Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Отношения и предикаты

Раздел электронного учебника
для сопровождения практического занятия

Изд. 4-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2012

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»*;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$»*.*

Решение.

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Во-первых, сами высказывания являются объектом, интересным для изучения:

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A=\left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right)\sim$ *«функция, заданная формулой* $y=f(x)$, *где* $f(x)\in A$, *является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right)\sim$ «$\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)<g(x)$, *где* $\{f(x),g(x)\}\subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right)\sim$
$\sim$ «$\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)<g(x)<h(x)$, *где* $\{f(x),g(x),h(x)\}\subseteq A$».

Решение. Во-первых, сами высказывания являются объектом, интересным для изучения:
– выделение составных частей, установление отношений и функций;

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Во-первых, сами высказывания являются объектом, интересным для изучения:
– выделение составных частей, установление отношений и функций;
– определение преобразований и эквивалентности высказываний;

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\big(f(x)\big) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\big(f(x),\ g(x)\big) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»*;*
$\mathcal{R}\big(f(x),\ g(x),\ h(x)\big) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$»*.*

Решение. Во-первых, сами высказывания являются объектом, интересным для изучения:
– выделение составных частей, установление отношений и функций;
– определение преобразований и эквивалентности высказываний;
– построить «алгебру высказываний» и её модели.

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$, *где* $f(x) \in A$, *является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Поэтому мы введём специальное понятие.

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Высказывание, истинность которых зависит от значений некоторых переменных, мы назовём **предикатом-высказыванием**.

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. В логике нас интересует в этих высказываниях только *значение истинности при данном наборе значений переменных.*

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$, *где* $f(x) \in A$, *является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Высказываниям $\mathcal{P}$, $\mathcal{Q}$, $\mathcal{R}$ естественно сопоставить функции p, q, r, соответственно, значениями которых является обозначение истинности или ложности:
И,Л, «истина»,«ложь», «true»,«false», «t»,«f», «0»,«1».

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Высказываниям $\mathcal{P}$, $\mathcal{Q}$, $\mathcal{R}$ естественно сопоставить функции p, q, r, соответственно, значениями которых является обозначение истинности или ложности:
И,Л, «истина»,«ложь», «true»,«false», «t»,«f», «0»,«1».

Такую функцию назовём **предикатом-функцией**.

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»*;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$»*.*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим — формулой?

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим

— формулой?

— **графиком**?

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим
— формулой?
— **графиком**?
— таблицей значений?

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим
— формулой?
— **графиком**?
— таблицей значений?

В области определения всего 4 элемента....

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим
— формулой?
— **графиком**?
— таблицей значений?

В области определения всего 4 элемента....

Зададим таблицей значений!

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
$p(t)$				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
$p(t)$	0			

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
$p(t)$	0	0		

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
$p(t)$	0	0	1	

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
$p(t)$	0	0	1	1

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x				
$x-1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0			
$x-1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0		
$x-1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R}\quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	
$x-1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A=\left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R}\quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1			
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x)\backslash\beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0		
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$

$\alpha(x)\backslash^{\beta(x)}$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0			
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0		
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;*

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}	0			

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}	0	0		

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}	0	0	0	

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}	0	0	0	0

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$	$\gamma(x) = x - 1$	$\gamma(x) = x^2$	$\gamma(x) = e^{x^2}$
$\beta(x)$ $\alpha(x)$	x x^2 $x-1$ e^{x^2}	x x^2 $x-1$ e^{x^2}	x x^2 $x-1$ e^{x^2}	x x^2 $x-1$ e^{x^2}
x $x-1$ x^2 e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x - 1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0															
$x-1$																
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0														
$x-1$																
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x)=x$				$\gamma(x)=x-1$				$\gamma(x)=x^2$				$\gamma(x)=e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0													
$x-1$																
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x)=x$				$\gamma(x)=x-1$				$\gamma(x)=x^2$				$\gamma(x)=e^{x^2}$			
$\beta(x)$ $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$																
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0															
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0														
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$$
$$\sim \text{«}\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x),\ \textit{где}\ \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A\text{»}.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x - 1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0													
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$

	$\gamma(x)=x$				$\gamma(x)=x-1$				$\gamma(x)=x^2$				$\gamma(x)=e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0															
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0	0														
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0													
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A=\left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right)\sim$

$\sim$ «$\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)<g(x)<h(x)$, *где* $\{f(x),g(x),h(x)\}\subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x),\beta(x),\gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x)=x$				$\gamma(x)=x-1$				$\gamma(x)=x^2$				$\gamma(x)=e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0	0												
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0	0												
e^{x^2}	0															

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0	0												
e^{x^2}	0	0														

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x - 1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x - 1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0	0												
e^{x^2}	0	0	0													

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0	0												
e^{x^2}	0	0	0	0												

В итоге получаем...

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x)=x$				$\gamma(x)=x-1$				$\gamma(x)=x^2$				$\gamma(x)=e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x-1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
x^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e^{x^2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

В итоге получаем...

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x-1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
x^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e^{x^2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Проще было указать значения, когда $r = 1$...

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x-1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
x^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e^{x^2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$R = \left\{\left(x-1, x, e^{x^2}\right),\ \left(x-1, x^2, e^{x^2}\right)\right\}.$$

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Множество наборов значений аргументов, на которых предикат-функция принимает значение 1 или, что то же самое, на котором предикат-высказывание является истинным, называется **отношением**.

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x),$ *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x),$ *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. $P =$

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$, *где* $f(x) \in A$, *является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. $P = \left\{ \qquad\qquad \right\},$

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,

$Q =$

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,

$Q = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\}$,

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,

$Q = \left\{\left(\quad , \quad \right), (\quad , \quad), \left(\quad , \quad \right), \left(\quad , \quad \right), \left(\quad , \quad \right)\right\}$,

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,
$Q = \left\{\left(x, e^{x^2}\right),\ (x-1, x),\ \left(x-1, x^2\right),\ \left(x-1, e^{x^2}\right),\ \left(x^2, e^{x^2}\right)\right\}$,

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,

$Q = \left\{\left(x, e^{x^2}\right),\ (x-1, x),\ \left(x-1, x^2\right),\ \left(x-1, e^{x^2}\right),\ \left(x^2, e^{x^2}\right)\right\}$,

$R =$

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,
$Q = \left\{\left(x, e^{x^2}\right),\ (x-1, x),\ \left(x-1, x^2\right),\ \left(x-1, e^{x^2}\right),\ \left(x^2, e^{x^2}\right)\right\}$,
$R = \left\{\left(x-1, x, e^{x^2}\right),\ \left(x-1, x^2, e^{x^2}\right)\right\}$.

Вернёмся к лекции?

Пример 2 (к определению отношения). *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B, *заданное правилом:* $f(x)Bg(x)$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geq g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

Пример 2 (к определению отношения). *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B*, заданное правилом:* $f(x)Bg(x)$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geq g(1)$*. Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$*.*

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим следующую таблицу:

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

Пример 2 (к определению отношения). *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B, *заданное правилом:* $f(x)Bg(x)$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geq g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим следующую таблицу:

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

Нетрудно увидеть, что $(x-1, x-1) \notin B$, так как для $f(x) = g(x) = x-1$ имеем $f(-1) = -2 < 0 = f(1)$.

Пример 2 (к определению отношения). *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B, *заданное правилом:* $f(x)Bg(x)$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geq g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим следующую таблицу:

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

Далее, $(x+1)B(x-1)$, так как $(x+1)\big|_{x=-1} = 0 \geq 0 = (x-1)\big|_{x=1}$.

