Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Поиск доказательства теоремы

Раздел электронного учебника
для сопровождения практического занятия

Изд. 4-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2012

Пример 1. *Для теоремы «если* $\triangle ABC$ *— равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен* $\frac{\pi}{4}$*» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

Пример 1. *Для теоремы «если* $\triangle ABC$ *— равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен* $\frac{\pi}{4}$*» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение. В схеме $\left\{\begin{array}{l} A, \\ B \end{array}\right. \Rightarrow C$ высказывания A, B и C можно интерпретировать следующим образом:

Пример 1. *Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение. В схеме $\begin{cases} A, \\ B \end{cases} \Rightarrow C$ высказывания A, B и C можно интерпретировать следующим образом:

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Пример 1. *Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\dfrac{\pi}{4}$» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\left\{\begin{array}{l}\triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle,\\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle\end{array}\right. \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

Пример 1. *Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\dfrac{\pi}{4}$» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1. *Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\dfrac{\pi}{4}$» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{— равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1. *Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle,$$

Пример 1. *Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{— равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{— прямоугольный } \triangle,$$

$$\begin{cases} \\ \triangle ABC \text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1. *Для теоремы «если* $\triangle ABC$ *— равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен* $\dfrac{\pi}{4}$*» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle,$$

$$\begin{cases} \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 1. *Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle,$$

$$\begin{cases} \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle\ .$$

Пример 1. *Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\left\{\begin{array}{l}\triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle,\\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle\end{array}\right. \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\left\{\begin{array}{l}\triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle,\\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}\end{array}\right. \Rightarrow \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle,$$

Если

Пример 1. *Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{— равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{— прямоугольный } \triangle,$$

Если $\triangle ABC$ — равнобедренный треугольник,

Пример 1. *Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle,$$

Если $\triangle ABC$ — равнобедренный треугольник,
один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$, то

Пример 1. *Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle,$$

Если $\triangle ABC$ — равнобедренный треугольник,
один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$, то
этот треугольник — прямоугольный

Пример 1. *Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle,$$

Если $\triangle ABC$ — равнобедренный треугольник,
один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$, то
этот треугольник — прямоугольный (это утверждение неверно).

Пример 1. *Для теоремы «если* $\triangle ABC$ *— равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен* $\frac{\pi}{4}$*» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle\ .$$

Если $\triangle ABC$ — прямоугольный треугольник, один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$,

Пример 1. *Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}, \\ \triangle ABC\text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC\text{— равнобедренный } \triangle\,.$$

Если $\triangle ABC$ — прямоугольный треугольник, один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$, то этот треугольник — равнобедренный (это верное утверждение, эта теорема является обратной к исходной).

Пример 1. *Для теоремы «если* $\triangle ABC$ *— равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен* $\frac{\pi}{4}$*» сформулируйте обратные теоремы.*

Решение. Если $\triangle ABC$ — равнобедренный треугольник, один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$, то этот треугольник — прямоугольный (это утверждение неверно);

Если $\triangle ABC$ — прямоугольный треугольник, один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$, то этот треугольник — равнобедренный (это верное утверждение, эта теорема является обратной к исходной).

Вернуться к лекции?

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение.

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.***

Этап 1. Это теорема-импликация.

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.***

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем *четность* функции.

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.***

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем *четность* функции.

Этап 3. Учитывая, что наиболее мощный аналитический аппарат в математике разработан для обработки *равенств* и *неравенств*, переведем доказываемое утверждение и условие задачи на «**язык равенств и неравенств**».

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.***

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем *четность* функции.

Этап 3. Используем **определение четной функции**: h — четная функция тогда и только тогда, когда $h(-x) = h(x)$ для любого x из области определения функции h. Значит исходную импликацию свели к другой:

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.***

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем *четность* функции.

Этап 3. Используем **определение четной функции**: h — четная функция тогда и только тогда, когда $h(-x) = h(x)$ для любого x из области определения функции h. Значит исходную импликацию свели к другой:

$$\begin{cases} f(-x) = -f(x), \\ g(-x) = -g(x) \end{cases} \Rightarrow f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x).$$

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.***

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем *равенство* $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.***

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем *равенство* $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Есть три основных способа **доказательства равенства**:

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.***

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем *равенство* $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Есть три основных способа **доказательства равенства**:

а) алгебраические преобразования;

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем *равенство* $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Есть три основных способа **доказательства равенства**:

а) алгебраические преобразования;

б) сведение к неравенствам $\leq$ и $\geq$;

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.***

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем *равенство* $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Есть три основных способа **доказательства равенства**:

а) алгебраические преобразования;

б) сведение к неравенствам $\leq$ и $\geq$;

в) «от противного».

