad \ldots, \quad N = 10.$

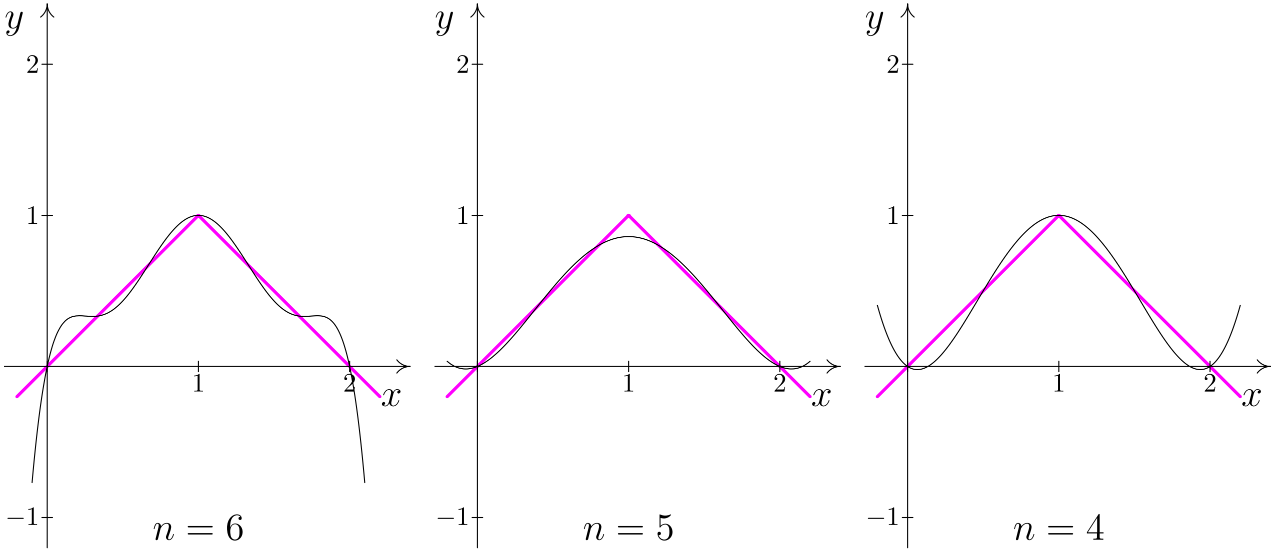


$n = 5$

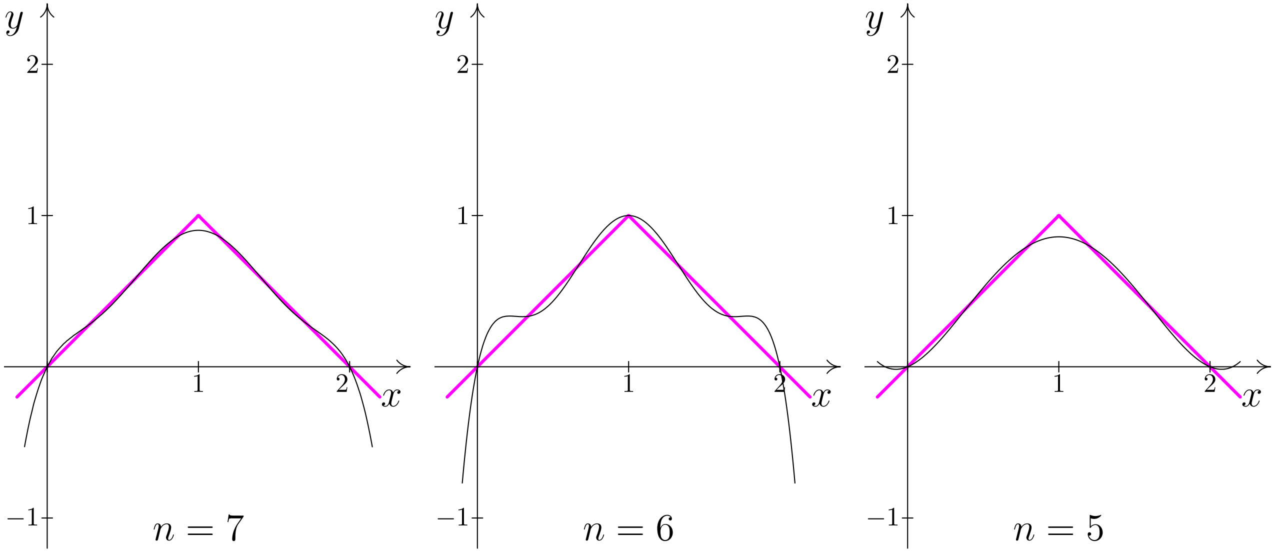


$n = 4$

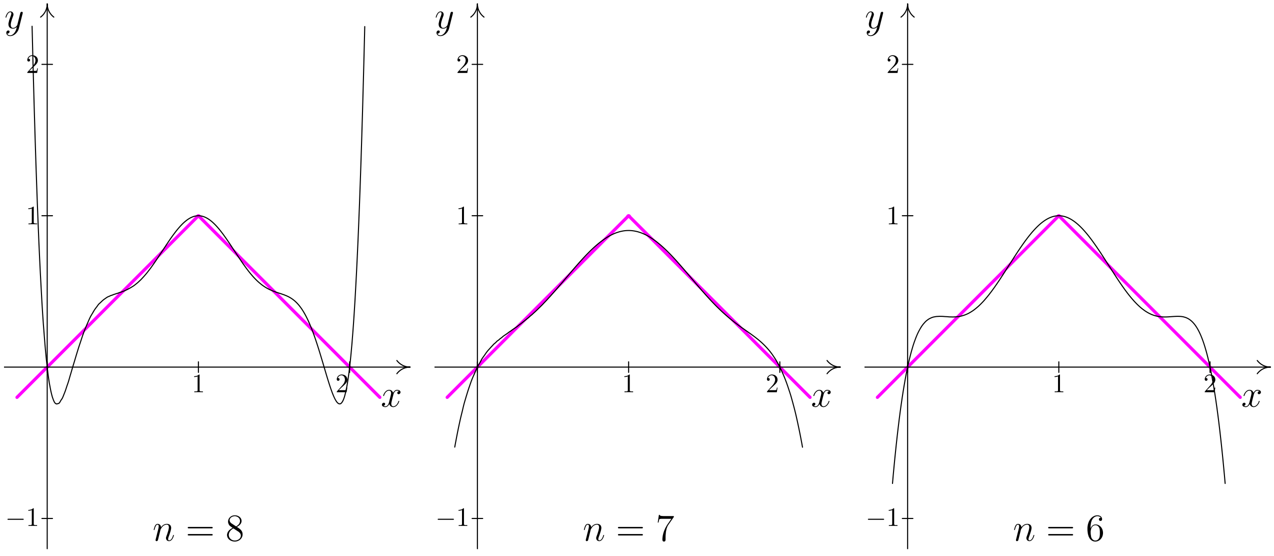
Пример 10. *Построить графики интеполяционных многочленов для функции* $f(x) = 1 - |x-1|$ *для точек* $x_p = \dfrac{2p}{N}$, *где* $0 \le p \le N$, *при* $N = 4, \quad N = 5, \quad \ldots, \quad N = 10.$



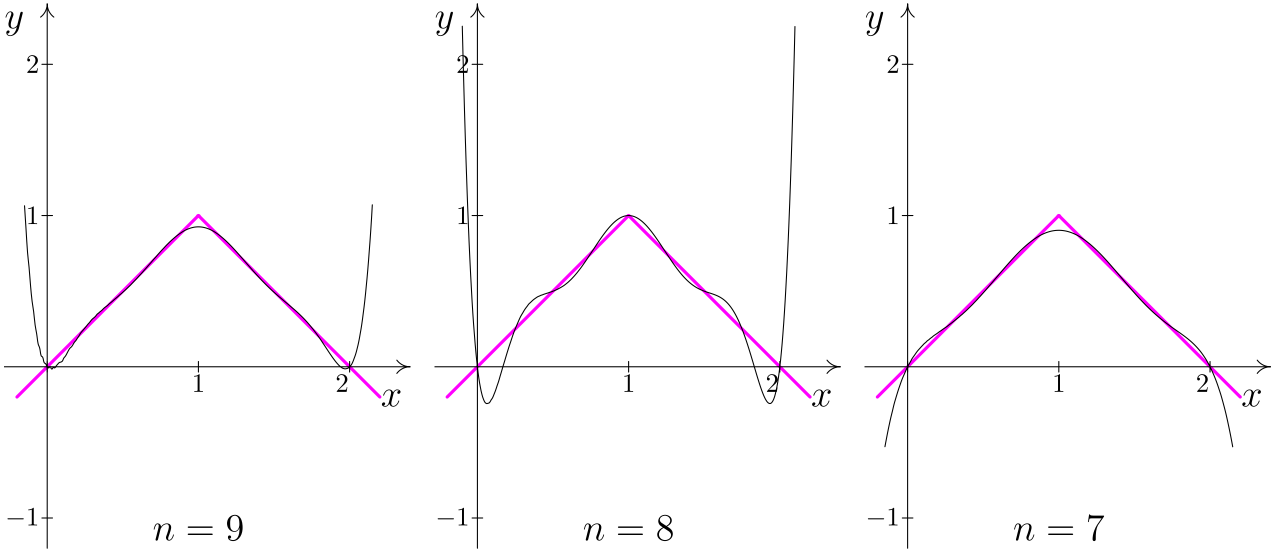
Пример 10. *Построить графики интерполяционных многочленов для функции* $f(x) = 1 - |x-1|$ *для точек* $x_p = \dfrac{2p}{N}$, *где* $0 \le p \le N$, *при* $N = 4, \quad N = 5, \quad \ldots, \quad N = 10.$



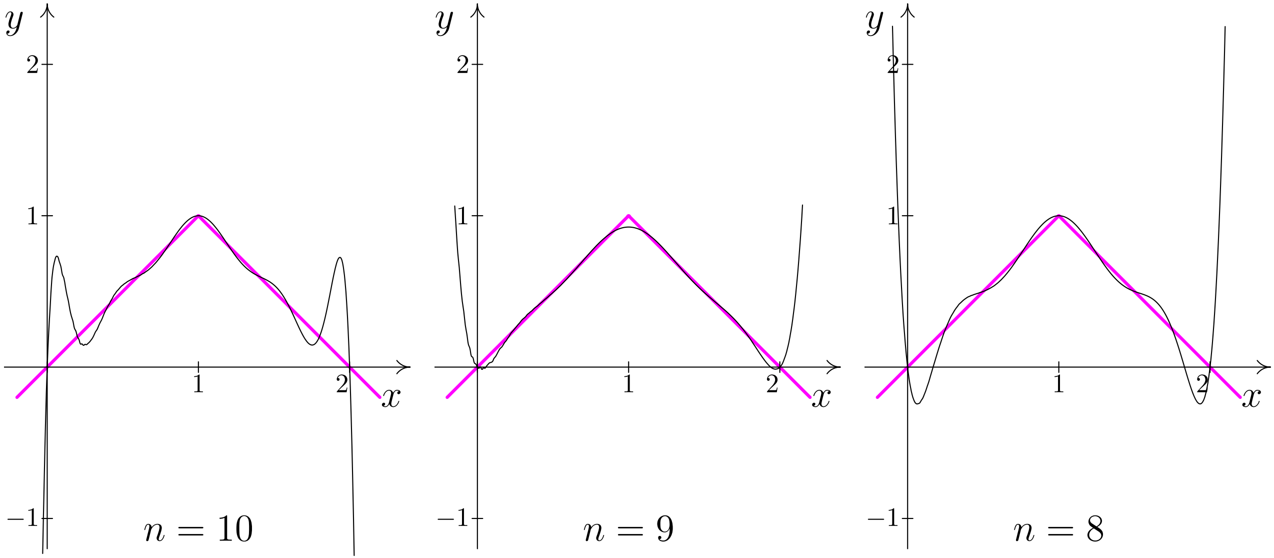
Пример 10. *Построить графики интерполяционных многочленов для функции* $f(x) = 1 - |x - 1|$ *для точек* $x_p = \dfrac{2p}{N}$, *где* $0 \le p \le N$, *при* $N = 4, \quad N = 5, \quad \ldots, \quad N = 10.$



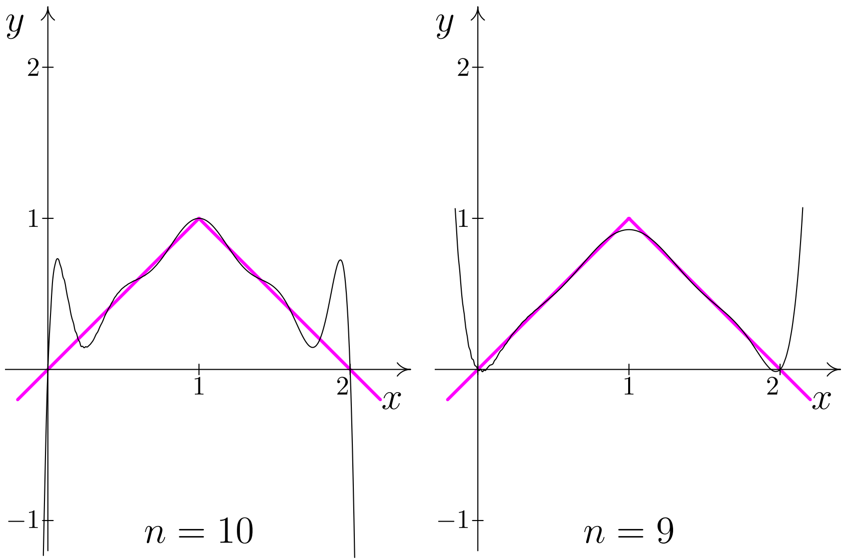
Пример 10. *Построить графики интепроляционных многочленов для функции* $f(x) = 1 - |x-1|$ *для точек* $x_p = \dfrac{2p}{N}$, *где* $0 \le p \le N$, *при* $N = 4, \quad N = 5, \quad \ldots, \quad N = 10.$



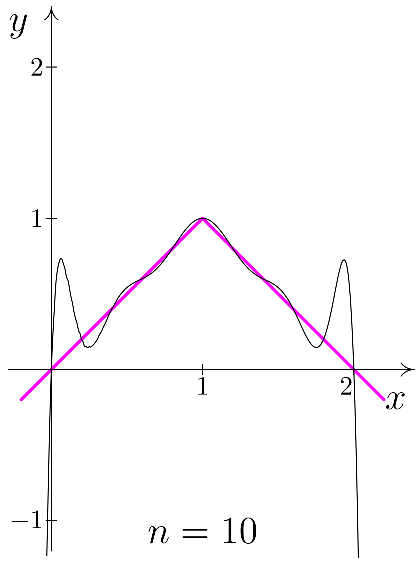
Пример 10. *Построить графики интерполяционных многочленов для функции* $f(x) = 1 - |x-1|$ *для точек* $x_p = \dfrac{2p}{N}$, *где* $0 \le p \le N$, *при* $N = 4, \quad N = 5, \quad \ldots, \quad N = 10.$



Пример 10. *Построить графики интеполяционных многочленов для функции* $f(x) = 1 - |x-1|$ *для точек* $x_p = \dfrac{2p}{N}$, *где* $0 \le p \le N$, *при* $N = 4, \quad N = 5, \quad \ldots, \quad N = 10.$



Пример 10. *Построить графики интерполяционных многочленов для функции* $f(x) = 1 - |x-1|$ *для точек* $x_p = \dfrac{2p}{N}$, *где* $0 \le p \le N$, *при* $N = 4, \quad N = 5, \quad \ldots, \quad N = 10.$



Вернемся к лекции?

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\left(x;y;z\right)=x^3y+x^3z+xy^3+xz^3+y^3z+yz^3.$$

Решение.

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\left(x; y; z\right) = x^3 y + x^3 z + xy^3 + xz^3 + y^3 z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z$, $s_2 = xy + xz + yz$, $s_3 = xyz$.

Решение. Все слагаемые исходного многочлена упорядочим лексикографически, с учетом степени переменной.

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\,(x; y; z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z$, $s_2 = xy + xz + yz$, $s_3 = xyz$.

Решение. Все слагаемые исходного многочлена упорядочим лексикографически, с учетом степени переменной.

Например, x^3y предшествует x^3z, т.к. первые буквы этих выражений (это x) совпадают, а вторая буква выражения x^3y (т.е. буква y) в алфавите предшествует второй букве выражения x^3z (т.е. букве z).

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p(x; y; z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z$, $s_2 = xy + xz + yz$, $s_3 = xyz$.