Пример 2 (к определению отношения). *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B, *заданное правилом:* $f(x)Bg(x)$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geq g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим следующую таблицу:

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

Продолжая перебор по всему множеству Ω, получаем

Пример 2 (к определению отношения). *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B, *заданное правилом:* $f(x)Bg(x)$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geq g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

$$B = \Big\{\big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big)\Big\} \cup$$

$$\cup \Big\{\big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big)\Big\} \cup$$

$$\cup \Big\{\big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big)\Big\}.$$

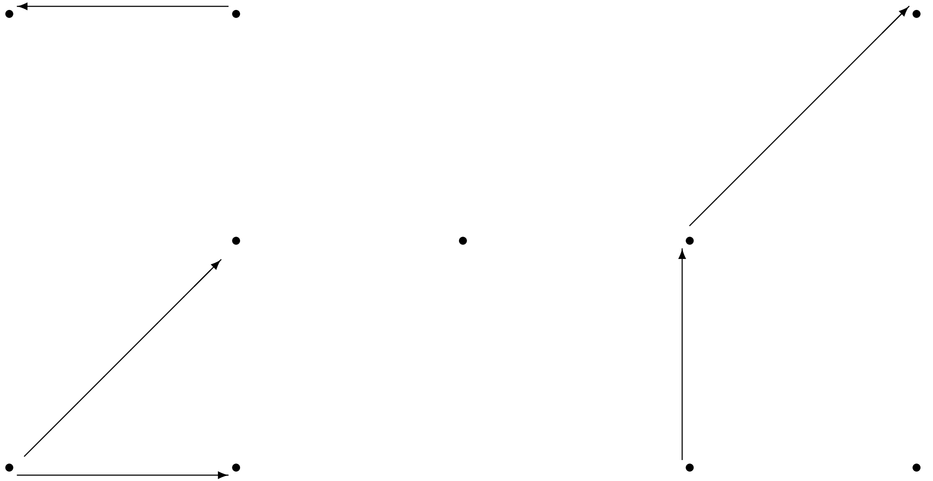
Пример 2 (к определению отношения). *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B, *заданное правилом:* $f(x)Bg(x)$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geq g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Граф выглядит так (с точностью до расположения вершин на плоскости):

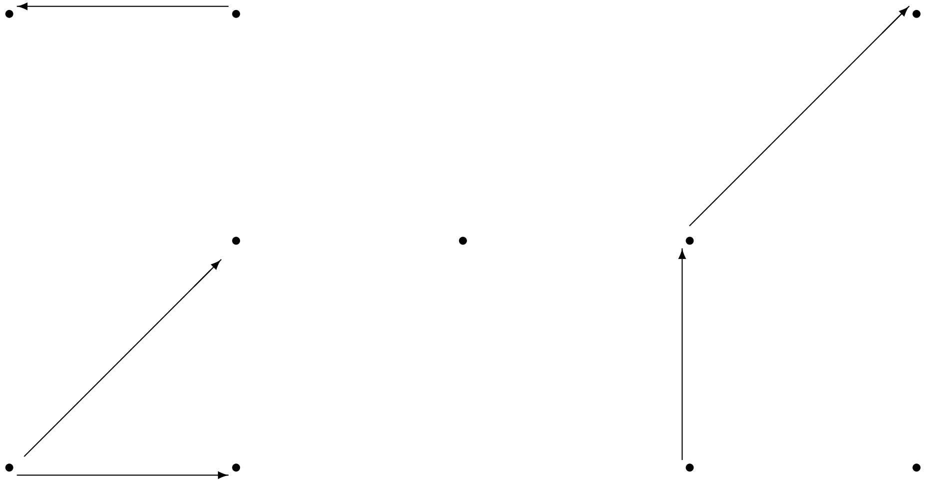
$$\begin{tikzcd}
x^2-1 \arrow[loop left] \arrow[r, shift left] \arrow[d] & (x-1)^2 \arrow[loop right] \arrow[l, shift left] \arrow[dl] \arrow[d, shift right] \\
x-1 & x+1 \arrow[l] \arrow[ul] \arrow[u, shift right]
\end{tikzcd}$$

Вернуться к лекции?

Пример 3. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое отношение эквивалентности Q, что $P \subseteq Q$.*

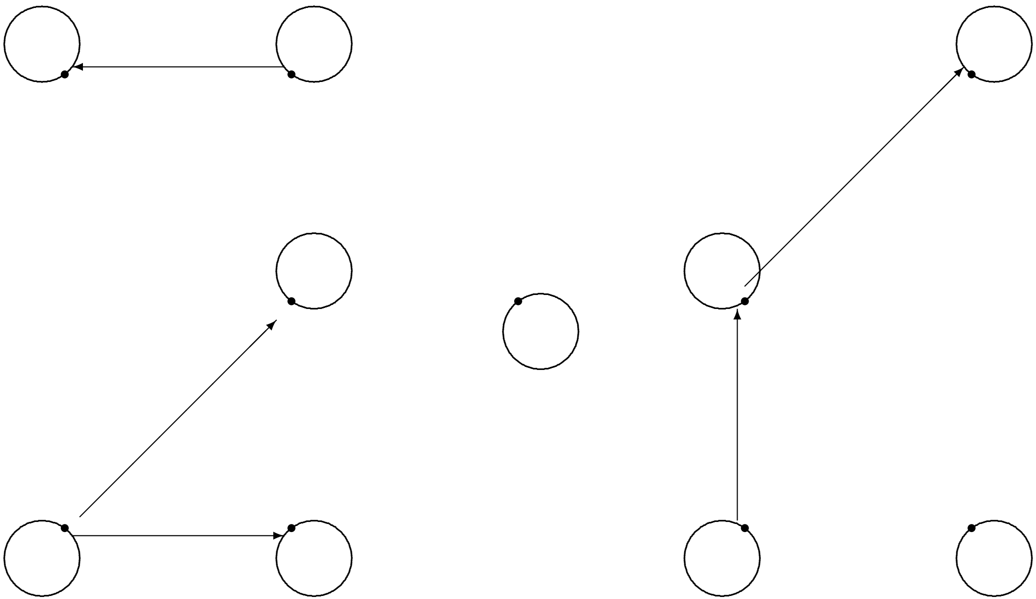


Пример 3. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое отношение эквивалентности Q, что $P \subseteq Q$.*



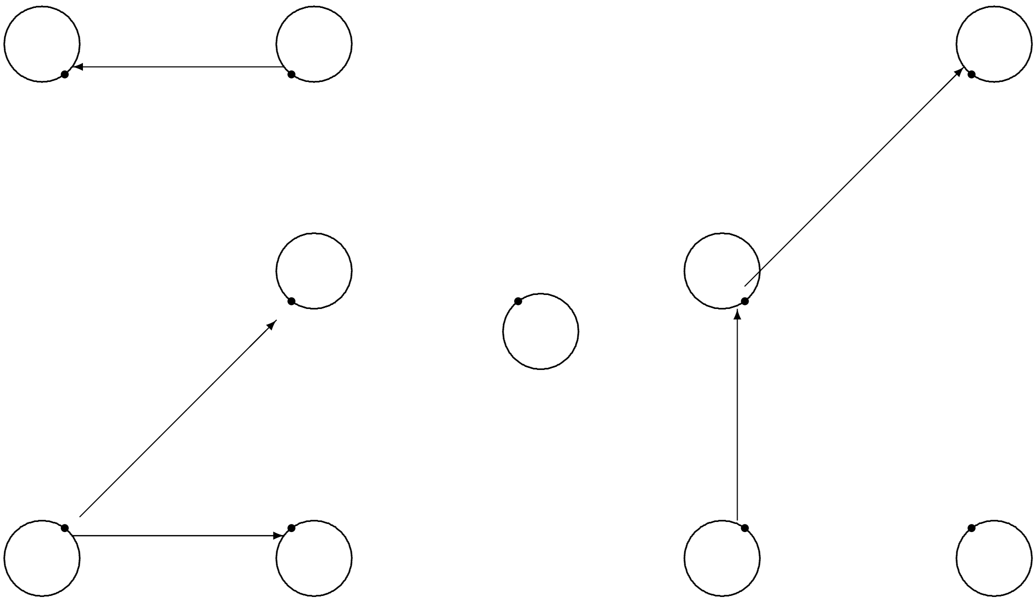
В силу рефлексивности...

