

# Ю.Б.Мельников



Линейные пространства.  
Комментарии занятиям.

Комментарий № 1	3
Комментарий № 2	8
Комментарий № 3	12
Комментарий № 4	13
Комментарий № 5	14
Комментарий № 6	18
Комментарий № 7	30

# Комментарий № 1 к примеру

Имеем  $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  и, по определению столбца координат,

## Комментарий № 1 к примеру

Имеем  $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  и, по определению столбца координат,

$$\left[ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \left[ 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \right]_{\mathbf{B}} =$$

## Комментарий № 1 к примеру

Имеем  $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  и, по определению столбца координат,

$$\left[ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \left[ 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \right]_{\mathbf{B}} =$$

## Комментарий № 1 к примеру

Имеем  $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  и, по определению столбца координат,

$$\left[ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \left[ 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} =$$

## Комментарий № 1 к [примеру](#)

Имеем  $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  и, по [определению столбца координат](#),

$$\begin{aligned} \left[ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} &= \left[ 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

[Вернуться к примеру?](#)

## Комментарий № 2 к примеру

Имеем  $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  и, по определению столбца координат,

$$\left[ \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \left[ (-2) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \right]_{\mathbf{B}} =$$



## Комментарий № 2 к **примеру**

Имеем  $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  и, по **определению столбца координат**,

$$\left[ \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \left[ (-2) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \right]_{\mathbf{B}}$$

## Комментарий № 2 к [примеру](#)

Имеем  $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  и, по [определению столбца координат](#),

$$\left[ \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \left[ (-2) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} =$$

## Комментарий № 2 к [примеру](#)

Имеем  $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  и, по [определению столбца координат](#),

$$\begin{aligned} \left[ \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} &= \left[ (-2) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \\ &= \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

[Вернуться к примеру?](#)

## Комментарий № 3 к [примеру](#)

Имеем  $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  и, по [определению столбца координат](#),

$$\left[ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \left[ 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-2) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} =$$
$$= \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

[Вернуться к примеру?](#)

## Комментарий № 4 к [примеру](#)

Имеем  $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  и, по [определению столбца координат](#),

$$\begin{aligned} \left[ \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} &= \left[ 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 9 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \\ &= \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

[Вернуться к примеру?](#)

# Комментарий № 5 к [примеру](#)

Для доказательства [линейной независимости](#) первых трех столбцов матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  возьмем линейную комбинацию первых трех столбцов, дающую нулевой вектор:

$$\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

## Комментарий № 5 к [примеру](#)

Для доказательства [линейной независимости](#) первых трех столбцов матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  возьмем линейную комбинацию первых трех столбцов, дающую нулевой вектор:

$$\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Из последней строки получаем, что  $\gamma = 0$ .

## Комментарий № 5 к [примеру](#)

Для доказательства [линейной независимости](#) первых трех столбцов матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  возьмем линейную комбинацию первых трех столбцов, дающую нулевой вектор:

$$\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Из последней строки получаем, что  $\gamma = 0$ .

Тогда предпоследняя строка дает  $\beta = 0$ , но в этом случае из первой строки следует, что  $\alpha = 0$ .



## Комментарий № 5 к [примеру](#)

Для доказательства [линейной независимости](#) первых трех столбцов матрицы 
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$
 возьмем линейную комбинацию первых трех столбцов, дающую нулевой вектор:

$$\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Из последней строки получаем, что  $\gamma = 0$ .

Тогда предпоследняя строка дает  $\beta = 0$ , но в этом случае из первой строки следует, что  $\alpha = 0$ .

Таким образом эта комбинация дает нулевой вектор тогда и только тогда, когда  $\alpha = \beta = \gamma = 0$ , то есть система из первого, второго и третьего вектора линейно независима.

[Вернуться к примеру?](#)

# Комментарий № 6 к примеру

Решим систему **методом Гаусса**

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \\ -2\alpha + 2\beta + \varepsilon = 0, \\ \alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon = 0. \end{cases}$$

# Комментарий № 6 к примеру

Решим систему **методом Гаусса**

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \\ -2\alpha + 2\beta + \varepsilon = 0, \\ \alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon = 0. \end{cases} \quad \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim$$

# Комментарий № 6 к [примеру](#)

Решим систему [методом Гаусса](#)

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \\ -2\alpha + 2\beta + \varepsilon = 0, \\ \alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon = 0. \end{cases} \quad \left( \begin{array}{ccccc} \mathbf{1} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim$$

Начинаем прямой ход метода Гаусса.