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем *равенство* $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Применим первый метод: преобразуем левую и правую части этого равенства к одному виду. В данном случае, используя нечетность функций f и g, получаем:

Левая часть равенства $=$

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем *равенство* $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Применим первый метод: преобразуем левую и правую части этого равенства к одному виду. В данном случае, используя нечетность функций f и g, получаем:

Левая часть равенства $= h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) =$

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем *равенство* $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Применим первый метод: преобразуем левую и правую части этого равенства к одному виду. В данном случае, используя нечетность функций f и g, получаем:

Левая часть равенства $= h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-f(x)) \cdot (-g(x)) =$

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем *равенство* $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Применим первый метод: преобразуем левую и правую части этого равенства к одному виду. В данном случае, используя нечетность функций f и g, получаем:

Левая часть равенства $= h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-f(x)) \cdot (-g(x)) =$

$= (-1) \cdot (-1) \cdot f(x) \cdot g(x) =$

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем *равенство* $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Применим первый метод: преобразуем левую и правую части этого равенства к одному виду. В данном случае, используя нечетность функций f и g, получаем:

Левая часть равенства $= h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-f(x)) \cdot (-g(x)) =$

$= (-1) \cdot (-1) \cdot f(x) \cdot g(x) = f(x) \cdot g(x) = h(x) =$

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем *равенство* $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Применим первый метод: преобразуем левую и правую части этого равенства к одному виду. В данном случае, используя нечетность функций f и g, получаем:

$$\text{Левая часть равенства } = h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-f(x)) \cdot (-g(x)) =$$

$$= (-1) \cdot (-1) \cdot f(x) \cdot g(x) = f(x) \cdot g(x) = h(x) = \text{Правая часть равенства.}$$

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Оформление» доказательства***

Пусть f и g — нечетные функции («ритуальная фраза», заменяющая в данном случае фразу «пусть условие теоремы выполнено»).

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Оформление» доказательства***

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Оформление» доказательства***

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. *«Оформление» доказательства*

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Поэтому

$$h(-x) =$$

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Оформление» доказательства***

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Поэтому

$$h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) =$$

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Оформление» доказательства***

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Поэтому

$$h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-1) \cdot f(x) \cdot (-1) \cdot g(x) =$$

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Оформление» доказательства***

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Поэтому

$$h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-1) \cdot f(x) \cdot (-1) \cdot g(x) = f(x) \cdot g(x) =$$

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. ***«Оформление» доказательства***

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Поэтому

$$h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-1) \cdot f(x) \cdot (-1) \cdot g(x) = f(x) \cdot g(x) = h(x).$$

Пример 2. *Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».*

Решение. *«Оформление» доказательства*

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Поэтому

$$h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-1) \cdot f(x) \cdot (-1) \cdot g(x) = f(x) \cdot g(x) = h(x).$$

Таким образом, $h(-x) = h(x)$. Это, по определению, означает, что $h(x)$ — четная функция. Теорема доказана.

Вернуться к лекции или рассмотреть **следующий пример**?

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно* ***убывающие функции****, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно* ***возрастающей****».*

Решение.

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно* ***убывающие функции****, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно* ***возрастающей****».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.*** Этап 1.

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно* ***убывающие функции****, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно* ***возрастающей****».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.*** Этап 1. Это теорема-импликация.

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно* ***убывающие функции****, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно* ***возрастающей****».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.*** Этап 1. Это теорема-импликация.
Этап 2.

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно* ***убывающие функции****, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно* ***возрастающей****».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.*** Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем, что h — монотонно **возрастающая функция**.

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно* ***убывающие функции****, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно* ***возрастающей****».*

Решение. *«Генерация» доказательства.* Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем, что h — монотонно **возрастающая функция**.

Этап 3. В данном случае наиболее важной информацией является *определение*. Функция h называется монотонно **возрастающей** тогда и только тогда, когда

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно* ***убывающие функции****, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно* ***возрастающей****».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.*** Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем, что h — монотонно **возрастающая функция**.

Этап 3. В данном случае наиболее важной информацией является *определение*. Функция h называется монотонно **возрастающей** тогда и только тогда, когда для любых чисел $x < y$ из области определения функции h имеет место неравенство $h(x) < h(y)$.

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно* ***убывающие функции****, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно* ***возрастающей****».*

Решение. *«Генерация» доказательства.* Этап 1. Это теорема-импликация.
Этап 2. Доказываем, что h — монотонно **возрастающая функция**.
Этап 3. В данном случае наиболее важной информацией является *определение*. Функция h называется монотонно **возрастающей** тогда и только тогда, когда для любых чисел $x < y$ из области определения функции h имеет место неравенство $h(x) < h(y)$.