Решение. Все слагаемые исходного многочлена упорядочим лексикографически, с учетом степени переменной.

Кроме того, слагаемое x^3y предшествует слагаемому xy^3, поскольку, хотя как первые, так и вторые буквы в этих выражениях одинаковы, но первая буква в выражении x^3y (т.е. буква x) имеет большую степень, чем в слагаемом xy^3.

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\,(x;y;z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz,$ $s_3 = xyz.$

Решение. Высший член исходного полинома равен $x^3y =$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\left(x;y;z\right)=x^3y+x^3z+xy^3+xz^3+y^3z+yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1=x+y+z$, $s_2=xy+xz+yz$, $s_3=xyz$.

Решение. Высший член исходного полинома равен $x^3y=x^2\cdot xy$.

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\,(x;y;z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz,$ $s_3 = xyz.$

Решение. Высший член исходного полинома равен $x^3y = x^2 \cdot xy.$

Выражение x^2 является слагаемым выражения $(x+y+z)^2$, причем

$$\Big(\underbrace{x+y+z}_{s_1}\Big)^2\Big(\underbrace{xy+xz+yz}_{s_2}\Big) = s_1^2 s_2 =$$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\,(x;y;z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z$, $s_2 = xy + xz + yz$, $s_3 = xyz$.

Решение. Высший член исходного полинома равен $x^3y = x^2 \cdot xy$.

Выражение x^2 является слагаемым выражения $(x + y + z)^2$, причем

$$\Big(\underbrace{x + y + z}_{s_1}\Big)^2\Big(\underbrace{xy + xz + yz}_{s_2}\Big) = s_1^2 s_2 =$$

$$= \left(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz\right)(xy + xz + yz) =$$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\left(x;y;z\right)=x^3y+x^3z+xy^3+xz^3+y^3z+yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1=x+y+z,\quad s_2=xy+xz+yz,$ $s_3=xyz.$

Решение. Высший член исходного полинома равен $x^3y=x^2\cdot xy$.

Выражение x^2 является слагаемым выражения $(x+y+z)^2$, причем

$$\Bigl(\underbrace{x+y+z}_{s_1}\Bigr)^2\Bigl(\underbrace{xy+xz+yz}_{s_2}\Bigr)=s_1^2s_2=$$

$$=\left(x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz\right)\left(xy+xz+yz\right)=$$

$$=x^3y+x^3z+2x^2y^2+5x^2yz+2x^2z^2+5xy^2z+5xyz^2+2x^2z^2+$$

$$+y^3z+2y^2z^2+yz^3.$$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\left(x;y;z\right) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz,$ $s_3 = xyz.$

Решение. Высший член исходного полинома равен $x^3y = x^2 \cdot xy$.

Выражение x^2 является слагаемым выражения $(x+y+z)^2$, причем

$$\Big(\underbrace{x+y+z}_{s_1}\Big)^2\Big(\underbrace{xy+xz+yz}_{s_2}\Big) = s_1^2s_2 =$$

$$= x^3y + x^3z + 2x^2y^2 + 5x^2yz + 2x^2z^2 + 5xy^2z + 5xyz^2 + 2x^2z^2 + \\ + y^3z + 2y^2z^2 + yz^3.$$

Поэтому $x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 - s_1^2s_2 =$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\,(x; y; z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z$, $s_2 = xy + xz + yz$, $s_3 = xyz$.

Решение. Высший член исходного полинома равен $x^3y = x^2 \cdot xy$.

Выражение x^2 является слагаемым выражения $(x + y + z)^2$, причем

$$\Bigl(\underbrace{x + y + z}_{s_1}\Bigr)^2 \Bigl(\underbrace{xy + xz + yz}_{s_2}\Bigr) = s_1^2 s_2 =$$

$$= x^3y + x^3z + 2x^2y^2 + 5x^2yz + 2x^2z^2 + 5xy^2z + 5xyz^2 + 2x^2z^2+$$
$$+y^3z + 2y^2z^2 + yz^3.$$

Поэтому $x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 - s_1^2 s_2 =$

$$= -2x^2y^2 - 5x^2yz - 2x^2z^2 - 5xy^2z - 5xyz^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2.$$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\,(x; y; z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z$, $s_2 = xy + xz + yz$, $s_3 = xyz$.

Решение. У полинома $x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 - s_1^2 s_2 =$
$$= -2x^2y^2 - 5x^2yz - 2x^2z^2 - 5xy^2z - 5xyz^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2$$
высший член равен $-2x^2y^2 =$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\,(x;y;z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz,$ $s_3 = xyz.$

Решение. У полинома $x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 - s_1^2s_2 =$
$$= -2x^2y^2 - 5x^2yz - 2x^2z^2 - 5xy^2z - 5xyz^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2$$
высший член равен $-2x^2y^2 = -2(xy)^2$.

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\,(x;y;z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z$, $s_2 = xy + xz + yz$, $s_3 = xyz$.

Решение. У полинома $x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 - s_1^2s_2 =$
$$= -2x^2y^2 - 5x^2yz - 2x^2z^2 - 5xy^2z - 5xyz^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2$$
высший член равен $-2x^2y^2 = -2(xy)^2$.

Он является слагаемым выражения
$$-2\Big(\underbrace{xy + xz + yz}_{s_2}\Big)^2 = -2s_2^2 =$$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p(x;y;z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z$, $s_2 = xy + xz + yz$, $s_3 = xyz$.

Решение. У полинома $x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 - s_1^2 s_2 =$

$$= -2x^2y^2 - 5x^2yz - 2x^2z^2 - 5xy^2z - 5xyz^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2$$

высший член равен $-2x^2y^2 = -2(xy)^2$.

Он является слагаемым выражения

$$-2\Big(\underbrace{xy + xz + yz}_{s_2}\Big)^2 = -2s_2^2 =$$

$$= -2x^2y^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2 - 4x^2yz - 4xy^2z - 4xyz^2.$$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\,(x;y;z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz,$ $s_3 = xyz.$

Решение. Имеем

$x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 - s_1^2s_2 - (-2)s_2^2 =$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\left(x;y;z\right)=x^3y+x^3z+xy^3+xz^3+y^3z+yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1=x+y+z,\quad s_2=xy+xz+yz,$ $s_3=xyz.$

Решение. Имеем

$$x^3y+x^3z+xy^3+xz^3+y^3z+yz^3-s_1^2s_2-(-2)s_2^2=$$
$$=-x^2yz-xy^2z-xyz^2=$$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\,(x;y;z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz,$ $s_3 = xyz.$

Решение. Имеем

$$x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 - s_1^2 s_2 - (-2)s_2^2 =$$
$$= -x^2yz - xy^2z - xyz^2 = -\Big(\underbrace{x + y + z}_{s_1}\Big)\underbrace{xyz}_{s_3}.$$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p(x; y; z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z$, $s_2 = xy + xz + yz$, $s_3 = xyz$.

Решение. Имеем

$$x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 - s_1^2s_2 - (-2)s_2^2 =$$
$$= -x^2yz - xy^2z - xyz^2 = -\Big(\underbrace{x + y + z}_{s_1}\Big)\underbrace{xyz}_{s_3}.$$

Следовательно,

$$x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 =$$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\,(x;y;z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z$, $s_2 = xy + xz + yz$, $s_3 = xyz$.

Решение. Имеем

$$x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 - s_1^2 s_2 - (-2)s_2^2 =$$
$$= -x^2yz - xy^2z - xyz^2 = -\Big(\underbrace{x + y + z}_{s_1}\Big)\underbrace{xyz}_{s_3}.$$

Следовательно,

$$x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 = s_1^2 s_2 - 2s_2^2 - s_1 s_3.$$

Пример 11. *Представить в виде многочлена от основных симметрических многочленов многочлен*

$$p\,(x;y;z) = x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3.$$

Основные многочлены: $s_1 = x + y + z$, $s_2 = xy + xz + yz$, $s_3 = xyz$.

Решение. Имеем

$$x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 - s_1^2 s_2 - (-2)s_2^2 =$$
$$= -x^2yz - xy^2z - xyz^2 = -\Big(\underbrace{x+y+z}_{s_1}\Big)\underbrace{xyz}_{s_3}.$$

Следовательно,

$$x^3y + x^3z + xy^3 + xz^3 + y^3z + yz^3 = s_1^2 s_2 - 2s_2^2 - s_1 s_3.$$

Задача решена.

Вернемся к лекции?

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 10x^2 + 17x - 15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение.

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 10x^2 + 17x - 15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. Во-первых, разложим эту функцию в сумму многочлена и правильной дробно-рациональной функции. Для этого сначала раскроем скобки в знаменателе, то есть представим знаменатель в виде $x^5 - x^4 + x^3 - x^2 - 2x + 2$.

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 10x^2 + 17x - 15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. $(x^2-1)(x-1)(x^2+2) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 - 2x + 2.$

Потом выделим целую часть и правильную дробь:

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. $(x^2-1)(x-1)(x^2+2)=x^5-x^4+x^3-x^2-2x+2$.
Потом выделим целую часть и правильную дробь:

$$\begin{array}{l|l} x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15 & x^5-x^4+x^3-x^2-2x+2 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. $(x^2-1)(x-1)(x^2+2) = x^5-x^4+x^3-x^2-2x+2.$

Потом выделим целую часть и правильную дробь:

$$\begin{array}{l|l} \boxed{x^6} -2x^5+3x^4-10x^2+17x-15 & \boxed{x^5} - x^4 + x^3 - x^2 - 2x + 2 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. $(x^2-1)(x-1)(x^2+2)=x^5-x^4+x^3-x^2-2x+2.$

Потом выделим целую часть и правильную дробь:

$$\begin{array}{l|l} \boxed{x^6}-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15 & \boxed{x^5}-x^4+x^3-x^2-2x+2 \\ \cline{2-2} & x \end{array}$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. $(x^2-1)(x-1)(x^2+2) = x^5-x^4+x^3-x^2-2x+2$.

Потом выделим целую часть и правильную дробь:

$$\begin{array}{rrrrrrr|l}
x^6 & -2x^5 & +3x^4 & & -10x^2 & +17x & -15 & x^5-x^4+x^3-x^2-2x+2 \\ \cline{8-8}
x^6 & -x^5 & +x^4 & -x^3 & -2x^2 & +2x & & x \\ \cline{1-6}
\end{array}$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. $(x^2-1)(x-1)(x^2+2)=x^5-x^4+x^3-x^2-2x+2$.

Потом выделим целую часть и правильную дробь:

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
x^6 & -2x^5 & +3x^4 & & -10x^2 & +17x & -15 & x^5-x^4+x^3-x^2-2x+2 \\ \cline{8-8}
x^6 & -x^5 & +x^4 & -x^3 & -2x^2 & +2x & & x \\ \cline{1-6}
 & -x^5 & +2x^4 & +x^3 & -8x^2 & +15x & -15 &
\end{array}
$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. $(x^2-1)(x-1)(x^2+2)=x^5-x^4+x^3-x^2-2x+2$.

Потом выделим целую часть и правильную дробь:

$$
\begin{array}{l|l}
x^6-2x^5+3x^4\qquad -10x^2+17x-15 & x^5-x^4+x^3-x^2-2x+2 \\ \cline{2-2}
\underline{x^6\;-x^5\;+x^4-x^3\;-2x^2\;+2x} & x-1 \\
\qquad -x^5+2x^4+x^3\;-8x^2+15x-15 &
\end{array}
$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 10x^2 + 17x - 15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. $(x^2-1)(x-1)(x^2+2) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 - 2x + 2$.

Потом выделим целую часть и правильную дробь:

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
x^6 & -2x^5 & +3x^4 & & -10x^2 & +17x & -15 & x^5 - x^4 + x^3 - x^2 - 2x + 2 \\ \cline{8-8}
x^6 & -x^5 & +x^4 & -x^3 & -2x^2 & +2x & & x - 1 \\ \cline{1-6}
 & -x^5 & +2x^4 & +x^3 & -8x^2 & +15x & -15 & \\
 & -x^5 & +x^4 & -x^3 & +x^2 & +2x & -2 & \\ \cline{2-7}
\end{array}
$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. $(x^2-1)(x-1)(x^2+2) = x^5-x^4+x^3-x^2-2x+2$.
Потом выделим целую часть и правильную дробь:

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
x^6 & -2x^5 & +3x^4 & & -10x^2 & +17x & -15 & x^5-x^4+x^3-x^2-2x+2 \\ \cline{8-8}
x^6 & -x^5 & +x^4 & -x^3 & -2x^2 & +2x & & x-1 \\ \cline{1-6}
 & -x^5 & +2x^4 & +x^3 & -8x^2 & +15x & -15 & \\
 & -x^5 & +x^4 & -x^3 & +x^2 & +2x & -2 & \\ \cline{2-7}
 & & x^4 & +2x^3 & -9x^2 & +13x & -13 &
\end{array}
$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение.

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
x^6 & -2x^5 & +3x^4 & & -10x^2 & +17x & -15 & x^5-x^4+x^3-x^2-2x+2 \\ \cline{8-8}
x^6 & -x^5 & +x^4 & -x^3 & -2x^2 & +2x & & x-1 \\ \cline{1-6}
 & -x^5 & +2x^4 & +x^3 & -8x^2 & +15x & -15 & \\
 & -x^5 & +x^4 & -x^3 & +x^2 & +2x & -2 & \\ \cline{2-7}
 & & x^4 & +2x^3 & -9x^2 & +13x & -13 &
\end{array}
$$

таким образом $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x-1)^2\cdot(x+1)(x^2+2)}=$

$=x-1+\dfrac{x^4+2x^3-9x^2+13x-13}{(x-1)^2\cdot(x+1)(x^2+2)}$.

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. Осталось разложить в сумму простейших правильную дробно-рациональную функцию

$$\frac{x^4+2x^3-9x^2+13x-13}{(x-1)^2\cdot(x+1)(x^2+2)}=$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. Осталось разложить в сумму простейших правильную дробно-рациональную функцию

$$\frac{x^4+2x^3-9x^2+13x-13}{(x-1)^2\cdot(x+1)(x^2+2)}=\frac{?}{x-1}+\frac{?}{(x-1)^2}+\frac{?}{x+1}+\frac{?}{x^2+2}.$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. Осталось разложить в сумму простейших правильную дробно-рациональную функцию

$$\frac{x^4+2x^3-9x^2+13x-13}{(x-1)^2\cdot(x+1)(x^2+2)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{C}{x+1}+\frac{Mx+N}{x^2+2}.$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. Осталось разложить в сумму простейших правильную дробно-рациональную функцию
$\dfrac{x^4+2x^3-9x^2+13x-13}{(x-1)^2\cdot(x+1)(x^2+2)}=\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{(x-1)^2}+\dfrac{C}{x+1}+\dfrac{Mx+N}{x^2+2}$.

Сравнивая числители левой и правой части, получим

$$x^4+2x^3-9x^2+13x-13=A\left(x^2-1\right)\left(x^2+2\right)+B(x+1)\left(x^2+2\right)+$$

$$+C\left(x^2-2x+1\right)\left(x^2+2\right)+(Mx+N)\left(x^3-x^2-x+1\right).$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение.

$$x^4+2x^3-9x^2+13x-13=A\left(x^2-1\right)\left(x^2+2\right)+B(x+1)\left(x^2+2\right)+$$
$$+C\left(x^2-2x+1\right)\left(x^2+2\right)+(Mx+N)\left(x^3-x^2-x+1\right).$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны коэффициенты при одинаковых степенях. Сравним эти коэффициенты.

$$\begin{array}{r|l}
x^0 & -2A+2B+2C+N=-13 \\
x & 2B-4C+M-N=13 \\
x^2 & A+B+3C-M-N=-9 \\
x^3 & B-2C-M+N=2 \\
x^4 & A+C+M=1.
\end{array}$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение.