Пример 3. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое отношение эквивалентности Q, что $P \subseteq Q$.*



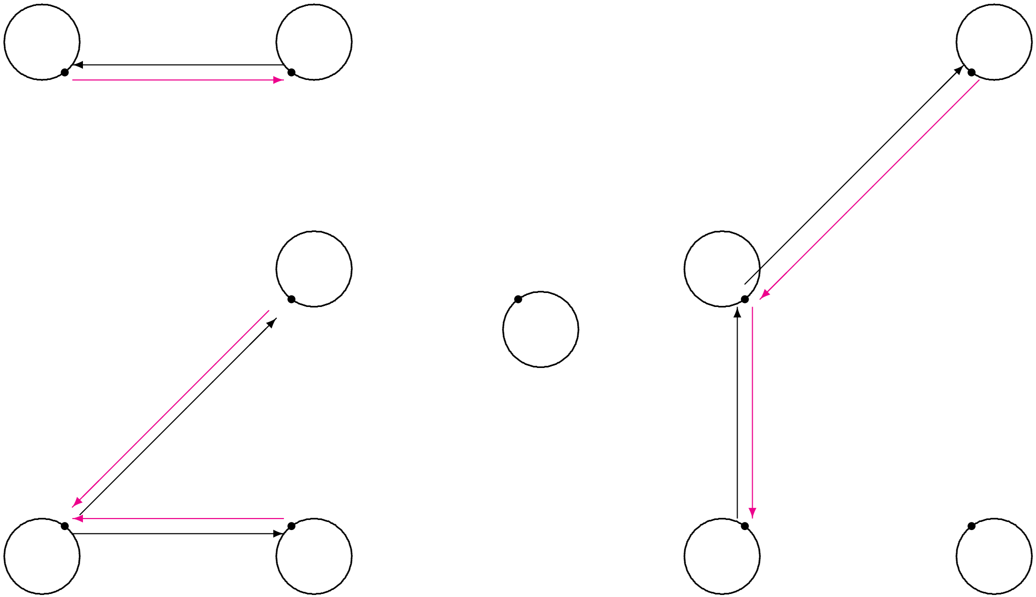
В силу рефлексивности...

Пример 3. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое отношение эквивалентности Q, что $P \subseteq Q$.*



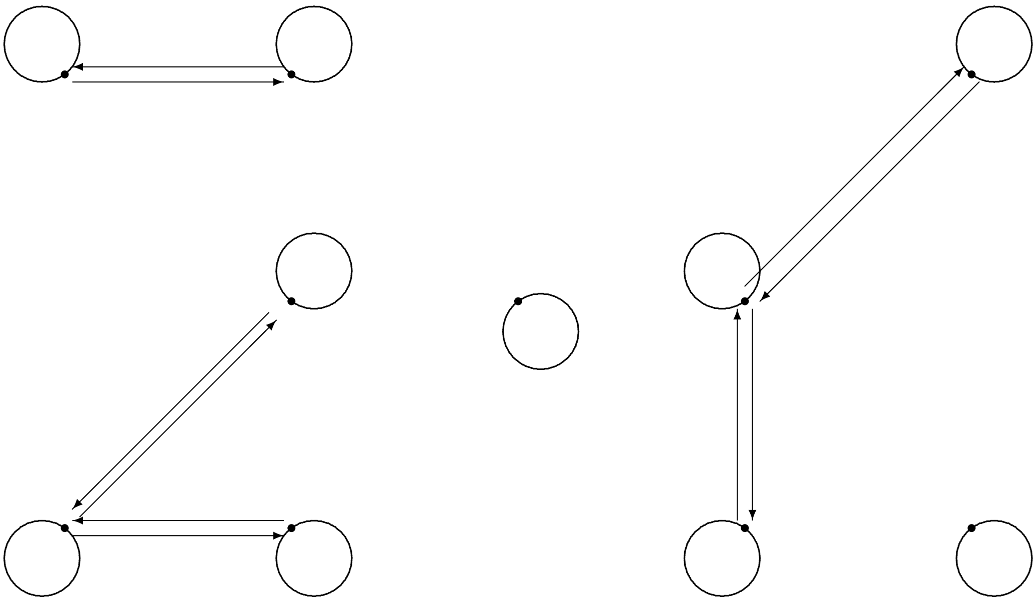
По симметричности...

Пример 3. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое отношение эквивалентности Q, что $P \subseteq Q$.*



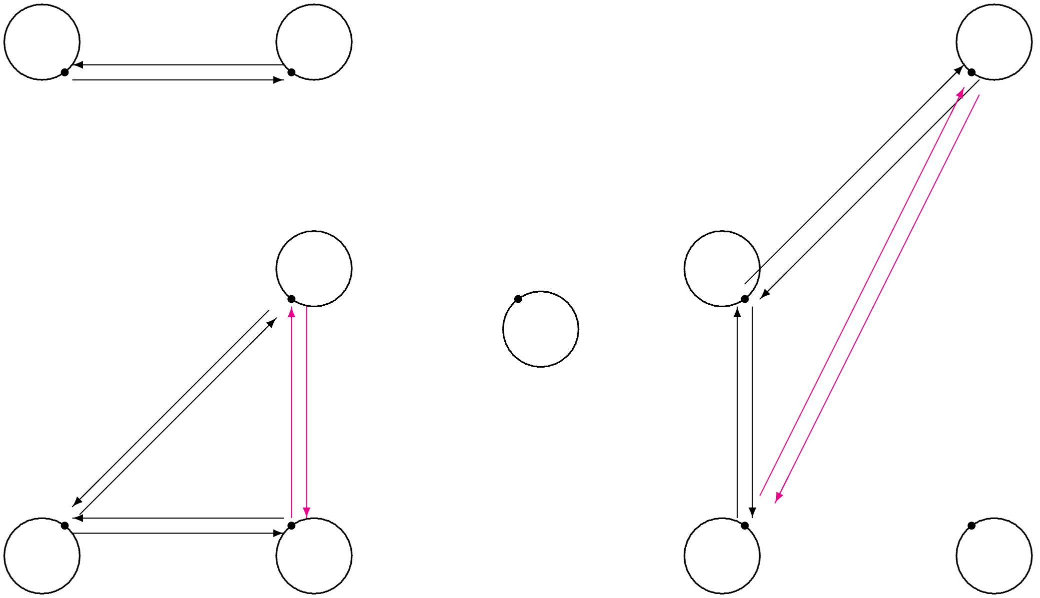
По симметричности...

Пример 3. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое отношение эквивалентности Q, что $P \subseteq Q$.*



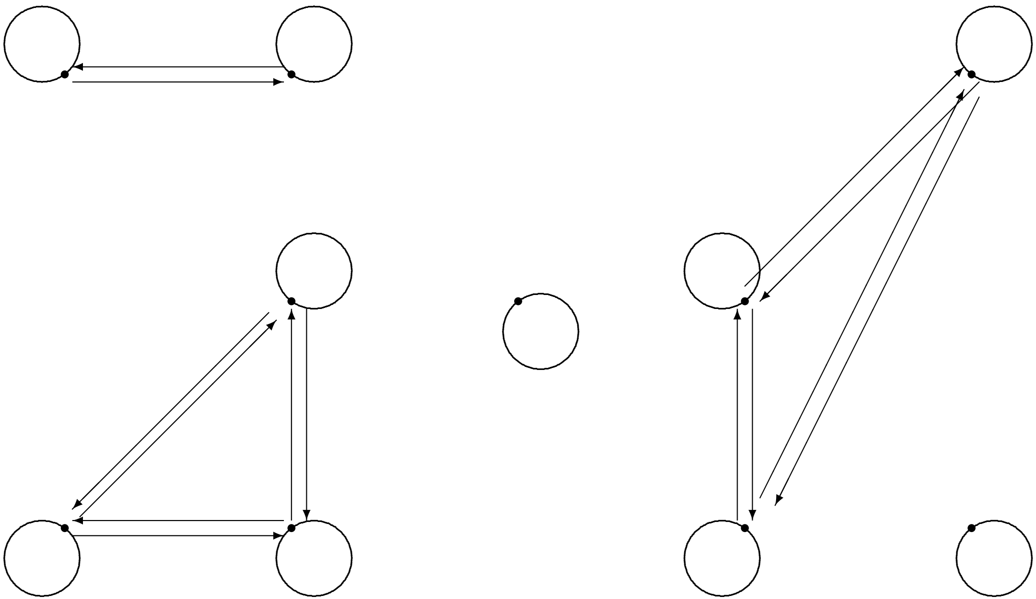
По транзитивности...