Таким образом, в условиях этой теоремы надо доказать импликацию «если $x < y$, то $h(x) < h(y)$».

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно* ***убывающие функции****, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно* ***возрастающей****».*

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап $1'$. Мы доказываем импликацию «если f и g — монотонно **убывающие функции**, и $x < y$ — числа из области определения функции h, то $h(x) < h(y)$».

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно **убывающие функции**, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно **возрастающей**».*

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап $1'$. Мы доказываем импликацию «если f и g — монотонно **убывающие функции**, и $x < y$ — числа из области определения функции h, то $h(x) < h(y)$».

Этап $2''$. Доказываем *неравенство* $h(x) < h(y)$.

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно* ***убывающие функции****, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно* ***возрастающей****».*

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап $1'$. Мы доказываем импликацию «если f и g — монотонно **убывающие функции**, и $x < y$ — числа из области определения функции h, то $h(x) < h(y)$».

Этап $2''$. Доказываем *неравенство* $h(x) < h(y)$.

Этап $3'''$. Из определения функции h следует, что мы доказываем неравенство $f\left(g(x)\right) < f\left(g(y)\right)$.

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно **убывающие функции**, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно **возрастающей**».*

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап $3'''$. Из определения функции h следует, что мы доказываем неравенство $f\left(g(x)\right) < f\left(g(y)\right)$. Про функцию f известно лишь, что она монотонно убывает.

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно* ***убывающие функции****, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно* ***возрастающей****».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.***

Этап $3'''$. Из определения функции h следует, что мы доказываем неравенство $f\left(g(x)\right) < f\left(g(y)\right)$. Про функцию f известно лишь, что она монотонно убывает. Поэтому утвеждение о том, что значение функции f на элементе $g(x)$ меньше значения функции на элементе $g(y)$ мы можем получить только если докажем, что $g(x) > g(y)$.

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно* ***убывающие функции****, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно* ***возрастающей****».*

Решение. ***«Генерация» доказательства.***

Этап $3'''$. Из определения функции h следует, что мы доказываем неравенство $f\left(g(x)\right) < f\left(g(y)\right)$. Про функцию f известно лишь, что она монотонно убывает. Поэтому утвеждение о том, что значение функции f на элементе $g(x)$ меньше значения функции на элементе $g(y)$ мы можем получить только если докажем, что $g(x) > g(y)$.

Но последнее утверждение следует из неравенства $x < y$ и условия, что g — монотонно **убывающая функция**. Этап генерации закончен.

Пример 3. *Докажите теорему «если f и g — монотонно **убывающие функции**, то функция h, заданная формулой $h(x) = f\left(g(x)\right)$, является монотонно **возрастающей**».*

Решение. *«Оформление» доказательства.*

Пусть f и g — монотонно **убывающие функции**. Возьмем произвольные такие элементы x, y области определения функции h, что $x < y$. По определению **убывающей функции** получаем, что $g(x) > g(y)$. Но f монотонно убывает, следовательно, $g(x) > g(y) \quad \Rightarrow \quad f\left(g(x)\right) < f\left(g(y)\right)$. Таким образом, из $x < y$ следует, что $h(x) < h(y)$, то есть h — монотонно **возрастающая функция**, что и требовалось доказать.

Вернуться к лекции?

Пример 4. *Проведем аналогию с методом математической индукции в доказательстве того, что мы можем попасть на любую ступеньку лестницы бесконечной высоты. Нумерация ступенек начинается с* n_0.

Доказательство.

Пример 4. *Проведем аналогию с методом математической индукции в доказательстве того, что мы можем попасть на любую ступеньку лестницы бесконечной высоты. Нумерация ступенек начинается с n_0.*

Доказательство. Пусть $n \geq n_0$. У нас есть две возможности: либо сразу «запрыгнуть» на ступеньку с номером n, либо «забраться» на нее постепенно: сначала добраться до первой ступеньки (это база индукции), а потом указать способ, который позволяет нам перебраться на ступеньку с номером n при условии, что мы можем подняться *на любую нижележащую ступеньку* (шаг индукции).

Пример 4. *Проведем аналогию с методом математической индукции в доказательстве того, что мы можем попасть на любую ступеньку лестницы бесконечной высоты. Нумерация ступенек начинается с n_0.*

Доказательство. Пусть $n \geq n_0$. У нас есть две возможности: либо сразу «запрыгнуть» на ступеньку с номером n, либо «забраться» на нее постепенно: сначала добраться до первой ступеньки (это база индукции), а потом указать способ, который позволяет нам перебраться на ступеньку с номером n при условии, что мы можем подняться *на любую нижележащую ступеньку* (шаг индукции).