Решим полученную систему уравнений

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ M \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ 13 \\ -9 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

методом Гаусса:

Как обычно, сначала применим прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 & 0 & 1 & -13 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 1 & 1 & 3 & -1 & -1 & -9 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Как обычно, сначала применим прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 & 0 & 1 & -13 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 1 & 1 & 3 & -1 & -1 & -9 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 2 & 0 & 1 & -13 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 1 & 1 & 3 & -1 & -1 & -9 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

Как обычно, сначала применим прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 & 0 & 1 & -13 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 1 & 1 & 3 & -1 & -1 & -9 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 2 & 0 & 1 & -13 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 1 & 1 & 3 & -1 & -1 & -9 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 1 & -11 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & -1 & -10 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

Как обычно, сначала применим прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 & 0 & 1 & -13 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 1 & 1 & 3 & -1 & -1 & -9 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 2 & 0 & 1 & -13 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 1 & 1 & 3 & -1 & -1 & -9 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 1 & -11 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & -1 & -10 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 1 & -11 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & -1 & -10 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 1 & -11 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & -1 & -10 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 1 & -11 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & -1 & -10 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 8 & 4 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 & 9 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 1 & -11 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & -1 & -10 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 1 & -11 \\ 0 & 2 & -4 & 1 & -1 & 13 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & -1 & -10 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 8 & 4 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 & 9 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 & 9 \\ 0 & 0 & 8 & 4 & -1 & -15 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 8 & 4 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 & 9 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 & 9 \\ 0 & 0 & 8 & 4 & -1 & -15 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 3 & 9 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 8 & 4 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 & 9 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 & 9 \\ 0 & 0 & 8 & 4 & -1 & -15 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 3 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & -9 \end{pmatrix}.$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 3 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & -9 \end{pmatrix}.$$

Обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 3 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & -9 \end{pmatrix}.$$

Обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 10x^2 + 17x - 15}{(x^2 - 1)(x - 1)(x^2 + 2)}$.

Решение. Следовательно, $\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ M \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Пример 12. *Представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций функцию* $\dfrac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)}$.

Решение. Следовательно, $\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ M \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Теперь мы можем записать ответ:

$$\frac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x^2-1)(x-1)(x^2+2)} =$$

$$= x-1+\frac{2}{x-1}-\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{3}{x+1}+\frac{2x-1}{x^2+2}.$$

Вернемся к лекции или **рассмотрим метод сокращения?**

Пример 13. *Решение **примера 12** методом сокращения.*

Решение. Существует способ сократить, иногда весьма значительно, выкладки при разложении дробно рациональной функции в сумму простейших. Продемонстрируем этот способ на примере, рассмотренном в конце предыдущего раздела.

Описываемый ниже способ позволяет быстро вычислить коэффициент K перед слагаемым вида $\dfrac{K}{(x-a)^n}$, где n — кратность корня a для многочлена, стоящего в знаменателе исходной дробно-рациональной функции.

Пример 13. *Решение* ***примера 12*** *методом сокращения.*

Решение.

$$\frac{x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 10x^2 + 17x - 15}{(x-1)^2 \cdot (x+1)(x^2+2)} =$$

$= x - 1 + \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{(x-1)^2} + \dfrac{C}{x+1} + \dfrac{Mx+N}{x^2+2}$ мы быстро вычислим коэффициенты B и C.

Пример 13. *Решение **примера 12** методом сокращения.*

Решение.

$$\frac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x-1)^2\cdot(x+1)(x^2+2)}=$$

$$=x-1+\frac{A}{x-1}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{C}{x+1}+\frac{Mx+N}{x^2+2}$$ мы быстро вычислим коэффициенты B и C.

Для вычисления коэффициента B умножим левую и правую часть этого равенства на выражение $(x-1)^2$.

Пример 13. *Решение* ***примера 12*** *методом сокращения.*

В частности, в примере
$$\frac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x-1)^2\cdot(x+1)(x^2+2)}=$$
$= x-1+\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{(x-1)^2}+\dfrac{C}{x+1}+\dfrac{Mx+N}{x^2+2}$ мы быстро вычислим коэффициенты B и C.

Для вычисления коэффициента B умножим левую и правую часть этого равенства на выражение $(x-1)^2$.

После того, как мы проведем все сокращения, получим равенство
$$\frac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x+1)(x^2+2)}=$$
$$=(x-1)^3+A\cdot(x-1)+B+\frac{C}{x+1}(x-1)^2+\frac{Mx+N}{x^2+2}\cdot(x-1)^2.$$

Пример 13. *Решение* ***примера 12*** *методом сокращения.*

$$\frac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x+1)(x^2+2)}=$$

$$=(x-1)^3+A\cdot(x-1)+B+\frac{C}{x+1}(x-1)^2+\frac{Mx+N}{x^2+2}\cdot(x-1)^2.$$

Теперь положим в этом равенстве $x=1$, то есть придадим переменной x то значение, при котором выражение в знаменателе слагаемого $\dfrac{B}{(x-1)^2}$ обращалось бы в 0 (после умножения обеих частей равенства на $(x-1)^2$ ни один из знаменателей при $x=1$ в ноль уже не обращается).

Пример 13. *Решение* ***примера 12*** *методом сокращения.*

$$\frac{x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 10x^2 + 17x - 15}{(x+1)(x^2+2)} =$$

$$= (x-1)^3 + A\cdot(x-1) + B + \frac{C}{x+1}(x-1)^2 + \frac{Mx+N}{x^2+2}\cdot(x-1)^2.$$

Теперь положим в этом равенстве $x = 1$, то есть придадим переменной x то значение, при котором выражение в знаменателе слагаемого $\dfrac{B}{(x-1)^2}$ обращалось бы в 0 (после умножения обеих частей равенства на $(x-1)^2$ ни один из знаменателей при $x = 1$ в ноль уже не обращается). Получим

$$B = \frac{1-2+3-10+17-15}{2\cdot 3} = -\frac{6}{6} = -1,$$

что совпадает с результатом проделанных ранее вычислений «по-честному».

Пример 13. *Решение* ***примера 12*** *методом сокращения.*

$$\frac{x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 10x^2 + 17x - 15}{(x-1)^2 \cdot (x+1)(x^2+2)} =$$

$$= x - 1 + \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+1} + \frac{Mx+N}{x^2+2}.$$

Для вычисления C надо, разумеется, умножить исходное равенство на $x+1$ и положить $x = -1$ (теперь «неприятностей» в знаменателе не происходит!).

Пример 13. *Решение* ***примера 12*** *методом сокращения.*

$$\frac{x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 10x^2 + 17x - 15}{(x-1)^2 \cdot (x+1)(x^2+2)} =$$

$$= x - 1 + \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+1} + \frac{Mx+N}{x^2+2}.$$

Для вычисления C надо, разумеется, умножить исходное равенство на $x+1$ и положить $x = -1$ (теперь «неприятностей» в знаменателе не происходит!). Получаем

$$C = \frac{1+2+3-10-17-15}{4 \cdot 3} = -\frac{36}{12} = -3.$$

Пример 13. *Решение примера 12 методом сокращения.*

$$\frac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x-1)^2\cdot(x+1)(x^2+2)}=$$

$$=x-1+\frac{A}{x-1}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{C}{x+1}+\frac{Mx+N}{x^2+2}.$$

Для вычисления C надо, разумеется, умножить исходное равенство на $x+1$ и положить $x=-1$ (теперь «неприятностей» в знаменателе не происходит!). Получаем

$$C=\frac{1+2+3-10-17-15}{4\cdot 3}=-\frac{36}{12}=-3.$$

Вновь полученное значение C совпало с найденным ранее по другому способу.

Пример 13. *Решение **примера 12** методом сокращения.*

$$\frac{x^6-2x^5+3x^4-10x^2+17x-15}{(x-1)^2\cdot(x+1)(x^2+2)}=$$

$$=x-1+\frac{A}{x-1}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{C}{x+1}+\frac{Mx+N}{x^2+2}.$$

Разумеется, «метод сокращения» не решает всех наших проблем, и коэффициенты A, M, N придется искать «по-честному», с помощью СЛУ. Но все-таки задача значительно облегчается, так как в полученной СЛУ надо найти только 3 коэффициента, а не 5, как в первоначальном варианте.

Вернемся к лекции?

Задача X.1. (Ответ приведен на стр.365.) Разделить многочлен $6x^5 + 2x^4 - 5x^3 - x - 3$ на многочлен $2x^3 - 3x + 1$.

Задача XI.2. (Ответ приведен на стр.369.) Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов

$$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54 \quad \text{и} \quad 4x^3 - 12x^2 - x + 3.$$

Задача XI.3. (Ответ приведен на стр.395.) Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** многочленов $x^4 - 2x^3 - x^2 - 4x - 6$ и $x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54$.

Задача XI.4. (Ответ приведен на стр.398.) Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** многочленов $x^5 - x^4 - 4x^3 + 16$ и $2x^4 - 3x^3 + x^2 - 8x + 4$.

Задача XII.5. (Ответ приведен на стр.401.) Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:

$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$

Найдите остальные корни этого многочлена.

Задача XIII.6. (Ответ приведен на стр.437.) Найдите разложение многочлена $x^2 + x + 1$ в произведение многочленов, неразложимых над полем комплексных чисел.

Задача XIII.7. (Ответ приведен на стр.441.) Найдите все корни многочлена $x^3 - 5x^2 + 9x - 5$. Представьте этот многочлен в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{C}$ и в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{R}$.

Задача XIII.8. (Ответ приведен на стр.452.) Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Задача XIV.9. (Ответ приведен на стр.469.) Найти **результант** многочленов $6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2$ и $8x^3 + 34x^2 + 45x + 18$

Задача XV.10. (Ответ приведен на стр.480.) Найдите интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через точки графика функции $f(x) = 2^x$ с координатами: 1) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$; 2) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$, $M_3(2;4)$; 3) $M_1(-1;1/2)$, $M_2(0;1)$, $M_3(1;2)$, $M_4(2;4)$.

Задача XVI.11. (Ответ приведен на стр.490.) Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\left(x;y;z\right)=x^4y+x^4z+xy^4+y^4z+xz^4+yz^4.$$

Задача XVI.12. (Ответ приведен на стр.512.) Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p(x; y; z) = x^2y + x^2z + xy^2 + y^2z + xz^2 + yz^2.$$

Задача XVI.13. (Ответ приведен на стр.517.) Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$x^3y^2 + x^3z^2 + x^2y^3 + x^2z^3 + y^3z^2 + y^2z^3 + 2x^3yz + 2xy^3z + 2xyz^3.$$

Задача XVII.14. (Ответ приведен на стр.523.) Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{4x^6+32x^5+93x^4+111x^3+26x^2-2x+35}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}.$$

Задача XVII.15. (Ответ приведен на стр.529.) Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{3x^6 - 19x^5 + 48x^4 - 49x^3 - 2x^2 + 16x + 7}{(x-2)^3\left(x^2-1\right)^2}.$$

Задача XVII.16. (Ответ приведен на стр.533.) Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{-2x^7 + 4x^6 - 2x^5 + 5x^4 + 2x^3 + 5x^2}{(x+1)^2 \left(x^2+1\right)^3}.$$

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Разделить многочлен $6x^5 + 2x^4 - 5x^3 - x - 3$ на многочлен $2x^3 - 3x + 1$.

Задача 1. Разделить многочлен $6x^5 + 2x^4 - 5x^3 - x - 3$ на многочлен $2x^3 - 3x + 1$.

$$
\begin{array}{r|l}
6x^5 + 2x^4 - 5x^3 - x - 3 & 2x^3 - 3x + 1 \\ \cline{2-2}
-\;6x^5 - 9x^3 + 3x^2 \qquad\qquad\quad & 3x^2 + x + 2 \\ \cline{1-1}
2x^4 + 4x^3 - 3x^2 - x - 3 & \\
-\;2x^4 - 3x^2 + x \qquad\qquad\quad & \\ \cline{1-1}
4x^3 - 2x - 3 \quad\;\; & \\
-\;4x^3 - 6x + 2 \quad\;\; & \\ \cline{1-1}
4x - 5 \quad\;\; &
\end{array}
$$

Ответ.

Задача 1. Разделить многочлен $6x^5 + 2x^4 - 5x^3 - x - 3$ на многочлен $2x^3 - 3x + 1$.

$$
\begin{array}{r|l}
6x^5 + 2x^4 - 5x^3 - x - 3 & 2x^3 - 3x + 1 \\ \cline{2-2}
-\,6x^5 - 9x^3 + 3x^2 & 3x^2 + x + 2 \\ \cline{1-1}
2x^4 + 4x^3 - 3x^2 - x - 3 & \\
-\,2x^4 - 3x^2 + x & \\ \cline{1-1}
4x^3 - 2x - 3 & \\
-\,4x^3 - 6x + 2 & \\ \cline{1-1}
4x - 5 &
\end{array}
$$

Ответ.

$$6x^5 + 2x^4 - 5x^3 - x - 3 = \left(3x^2 + x + 2\right)\left(2x^3 - 3x + 1\right) + \left(4x - 5\right).$$

Задача 1. Разделить многочлен $6x^5+2x^4-5x^3-x-3$ на многочлен $2x^3-3x+1$.

$$
\begin{array}{rl}
6x^5+2x^4-5x^3-x-3 & \left|\,\underline{2x^3-3x+1}\right. \\
-\underline{6x^5-9x^3+3x^2} & \,3x^2+x+2 \\
2x^4+4x^3-3x^2-x-3 & \\
-\underline{2x^4-3x^2+x} & \\
4x^3-2x-3 & \\
-\underline{4x^3-6x+2} & \\
4x-5 &
\end{array}
$$

Ответ.
$$6x^5+2x^4-5x^3-x-3=\left(3x^2+x+2\right)\left(2x^3-3x+1\right)+\left(4x-5\right).$$

Решение задачи 2.

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов $6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54 \quad$ и $\quad 4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

Ответ. Воспользуемся теоремой об Н.О.Д. делителя и остатка от деления.

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54 \quad$ и $\quad 4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

Ответ. теоремой об Н.О.Д. делителя и остатка от деления. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов

$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

Ответ. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

$$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54 \quad \begin{array}{|l} 4x^3 - 12x^2 - x + 3 \\ \hline \\ \end{array}$$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54 \quad$ и $\quad 4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

Ответ. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

$$\begin{array}{l|l} 6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54 & 4x^3 - 12x^2 - x + 3 \\ \cline{2-2} & \frac{3}{2}x^2 \end{array}$$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

Ответ. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

$$\begin{array}{r|l} 6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54 & 4x^3 - 12x^2 - x + 3 \\ \cline{2-2} -\underline{6x^5 - 18x^4 - \frac{3}{2}x^3 + \frac{9}{2}x^2} & \frac{3}{2}x^2 \end{array}$$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов

$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54 \quad$ и $\quad 4x^3 - 12x^2 - x + 3.$

Ответ. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

$$
\begin{array}{r|l}
6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54 & 4x^3 - 12x^2 - x + 3 \\ \cline{2-2}
-\underline{6x^5 - 18x^4 - \frac{3}{2}x^3 + \frac{9}{2}x^2 \qquad\qquad\qquad} & \frac{3}{2}x^2 - \frac{35}{4}x \\
-35x^4 + \frac{305}{2}x^3 - \frac{243}{2}x^2 - 81x + 54 &
\end{array}
$$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов

$$6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 \quad \text{и} \quad 4x^3-12x^2-x+3.$$

Ответ. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

$$\begin{array}{r|l}
6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 & 4x^3-12x^2-x+3 \\ \cline{2-2}
-\;6x^5-18x^4-\frac{3}{2}x^3+\frac{9}{2}x^2 & \frac{3}{2}x^2-\frac{35}{4}x \\ \cline{1-1}
-35x^4+\frac{305}{2}x^3-\frac{243}{2}x^2-81x+54 & \\
-\;-35x^4+105x^3+\frac{35}{4}x^2-\frac{105}{4}x & \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов

$$6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 \quad \text{и} \quad 4x^3-12x^2-x+3.$$

Ответ. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

$$\begin{array}{r|l}
6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 & 4x^3-12x^2-x+3 \\ \cline{2-2}
-\;6x^5-18x^4-\frac{3}{2}x^3+\frac{9}{2}x^2 & \frac{3}{2}x^2-\frac{35}{4}x \\ \cline{1-1}
-35x^4+\frac{305}{2}x^3-\frac{243}{2}x^2-81x+54 & \\
-\;-35x^4+105x^3+\frac{35}{4}x^2-\frac{105}{4}x & \\ \cline{1-1}
\frac{95}{2}x^3-\frac{521}{4}x^2-\frac{219}{4}x+54 &
\end{array}$$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов

$$6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 \quad \text{и} \quad 4x^3-12x^2-x+3.$$

Ответ. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

$$\begin{array}{rl|l}
 & 6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 & 4x^3-12x^2-x+3 \\ \cline{3-3}
- & 6x^5-18x^4-\frac{3}{2}x^3+\frac{9}{2}x^2 & \frac{3}{2}x^2-\frac{35}{4}x+\frac{95}{8} \\ \cline{2-2}
 & -35x^4+\frac{305}{2}x^3-\frac{243}{2}x^2-81x+54 & \\
- & -35x^4+105x^3+\frac{35}{4}x^2-\frac{105}{4}x & \\ \cline{2-2}
 & \frac{95}{2}x^3-\frac{521}{4}x^2-\frac{219}{4}x+54 &
\end{array}$$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

Ответ. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

$$
\begin{array}{r|l}
6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54 & 4x^3 - 12x^2 - x + 3 \\
\cline{2-2}
-\;6x^5 - 18x^4 - \frac{3}{2}x^3 + \frac{9}{2}x^2 \qquad\qquad\qquad & \frac{3}{2}x^2 - \frac{35}{4}x + \frac{95}{8} \\
\cline{1-1}
-35x^4 + \frac{305}{2}x^3 - \frac{243}{2}x^2 - 81x + 54 & \\
-\;-35x^4 + 105x^3 + \frac{35}{4}x^2 - \frac{105}{4}x \qquad & \\
\cline{1-1}
\frac{95}{2}x^3 - \frac{521}{4}x^2 - \frac{219}{4}x + 54 & \\
-\;\frac{95}{2}x^3 - \frac{285}{2}x^2 - \frac{95}{8}x + \frac{285}{8} & \\
\cline{1-1}
\end{array}
$$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов

$$6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 \quad \text{и} \quad 4x^3-12x^2-x+3.$$

Ответ. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

$$\begin{array}{rl|l}
 & 6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 & 4x^3-12x^2-x+3 \\
\cline{3-3}
- & 6x^5-18x^4-\frac{3}{2}x^3+\frac{9}{2}x^2 & \frac{3}{2}x^2-\frac{35}{4}x+\frac{95}{8} \\
\cline{2-2}
 & -35x^4+\frac{305}{2}x^3-\frac{243}{2}x^2-81x+54 & \\
- & -35x^4+105x^3+\frac{35}{4}x^2-\frac{105}{4}x & \\
\cline{2-2}
 & \frac{95}{2}x^3-\frac{521}{4}x^2-\frac{219}{4}x+54 & \\
- & \frac{95}{2}x^3-\frac{285}{2}x^2-\frac{95}{8}x+\frac{285}{8} & \\
\cline{2-2}
 & \frac{49}{4}x^2-\frac{343}{8}x+\frac{147}{8} &
\end{array}$$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54$ и $4x^3-12x^2-x+3$.