Пример 3. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое отношение эквивалентности Q, что $P \subseteq Q$.*



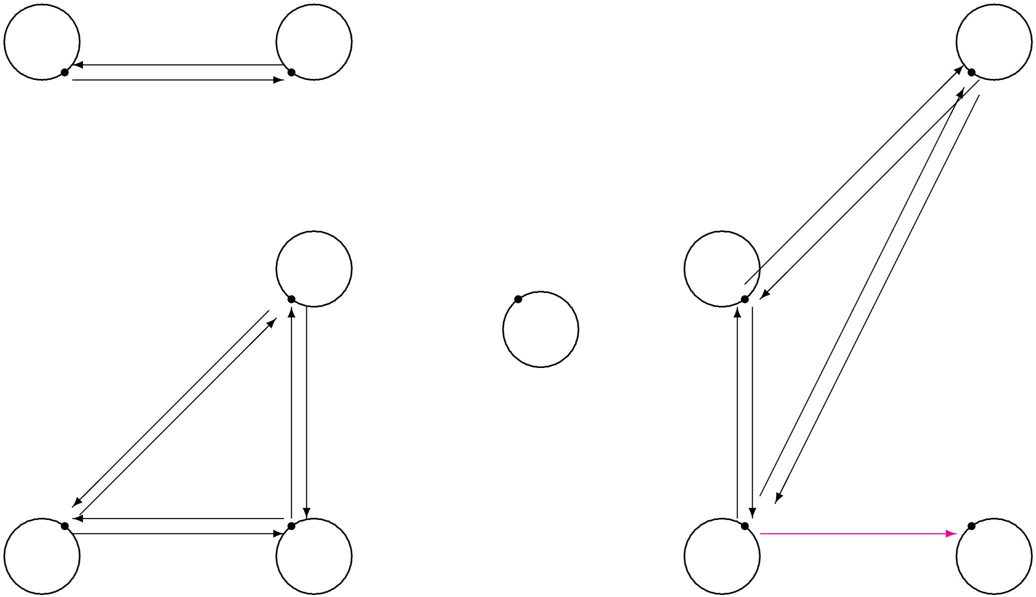
Получили объединение полных подграфов!

Пример 3. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое отношение эквивалентности Q, что $P \subseteq Q$.*



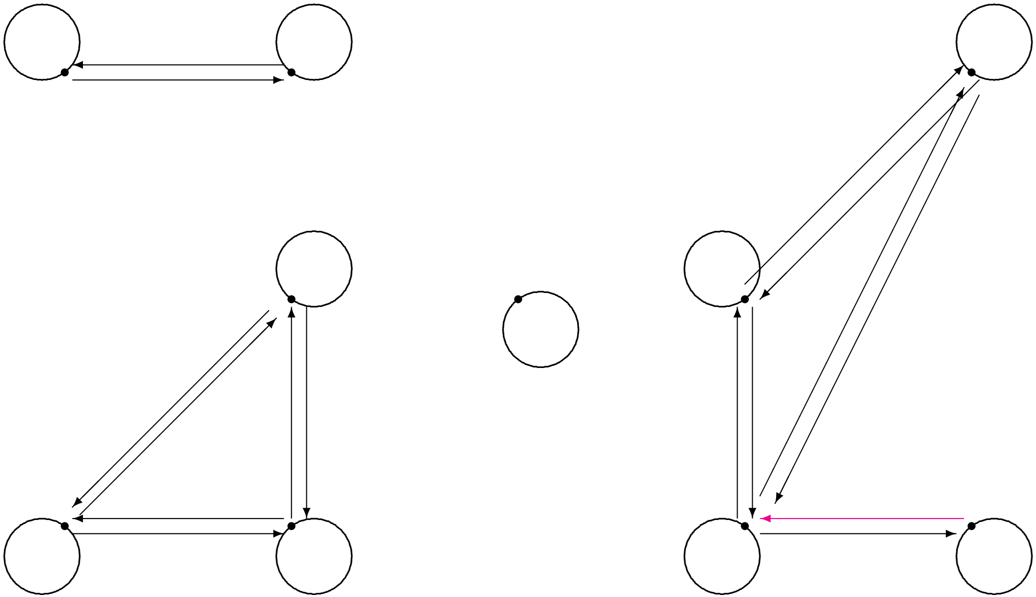
А если добавить дугу?

Пример 3. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое отношение эквивалентности Q, что $P \subseteq Q$.*



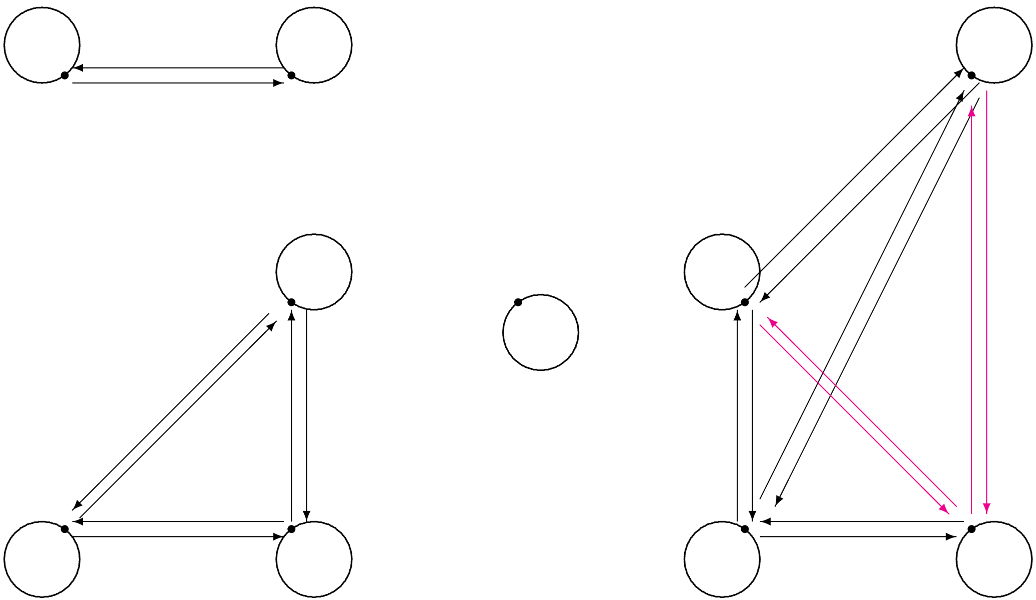
А если добавить дугу?

Пример 3. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое отношение эквивалентности Q, что $P \subseteq Q$.*



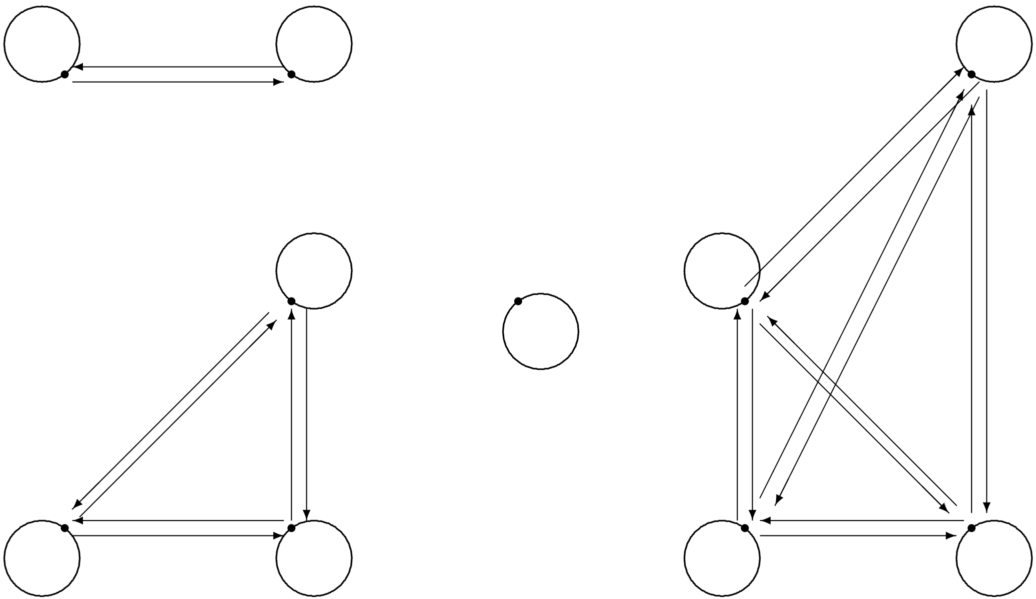
По симметричности...