# Комментарий № 6 к примеру

Решим систему **методом Гаусса**

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \\ -2\alpha + 2\beta + \varepsilon = 0, \\ \alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon = 0. \end{cases} \quad \left( \begin{array}{ccccc} \mathbf{1} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{4} & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim$$

# Комментарий № 6 к примеру

Решим систему **методом Гаусса**

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \\ -2\alpha + 2\beta + \varepsilon = 0, \\ \alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon = 0. \end{cases} \quad \left( \begin{array}{ccccc} \mathbf{1} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{4} & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & \mathbf{-2} & 0 & 0 \end{array} \right) \sim$$

# Комментарий № 6 к примеру

Решим систему **методом Гаусса**

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \\ -2\alpha + 2\beta + \varepsilon = 0, \\ \alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon = 0. \end{cases} \quad \left( \begin{array}{ccccc} \mathbf{1} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

# Комментарий № 6 к [примеру](#)

Решим систему [методом Гаусса](#)

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \\ -2\alpha + 2\beta + \varepsilon = 0, \\ \alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon = 0. \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

Начинаем обратный ход метода Гаусса.



# Комментарий № 6 к [примеру](#)

Решим систему [методом Гаусса](#)

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \\ -2\alpha + 2\beta + \varepsilon = 0, \\ \alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon = 0. \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

# Комментарий № 6 к [примеру](#)

Решим систему [методом Гаусса](#)

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \\ -2\alpha + 2\beta + \varepsilon = 0, \\ \alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon = 0. \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

# Комментарий № 6 к **примеру**

Решим систему **методом Гаусса**

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \\ -2\alpha + 2\beta + \varepsilon = 0, \\ \alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon = 0. \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \alpha = -\frac{\delta}{2} - \frac{\varepsilon}{4}, \\ \beta = -\frac{\delta}{2} - \frac{3\varepsilon}{4}, \\ \gamma = 0. \end{cases}$$

# Комментарий № 6 к примеру

Решим систему **методом Гаусса**

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \\ -2\alpha + 2\beta + \varepsilon = 0, \\ \alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon = 0. \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \alpha = -\frac{\delta}{2} - \frac{\varepsilon}{4}, \\ \beta = -\frac{\delta}{2} - \frac{3\varepsilon}{4}, \\ \gamma = 0. \end{cases}$$

Положим, например,  $\delta = 2$ ,  $\varepsilon = 4$ , получим ненулевое решение:

# Комментарий № 6 к [примеру](#)

Решим систему [методом Гаусса](#)

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \\ -2\alpha + 2\beta + \varepsilon = 0, \\ \alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon = 0. \end{cases} \quad \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad \begin{cases} \alpha = -\frac{\delta}{2} - \frac{\varepsilon}{4}, \\ \beta = -\frac{\delta}{2} - \frac{3\varepsilon}{4}, \\ \gamma = 0. \end{cases}$$

Положим, например,  $\delta = 2$ ,  $\varepsilon = 4$ , получим ненулевое решение:  
 $(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon) = (-2; -4; 0; 2; 4)$ . [Вернемся к примеру?](#)

## Комментарий № 7 к свойствам линейно зависимых и линейно независимых подсистем

Система векторов  $\mathcal{A}$  называется **подсистемой** системы векторов  $\mathcal{B}$ , если  $\mathcal{A}$  можно получить удалением некоторых векторов из  $\mathcal{B}$ . Для упорядоченных систем дополнительно требуется сохранение порядка. При этом система  $\mathcal{B}$  называется **надсистемой** системы  $\mathcal{A}$ .

# Комментарий № 7 к свойствам линейно зависимых и линейно независимых подсистем

Система векторов  $\mathcal{A}$  называется **подсистемой** системы векторов  $\mathcal{B}$ , если  $\mathcal{A}$  можно получить удалением некоторых векторов из  $\mathcal{B}$ . Для упорядоченных систем дополнительно требуется сохранение порядка. При этом система  $\mathcal{B}$  называется **надсистемой** системы  $\mathcal{A}$ .

Например,  $\mathcal{A} = \{b, c, e\}$  является подсистемой системы  $\mathcal{B} = \{a, b, c, d, e, f\}$ .

[Вернуться к свойствам линейно зависимых и независимых систем?](#)

Спасибо

за

внимание!

е-mail: [melnikov@k66.ru](mailto:melnikov@k66.ru), [melnikov@r66.ru](mailto:melnikov@r66.ru)

сайты: <http://melnikov.k66.ru>, <http://melnikov.web.ur.ru>

Вернуться к списку презентаций?