Ответ. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

$$
\begin{array}{r|l}
6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 & 4x^3-12x^2-x+3 \\ \cline{2-2}
-\;6x^5-18x^4-\frac{3}{2}x^3+\frac{9}{2}x^2 & \frac{3}{2}x^2-\frac{35}{4}x+\frac{95}{8} \\ \cline{1-1}
-35x^4+\frac{305}{2}x^3-\frac{243}{2}x^2-81x+54 & \\
-\;-35x^4+105x^3+\frac{35}{4}x^2-\frac{105}{4}x & \\ \cline{1-1}
\frac{95}{2}x^3-\frac{521}{4}x^2-\frac{219}{4}x+54 & \\
-\;\frac{95}{2}x^3-\frac{285}{2}x^2-\frac{95}{8}x+\frac{285}{8} & \\ \cline{1-1}
\frac{49}{4}x^2-\frac{343}{8}x+\frac{147}{8} &
\end{array}
$$

Разделим частное

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов

$$6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 \quad \text{и} \quad 4x^3-12x^2-x+3.$$

Ответ. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

$$\begin{array}{r|l}
6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 & 4x^3-12x^2-x+3 \\ \cline{2-2}
-\;\underline{6x^5-18x^4-\frac{3}{2}x^3+\frac{9}{2}x^2} & \frac{3}{2}x^2-\frac{35}{4}x+\frac{95}{8} \\
-35x^4+\frac{305}{2}x^3-\frac{243}{2}x^2-81x+54 & \\
-\;\underline{-35x^4+105x^3+\frac{35}{4}x^2-\frac{105}{4}x} & \\
\frac{95}{2}x^3-\frac{521}{4}x^2-\frac{219}{4}x+54 & \\
-\;\underline{\frac{95}{2}x^3-\frac{285}{2}x^2-\frac{95}{8}x+\frac{285}{8}} & \\
\frac{49}{4}x^2-\frac{343}{8}x+\frac{147}{8} &
\end{array}$$

Разделим частное на остаток.

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов

$$6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 \quad \text{и} \quad 4x^3-12x^2-x+3.$$

Ответ. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

$$\begin{array}{r|l}
6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 & 4x^3-12x^2-x+3 \\ \cline{2-2}
-\;6x^5-18x^4-\frac{3}{2}x^3+\frac{9}{2}x^2 \qquad\qquad\qquad & \frac{3}{2}x^2-\frac{35}{4}x+\frac{95}{8} \\ \cline{1-1}
-35x^4+\frac{305}{2}x^3-\frac{243}{2}x^2-81x+54 & \\
-\;-35x^4+105x^3+\frac{35}{4}x^2-\frac{105}{4}x \qquad & \\ \cline{1-1}
\frac{95}{2}x^3-\frac{521}{4}x^2-\frac{219}{4}x+54 & \\
-\;\frac{95}{2}x^3-\frac{285}{2}x^2-\frac{95}{8}x+\frac{285}{8} & \\ \cline{1-1}
\boxed{\frac{49}{4}x^2-\frac{343}{8}x+\frac{147}{8}} \qquad &
\end{array}$$

Точнее, на $\frac{8}{49}\left(\boxed{\frac{49}{4}x^2-\frac{343}{8}x+\frac{147}{8}}\right)=$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54$ и $4x^3-12x^2-x+3$.

Ответ. Разделим многочлен большей степени на многочлен меньшей степени:

$$
\begin{array}{r|l}
6x^5-53x^4+151x^3-117x^2-81x+54 & 4x^3-12x^2-x+3 \\ \cline{2-2}
-\ 6x^5-18x^4-\frac{3}{2}x^3+\frac{9}{2}x^2 & \frac{3}{2}x^2-\frac{35}{4}x+\frac{95}{8} \\ \cline{1-1}
-35x^4+\frac{305}{2}x^3-\frac{243}{2}x^2-81x+54 & \\
-\ -35x^4+105x^3+\frac{35}{4}x^2-\frac{105}{4}x & \\ \cline{1-1}
\frac{95}{2}x^3-\frac{521}{4}x^2-\frac{219}{4}x+54 & \\
-\ \frac{95}{2}x^3-\frac{285}{2}x^2-\frac{95}{8}x+\frac{285}{8} & \\ \cline{1-1}
\frac{49}{4}x^2-\frac{343}{8}x+\frac{147}{8} &
\end{array}
$$

Точнее, на $\frac{8}{49}\left(\frac{49}{4}x^2-\frac{343}{8}x+\frac{147}{8}\right)=2x^2-7x+3.$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

Ответ.

$$\begin{array}{l|l} 4x^3 - 12x^2 - x + 3 & 2x^2 - 7x + 3 \\ \hline & \end{array}$$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

Ответ.

$$\begin{array}{l|l} 4x^3 - 12x^2 - x + 3 & 2x^2 - 7x + 3 \\ \cline{2-2} & 2x \end{array}$$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

Ответ.

$$
\begin{array}{r|l}
4x^3 - 12x^2 - x + 3 & 2x^2 - 7x + 3 \\ \cline{2-2}
\underline{4x^3 - 14x^2 + 6x} & 2x
\end{array}
$$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

$$
\begin{array}{rl|l}
 & 4x^3 - 12x^2 - x + 3 & 2x^2 - 7x + 3 \\ \cline{3-3}
- & 4x^3 - 14x^2 + 6x & 2x \\ \cline{2-2}
 & 2x^2 - 7x + 3 &
\end{array}
$$

Ответ.

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

$$
\begin{array}{r|l}
4x^3 - 12x^2 - x + 3 & 2x^2 - 7x + 3 \\ \cline{2-2}
-\,4x^3 - 14x^2 + 6x & 2x + 1 \\ \cline{1-1}
2x^2 - 7x + 3 &
\end{array}
$$

Ответ.

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов

$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

Ответ.

$$
\begin{array}{r|l}
4x^3 - 12x^2 - x + 3 & 2x^2 - 7x + 3 \\
\cline{2-2}
-\;4x^3 - 14x^2 + 6x & 2x + 1 \\
\hline
2x^2 - 7x + 3 & \\
-\;2x^2 - 7x + 3 & \\
\hline
\end{array}
$$

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

$$
\begin{array}{r|l}
4x^3 - 12x^2 - x + 3 & 2x^2 - 7x + 3 \\ \cline{2-2}
-\,4x^3 - 14x^2 + 6x & 2x + 1 \\ \cline{1-1}
2x^2 - 7x + 3 & \\
-\,2x^2 - 7x + 3 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Ответ.

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

$$
\begin{array}{r|l}
4x^3 - 12x^2 - x + 3 & 2x^2 - 7x + 3 \\ \cline{2-2}
-\underline{4x^3 - 14x^2 + 6x\phantom{{}+3}} & 2x + 1 \\
2x^2 - 7x + 3 & \\
-\underline{2x^2 - 7x + 3} & \\
0 &
\end{array}
$$

Ответ.

Согласно теореме об Н.О.Д. делителя и остатка от деления искомый наибольший общий делитель равен $2x^2 - 7x + 3$.

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов $6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

$$\begin{array}{r|l} 4x^3 - 12x^2 - x + 3 & 2x^2 - 7x + 3 \\ \cline{2-2} -\,4x^3 - 14x^2 + 6x & 2x + 1 \\ \cline{1-1} 2x^2 - 7x + 3 & \\ -\,2x^2 - 7x + 3 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Ответ.

Согласно теореме об Н.О.Д. делителя и остатка от деления искомый наибольший общий делитель равен $2x^2 - 7x + 3$.

Следовательно, искомое наименьшее общее кратное равно

Задача 2. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** двух многочленов
$6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54$ и $4x^3 - 12x^2 - x + 3$.

$$\begin{array}{r|l} 4x^3 - 12x^2 - x + 3 & 2x^2 - 7x + 3 \\ \cline{2-2} -\;4x^3 - 14x^2 + 6x & 2x + 1 \\ \hline 2x^2 - 7x + 3 & \\ -\;2x^2 - 7x + 3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ответ.

Согласно теореме об Н.О.Д. делителя и остатка от деления искомый наибольший общий делитель равен $2x^2 - 7x + 3$.
Следовательно, искомое наименьшее общее кратное равно

$$\frac{\left(6x^5 - 53x^4 + 151x^3 - 117x^2 - 81x + 54\right)\left(4x^3 - 12x^2 - x + 3\right)}{2x^2 - 7x + 3} =$$

$$= 12x^6 - 100x^5 + 249x^4 - 83x^3 - 279x^2 + 27x + 54.$$

Решение задачи 3.

Задача 3. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** многочленов $x^4 - 2x^3 - x^2 - 4x - 6$ и $x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54$.

Задача 3. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** многочленов $x^4 - 2x^3 - x^2 - 4x - 6$ и $x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54$.

Ответ. Н.О.Д. равен $x^2 - 2x - 3$.

Задача 3. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** многочленов $x^4 - 2x^3 - x^2 - 4x - 6$ и $x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54$.

Ответ. Н.О.Д. равен $x^2 - 2x - 3$.
Н.О.К. равен $x^8 - 5x^7 - 2x^6 + 28x^5 + x^4 - 5x^3 - 36x^2 - 162x - 108$.

Решение задачи 4.

Задача 4. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** многочленов $x^5 - x^4 - 4x^3 + 16$ и $2x^4 - 3x^3 + x^2 - 8x + 4$.

Задача 4. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** многочленов $x^5 - x^4 - 4x^3 + 16$ и $2x^4 - 3x^3 + x^2 - 8x + 4$.

Ответ. Н.О.Д. равен $x^3 - x^2 - 4$.

Задача 4. Найдите **Н.О.Д.** и **Н.О.К.** многочленов $x^5 - x^4 - 4x^3 + 16$ и $2x^4 - 3x^3 + x^2 - 8x + 4$.

Ответ. Н.О.Д. равен $x^3 - x^2 - 4$.
Н.О.К. равен $2x^6 - 3x^5 - 7x^4 + 4x^3 + 32x - 16$.

Решение задачи 5.

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней.

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней.
$p'(x) = 6x^5 - 25x^4 - 16x^3 + 114x^2 + 18x - 81.$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Воспользуемся теоремой об избавлении от кратных корней.
$p'(x) = 6x^5 - 25x^4 - 16x^3 + 114x^2 + 18x - 81.$

$$\begin{array}{l|l} x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54 & 6x^5 - 25x^4 - 16x^3 + 114x^2 + 18x - 81 \\ \cline{2-2} \ldots & \end{array}$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. $x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54 =$
$$= \left(\frac{1}{6}x - \frac{5}{36}\right)(6x^5 - 25x^4 - 16x^3 + 114x^2 + 18x - 81) +$$
$$+\frac{1}{36}\big(-173x^4 + 604x^3 + 786x^2 - 2340x - 2349\big).$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. $x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54 =$
$$= \left(\frac{1}{6}x - \frac{5}{36}\right)(6x^5 - 25x^4 - 16x^3 + 114x^2 + 18x - 81) +$$
$$+\frac{1}{36}\big(-173x^4 + 604x^3 + 786x^2 - 2340x - 2349\big).$$
$6x^5 - 25x^4 - 16x^3 + 114x^2 + 18x - 81 =$
$$= \left(\frac{-6}{173}x + \frac{701}{173^2}\right)(-173x^4 + 604x^3 + 786x^2 - 2340x - 2349) +$$
$$+\frac{3200 \cdot 27}{173^2}\big(-x^3 + 5x^2 - 3x - 9\big).$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. $x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54 =$
$$= \left(\frac{1}{6}x - \frac{5}{36}\right)\left(6x^5 - 25x^4 - 16x^3 + 114x^2 + 18x - 81\right) +$$
$$+\frac{1}{36}\left(-173x^4 + 604x^3 + 786x^2 - 2340x - 2349\right).$$
$6x^5 - 25x^4 - 16x^3 + 114x^2 + 18x - 81 =$
$$= \left(\frac{-6}{173}x + \frac{701}{173^2}\right)\left(-173x^4 + 604x^3 + 786x^2 - 2340x - 2349\right) +$$
$$+\frac{3200 \cdot 27}{173^2}\left(-x^3 + 5x^2 - 3x - 9\right).$$
$-173x^4 + 604x^3 + 786x^2 - 2340x - 2349 =$
$$= (173x + 261)\left(-x^3 + 5x^2 - 3x - 9\right).$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Итак, Н.О.Д. $(p(x);\ p'(x)) = -x^3 + 5x^2 - 3x - 9.$
Поэтому

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Итак, Н.О.Д. $(p(x);\ p'(x)) = -x^3 + 5x^2 - 3x - 9$.
Поэтому в силу теоремы об избавлении от кратных корней совпадают множества корней у многочленов $p(x)$ и
$$\frac{p(x)}{\text{Н.О.Д.}\,(p(x);\ p'(x))} =$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Итак, Н.О.Д. $(p(x);\ p'(x)) = -x^3 + 5x^2 - 3x - 9$.
Поэтому в силу теоремы об избавлении от кратных корней совпадают множества корней у многочленов $p(x)$ и
$$\frac{p(x)}{\text{Н.О.Д.}\,(p(x);\ p'(x))} =$$
$$= \frac{x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54}{-x^3 + 5x^2 - 3x - 9} =$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:

$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$

Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Итак, Н.О.Д. $(p(x);\ p'(x)) = -x^3 + 5x^2 - 3x - 9$.