Пример 3. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое отношение эквивалентности Q, что $P \subseteq Q$.*



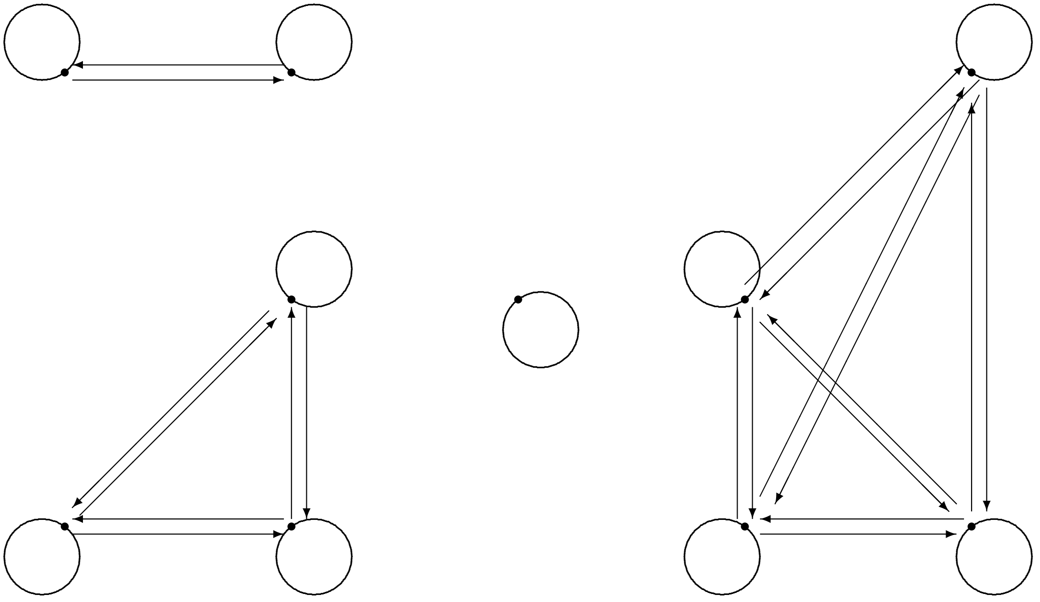
По транзитивности...

Пример 3. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое отношение эквивалентности Q, что $P \subseteq Q$.*



Опять граф распался в объединение полных подграфов!

Пример 3. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое отношение эквивалентности Q, что $P \subseteq Q$.*



Вернуться к лекции?

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение.

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \ \Big\{\Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big);$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве* $\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$ *отношение* P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \ \Big\{\Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big)\,;\ \Big(\{1;3;4\};\{1;4\}\Big)\,;$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \ \Big\{\Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big)\,;\ \Big(\{1;3;4\};\{1;4\}\Big)\,;\ \Big(\{1;3;4\};\{4\}\Big)\,;$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве* $\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$ *отношение* P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \Big\{\Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{4\}\Big);$$
$$\Big(\{1;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{4\}\Big);$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$$\Omega = \Big\{ \{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\} \Big\}$$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$\begin{aligned} P = \ & \Big\{ \Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{4\}\Big); \\ & \Big(\{1;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{4\}\Big); \\ & \Big(\{4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{4\};\{4\}\Big); \end{aligned}$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$\begin{aligned} P = \ &\Big\{\Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{4\}\Big);\\ &\Big(\{1;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{4\}\Big);\\ &\Big(\{4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{4\};\{4\}\Big);\\ &\Big(\{2;5\};\{2;5\}\Big);\ \Big(\{2;5\};\{5;6\}\Big);\ \Big(\{5;6\};\{2;5\}\Big);\ \Big(\{5;6\};\{5;6\}\Big)\Big\} \end{aligned}$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность выполняется:

$$\begin{aligned} P = \Big\{ & \Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{4\}\Big);\\ & \Big(\{1;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{4\}\Big);\\ & \Big(\{4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{4\};\{4\}\Big);\\ & \Big(\{2;5\};\{2;5\}\Big);\ \Big(\{2;5\};\{5;6\}\Big);\ \Big(\{5;6\};\{2;5\}\Big);\ \Big(\{5;6\};\{5;6\}\Big)\Big\} \end{aligned}$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \ \Rightarrow$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \ \Rightarrow\ (X;\ X) \in P.$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \ \Rightarrow\ (X;\ X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \ \Rightarrow\ (X;\ X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

$$(X;\ Y) \in P \ \Rightarrow$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \;\Rightarrow\; (X;\ X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

$$(X;\ Y) \in P \;\Rightarrow\; X \cap Y \neq \emptyset \;\Rightarrow$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \ \Rightarrow\ (X;\ X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

$$(X;\ Y) \in P \ \Rightarrow\ X \cap Y \neq \emptyset \ \Rightarrow\ Y \cap X \neq \emptyset \ \Rightarrow$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \ \Rightarrow\ (X;\ X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

$$(X;\ Y) \in P \ \Rightarrow\ X \cap Y \neq \emptyset \ \Rightarrow\ Y \cap X \neq \emptyset \ \Rightarrow\ (Y;\ X) \in P.$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Транзитивность можно было бы доказать перебором всех вариантов, но это слишком хлопотно.

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $4 \in X \cap Y$, то

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(Y;\ Z) \in P \ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4 \in Y \cap Z, \\ 5 \in Y \cap Z, \end{array}\right. \quad \text{причем} \quad 5 \notin Y$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $4 \in X \cap Y$, то
$4 \in Y \ \Rightarrow$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{ \{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\} \Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(Y;\ Z) \in P \ \Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l} 4 \in Y \cap Z, \\ 5 \in Y \cap Z. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $4 \in X \cap Y$, то
$4 \in Y \ \Rightarrow\ 4 \in Y \cap Z \ \Rightarrow$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $4 \in X \cap Y$, то
$4 \in Y \ \Rightarrow \ 4 \in Y \cap Z \ \Rightarrow \ 4 \in X \cap Z \ \Rightarrow$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $4 \in X \cap Y$, то
$4 \in Y \ \Rightarrow \ 4 \in Y \cap Z \ \Rightarrow \ 4 \in X \cap Z \ \Rightarrow \ (X;Z) \in P.$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\left\{\begin{array}{l} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{array}\right.$ Если $5 \in X \cap Y$, то

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P*, задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$*. Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$*. Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $5 \in X \cap Y$, то
$5 \in Y \ \Rightarrow$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $5 \in X \cap Y$, то
$5 \in Y \ \Rightarrow \ 5 \in Y \cap Z \ \Rightarrow$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $5 \in X \cap Y$, то
$5 \in Y \ \Rightarrow \ 5 \in Y \cap Z \ \Rightarrow \ 5 \in X \cap Z \ \Rightarrow$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $5 \in X \cap Y$, то
$5 \in Y \ \Rightarrow\ 5 \in Y \cap Z \ \Rightarrow\ 5 \in X \cap Z \ \Rightarrow\ (X;Z) \in P.$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) =$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\}\Big\} =$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\}\Big\} = C(\{1;4\}) =$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\}\Big\} = C(\{1;4\}) = C(\{4\}),$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{ \{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\} \Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{ \{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\} \Big\} = C(\{1;4\}) = C(\{4\}),$$

$$C(\{2;5\}) =$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\}\Big\} = C(\{1;4\}) = C(\{4\}),$$

$$C(\{2;5\}) = \Big\{\{2;5\};\ \{5;\ 6\}\Big\} =$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\}\Big\} = C(\{1;4\}) = C(\{4\}),$$

$$C(\{2;5\}) = \Big\{\{2;5\};\ \{5;\ 6\}\Big\} = C(\{5;6\}).$$

Пример 4 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P*, задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$*. Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$*. Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\}\Big\} = C(\{1;4\}) = C(\{4\}),$$

$$C(\{2;5\}) = \Big\{\{2;5\};\ \{5;\ 6\}\Big\} = C(\{5;6\}).$$

Вернуться к лекции?