При этом на n-ю ступеньку нам уже предстоит подниматься не с «земли», а уже с достаточно большой высоты: понятно, что сделать шаг на одну или, допустим, две-три ступеньки на 10-м этаже легче, чем подниматься на эту же ступеньку с первого этажа.

Вернуться к лекции?

Пример 5. *Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство*

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство.

Пример 5. *Доказать, что для* $n \geq 1$ *имеет место равенство*

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. *База индукции.* При $n = 1$ имеем $1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2}$ — верное равенство. База индукции доказана.

Пример 5. *Доказать, что для* $n \geq 1$ *имеет место равенство*

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого такого m, что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \ldots + m = \dfrac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

Пример 5. *Доказать, что для* $n \geq 1$ *имеет место равенство*

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого такого m, что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \ldots + m = \dfrac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

Главная задача при применении метода математической индукции состоит в том, что надо свести рассматриваемую ситуацию к случаю «меньшего n».

Пример 5. *Доказать, что для* $n \geq 1$ *имеет место равенство*

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого такого m, что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \ldots + m = \dfrac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

Главная задача при применении метода математической индукции состоит в том, что надо свести рассматриваемую ситуацию к случаю «меньшего n». В данном случае это сделать просто: надо «отделить» последнее слагаемое в сумме $1 + 2 + 3 + \ldots + n$.

Пример 5. *Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство*

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого такого m, что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \ldots + m = \dfrac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

$$1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n =$$

Пример 5. *Доказать, что для* $n \geq 1$ *имеет место равенство*

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого такого m, что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \ldots + m = \dfrac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

$$1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n = (1 + 2 + 3 + \ldots (n-1)) + n =$$

Пример 5. *Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство*

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого такого m, что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \ldots + m = \dfrac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

$$1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n = (1 + 2 + 3 + \ldots (n-1)) + n =$$

$$= \frac{(n-1)(n-1+1)}{2} + n =$$

Пример 5. *Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство*

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого такого m, что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \ldots + m = \dfrac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

$$1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n = (1 + 2 + 3 + \ldots (n-1)) + n =$$

$$= \frac{(n-1)(n-1+1)}{2} + n = \frac{(n-1)n + 2n}{2} =$$

Пример 5. *Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство*

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого такого m, что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \ldots + m = \dfrac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

$$1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n = (1 + 2 + 3 + \ldots (n-1)) + n =$$

$$= \frac{(n-1)(n-1+1)}{2} + n = \frac{(n-1)n + 2n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Шаг индукции доказан.

Пример 5. *Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство*

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого такого m, что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \ldots + m = \dfrac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

$$1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n = (1 + 2 + 3 + \ldots (n-1)) + n =$$

$$= \frac{(n-1)(n-1+1)}{2} + n = \frac{(n-1)n + 2n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Шаг индукции доказан.

Согласно принципу математической индукции получаем, что доказываемое равенство справедливо для любого $n \geq 1$.

Вернуться к лекции?

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.87.) Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Задача I.2. (Ответ приведен на стр.92.) Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Задача I.3. (Ответ приведен на стр.98.) Как доказать включение одного множества в другое?

Задача I.4. (Ответ приведен на стр.104.) Как можно доказать равенство множеств?

Задача I.5. (Ответ приведен на стр.109.) Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?

Задача I.6. (Ответ приведен на стр.113.) Как доказать, что число a делится нацело на число b?

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Задача 1. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Ответ. Основной метод **доказательства равенства** $L = R$ состоит в использовании одного из трех методов:

Задача 1. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Ответ. Основной метод **доказательства равенства** $L = R$ состоит в использовании одного из трех методов:
i) приведение тождественными преобразованиями к одинаковому виду выражений, задающих L и R или $\varphi(L)$ и $\varphi(R)$ для некоторой взаимно однозначной функции φ;

Задача 1. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Ответ. Основной метод **доказательства равенства** $L = R$ состоит в использовании одного из трех методов:

i) приведение тождественными преобразованиями к одинаковому виду выражений, задающих L и R или $\varphi(L)$ и $\varphi(R)$ для некоторой взаимно однозначной функции φ;

ii) доказательство неравенств $\quad L \leq R \quad$ и $\quad L \geq R$;

Задача 1. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Ответ. Основной метод **доказательства равенства** $L = R$ состоит в использовании одного из трех методов:

i) приведение тождественными преобразованиями к одинаковому виду выражений, задающих L и R или $\varphi(L)$ и $\varphi(R)$ для некоторой взаимно однозначной функции φ;

ii) доказательство неравенств $\quad L \leq R \quad$ и $\quad L \geq R$;

iii) доказательство «от противного».