Поэтому в силу теоремы об избавлении от кратных корней совпадают множества корней у многочленов $p(x)$ и

$$\frac{p(x)}{\text{Н.О.Д.}\,(p(x);\ p'(x))} =$$

$$= \frac{x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54}{-x^3 + 5x^2 - 3x - 9} = -x^3 + 7x + 6.$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. В силу теоремы об избавлении от кратных корней совпадают множества корней у многочленов $p(x)$ и
$$q(x) = \frac{p(x)}{\text{Н.О.Д.}\ (p(x);\ p'(x))} = -x^3 + 7x + 6.$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. В силу теоремы об избавлении от кратных корней совпадают множества корней у многочленов $p(x)$ и
$$q(x) = \frac{p(x)}{\text{Н.О.Д.}\ (p(x);\ p'(x))} = -x^3 + 7x + 6.$$
Нетрудно проверить, что (-1) действительно является корнем многочлена $p(x)$: $\quad p(-1) =$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. В силу теоремы об избавлении от кратных корней совпадают множества корней у многочленов $p(x)$ и
$$q(x) = \frac{p(x)}{\text{Н.О.Д.}\ (p(x);\ p'(x))} = -x^3 + 7x + 6.$$
Нетрудно проверить, что (-1) действительно является корнем многочлена $p(x)$: $p(-1) =$
$$= (-1)^6 - 5(-1)^5 - 4(-1)^4 + 38(-1)^3 + 9(-1)^2 - 81(-1) - 54 =$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. В силу теоремы об избавлении от кратных корней совпадают множества корней у многочленов $p(x)$ и
$$q(x) = \frac{p(x)}{\text{Н.О.Д.}\,(p(x);\ p'(x))} = -x^3 + 7x + 6.$$
Нетрудно проверить, что (-1) действительно является корнем многочлена $p(x)$: $p(-1) =$
$$= (-1)^6 - 5(-1)^5 - 4(-1)^4 + 38(-1)^3 + 9(-1)^2 - 81(-1) - 54 = 0.$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:

$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$

Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. В силу теоремы об избавлении от кратных корней совпадают множества корней у многочленов $p(x)$ и

$$q(x) = \frac{p(x)}{\text{Н.О.Д.}\,(p(x);\ p'(x))} = -x^3 + 7x + 6.$$

Нетрудно проверить, что (-1) действительно является корнем многочлена $p(x)$ и многочлена $q(x)$:

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. В силу теоремы об избавлении от кратных корней совпадают множества корней у многочленов $p(x)$ и
$$q(x) = \frac{p(x)}{\text{Н.О.Д.}\,(p(x);\ p'(x))} = -x^3 + 7x + 6.$$
Нетрудно проверить, что (-1) действительно является корнем многочлена $p(x)$ и многочлена $q(x)$: $\qquad q(-1) =$
$$= -(-1)^3 + 7(-1) + 6 =$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. В силу теоремы об избавлении от кратных корней совпадают множества корней у многочленов $p(x)$ и
$$q(x) = \frac{p(x)}{\text{Н.О.Д.}\ (p(x);\ p'(x))} = -x^3 + 7x + 6.$$
Нетрудно проверить, что (-1) действительно является корнем многочлена $p(x)$ и многочлена $q(x)$: $q(-1) =$
$$= -(-1)^3 + 7(-1) + 6 = 0.$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{r|l} -x^3 + 7x + 6 & x + 1 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{l|l} -x^3 + 7x + 6 & x+1 \\ \cline{2-2} & -x^2 \end{array}$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:

$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$

Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{l|l} -x^3 + 7x + 6 & x + 1 \\ \cline{2-2} -x^3 - x^2 & -x^2 \\ \hline \end{array}$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{l|l}
-x^3 + 7x + 6 & x + 1 \\ \cline{2-2}
-x^3 - x^2 & -x^2 \\ \hline
\quad x^2 + 7x + 6 &
\end{array}$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:

$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$

Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{l|l}
-x^3 + 7x + 6 & x + 1 \\ \cline{2-2}
-x^3 - x^2 & -x^2 + x \\ \cline{1-1}
\quad x^2 + 7x + 6 &
\end{array}$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{l|l}
-x^3 + 7x + 6 & x + 1 \\ \cline{2-2}
-x^3 - x^2 & -x^2 + x \\ \hline
\quad x^2 + 7x + 6 & \\
\quad x^2 + x & \\ \hline
\end{array}$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{r|l}
-x^3 + 7x + 6 & \; x + 1 \\ \cline{2-2}
-x^3 - x^2 & -x^2 + x \\ \cline{1-1}
x^2 + 7x + 6 & \\
x^2 + x & \\ \cline{1-1}
6x + 6 &
\end{array}$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{l|l}
-x^3 + 7x + 6 & x + 1 \\ \cline{2-2}
-x^3 - x^2 & -x^2 + x + 6 \\ \cline{1-1}
\quad x^2 + 7x + 6 & \\
\quad x^2 + x & \\ \cline{1-1}
\qquad 6x + 6 &
\end{array}$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{r|l}
-x^3 + 7x + 6 & x+1 \\ \cline{2-2}
-x^3 - x^2 & -x^2 + x + 6 \\ \cline{1-1}
x^2 + 7x + 6 & \\
x^2 + x & \\ \cline{1-1}
6x + 6 & \\
6x + 6 & \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{r|l}
-x^3 + 7x + 6 & x+1 \\ \cline{2-2}
-x^3 - x^2 & -x^2 + x + 6 \\ \hline
x^2 + 7x + 6 & \\
x^2 + x & \\ \hline
6x + 6 & \\
6x + 6 & \\ \hline
0 &
\end{array}$$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:

$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$

Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{l|l}
-x^3 + 7x + 6 & x + 1 \\ \cline{2-2}
-x^3 - x^2 & -x^2 + x + 6 \\ \cline{1-1}
\quad x^2 + 7x + 6 & \\
\quad x^2 + x & \\ \cline{1-1}
\qquad 6x + 6 & \\
\qquad 6x + 6 & \\ \cline{1-1}
\qquad\quad 0 &
\end{array}$$

Следовательно, $-x^3 + 7x + 6 = (x+1)\left(-x^2 + x + 6\right)$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{r|l}
-x^3 + 7x + 6 & x + 1 \\ \cline{2-2}
-x^3 - x^2 & -x^2 + x + 6 \\ \cline{1-1}
x^2 + 7x + 6 & \\
x^2 + x & \\ \cline{1-1}
6x + 6 & \\
6x + 6 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Следовательно, $-x^3 + 7x + 6 = (x+1)\overbrace{\left(-x^2 + x + 6\right)}$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:

$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$

Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{r|l} -x^3 + 7x + 6 & x+1 \\ \cline{2-2} -x^3 - x^2 & -x^2 + x + 6 \\ \hline x^2 + 7x + 6 & \end{array} \qquad \frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 6}}{2(-1)} =$$

newline $\begin{array}{r} x^2 + x \\ \hline 6x + 6 \\ 6x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$

Следовательно, $-x^3 + 7x + 6 = (x+1)\overbrace{\left(-x^2 + x + 6\right)}$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{r|l} -x^3 + 7x + 6 & x+1 \\ \cline{2-2} -x^3 - x^2 \quad & -x^2 + x + 6 \\ \hline x^2 + 7x + 6 & \\ x^2 + x \quad\; & \\ \hline 6x + 6 & \\ 6x + 6 & \\ \hline 0 \quad & \end{array}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 6}}{2(-1)} = \\ = \frac{-1 \pm 5}{-2}$$

Следовательно, $-x^3 + 7x + 6 = (x+1)\overbrace{\left(-x^2 + x + 6\right)}$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{r|l} -x^3 + 7x + 6 & x+1 \\ \cline{2-2} -x^3 - x^2 & -x^2 + x + 6 \\ \hline x^2 + 7x + 6 & \\ x^2 + x & \\ \hline 6x + 6 & \\ 6x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 6}}{2(-1)} = \\ = \frac{-1 \pm 5}{-2}$$
$$\left[\begin{array}{l} x = -3, \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Следовательно, $-x^3 + 7x + 6 = (x+1)\overbrace{\left(-x^2 + x + 6\right)}$

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:
$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$
Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$:

$$\begin{array}{r|l} -x^3 + 7x + 6 & x+1 \\ \cline{2-2} -x^3 - x^2 & -x^2 + x + 6 \\ \cline{1-1} x^2 + 7x + 6 & \\ x^2 + x & \\ \cline{1-1} 6x + 6 & \\ 6x + 6 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 6}}{2(-1)} =$$
$$= \frac{-1 \pm 5}{-2}$$
$$\left[\begin{array}{l} x = -3, \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Следовательно, $-x^3 + 7x + 6 = -(x+1)(x-3)(x+2)$.

Задача 5. Проверьте, что (-1) является корнем многочлена:

$$p(x) = x^6 - 5x^5 - 4x^4 + 38x^3 + 9x^2 - 81x - 54.$$

Найдите остальные корни этого многочлена.

Ответ. Поскольку (-1) является корнем многочлена $q(x) = -x^3 + 7x + 6$, то $q(x)$ делится нацело на $(x+1)$

$-x^3 + 7x + 6 = -(x+1)(x-3)(x+2).$

Значит, исходный многочлен имел следующие корни: $(-1), \quad 3, \quad (-2).$

Решение задачи 6.

Задача 6. Найдите разложение многочлена $x^2 + x + 1$ в произведение многочленов, неразложимых над полем комплексных чисел.

Задача 6. Найдите разложение многочлена $x^2 + x + 1$ в произведение многочленов, неразложимых над полем комплексных чисел.

Ответ. Найдем корни этого многочлена:

Задача 6. Найдите разложение многочлена $x^2 + x + 1$ в произведение многочленов, неразложимых над полем комплексных чисел.

Ответ. Найдем корни этого многочлена: $\dfrac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = -\dfrac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$. Поэтому

Задача 6. Найдите разложение многочлена $x^2 + x + 1$ в произведение многочленов, неразложимых над полем комплексных чисел.

Ответ. Найдем корни этого многочлена: $\dfrac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = -\dfrac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$. Поэтому

$$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}\right)\left(x + \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}\right).$$

Решение задачи 7.

Задача 7. Найдите все корни многочлена $x^3 - 5x^2 + 9x - 5$. Представьте этот многочлен в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{C}$ и в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{R}$.

Задача 7. Найдите все корни многочлена $x^3 - 5x^2 + 9x - 5$. Представьте этот многочлен в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{C}$ и в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{R}$.

Ответ. Один из корней нетрудно подобрать: очевидно, что

Задача 7. Найдите все корни многочлена $x^3 - 5x^2 + 9x - 5$. Представьте этот многочлен в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{C}$ и в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{R}$.

Ответ. Один из корней нетрудно подобрать: очевидно, что при $x = 1$ многочлен обращается в ноль: $1^3 - 5 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 - 5 = 0$.

Задача 7. Найдите все корни многочлена $x^3 - 5x^2 + 9x - 5$. Представьте этот многочлен в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{C}$ и в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{R}$.

Ответ. Один из корней нетрудно подобрать: очевидно, что при $x = 1$ многочлен обращается в ноль: $1^3 - 5 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 - 5 = 0$.

По **теореме Безу** исходный многочлен делится нацело на $x - 1$:

Задача 7. Найдите все корни многочлена $x^3 - 5x^2 + 9x - 5$. Представьте этот многочлен в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{C}$ и в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{R}$.

Ответ. Один из корней нетрудно подобрать: очевидно, что при $x = 1$ многочлен обращается в ноль: $1^3 - 5 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 - 5 = 0$.

По **теореме Безу** исходный многочлен делится нацело на $x - 1$:

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +9x & -5 & x-1 \\ \cline{5-5}
x^3 & -x^2 & & & x^2-4x+5 \\ \cline{1-3}
 & -4x^2 & +9x & -5 & \\
 & -4x^2 & +4x & & \\ \cline{2-4}
 & & 5x & -5 & \\
 & & 5x & -5 & \\ \cline{3-4}
 & & & 0 &
\end{array}
$$

Задача 7. Найдите все корни многочлена $x^3 - 5x^2 + 9x - 5$. Представьте этот многочлен в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{C}$ и в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{R}$.

Ответ. Один из корней нетрудно подобрать: очевидно, что при $x = 1$ многочлен обращается в ноль: $1^3 - 5 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 - 5 = 0$.

По **теореме Безу** исходный многочлен делится нацело на $x - 1$:

$$\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +9x & -5 & x-1 \\ \cline{5-5}
x^3 & -x^2 & & & x^2-4x+5 \\ \cline{1-3}
 & -4x^2 & +9x & -5 & \\
 & -4x^2 & +4x & & \\ \cline{2-4}
 & & 5x & -5 & \\
 & & 5x & -5 & \\ \cline{3-4}
 & & & 0 &
\end{array}$$

Поэтому $x^3 - 5x^2 + 9x - 5 = (x - 1)\left(x^2 - 4x + 5\right)$.

Задача 7. Найдите все корни многочлена x^3-5x^2+9x-5. Представьте этот многочлен в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{C}$ и в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{R}$.

Ответ. Один из корней нетрудно подобрать: очевидно, что при $x=1$ многочлен обращается в ноль: $1^3-5\cdot1^2+9\cdot1-5=0$.
По теореме Безу исходный многочлен делится нацело на $x-1$:

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +9x & -5 & x-1 \\ \cline{5-5}
x^3 & -x^2 & & & x^2-4x+5 \\ \cline{1-3}
 & -4x^2 & +9x & -5 & \\
 & -4x^2 & +4x & & \\ \cline{2-4}
 & & 5x & -5 & \\
 & & 5x & -5 & \\ \cline{3-4}
 & & & 0 &
\end{array}
$$

Поэтому $x^3-5x^2+9x-5=(x-1)\left(x^2-4x+5\right)$. Многочлен x^2-4x+5 имеет отрицательный дискриминант, поэтому вещественных корней у него нет.

Задача 7. Найдите все корни многочлена $x^3 - 5x^2 + 9x - 5$. Представьте этот многочлен в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{C}$ и в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{R}$.

Ответ. Один из корней нетрудно подобрать: очевидно, что при $x = 1$ многочлен обращается в ноль: $1^3 - 5 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 - 5 = 0$.
По **теореме Безу** исходный многочлен делится нацело на $x - 1$:

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +9x & -5 & x-1 \\ \cline{5-5}
x^3 & -x^2 & & & x^2-4x+5 \\ \cline{1-3}
 & -4x^2 & +9x & -5 & \\
 & -4x^2 & +4x & & \\ \cline{2-4}
 & & 5x & -5 & \\
 & & 5x & -5 & \\ \cline{3-4}
 & & & 0 &
\end{array}
$$

Поэтому $x^3 - 5x^2 + 9x - 5 = (x - 1)\,(x^2 - 4x + 5)$. Многочлен $x^2 - 4x + 5$ имеет отрицательный дискриминант, поэтому вещественных корней у него нет. Следовательно, полученное разложение состоит из многочленов, неприводимых над $\mathbb{R}$.

Задача 7. Найдите все корни многочлена $x^3 - 5x^2 + 9x - 5$. Представьте этот многочлен в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{C}$ и в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{R}$.

Ответ. Один из корней нетрудно подобрать: очевидно, что при $x = 1$ многочлен обращается в ноль: $1^3 - 5 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 - 5 = 0$.
По **теореме Безу** исходный многочлен делится нацело на $x - 1$:

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +9x & -5 & x - 1 \\ \cline{5-5}
x^3 & -x^2 & & & x^2 - 4x + 5 \\ \cline{1-3}
 & -4x^2 & +9x & -5 & \\
 & -4x^2 & +4x & & \\ \cline{2-4}
 & & 5x & -5 & \\
 & & 5x & -5 & \\ \cline{3-4}
 & & & 0 &
\end{array}
$$

Поэтому $x^3 - 5x^2 + 9x - 5 = (x - 1)\,(x^2 - 4x + 5)$. Над $\mathbf{C}$ многочлен $x^2 - 4x + 5$ разложим. В самом деле, его корни таковы:

Задача 7. Найдите все корни многочлена $x^3 - 5x^2 + 9x - 5$. Представьте этот многочлен в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{C}$ и в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{R}$.

Ответ. Один из корней нетрудно подобрать: очевидно, что при $x = 1$ многочлен обращается в ноль: $1^3 - 5 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 - 5 = 0$.

По **теореме Безу** исходный многочлен делится нацело на $x - 1$:

$$\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +9x & -5 & x-1 \\ \cline{5-5}
x^3 & -x^2 & & & x^2 - 4x + 5 \\ \cline{1-3}
& -4x^2 & +9x & -5 & \\
& -4x^2 & +4x & & \\ \cline{2-4}
& & 5x & -5 & \\
& & 5x & -5 & \\ \cline{3-4}
& & & 0 &
\end{array}$$

Поэтому $x^3 - 5x^2 + 9x - 5 = (x - 1)\left(x^2 - 4x + 5\right)$. Над **C** многочлен $x^2 - 4x + 5$ разложим. В самом деле, его корни таковы: $2 \pm \sqrt{4 - 5} = 2 \pm i$. Таким образом,

Задача 7. Найдите все корни многочлена $x^3 - 5x^2 + 9x - 5$. Представьте этот многочлен в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{C}$ и в виде произведения многочленов, неразложимых над $\mathbb{R}$.