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.138.) Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Задача I.2. (Ответ приведен на стр.155.) На множестве $A = \{x-1, x^2-1, x^3-1\}$ задано отношение $P = \{(x-1, x^2-1)\,;\ (x-1, x^3-1)\,;\ (x^2-1, x^3-1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Задача II.3. (Ответ приведен на стр.164.) На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Задача II.4. (Ответ приведен на стр.173.) Пусть $A = \left\{\{a\};\ \big\{\{a\}\big\};\ \big\{a;\ \emptyset\big\};\ \Big\{a;\ \{a\};\ \big\{\{a\}\big\};\ \emptyset\Big\}\right\}$. Верна ли формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ для случая, когда под $<$ понимается

а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$; в) отношение $\in$?

Задача II.5. (Ответ приведен на стр.178.) На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m + 1$;

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n + 1$.

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Задача III.6. (Ответ приведен на стр.211.) Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1;3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Задача III.7. (Ответ приведен на стр.216.) На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$.

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \left\{ \right.$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если} \\ 1, & \text{если} \end{cases}$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число.} \end{cases}$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число.} \end{cases}$$

Можно представить эту функцию следующей эвристической формулой: если $[x]$ — целая часть числа x, то есть наиболее целое число, не превосходящее x, то

$$\varphi_P(n) =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число.} \end{cases}$$

Можно представить эту функцию следующей эвристической формулой: если $[x]$ — целая часть числа x, то есть наиболее целое число, не превосходящее x, то

$$\varphi_P(n) = n - 2 \cdot \left[\frac{n}{2}\right].$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Соответствующее отношение можно с помощью **известной формулы** представить в виде

$$\Phi_P =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Соответствующее отношение можно с помощью **известной формулы** представить в виде

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Соответствующее отношение можно с помощью **известной формулы** представить в виде

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} = \{1;\ 3;\ 5;\ \ldots;\, 2k+1;\ldots\} =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Соответствующее отношение можно с помощью **известной формулы** представить в виде

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} = \{1;\ 3;\ 5;\ \ldots;\, 2k+1; \ldots\} =$$

$$= \left\{ 2k+1 \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \right\}.$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} =$$

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \Leftrightarrow$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} =$$

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \;\Leftrightarrow\; \varphi_P(n) = 1 \;\Leftrightarrow$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} =$$

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \;\Leftrightarrow\; \varphi_P(n) = 1 \;\Leftrightarrow\; n \in \Phi_P.$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} = \begin{cases} 0, & \text{если } n \notin \Phi_P; \\ 1, & \text{если } n \in \Phi_P. \end{cases}$$

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \;\Leftrightarrow\; \varphi_P(n) = 1 \;\Leftrightarrow\; n \in \Phi_P.$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} = \begin{cases} 0, & \text{если } n \notin \Phi_P; \\ 1, & \text{если } n \in \Phi_P. \end{cases}$$

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} = \left\{ n \,\middle|\, \varphi_P(n) = 1 \right\}.$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \;\Leftrightarrow\; \varphi_P(n) = 1 \;\Leftrightarrow\; n \in \Phi_P.$$

Решение задачи 2.

Задача 2. На множестве $A = \left\{x-1, x^2-1, x^3-1\right\}$ задано отношение $P = \left\{\left(x-1, x^2-1\right);\ \left(x-1, x^3-1\right);\ \left(x^2-1, x^3-1\right)\right\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Задача 2. На множестве $A = \left\{x-1, x^2-1, x^3-1\right\}$ задано отношение $P = \left\{\left(x-1, x^2-1\right); \left(x-1, x^3-1\right); \left(x^2-1, x^3-1\right)\right\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. Предикат-высказывание:

Задача 2. На множестве $A = \{x-1, x^2-1, x^3-1\}$ задано отношение $P = \{(x-1, x^2-1)\,;\ (x-1, x^3-1)\,;\ (x^2-1, x^3-1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. Предикат-высказывание:

$$\big(p(x), q(x)\big) \in P.$$

Задача 2. На множестве $A = \left\{x-1, x^2-1, x^3-1\right\}$ задано отношение $P = \left\{\left(x-1, x^2-1\right);\ \left(x-1, x^3-1\right);\ \left(x^2-1, x^3-1\right)\right\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. **Предикат-высказывание**:

$$\left(p(x), q(x)\right) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi\left(p(x), q(x)\right) =$$

Задача 2. На множестве $A = \left\{x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1\right\}$ задано отношение $P = \left\{\left(x - 1, x^2 - 1\right);\ \left(x - 1, x^3 - 1\right);\ \left(x^2 - 1, x^3 - 1\right)\right\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. **Предикат-высказывание**:

$$\left(p(x), q(x)\right) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi\left(p(x), q(x)\right) = \begin{cases} 0, & \text{если} \\ 1, & \text{если} \end{cases}$$

Задача 2. На множестве $A = \left\{x-1, x^2-1, x^3-1\right\}$ задано отношение $P = \left\{\left(x-1, x^2-1\right);\ \left(x-1, x^3-1\right);\ \left(x^2-1, x^3-1\right)\right\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. **Предикат-высказывание**:

$$\big(p(x), q(x)\big) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi\left(p(x), q(x)\right) = \begin{cases} 0, \text{ если } \big(p(x), q(x)\big) \notin P; \\ 1, \text{ если } \big(p(x), q(x)\big) \in P. \end{cases}$$

Задача 2. На множестве $A = \left\{x-1, x^2-1, x^3-1\right\}$ задано отношение $P = \left\{\left(x-1, x^2-1\right);\ \left(x-1, x^3-1\right);\ \left(x^2-1, x^3-1\right)\right\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. **Предикат-высказывание**:

$$\big(p(x), q(x)\big) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi\left(p(x), q(x)\right) = \begin{cases} 0, & \text{если } \big(p(x), q(x)\big) \notin P; \\ 1, & \text{если } \big(p(x), q(x)\big) \in P. \end{cases}$$

Можно задать таблицей значений:

Задача 2. На множестве $A = \{x-1, x^2-1, x^3-1\}$ задано отношение $P = \{(x-1, x^2-1)\,;\ (x-1, x^3-1)\,;\ (x^2-1, x^3-1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. **Предикат-высказывание**:

$$\big(p(x), q(x)\big) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi\left(p(x), q(x)\right) = \begin{cases} 0, & \text{если } \big(p(x), q(x)\big) \notin P; \\ 1, & \text{если } \big(p(x), q(x)\big) \in P. \end{cases}$$

Можно задать таблицей значений:

$p(x) \backslash q(x)$	$x-1$	x^2-1	x^3-1
$x-1$			
x^2-1			
x^3-1			

Задача 2. На множестве $A = \left\{x-1, x^2-1, x^3-1\right\}$ задано отношение $P = \left\{\left(x-1, x^2-1\right);\ \left(x-1, x^3-1\right);\ \left(x^2-1, x^3-1\right)\right\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. **Предикат-высказывание**:

$$\big(p(x), q(x)\big) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi\left(p(x), q(x)\right) = \begin{cases} 0, & \text{если } \ \big(p(x), q(x)\big) \notin P; \\ 1, & \text{если } \ \big(p(x), q(x)\big) \in P. \end{cases}$$

Можно задать таблицей значений:

$p(x)\backslash q(x)$	$x-1$	x^2-1	x^3-1
$x-1$	0	1	1
x^2-1	0	0	1
x^3-1	0	0	0

Решение задачи 3.

Задача 3. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Задача 3. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Используя **формулу преобразования предиката-высказывания в отношение** получаем, что предикат $P_T(x; y)$ логически эквивалентен высказыванию $(x; y) \in T$.