Решение задачи 2.

Задача 2. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Задача 2. Как доказать делимость числа m на число n нацело?
Ответ. Во-первых, можно доказать, что

Задача 2. Как доказать делимость числа m на число n нацело?
Ответ. Во-первых, можно доказать, что остаток от деления m на n равен 0.

Задача 2. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Ответ. Во-первых, можно доказать, что остаток от деления m на n равен 0. Во-вторых, можно найти частное k от деления m на n и показать, что $m = nk$, используя

Задача 2. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Ответ. Во-первых, можно доказать, что остаток от деления m на n равен 0. Во-вторых, можно найти частное k от деления m на n и показать, что $m = nk$, используя **методы доказательства равенства чисел.**

Задача 2. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Ответ. Во-первых, можно доказать, что остаток от деления m на n равен 0.
Во-вторых, можно найти частное k от деления m на n и показать, что $m = nk$, используя **методы доказательства равенства чисел.**
В-третьих, можно применить метод «от противного».

Решение задачи 3.

Задача 3. Как доказать включение одного множества в другое?

Задача 3. Как доказать включение одного множества в другое?
Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

Задача 3. Как доказать включение одного множества в другое?
Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; \big((x \in A) \;\Rightarrow\; (x \in B)\big)\,.$$

Задача 3. Как доказать включение одного множества в другое?
Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; \big((x \in A) \;\Rightarrow\; (x \in B)\big)\,.$$

Таким образом, для поиска доказательства надо в первую очередь

Задача 3. Как доказать включение одного множества в другое?
Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; \big((x \in A) \;\Rightarrow\; (x \in B)\big)\,.$$

Таким образом, для поиска доказательства надо в первую очередь обозначить буквой произвольный элемент из A.

Задача 3. Как доказать включение одного множества в другое?
Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; \big((x \in A) \;\Rightarrow\; (x \in B)\big)\,.$$

Таким образом, для поиска доказательства надо в первую очередь
обозначить буквой произвольный элемент из A.
Потом надо доказать включение этого элемента в B, используя условия, данные в тексте задачи.

Решение задачи 4.

Задача 4. Как можно доказать равенство множеств?

Задача 4. Как можно доказать равенство множеств?
Ответ. Как и другие равенства, *равенство множеств* **можно доказать**:

Задача 4. Как можно доказать равенство множеств?

Ответ. Как и другие равенства, *равенство множеств* **можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

Задача 4. Как можно доказать равенство множеств?

Ответ. Как и другие равенства, *равенство множеств* **можно доказать**:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

Задача 4. Как можно доказать равенство множеств?

Ответ. Как и другие равенства, *равенство множеств* **можно доказать**:
i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;
ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;
iii) «от противного».

Решение задачи 5.

Задача 5. Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?

Задача 5. Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?
Ответ.

- традиционные методы доказательства равенства углов (доказываем, что данный угол равен некоторому углу, про который уже известно, что он прямой;

Задача 5. Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?
Ответ.

- традиционные методы доказательства равенства углов (доказываем, что данный угол равен некоторому углу, про который уже известно, что он прямой;
- показываем, что данный угол в 2 раза меньше развернутого угла (равного π);

Задача 5. Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?
Ответ.

- традиционные методы доказательства равенства углов (доказываем, что данный угол равен некоторому углу, про который уже известно, что он прямой;
- показываем, что данный угол в 2 раза меньше развернутого угла (равного π);
- разбиваем угол в сумму углов и потом показываем, что их сумма равна $\frac{\pi}{2}$.

Решение задачи 6.

Задача 6. Как доказать, что число a делится нацело на число b?

Задача 6. Как доказать, что число a делится нацело на число b?
Ответ. 1) по определению **делимости нацело**:

Задача 6. Как доказать, что число a делится нацело на число b?
Ответ. 1) по определению **делимости нацело**: найти число c такое, что

Задача 6. Как доказать, что число a делится нацело на число b?

Ответ. 1) по определению **делимости нацело**: найти число c такое, что $a = bc$;

Задача 6. Как доказать, что число a делится нацело на число b?

Ответ. 1) по определению **делимости нацело**: найти число c такое, что $a = bc$; 2) показать, что остаток от деления равен 0.

Задача 6. Как доказать, что число a делится нацело на число b?

Ответ. 1) по определению **делимости нацело**: найти число c такое, что $a = bc$;

2) показать, что остаток от деления равен 0.

Эти методы можно применить к любому **евклидовому кольцу**.

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?