Ответ. Один из корней нетрудно подобрать: очевидно, что при $x = 1$ многочлен обращается в ноль: $1^3 - 5 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 - 5 = 0$.
По **теореме Безу** исходный многочлен делится нацело на $x - 1$:

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +9x & -5 & x-1 \\ \cline{5-5}
x^3 & -x^2 & & & x^2-4x+5 \\ \cline{1-3}
 & -4x^2 & +9x & -5 & \\
 & -4x^2 & +4x & & \\ \cline{2-4}
 & & 5x & -5 & \\
 & & 5x & -5 & \\ \cline{3-4}
 & & & 0 &
\end{array}
$$

Поэтому $x^3 - 5x^2 + 9x - 5 = (x-1)\left(x^2 - 4x + 5\right)$. Над $\mathbf{C}$ многочлен $x^2 - 4x + 5$ разложим. В самом деле, его корни таковы: $2 \pm \sqrt{4-5} = 2 \pm i$. Таким образом,

$$x^3 - 5x^2 + 9x - 5 = (x-1)(x-2-i)(x-2+i)$$

— разложение в произведение многочленов, неразложимых над полем комплексных чисел.

Решение задачи 8.

Задача 8. Проверьте, является ли $\frac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. Можно степени числа $\dfrac{1-i}{2}$ вычислить с помощью перехода к тригонометрической форме записи, но в данном случае проще использовать исходную алгебраическую форму записи.

Задача 8. Проверьте, является ли $\frac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. Имеем $\left(\frac{1-i}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2},$

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. Имеем $\left(\dfrac{1-i}{2}\right)^2 = -\dfrac{1}{2}$, $\quad \left(\dfrac{1-i}{2}\right)^3 = -\dfrac{1+i}{4}$,

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. Имеем $\left(\dfrac{1-i}{2}\right)^2 = -\dfrac{1}{2}$, $\left(\dfrac{1-i}{2}\right)^3 = -\dfrac{1+i}{4}$, $\left(\dfrac{1-i}{2}\right)^4 = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$. Поэтому

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. Имеем $\left(\dfrac{1-i}{2}\right)^2 = -\dfrac{1}{2}$, $\left(\dfrac{1-i}{2}\right)^3 = -\dfrac{1+i}{4}$, $\left(\dfrac{1-i}{2}\right)^4 = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$. Поэтому

$$4\left(\frac{1-i}{2}\right)^4 - 12\left(\frac{1-i}{2}\right)^3 + 50\left(\frac{1-i}{2}\right)^2 - 44\left(\frac{1-i}{2}\right) + 20 =$$

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. Имеем $\left(\dfrac{1-i}{2}\right)^2 = -\dfrac{i}{2}$, $\left(\dfrac{1-i}{2}\right)^3 = -\dfrac{1+i}{4}$, $\left(\dfrac{1-i}{2}\right)^4 = \left(-\dfrac{i}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$. Поэтому

$$4\left(\frac{1-i}{2}\right)^4 - 12\left(\frac{1-i}{2}\right)^3 + 50\left(\frac{1-i}{2}\right)^2 - 44\left(\frac{1-i}{2}\right) + 20 =$$
$$= 1 + 3(1+i) - 25 - 22(1-i) + 20 = 0,$$

то есть

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. Имеем $\left(\dfrac{1-i}{2}\right)^2 = -\dfrac{i}{2}$, $\left(\dfrac{1-i}{2}\right)^3 = -\dfrac{1+i}{4}$, $\left(\dfrac{1-i}{2}\right)^4 = \left(-\dfrac{i}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$. Поэтому

$$4\left(\frac{1-i}{2}\right)^4 - 12\left(\frac{1-i}{2}\right)^3 + 50\left(\frac{1-i}{2}\right)^2 - 44\left(\frac{1-i}{2}\right) + 20 =$$
$$= 1 + 3(1+i) - 25 - 22(1-i) + 20 = 0,$$

то есть $\dfrac{1-i}{2}$ действительно является корнем многочлена $f(x)$.

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. По теореме о корнях многочлена с вещественными коэффициентами, число $\dfrac{1+i}{2}$ также является корнем этого многочлена.

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. По теореме о корнях многочлена с вещественными коэффициентами, число $\dfrac{1+i}{2}$ также является корнем этого многочлена. По **теореме Безу** $f(x)$ делится нацело на многочлены $x - \dfrac{1-i}{2}$ и $x - \dfrac{1+i}{2}$.

Задача 8. Проверьте, является ли $\frac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. По теореме о корнях многочлена с вещественными коэффициентами, число $\frac{1+i}{2}$ также является корнем этого многочлена. По **теореме Безу** $f(x)$ делится нацело на многочлены $x - \frac{1-i}{2}$ и $x - \frac{1+i}{2}$. Многочлены $x - \frac{1-i}{2}$ и $x - \frac{1+i}{2}$ взаимно просты (степень наибольшего общего делителя равна 0), поэтому $f(x)$ делится на

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. По теореме о корнях многочлена с вещественными коэффициентами, число $\dfrac{1+i}{2}$ также является корнем этого многочлена. По **теореме Безу** $f(x)$ делится нацело на многочлены $x - \dfrac{1-i}{2}$ и $x - \dfrac{1+i}{2}$. Многочлены $x - \dfrac{1-i}{2}$ и $x - \dfrac{1+i}{2}$ взаимно просты (степень наибольшего общего делителя равна 0), поэтому $f(x)$ делится на $\left(x - \dfrac{1-i}{2}\right)\left(x - \dfrac{1+i}{2}\right)$.

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. По теореме о корнях многочлена с вещественными коэффициентами, число $\dfrac{1+i}{2}$ также является корнем этого многочлена. По **теореме Безу** $f(x)$ делится нацело на многочлены $x - \dfrac{1-i}{2}$ и $x - \dfrac{1+i}{2}$. Многочлены $x - \dfrac{1-i}{2}$ и $x - \dfrac{1+i}{2}$ взаимно просты (степень наибольшего общего делителя равна 0), поэтому $f(x)$ делится на $\left(x - \dfrac{1-i}{2}\right)\left(x - \dfrac{1+i}{2}\right)$. Согласно замечанию о получении многочлена с вещественными коэффициентами для любого комплексного числа z_0 многочлен $(x - z_0)(x - \overline{z_0})$ имеет вещественные коэффициенты,

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. По теореме о корнях многочлена с вещественными коэффициентами, число $\dfrac{1+i}{2}$ также является корнем этого многочлена. По **теореме Безу** $f(x)$ делится нацело на многочлены $x - \dfrac{1-i}{2}$ и $x - \dfrac{1+i}{2}$. Многочлены $x - \dfrac{1-i}{2}$ и $x - \dfrac{1+i}{2}$ взаимно просты (степень наибольшего общего делителя равна 0), поэтому $f(x)$ делится на $\left(x - \dfrac{1-i}{2}\right)\left(x - \dfrac{1+i}{2}\right)$. Согласно замечанию о получении многочлена с вещественными коэффициентами для любого комплексного числа z_0 многочлен $(x - z_0)(x - \overline{z_0})$ имеет вещественные коэффициенты, так как

$$(x - z_0)(x - \overline{z_0}) = x^2 - (z_0 + \overline{z_0})\, x + z_0\overline{z_0},$$

причем $z_0 + \overline{z_0} = 2\mathrm{Re} z_0 \in \mathbb{R}$ и $z_0\overline{z_0} = |z_0|^2 \in \mathbb{R}$.

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. По теореме о корнях многочлена с вещественными коэффициентами, число $\dfrac{1+i}{2}$ также является корнем этого многочлена. По **теореме Безу** $f(x)$ делится нацело на многочлены $x - \dfrac{1-i}{2}$ и $x - \dfrac{1+i}{2}$. Многочлены $x - \dfrac{1-i}{2}$ и $x - \dfrac{1+i}{2}$ взаимно просты (степень наибольшего общего делителя равна 0), поэтому $f(x)$ делится на $\left(x - \dfrac{1-i}{2}\right)\left(x - \dfrac{1+i}{2}\right)$.
Согласно замечанию о получении многочлена с вещественными коэффициентами для любого комплексного числа z_0 многочлен $(x - z_0)(x - \overline{z_0})$ имеет вещественные коэффициенты. Поэтому многочлен

$$\left(x - \frac{1-i}{2}\right)\left(x - \frac{1+i}{2}\right) =$$

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. По теореме о корнях многочлена с вещественными коэффициентами, число $\dfrac{1+i}{2}$ также является корнем этого многочлена. По **теореме Безу** $f(x)$ делится нацело на многочлены $x - \dfrac{1-i}{2}$ и $x - \dfrac{1+i}{2}$. Многочлены $x - \dfrac{1-i}{2}$ и $x - \dfrac{1+i}{2}$ взаимно просты (степень наибольшего общего делителя равна 0), поэтому $f(x)$ делится на $\left(x - \dfrac{1-i}{2}\right)\left(x - \dfrac{1+i}{2}\right)$. Согласно замечанию о получении многочлена с вещественными коэффициентами для любого комплексного числа z_0 многочлен $(x - z_0)(x - \overline{z_0})$ имеет вещественные коэффициенты. Поэтому многочлен

$$\left(x - \frac{1-i}{2}\right)\left(x - \frac{1+i}{2}\right) = x^2 - x + \frac{1}{2}$$

имеет вещественные коэффициенты.

Задача 8. Проверьте, является ли $\dfrac{1-i}{2}$ корнем многочлена $f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 44x + 20$. Найдите разложение многочлена $f(x)$ в произведение многочленов, неразложимых над полем действительных чисел.

Ответ. По теореме о корнях многочлена с вещественными коэффициентами, число $\dfrac{1+i}{2}$ также является корнем этого многочлена. По **теореме Безу** $f(x)$ делится нацело на многочлены $x - \dfrac{1-i}{2}$ и $x - \dfrac{1+i}{2}$. Многочлены $x - \dfrac{1-i}{2}$ и $x - \dfrac{1+i}{2}$ взаимно просты (степень наибольшего общего делителя равна 0), поэтому $f(x)$ делится на $\left(x - \dfrac{1-i}{2}\right)\left(x - \dfrac{1+i}{2}\right)$. Согласно замечанию о получении многочлена с вещественными коэффициентами для любого комплексного числа z_0 многочлен $(x - z_0)(x - \overline{z_0})$ имеет вещественные коэффициенты. Поэтому многочлен

$$\left(x - \frac{1-i}{2}\right)\left(x - \frac{1+i}{2}\right) = x^2 - x + \frac{1}{2}$$

имеет вещественные коэффициенты. Имеем

$$\begin{array}{rrrrr|l}
4x^4 & -12x^3 & +50x^2 & -44x & +20 & x^2 - x + \frac{1}{2} \\
\cline{6-6}
4x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & & 4x^2 - 8x + 40 \\
\cline{1-3}
 & -8x^3 & +48x^2 & -44x & +20 & \\
 & -8x^3 & +8x^2 & -4x & & \\
\cline{2-4}
 & & 40x^2 & -40x & +20 & \\
 & & 40x^2 & -40x & +20 & \\
\cline{3-5}
 & & & & 0 &
\end{array}$$

Решение задачи 9.

Задача 9. Найти **результант** многочленов $6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2$ и $8x^3 + 34x^2 + 45x + 18$

Задача 9. Найти **результант** многочленов $6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2$ и $8x^3 + 34x^2 + 45x + 18$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 \\ 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 \end{vmatrix} =$$

Задача 9. Найти результант многочленов $6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2$ и $8x^3 + 34x^2 + 45x + 18$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 \\ 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 \end{vmatrix} = -21\,560\,000.$$

Задача 9. Найти результант многочленов $6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2$ и $8x^3 + 34x^2 + 45x + 18$
Ответ.

$$\begin{vmatrix} 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 \\ 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 \end{vmatrix} = -21\,560\,000.$$

Можно проверить, что

$$6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2 = (2x-1)(3x+1)(x-2)(x+1),$$

Задача 9. Найти **результант** многочленов $6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2$ и $8x^3 + 34x^2 + 45x + 18$
Ответ.

$$\begin{vmatrix} 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 \\ 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 \end{vmatrix} = -21\,560\,000.$$

Можно проверить, что

$$6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2 = (2x-1)(3x+1)(x-2)(x+1),$$

$$8x^3 + 34x^2 + 45x + 18 = (4x+3)(x+2)(2x+3).$$

Задача 9. Найти результант многочленов $6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2$ и $8x^3 + 34x^2 + 45x + 18$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 \\ 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 \end{vmatrix} = -21\,560\,000.$$

Можно проверить, что

$$6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2 = (2x-1)(3x+1)(x-2)(x+1),$$

$$8x^3 + 34x^2 + 45x + 18 = (4x+3)(x+2)(2x+3).$$

Поэтому искомый результант **согласно определению** равен

Задача 9. Найти результант многочленов $6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2$ и $8x^3 + 34x^2 + 45x + 18$
Ответ.

$$\begin{vmatrix} 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 \\ 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 \end{vmatrix} = -21\,560\,000.$$

Можно проверить, что

$$6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2 = (2x-1)(3x+1)(x-2)(x+1),$$

$$8x^3 + 34x^2 + 45x + 18 = (4x+3)(x+2)(2x+3).$$

Поэтому искомый результант **согласно определению** равен

$$6^3 8^4 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{2} + 2\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)\left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right)\left(-\frac{1}{3} + 2\right)\left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2}\right) \cdot$$

$$\cdot \left(2 + \frac{3}{4}\right)(2+2)\left(2 + \frac{3}{2}\right)\left(-1 + \frac{3}{4}\right)(-1+2)\left(-1 + \frac{3}{2}\right) =$$

Задача 9. Найти результант многочленов $6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2$ и $8x^3 + 34x^2 + 45x + 18$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 \\ 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 \end{vmatrix} = -21\,560\,000.$$

Можно проверить, что

$$6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2 = (2x-1)(3x+1)(x-2)(x+1),$$

$$8x^3 + 34x^2 + 45x + 18 = (4x+3)(x+2)(2x+3).$$

Поэтому искомый результант **согласно определению** равен

$$6^3 8^4 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{2} + 2\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)\left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right)\left(-\frac{1}{3} + 2\right)\left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2}\right) \cdot$$

$$\cdot \left(2 + \frac{3}{4}\right)(2+2)\left(2 + \frac{3}{2}\right)\left(-1 + \frac{3}{4}\right)(-1+2)\left(-1 + \frac{3}{2}\right) =$$

$$= 6^3 8^4 \cdot \frac{5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11}{4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 4} \cdot 4 \cdot \frac{7 \cdot (-1)}{2 \cdot 4} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} =$$

Задача 9. Найти результант многочленов $6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2$ и $8x^3 + 34x^2 + 45x + 18$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 \\ 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 \end{vmatrix} = -21\,560\,000.$$

Можно проверить, что

$$6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2 = (2x-1)(3x+1)(x-2)(x+1),$$

$$8x^3 + 34x^2 + 45x + 18 = (4x+3)(x+2)(2x+3).$$

Поэтому искомый результант **согласно определению** равен

$$6^3 8^4 \left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{2}+2\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{1}{3}+2\right)\left(-\frac{1}{3}+\frac{3}{2}\right)\cdot$$

$$\cdot\left(2+\frac{3}{4}\right)(2+2)\left(2+\frac{3}{2}\right)\left(-1+\frac{3}{4}\right)(-1+2)\left(-1+\frac{3}{2}\right) =$$

$$= 6^3 8^4 \cdot \frac{5\cdot 5\cdot 4\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 11}{4\cdot 2\cdot 2\cdot 12\cdot 3\cdot 6\cdot 4} \cdot 4 \cdot \frac{7\cdot(-1)}{2\cdot 4} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = -10^4 \cdot 4 \cdot 49 \cdot 11 =$$

Задача 9. Найти результант многочленов $6x^4-7x^3-12x^2+3x+2$ и $8x^3+34x^2+45x+18$
Ответ.

$$\begin{vmatrix} 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 \\ 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 \end{vmatrix} = -21\,560\,000.$$

Можно проверить, что

$$6x^4-7x^3-12x^2+3x+2=(2x-1)(3x+1)(x-2)(x+1),$$

$$8x^3+34x^2+45x+18=(4x+3)(x+2)(2x+3).$$

Поэтому искомый результант **согласно определению** равен

$$6^38^4\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{2}+2\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{1}{3}+2\right)\left(-\frac{1}{3}+\frac{3}{2}\right)\cdot$$

$$\cdot\left(2+\frac{3}{4}\right)(2+2)\left(2+\frac{3}{2}\right)\left(-1+\frac{3}{4}\right)(-1+2)\left(-1+\frac{3}{2}\right)=$$

$$=6^38^4\cdot\frac{5\cdot5\cdot4\cdot5\cdot5\cdot7\cdot11}{4\cdot2\cdot2\cdot12\cdot3\cdot6\cdot4}\cdot4\cdot\frac{7\cdot(-1)}{2\cdot4}\cdot1\cdot\frac{1}{2}=-10^4\cdot4\cdot49\cdot11=-21\,560\,000,$$

Задача 9. Найти результант многочленов $6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2$ и $8x^3 + 34x^2 + 45x + 18$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -7 & -12 & 3 & 2 \\ 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 34 & 45 & 18 \end{vmatrix} = \mathbf{-21\,560\,000}.$$

Можно проверить, что

$$6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2 = (2x-1)(3x+1)(x-2)(x+1),$$

$$8x^3 + 34x^2 + 45x + 18 = (4x+3)(x+2)(2x+3).$$

Поэтому искомый результант **согласно определению** равен

$$6^3 8^4 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{2} + 2\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)\left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right)\left(-\frac{1}{3} + 2\right)\left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2}\right)\cdot$$

$$\cdot\left(2 + \frac{3}{4}\right)(2+2)\left(2 + \frac{3}{2}\right)\left(-1 + \frac{3}{4}\right)(-1+2)\left(-1 + \frac{3}{2}\right) =$$

$$= 6^3 8^4 \cdot \frac{5\cdot 5\cdot 4\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 11}{4\cdot 2\cdot 2\cdot 12\cdot 3\cdot 6\cdot 4} \cdot 4 \cdot \frac{7\cdot(-1)}{2\cdot 4} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = -10^4 \cdot 4 \cdot 49 \cdot 11 = \mathbf{-21\,560\,000},$$

что совпадает с результатом применения **формулы для вычисления результанта**.