Задача 3. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Используя **формулу преобразования предиката-высказывания в отношение** получаем, что предикат $P_T(x; y)$ логически эквивалентен высказыванию $(x; y) \in T$. Предикат-функцию можно, с одной стороны, задать с помощью **формулы преобразования отношения в предикат-функцию**,

$$\varphi_{((x;y)\in T)}(\alpha; \beta) = \begin{cases} 0, \text{ если } (\alpha; \beta) \notin T; \\ 1, \text{ если } (\alpha; \beta) \in T. \end{cases}$$

Задача 3. На множестве $\{a;b;c;d\}$ определено отношение $T=\{(a;a);\ (a;b);\ (a;c);\ (c;c);\ (b;a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Используя **формулу преобразования предиката-высказывания в отношение** получаем, что предикат $P_T(x;y)$ логически эквивалентен высказыванию $(x;y)\in T$. Предикат-функцию можно, с одной стороны, задать с помощью **формулы преобразования отношения в предикат-функцию**,

$$\varphi_{((x;y)\in T)}(\alpha;\beta)=\begin{cases}0, & \text{если } (\alpha;\beta)\notin T;\\ 1, & \text{если } (\alpha;\beta)\in T.\end{cases}$$

Однако, функцию можно задать иначе, более удобным образом. Например, учитывая, что область определения функции $\varphi_{((x;y)\in T)}$ конечна, ее удобно задать таблицей:

$x\backslash y$	a	b	c	d
a	1	1	1	0
b	1	0	0	0
c	0	0	1	0
d	0	0	0	0

Задача 3. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T, предложено на рис. 5.

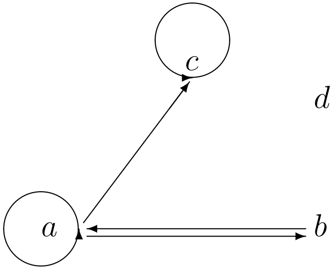


Рис.5.

Задача 3. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T, предложено на рис. 5.

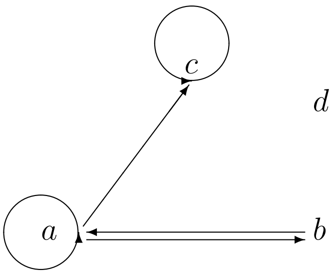


Рис.5.

Отношение T не является рефлексивным, так как $(b; b) \notin T$.

Задача 3. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a;a);\ (a;b);\ (a;c);\ (c;c);\ (b;a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T, предложено на рис. 5.

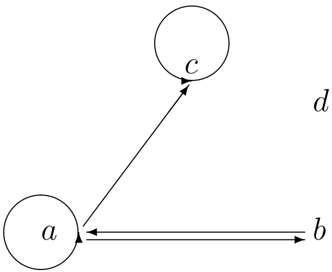


Рис.5.

Отношение T не является рефлексивным, так как $(b;b) \notin T$. Оно не является симметричным, так как $(a;c) \in T$, но $(c;a) \notin T$.

Задача 3. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T, предложено на рис. 5.

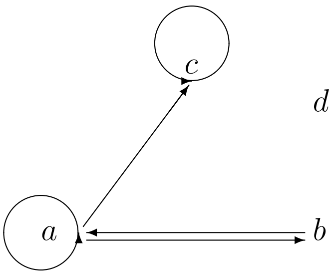


Рис.5.

Отношение T не является рефлексивным, так как $(b; b) \notin T$. Оно не является симметричным, так как $(a; c) \in T$, но $(c; a) \notin T$. Отношение T не является антисимметричным, поскольку $(a; b) \in T$ и $(b; a) \in T$, но $a \neq b$.

Задача 3. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a;a);\ (a;b);\ (a;c);\ (c;c);\ (b;a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T, предложено на рис. 5.

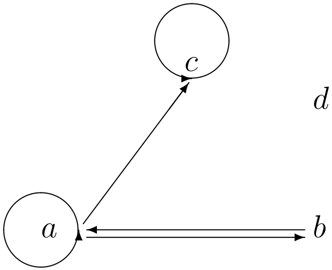


Рис.5.

Отношение T не является рефлексивным, так как $(b;b) \notin T$. Оно не является симметричным, так как $(a;c) \in T$, но $(c;a) \notin T$. Отношение T не является антисимметричным, поскольку $(a;b) \in T$ и $(b;a) \in T$, но $a \neq b$. Наконец, отношение T не является транзитивным, поскольку $(b;a) \in T$ и $(a;c) \in T$, но $(b;c) \notin T$.

Решение задачи 4.

Задача 4. Пусть $A = \Big\{\{a\};\ \big\{\{a\}\big\};\ \big\{a;\ \emptyset\big\};\ \Big\{a;\ \{a\};\ \big\{\{a\}\big\};\ \emptyset\Big\}\Big\}$. Верна ли формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ для случая, когда под $<$ понимается а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$; в) отношение $\in$?

Задача 4. Пусть $A = \Big\{\{a\};\ \{\{a\}\};\ \{a;\ \emptyset\};\ \big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\big\}\Big\}$. Верна ли формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ для случая, когда под $<$ понимается а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$; в) отношение $\in$?

Ответ. а) Если под $<$ понимается $\subset$, то формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ не выполняется, поскольку имеется интерпретация, для которой ее условие $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases}$ истинно, а заключение $\left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ неверно.

Задача 4. Пусть $A = \Big\{\{a\};\ \{\{a\}\};\ \{a;\ \emptyset\};\ \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\}\Big\}$. Верна ли формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ для случая, когда под $<$ понимается а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$; в) отношение $\in$?

Ответ. а) Если под $<$ понимается $\subset$, то формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y; \\ y < x \end{array}\right.$ не выполняется, поскольку имеется интерпретация, для которой ее условие $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases}$ истинно, а заключение $\left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ неверно. В самом деле, это возможно при $x = \{a\}$, $y = \{\{a\}\}$, $z = \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\}$. В самом деле, условие в этом случае выпоняется, но $\{a\} \not\subset \{\{a\}\}$ и $\{\{a\}\} \not\subset \{a\}$, то есть заключение исходной формулы не выполняется.

Задача 4. Пусть $A = \Big\{\{a\};\ \{\{a\}\};\ \{a;\ \emptyset\};\ \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\}\Big\}$. Верна ли формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ для случая, когда под $<$ понимается а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$; в) отношение $\in$?

Ответ. б) если $<$ — это отношение $\subseteq$, то формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ не выполняется, так как контрпример, приведенный для случая а) является контрпримером и к рассматриваемой формуле $\begin{cases} x \subseteq z, \\ y \subseteq z \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \subseteq y, \\ y \subseteq x. \end{array}\right.$ Действительно, последняя формула не выполняется при $x = \{a\}$, $y = \{\{a\}\}$, $z = \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\}$, так как $\{a\} \not\subseteq \{\{a\}\}$ и $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a\}$.

Задача 4. Пусть $A = \Big\{\{a\};\ \{\{a\}\};\ \{a;\ \emptyset\};\ \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\}\Big\}$. Верна ли формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ для случая, когда под $<$ понимается а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$; в) отношение $\in$?

Ответ. в) Если под $<$ понимается $\in$, то формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases}$ допускает только две интерпретации: $\begin{cases} \{a\} \in \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\}; \\ \{\{a\}\} \in \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\} \end{cases}$ и $\begin{cases} \{\{a\}\} \in \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\}; \\ \{a\} \in \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\}. \end{cases}$ В каждом из этих случаев формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ верна, так как $\{a\} \in \{\{a\}\}$.

Решение задачи 5.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow \ m \leq n \leq m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow \ m \leq n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения P:

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения P:

$$\Rightarrow\ (m;\ m) \in P.$$

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения P:

$$m \le m \le m+1 \ \Rightarrow\ (m;\ m) \in P.$$

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения P:

$$m \le m \le m+1 \ \Rightarrow\ (m;\ m) \in P.$$

Отношение P является **рефлексивным**.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.
Проверим **симметричность** отношения P:

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \;\Leftrightarrow\; m \le n \le m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \;\Leftrightarrow\; m \le n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.

Проверим **симметричность** отношения P:

$(1;\ 2) \in P$, но $(2;\ 1) \notin P$.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.