Решение задачи 10.

Задача 10. Найдите интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через точки графика функции $f(x) = 2^x$ с координатами: 1) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$; 2) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$, $M_3(2;4)$; 3) $M_1(-1;1/2)$, $M_2(0;1)$, $M_3(1;2)$, $M_4(2;4)$.

Задача 10. Найдите интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через точки графика функции $f(x) = 2^x$ с координатами: 1) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$; 2) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$, $M_3(2;4)$; 3) $M_1(-1;1/2)$, $M_2(0;1)$, $M_3(1;2)$, $M_4(2;4)$.

Ответ.

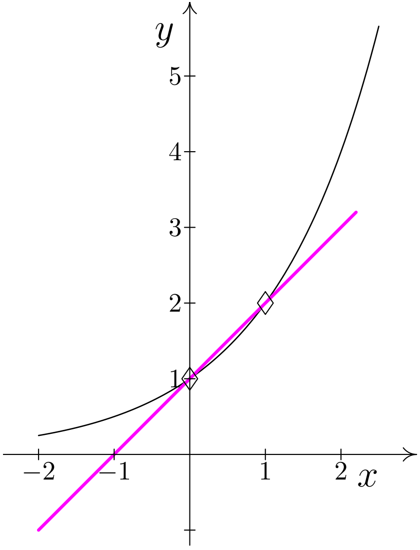
$$p_1(x) = 1 \cdot \frac{(x-1)}{(0-1)} + 2 \cdot \frac{(x-0)}{(1-0)} =$$

Задача 10. Найдите интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через точки графика функции $f(x) = 2^x$ с координатами: 1) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$; 2) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$, $M_3(2;4)$; 3) $M_1(-1;1/2)$, $M_2(0;1)$, $M_3(1;2)$, $M_4(2;4)$.

Ответ.

$$p_1(x) = 1 \cdot \frac{(x-1)}{(0-1)} + 2 \cdot \frac{(x-0)}{(1-0)} = x + 1.$$

Задача 10. Найдите интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через точки графика функции $f(x) = 2^x$ с координатами: 1) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$; 2) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$, $M_3(2;4)$; 3) $M_1(-1;1/2)$, $M_2(0;1)$, $M_3(1;2)$, $M_4(2;4)$.



Ответ.

$$p_1(x) = 1 \cdot \frac{(x-1)}{(0-1)} + 2 \cdot \frac{(x-0)}{(1-0)} = x + 1.$$

Задача 10. Найдите интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через точки графика функции $f(x) = 2^x$ с координатами: 1) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$; 2) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$, $M_3(2;4)$; 3) $M_1(-1;1/2)$, $M_2(0;1)$, $M_3(1;2)$, $M_4(2;4)$.

Ответ.

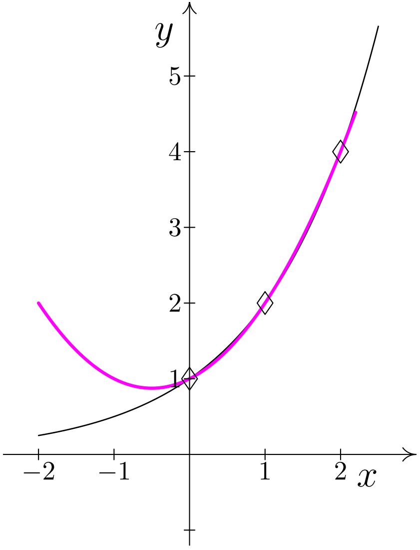
$$p_2(x) = 1 \cdot \frac{(x-1)(x-2)}{(0-1)(0-2)} + 2 \cdot \frac{x(x-2)}{(1-0)(1-2)} + 4 \cdot \frac{x(x-1)}{(2-0)(2-1)} =$$

Задача 10. Найдите интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через точки графика функции $f(x) = 2^x$ с координатами: 1) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$; 2) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$, $M_3(2;4)$; 3) $M_1(-1;1/2)$, $M_2(0;1)$, $M_3(1;2)$, $M_4(2;4)$.

Ответ.

$$p_2(x) = 1 \cdot \frac{(x-1)(x-2)}{(0-1)(0-2)} + 2 \cdot \frac{x(x-2)}{(1-0)(1-2)} + 4 \cdot \frac{x(x-1)}{(2-0)(2-1)} = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1.$$

Задача 10. Найдите интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через точки графика функции $f(x) = 2^x$ с координатами: 1) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$; 2) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$, $M_3(2;4)$; 3) $M_1(-1;1/2)$, $M_2(0;1)$, $M_3(1;2)$, $M_4(2;4)$.



Ответ.

$$p_2(x) = 1 \cdot \frac{(x-1)(x-2)}{(0-1)(0-2)} + 2 \cdot \frac{x(x-2)}{(1-0)(1-2)} + 4 \cdot \frac{x(x-1)}{(2-0)(2-1)} = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1.$$

Задача 10. Найдите интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через точки графика функции $f(x) = 2^x$ с координатами: 1) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$; 2) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$, $M_3(2;4)$; 3) $M_1(-1;1/2)$, $M_2(0;1)$, $M_3(1;2)$, $M_4(2;4)$.

Ответ.

$$p_3(x) = \frac{1}{2}\cdot\frac{x(x-1)(x-2)}{(-1-0)(-1-1)(-1-2)} + 1\cdot\frac{(x+1)(x-1)(x-2)}{(0+1)(0-1)(0-2)} + 2\cdot\frac{(x+1)x(x-2)}{(1+1)(1-0)(1-2)} +$$

$$+4\cdot\frac{(x+1)x(x-1)}{(2+1)(2-0)(2-1)} =$$

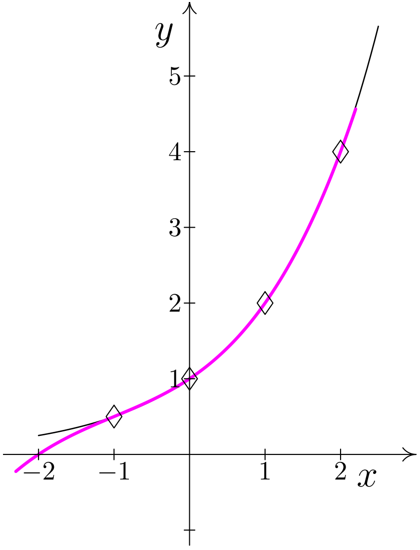
Задача 10. Найдите интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через точки графика функции $f(x) = 2^x$ с координатами: 1) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$; 2) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$, $M_3(2;4)$; 3) $M_1(-1;1/2)$, $M_2(0;1)$, $M_3(1;2)$, $M_4(2;4)$.

Ответ.

$$p_3(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{x(x-1)(x-2)}{(-1-0)(-1-1)(-1-2)} + 1 \cdot \frac{(x+1)(x-1)(x-2)}{(0+1)(0-1)(0-2)} + 2 \cdot \frac{(x+1)x(x-2)}{(1+1)(1-0)(1-2)} +$$

$$+4 \cdot \frac{(x+1)x(x-1)}{(2+1)(2-0)(2-1)} = \frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x + 1.$$

Задача 10. Найдите интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через точки графика функции $f(x) = 2^x$ с координатами: 1) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$; 2) $M_1(0;1)$, $M_2(1;2)$, $M_3(2;4)$; 3) $M_1(-1;1/2)$, $M_2(0;1)$, $M_3(1;2)$, $M_4(2;4)$.



Ответ.

$$p_3(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{x(x-1)(x-2)}{(-1-0)(-1-1)(-1-2)} + 1 \cdot \frac{(x+1)(x-1)(x-2)}{(0+1)(0-1)(0-2)} + 2 \cdot \frac{(x+1)x(x-2)}{(1+1)(1-0)(1-2)} +$$

$$+4 \cdot \frac{(x+1)x(x-1)}{(2+1)(2-0)(2-1)} = \frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x + 1.$$

Решение задачи 11.

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\left(x;y;z\right)=x^4y+x^4z+xy^4+y^4z+xz^4+yz^4.$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен
$$p\left(x;y;z\right)=x^4y+x^4z+xy^4+y^4z+xz^4+yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены:

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\left(x;y;z\right)=x^4y+x^4z+xy^4+y^4z+xz^4+yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1=x+y+z,$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\,(x;y;z) = x^4y + x^4z + xy^4 + y^4z + xz^4 + yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz,$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\,(x;y;z) = x^4y + x^4z + xy^4 + y^4z + xz^4 + yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz, \quad s_3 = xyz.$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\,(x;y;z) = x^4y + x^4z + xy^4 + y^4z + xz^4 + yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz, \quad s_3 = xyz.$
Высший член этого полинома имеет вид $x^4y =$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p(x;y;z) = x^4y + x^4z + xy^4 + y^4z + xz^4 + yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz, \quad s_3 = xyz.$
Высший член этого полинома имеет вид $x^4y = x^3 \cdot xy$.

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\left(x;y;z\right)=x^4y+x^4z+xy^4+y^4z+xz^4+yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1=x+y+z,\quad s_2=xy+xz+yz,\quad s_3=xyz.$

Высший член этого полинома имеет вид $x^4y=x^3\cdot xy$.

Выражение x^3 является слагаемым выражения $(x+y+z)^3$, причем

$$\Bigl(\underbrace{x+y+z}_{s_1}\Bigr)^3\Bigl(\underbrace{xy+xz+yz}_{s_2}\Bigr)=$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p(x;y;z) = x^4y + x^4z + xy^4 + y^4z + xz^4 + yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz, \quad s_3 = xyz.$
Высший член этого полинома имеет вид $x^4y = x^3 \cdot xy$.
Выражение x^3 является слагаемым выражения $(x+y+z)^3$, причем

$$\Big(\underbrace{x+y+z}_{s_1}\Big)^3\Big(\underbrace{xy+xz+yz}_{s_2}\Big) = s_1^3 s_2 =$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\left(x;y;z\right)=x^4y+x^4z+xy^4+y^4z+xz^4+yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1=x+y+z,\quad s_2=xy+xz+yz,\quad s_3=xyz.$
Высший член этого полинома имеет вид $x^4y=x^3\cdot xy$.
Выражение x^3 является слагаемым выражения $(x+y+z)^3$, причем

$$\Big(\underbrace{x+y+z}_{s_1}\Big)^3\Big(\underbrace{xy+xz+yz}_{s_2}\Big)=s_1^3s_2=$$

$$(xy+xz+yz)\cdot(x^3+y^3+z^3+3x^2y+3x^2z+3xy^2+3xz^2+3y^2z+3yz^2+6xyz)=$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p(x; y; z) = x^4 y + x^4 z + xy^4 + y^4 z + xz^4 + yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz, \quad s_3 = xyz.$
Высший член этого полинома имеет вид $x^4 y = x^3 \cdot xy$.
Выражение x^3 является слагаемым выражения $(x + y + z)^3$, причем

$$\Bigl(\underbrace{x + y + z}_{s_1}\Bigr)^3 \Bigl(\underbrace{xy + xz + yz}_{s_2}\Bigr) = s_1^3 s_2 =$$

$$(xy + xz + yz) \cdot (x^3 + y^3 + z^3 + 3x^2 y + 3x^2 z + 3xy^2 + 3xz^2 + 3y^2 z + 3yz^2 + 6xyz) =$$
$$= 7x^3 yz + 3x^3 y^2 + 3x^3 z^2 + 3y^3 z^2 + 12x^2 yz^2 + yz^4 + 7xyz^3 + xy^4 +$$
$$+ xz^4 + 12x^2 y^2 z + 7xy^3 z + 12xy^2 z^2 + 3y^3 z^2 + 3y^2 z^3 + 3x^2 z^3 + 3x^2 y^3 + y^4 z + x^4 z + x^4 y.$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\left(x;y;z\right) = x^4y + x^4z + xy^4 + y^4z + xz^4 + yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz, \quad s_3 = xyz.$
$s_1^3 s_2 = 7x^3yz + 3x^3y^2 + 3x^3z^2 + 3x^3y^2 + 12x^2yz^2 + yz^4 + 7xyz^3 + xy^4 +$
$+ xz^4 + 12x^2y^2z + 7xy^3z + 12xy^2z^2 + 3y^3z^2 + 3y^2z^3 + 3x^2z^3 + 3x^2y^3 + y^4z + x^4z + x^4y$
Поэтому рассмотрим многочлен

$$q\left(x;y;z\right) = p\left(x;y;z\right) - s_1^3 s_2 =$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p(x;y;z) = x^4y + x^4z + xy^4 + y^4z + xz^4 + yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz, \quad s_3 = xyz.$

$s_1^3 s_2 = 7x^3yz + 3x^3y^2 + 3x^3z^2 + 3y^3z^2 + 12x^2yz^2 + yz^4 + 7xyz^3 + xy^4+$
$+xz^4 + 12x^2y^2z + 7xy^3z + 12xy^2z^2 + 3y^3z^2 + 3y^2z^3 + 3x^2z^3 + 3x^2y^3 + y^4z + x^4z + x^4y$

Поэтому рассмотрим многочлен

$$q(x;y;z) = p(x;y;z) - s_1^3 s_2 =$$

$$= -3x^3y^2 - 3x^3z^2 - 3x^2y^3 - 3x^2z^3 - 3y^3z^2 - 3y^2z^3-$$

$$-7x^3yz - 7xy^3z - 7xyz^3 - 12x^2y^2z - 12x^2yz^2 - 12xy^2z^2.$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p(x;y;z) = x^4y + x^4z + xy^4 + y^4z + xz^4 + yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz, \quad s_3 = xyz.$
$s_1^3 s_2 = 7x^3yz + 3x^3y^2 + 3x^3z^2 + 3x^3y^2 + 12x^2yz^2 + yz^4 + 7xyz^3 + xy^4+$
$+xz^4 + 12x^2y^2z + 7xy^3z + 12xy^2z^2 + 3y^3z^2 + 3y^2z^3 + 3x^2z^3 + 3x^2y^3 + y^4z + x^4z + x^4y$
Поэтому рассмотрим многочлен

$$q(x;y;z) = p(x;y;z) - s_1^3 s_2 =$$

$$= -3x^3y^2 - 3x^3z^2 - 3x^2y^3 - 3x^2z^3 - 3y^3z^2 - 3y^2z^3 -$$

$$-7x^3yz - 7xy^3z - 7xyz^3 - 12x^2y^2z - 12x^2yz^2 - 12xy^2z^2.$$

Далее,

$$r(x;y;z) = q(x;y;z) + 3s_2^2 s_1 = p(x;y;z) - s_1^3 s_2 + 3s_2^2 s_1 =$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен
$$p\left(x;y;z\right)=x^4y+x^4z+xy^4+y^4z+xz^4+yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1=x+y+z,\quad s_2=xy+xz+yz,\quad s_3=xyz.$
$s_1^3s_2=7x^3yz+3x^3y^2+3x^3z^2+3x^3y^2+12x^2yz^2+yz^4+7xyz^3+xy^4+$
$+xz^4+12x^2y^2z+7xy^3z+12xy^2z^2+3y^3z^2+3y^2z^3+3x^2z^3+3x^2y^3+y^4z+x^4z+x^4y$
Поэтому рассмотрим многочлен
$$q\left(x;y;z\right)=p\left(x;y;z\right)-s_1^3s_2=$$
$$=-3x^3y^2-3x^3z^2-3x^2y^3-3x^2z^3-3y^3z^2-3y^2z^3-$$
$$-7x^3yz-7xy^3z-7xyz^3-12x^2y^2z-12x^2yz^2-12xy^2z^2.$$
Далее,
$$r\left(x;y;z\right)=q\left(x;y;z\right)+3s_2^2s_1=p\left(x;y;z\right)-s_1^3s_2+3s_2^2s_1=$$
$$=-x^3yz-xy^3z-xyz^3+3x^2y^2z+3x^2yz^2+3xy^2z^2.$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p(x;y;z) = x^4y + x^4z + xy^4 + y^4z + xz^4 + yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz, \quad s_3 = xyz.$
Итак,

$$r(x;y;z) = q(x;y;z) + 3s_2^2s_1 = p(x;y;z) - s_1^3s_2 + 3s_2^2s_1 =$$
$$= -x^3yz - xy^3z - xyz^3 + 3x^2y^2z + 3x^2yz^2 + 3xy^2z^2.$$