Проверим **симметричность** отношения P:

$(1;\ 2) \in P$, но $(2;\ 1) \notin P$.

Отношение P не является **симметричным**.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.

Отношение P не является **симметричным**.

Проверим **антисимметричность** отношения P:

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.
Отношение P не является **симметричным**.
Проверим **антисимметричность** отношения P:

$$\begin{cases} (m;\ n) \in P, \\ (n;\ m) \in P \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.
Отношение P не является **симметричным**.
Проверим **антисимметричность** отношения P:

$$\begin{cases} (m;\ n) \in P, \\ (n;\ m) \in P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \le n \le m+1, \\ n \le m \le n+1 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow \ m \le n \le m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow \ m \le n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.

Отношение P не является **симметричным**.

Проверим **антисимметричность** отношения P:

$$\begin{cases} (m;\ n) \in P, \\ (n;\ m) \in P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \le n \le m+1, \\ n \le m \le n+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \le n, \\ n \le m \end{cases} \Rightarrow \ n = m.$$

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1;$
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1.$
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.
Отношение P не является **симметричным**.
Проверим **антисимметричность** отношения P:

$$\begin{cases} (m;\ n) \in P, \\ (n;\ m) \in P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \leq n \leq m+1, \\ n \leq m \leq n+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \leq n, \\ n \leq m \end{cases} \Rightarrow\ n = m.$$

Отношение P является **антисимметричным**.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**.

Отношение P не является **симметричным**.

Проверим **транзитивность** отношения P:

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \;\Leftrightarrow\; m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \;\Leftrightarrow\; m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**.
Отношение P не является **симметричным**.
Проверим **транзитивность** отношения P:
$(1;\ 2) \in P$ и $(2;\ 3) \in P$, но $(1;\ 3) \notin P$.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**.

Отношение P не является **симметричным**.

Проверим **транзитивность** отношения P:

$(1;\ 2) \in P$ и $(2;\ 3) \in P$, но $(1;\ 3) \notin P$.

Значит, отношение P не является **транзитивным**.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**. Отношение P не является **симметричным** и **транзитивным**.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**.
Отношение P не является **симметричным** и **транзитивным**.
Значит, P не является ни отношением **эквивалентности**, ни отношением **частичного порядка**.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow \ m \leq n \leq m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow \ m \leq n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения Q:

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения Q:

$$\Rightarrow\ (m;\ m) \in Q.$$

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения Q:

$$m \leq m+1 \ \Rightarrow\ (m;\ m) \in Q.$$

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow \ m \leq n \leq m+1$;

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow \ m \leq n+1$.

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения Q:

$$m \leq m+1 \ \Rightarrow \ (m;\ m) \in Q.$$

Отношение Q является **рефлексивным**.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1;$
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1.$
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.
Проверим **симметричность** отношения Q:

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Проверим **симметричность** отношения Q:

$(3;\ 1) \in Q$, но $(1;\ 3) \notin Q$.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Проверим **симметричность** отношения Q:

$(3;\ 1) \in Q$, но $(1;\ 3) \notin Q$.

Отношение Q не является **симметричным**.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является **симметричным**.

Проверим **антисимметричность** отношения Q:

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является **симметричным**.

Проверим **антисимметричность** отношения Q:

$(1;\ 2) \in Q \quad$ и $\quad (2;\ 1) \in Q, \quad$ но $1 \ne 2$.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является **симметричным**.

Проверим **антисимметричность** отношения Q:

$(1;\ 2) \in Q \quad \text{и} \quad (2;\ 1) \in Q, \quad \text{но } 1 \neq 2.$

Отношение Q не является **антисимметричным**.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**.

Проверим **транзитивность** отношения Q:

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**.

Проверим **транзитивность** отношения Q:

$(1;\ 2) \in Q$ и $(2;\ 3) \in Q$, но $(1;\ 3) \notin Q$.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**.

Проверим **транзитивность** отношения Q:

$(1;\ 2) \in Q$ и $(2;\ 3) \in Q$, но $(1;\ 3) \notin Q$.

Значит, отношение Q не является **транзитивным**.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**, ни **транзитивным**.

Задача 5. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow \ m \leq n \leq m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow \ m \leq n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.
Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**, ни **транзитивным**.
Значит, Q не является ни отношением **эквивалентности**, ни отношением **частичного порядка**.

Решение задачи 6.

Задача 6. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1; 3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Задача 6. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1;3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Ответ.

$$S = \{(1;1);\ (1;3);\ (3;1);\ (2;2);\ (3;3)\}\,,$$

Задача 6. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1;3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Ответ.

$$S = \{(1;1);\ (1;3);\ (3;1);\ (2;2);\ (3;3)\}\,,$$

Предикат-высказывание $P_S\,(x;y)$ логически эквивалентно высказыванию $(x;y) \in S$. В данном случае можно предложить эвристическую формулировку:

Задача 6. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1;3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Ответ.

$$S=\{(1;1);\ (1;3);\ (3;1);\ (2;2);\ (3;3)\}\,,$$

Предикат-высказывание $P_S\,(x;y)$ логически эквивалентно высказыванию $(x;y)\in S$. В данном случае можно предложить эвристическую формулировку: сумма чисел x и y есть число четное. Предикат-функцию можно задать конкретизацией **формулы для преобразования отношения в предикат-функцию**:

Задача 6. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1;3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Ответ.

$$S = \{(1;1);\ (1;3);\ (3;1);\ (2;2);\ (3;3)\}\,,$$

Предикат-высказывание $P_S(x;y)$ логически эквивалентно высказыванию $(x;y) \in S$. В данном случае можно предложить эвристическую формулировку: сумма чисел x и y есть число четное. Предикат-функцию можно задать конкретизацией **формулы для преобразования отношения в предикат-функцию**:

$$\varphi_{((x;y)\in S)} = \begin{cases} 0, & \text{если } (x;y) \notin S; \\ 1, & \text{если } (x;y) \in S, \end{cases}$$

но более естественным является в данном случае ее задание таблицей значений

$x \backslash y$	1	2	3
1	1	0	1
2	0	1	0
3	1	0	1

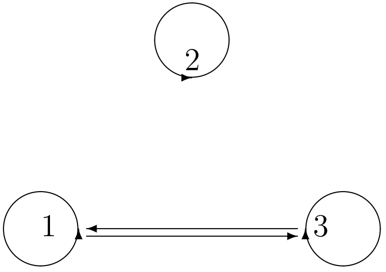


Рис.6. К задаче III.6.

Одно из представлений ориентированного графа для отношения S, предложено на рис. 6.

Решение задачи 7.

Задача 7. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Задача 7. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r, \quad m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Задача 7. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r, \quad m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Рефлексивность следует из того, что $n - n = 4 \cdot 0$.

Задача 7. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r, \quad m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Рефлексивность следует из того, что $n - n = 4 \cdot 0$.

Симметричность следует из того, что если $n - m = 4c$, то $m - n = 4 \cdot (-c)$.

Задача 7. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r, \quad m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Рефлексивность следует из того, что $n - n = 4 \cdot 0$.

Симметричность следует из того, что если $n - m = 4c$, то $m - n = 4 \cdot (-c)$.

Транзитивность вытекает из того факта, что если $n - m = 4c \quad$ и $k - n = 4d$, то $k - m = (k - n) + (n - m) = 4c + 4d = 4(c + d)$.

Задача 7. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r, \quad m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Рефлексивность следует из того, что $n - n = 4 \cdot 0$.

Симметричность следует из того, что если $n - m = 4c$, то $m - n = 4 \cdot (-c)$.

Транзитивность вытекает из того факта, что если $n - m = 4c \quad$ и $k - n = 4d$, то $k - m = (k - n) + (n - m) = 4c + 4d = 4(c + d)$.

Значит, G — отношение эквивалентности. Классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1; 5; 9; 13; \ldots; (4k + 1); \ldots\}, \quad \{2; 6; 10; 14; \ldots; (4k + 2); \ldots\}$, $\{3; 7; 11; 15; \ldots; (4k + 3); \ldots\}, \quad \{4; 8; 12; 16; \ldots; (4k + 4); \ldots\}$.

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?