Поэтому рассмотрим многочлен

$$t(x;y;z) = r(x;y;z) -?$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p(x;y;z) = x^4y + x^4z + xy^4 + y^4z + xz^4 + yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz, \quad s_3 = xyz.$
Итак,

$$r(x;y;z) = q(x;y;z) + 3s_2^2s_1 = p(x;y;z) - s_1^3s_2 + 3s_2^2s_1 =$$
$$= -x^3yz - xy^3z - xyz^3 + 3x^2y^2z + 3x^2yz^2 + 3xy^2z^2.$$

Поэтому рассмотрим многочлен

$$t(x;y;z) = r(x;y;z) + s_1^2s_3 =$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен
$$p\left(x;y;z\right)=x^4y+x^4z+xy^4+y^4z+xz^4+yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1=x+y+z,\quad s_2=xy+xz+yz,\quad s_3=xyz.$
Итак,
$$r\left(x;y;z\right)=q\left(x;y;z\right)+3s_2^2s_1=p\left(x;y;z\right)-s_1^3s_2+3s_2^2s_1=$$
$$=-x^3yz-xy^3z-xyz^3+3x^2y^2z+3x^2yz^2+3xy^2z^2.$$

Поэтому рассмотрим многочлен
$$t\left(x;y;z\right)=r\left(x;y;z\right)+s_1^2s_3=5x^2y^2z+5x^2yz^2+5xy^2z^2.$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\left(x;y;z\right)=x^4y+x^4z+xy^4+y^4z+xz^4+yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $\quad s_1=x+y+z,\quad s_2=xy+xz+yz,\quad s_3=xyz.$
Итак,

$$t\left(x;y;z\right)=r\left(x;y;z\right)-s_1^2s_3=p\left(x;y;z\right)-s_1^3s_2+3s_2^2s_1+s_1^2s_3=$$

$$=5x^2y^2z+5x^2yz^2+5xy^2z^2.$$

Поэтому рассмотрим многочлен

$$u\left(x;y;z\right)=t\left(x;y;z\right)-5s_2s_3=$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p(x;y;z) = x^4y + x^4z + xy^4 + y^4z + xz^4 + yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz, \quad s_3 = xyz.$
Итак,

$$t(x;y;z) = r(x;y;z) - s_1^2 s_3 = p(x;y;z) - s_1^3 s_2 + 3s_2^2 s_1 + s_1^2 s_3 =$$
$$= 5x^2y^2z + 5x^2yz^2 + 5xy^2z^2.$$

Поэтому рассмотрим многочлен

$$u(x;y;z) = t(x;y;z) - 5s_2 s_3 = 0.$$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p(x;y;z) = x^4y + x^4z + xy^4 + y^4z + xz^4 + yz^4.$$

Ответ. Основные многочлены: $s_1 = x + y + z, \quad s_2 = xy + xz + yz, \quad s_3 = xyz.$

Следовательно

$$0 = u(x;y;z) = t(x;y;z) - 5s_2s_3 = p(x;y;z) - s_1^3s_2 + 3s_2^2s_1 + s_1^2s_3 - 5s_2s_3.$$

Ответ: $p(x;y;z) = s_1^3s_2 - 3s_2^2s_1 - s_1^2s_3 + 5s_2s_3.$

Задача 11. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\left(x;y;z\right)=x^4y+x^4z+xy^4+y^4z+xz^4+yz^4.$$

Ответ. $p\left(x;y;z\right)=s_1^3s_2-3s_2^2s_1-s_1^2s_3+5s_2s_3.$

Решение задачи 12.

Задача 12. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\left(x;y;z\right)=x^2y+x^2z+xy^2+y^2z+xz^2+yz^2.$$

Задача 12. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\left(x; y; z\right) = x^2y + x^2z + xy^2 + y^2z + xz^2 + yz^2.$$

Ответ. $x^2y + x^2z + xy^2 + y^2z + xz^2 + yz^2 -$

Задача 12. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\,(x;y;z)=x^2y+x^2z+xy^2+y^2z+xz^2+yz^2.$$

Ответ. $x^2y+x^2z+xy^2+y^2z+xz^2+yz^2-(x+y+z)(xy+xz+yz)=$

Задача 12. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\left(x;y;z\right)=x^2y+x^2z+xy^2+y^2z+xz^2+yz^2.$$

Ответ. $x^2y+x^2z+xy^2+y^2z+xz^2+yz^2-(x+y+z)(xy+xz+yz)=-3xyz.$

Задача 12. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$p\,(x;y;z) = x^2y + x^2z + xy^2 + y^2z + xz^2 + yz^2.$$

Ответ. $x^2y + x^2z + xy^2 + y^2z + xz^2 + yz^2 - (x+y+z)(xy+xz+yz) = -3xyz.$
$p\,(x;y;z) = x^2y + x^2z + xy^2 + y^2z + xz^2 + yz^2 = (x+y+z)(xy+xz+yz) - 3xyz.$

Решение задачи 13.

Задача 13. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$x^3y^2 + x^3z^2 + x^2y^3 + x^2z^3 + y^3z^2 + y^2z^3 + 2x^3yz + 2xy^3z + 2xyz^3.$$

Задача 13. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен
$$x^3y^2 + x^3z^2 + x^2y^3 + x^2z^3 + y^3z^2 + y^2z^3 + 2x^3yz + 2xy^3z + 2xyz^3.$$

Ответ. $x^3y^2 + x^3z^2 + x^2y^3 + x^2z^3 + y^3z^2 + y^2z^3 + 2x^3yz + 2xy^3z + 2xyz^3 -$

Задача 13. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$x^3y^2 + x^3z^2 + x^2y^3 + x^2z^3 + y^3z^2 + y^2z^3 + 2x^3yz + 2xy^3z + 2xyz^3.$$

Ответ. $x^3y^2 + x^3z^2 + x^2y^3 + x^2z^3 + y^3z^2 + y^2z^3 + 2x^3yz + 2xy^3z + 2xyz^3-$
$-(x+y+z)(xy+xz+yz)^2 =$

Задача 13. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$x^3y^2 + x^3z^2 + x^2y^3 + x^2z^3 + y^3z^2 + y^2z^3 + 2x^3yz + 2xy^3z + 2xyz^3.$$

Ответ. $x^3y^2 + x^3z^2 + x^2y^3 + x^2z^3 + y^3z^2 + y^2z^3 + 2x^3yz + 2xy^3z + 2xyz^3 -$
$-(x + y + z)(xy + xz + yz)^2 = -5x^2y^2z - 5x^2yz^2 - 5xy^2z^2 =$

Задача 13. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен

$$x^3y^2 + x^3z^2 + x^2y^3 + x^2z^3 + y^3z^2 + y^2z^3 + 2x^3yz + 2xy^3z + 2xyz^3.$$

Ответ. $x^3y^2 + x^3z^2 + x^2y^3 + x^2z^3 + y^3z^2 + y^2z^3 + 2x^3yz + 2xy^3z + 2xyz^3 - {}$
$-(x+y+z)(xy+xz+yz)^2 = -5x^2y^2z - 5x^2yz^2 - 5xy^2z^2 = -5xyz(xy+xz+yz).$

Задача 13. Представить в виде многочлена от **основных симметрических многочленов** многочлен
$$x^3y^2+x^3z^2+x^2y^3+x^2z^3+y^3z^2+y^2z^3+2x^3yz+2xy^3z+2xyz^3.$$

Ответ. $x^3y^2+x^3z^2+x^2y^3+x^2z^3+y^3z^2+y^2z^3+2x^3yz+2xy^3z+2xyz^3-$
$-(x+y+z)(xy+xz+yz)^2=-5x^2y^2z-5x^2yz^2-5xy^2z^2=-5xyz(xy+xz+yz).$
$x^3y^2+x^3z^2+x^2y^3+x^2z^3+y^3z^2+y^2z^3+2x^3yz+2xy^3z+2xyz^3=$
$=(x+y+z)(xy+xz+yz)^2-5xyz(xy+xz+yz).$

Решение задачи 14.

Задача 14. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{4x^6 + 32x^5 + 93x^4 + 111x^3 + 26x^2 - 2x + 35}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}.$$

Задача 14. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением
$$\frac{4x^6 + 32x^5 + 93x^4 + 111x^3 + 26x^2 - 2x + 35}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}.$$

Ответ.

Задача 14. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{4x^6+32x^5+93x^4+111x^3+26x^2-2x+35}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}.$$

Ответ. $\dfrac{4x^6+32x^5+93x^4+111x^3+26x^2-2x+35}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}=$

$$=\frac{A}{x+3}+\frac{B}{(x+3)^2}+\frac{C}{(x+3)^3}+\frac{Ex+F}{x^2+x+1}+\frac{Gx+H}{\left(x^2+x+1\right)^2}=$$

Задача 14. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{4x^6+32x^5+93x^4+111x^3+26x^2-2x+35}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}.$$

Ответ. $$\frac{4x^6+32x^5+93x^4+111x^3+26x^2-2x+35}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}=$$

$$=\frac{A}{x+3}+\frac{B}{(x+3)^2}+\frac{C}{(x+3)^3}+\frac{Ex+F}{x^2+x+1}+\frac{Gx+H}{\left(x^2+x+1\right)^2}=$$

$$=\frac{A(x+3)^2\left(x^2+x+1\right)^2+B(x+3)\left(x^2+x+1\right)^2+C\left(x^2+x+1\right)^2}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}+$$

$$+\frac{(Ex+F)(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)+(Gx+H)(x+3)^3}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}=$$

Задача 14. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{4x^6+32x^5+93x^4+111x^3+26x^2-2x+35}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}.$$

Ответ. $\dfrac{4x^6+32x^5+93x^4+111x^3+26x^2-2x+35}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}=$

$$=\frac{A}{x+3}+\frac{B}{(x+3)^2}+\frac{C}{(x+3)^3}+\frac{Ex+F}{x^2+x+1}+\frac{Gx+H}{\left(x^2+x+1\right)^2}=$$

$$=\frac{A(x+3)^2\left(x^2+x+1\right)^2+B(x+3)\left(x^2+x+1\right)^2+C\left(x^2+x+1\right)^2}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}+$$

$$+\frac{(Ex+F)(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)+(Gx+H)(x+3)^3}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}=$$

$$\left\{\begin{array}{l|l}
A+E=4 & x^6\\
8A+B+10E-F=32 & x^5\\
24A+5B+C+37E-10F+G=93 & x^4\\
38A+9B+2C+63E-37F+9G+H=111 & x^3\\
40A+11B+3C+54E-63F+27G+9H=26 & x^2\\
24A+7B+2C+27E-54F+27G+27H=-2 & x\\
9A+3B+C-27F+27H=35 & x^0
\end{array}\right.$$

Задача 14. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{4x^6+32x^5+93x^4+111x^3+26x^2-2x+35}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}.$$

Ответ. $$\frac{4x^6+32x^5+93x^4+111x^3+26x^2-2x+35}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}=$$

$$=\frac{A}{x+3}+\frac{B}{(x+3)^2}+\frac{C}{(x+3)^3}+\frac{Ex+F}{x^2+x+1}+\frac{Gx+H}{\left(x^2+x+1\right)^2}=$$

$$=\frac{A(x+3)^2\left(x^2+x+1\right)^2+B(x+3)\left(x^2+x+1\right)^2+C\left(x^2+x+1\right)^2}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}+$$

$$+\frac{(Ex+F)(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)+(Gx+H)(x+3)^3}{(x+3)^3\left(x^2+x+1\right)^2}=$$

$$=\frac{2}{x+3}-\frac{3}{(x+3)^2}-\frac{1}{(x+3)^3}+\frac{2x-1}{x^2+x+1}+\frac{-3x+2}{\left(x^2+x+1\right)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l}
A+E=4 & x^6\\
8A+B+10E-F=32 & x^5\\
24A+5B+C+37E-10F+G=93 & x^4\\
38A+9B+2C+63E-37F+9G+H=111 & x^3\\
40A+11B+3C+54E-63F+27G+9H=26 & x^2\\
24A+7B+2C+27E-54F+27G+27H=-2 & x\\
9A+3B+C-27F+27H=35 & x^0
\end{array}\right.$$

Решение задачи 15.

Задача 15. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{3x^6 - 19x^5 + 48x^4 - 49x^3 - 2x^2 + 16x + 7}{(x-2)^3\left(x^2-1\right)^2}.$$

Задача 15. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{3x^6 - 19x^5 + 48x^4 - 49x^3 - 2x^2 + 16x + 7}{(x-2)^3\left(x^2-1\right)^2}.$$

Ответ.

Задача 15. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{3x^6-19x^5+48x^4-49x^3-2x^2+16x+7}{(x-2)^3\left(x^2-1\right)^2}.$$

Ответ. $$\frac{3x^6-19x^5+48x^4-49x^3-2x^2+16x+7}{(x-2)^3\left(x^2-1\right)^2}=$$

$$=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{(x-2)^2}+\frac{C}{(x-2)^3}+\frac{D}{x+1}+\frac{E}{(x+1)^2}+\frac{F}{(x-1)}+\frac{G}{(x-1)^2}=$$

Задача 15. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{3x^6 - 19x^5 + 48x^4 - 49x^3 - 2x^2 + 16x + 7}{(x-2)^3\left(x^2-1\right)^2}.$$

Ответ. $\dfrac{3x^6 - 19x^5 + 48x^4 - 49x^3 - 2x^2 + 16x + 7}{(x-2)^3\left(x^2-1\right)^2} =$

$$= \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3} + \frac{D}{x+1} + \frac{E}{(x+1)^2} + \frac{F}{(x-1)} + \frac{G}{(x-1)^2} =$$

$$= -\frac{2}{x-2} + \frac{4}{(x-2)^2} - \frac{1}{(x-2)^3} + \frac{2}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{3}{(x-1)} - \frac{1}{(x-1)^2}.$$

Решение задачи 16.

Задача 16. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{-2x^7+4x^6-2x^5+5x^4+2x^3+5x^2}{(x+1)^2\left(x^2+1\right)^3}.$$

Задача 16. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{-2x^7+4x^6-2x^5+5x^4+2x^3+5x^2}{(x+1)^2\left(x^2+1\right)^3}.$$

Ответ.

$$\frac{-2x^7+4x^6-2x^5+5x^4+2x^3+5x^2}{(x+1)^2\left(x^2+1\right)^3}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{(x+1)^2}+\frac{Cx+D}{x^2+1}+\frac{Ex+F}{\left(x^2+1\right)^2}+\frac{Gx+H}{\left(x^2+1\right)^3}=$$

Задача 16. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{-2x^7+4x^6-2x^5+5x^4+2x^3+5x^2}{(x+1)^2\left(x^2+1\right)^3}.$$

Ответ.

$$\frac{-2x^7+4x^6-2x^5+5x^4+2x^3+5x^2}{(x+1)^2\left(x^2+1\right)^3}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{(x+1)^2}+\frac{Cx+D}{x^2+1}+\frac{Ex+F}{\left(x^2+1\right)^2}+\frac{Gx+H}{\left(x^2+1\right)^3}=$$

$$=-\frac{3}{x+1}+\frac{2}{(x+1)^2}+\frac{x+3}{x^2+1}-\frac{2x+1}{\left(x^2+1\right)^2}+\frac{2x-1}{\left(x^2+1\right)^3}.$$

Задача 16. Разложите в сумму простейших дробно-рациональную функцию, заданную выражением

$$\frac{-2x^7+4x^6-2x^5+5x^4+2x^3+5x^2}{(x+1)^2\left(x^2+1\right)^3}.$$

Ответ.

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?