Комментарий 1 к теореме о перестановке строк и столбцов в детерминанте

Что делать, если вы не можете доказать это утверждение? Воспользуйтесь **рекомендациями для поиска доказательства**. В данном случае обычно бывает достаточным рассмотреть пример. Допустим, перестановку 2-й и 4-й строк можно представить в виде следующей цепочки перестановок:

Комментарий 1 к теореме о перестановке строк и столбцов в детерминанте

Номер преобразования:		**1**	**2**	**3**
1	1-я строка исх. матрицы	2-я строка исх. матрицы	4-я строка исх. матрицы	1-я строка исх. матрицы
2	2-я строка исх. матрицы	1-я строка исх. матрицы	1-я строка исх. матрицы	4-я строка исх. матрицы
3	3-я строка исх. матрицы	3-я строка исх. матрицы	3-я строка исх. матрицы	3-я строка исх. матрицы
4	4-я строка исх. матрицы	4-я строка исх. матрицы	2-я строка исх. матрицы	2-я строка исх. матрицы
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...

Вернёмся к доказательству теоремы о перестановке строк и столбцов в детерминанте?

Комментарий 2 к теореме о перестановке строк и столбцов в детерминанте

Воспользуемся рекомендациями для поиска доказательства.

Комментарий 2 к теореме о перестановке строк и столбцов в детерминанте

Воспользуемся **рекомендациями для поиска доказательства**. Наиболее уместным в данном случае будет анализ примера.

Комментарий 2 к теореме о перестановке строк и столбцов в детерминанте

Пусть матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ размерности 6×6 перестановкой первой и пятой строк. Тогда $b_{1j} =$ и $b_{6j} =$

Комментарий 2 к теореме о перестановке строк и столбцов в детерминанте

Пусть матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ размерности 6×6 перестановкой первой и пятой строк. Тогда $b_{1j} = a_{6j}$ и $b_{6j} =$

Комментарий 2 к теореме о перестановке строк и столбцов в детерминанте

Пусть матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ размерности 6×6 перестановкой первой и пятой строк. Тогда $b_{1j} = a_{6j}$ и $b_{6j} = a_{1j}$.

Комментарий 2 к теореме о перестановке строк и столбцов в детерминанте

Пусть матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ размерности 6×6 перестановкой первой и пятой строк. Тогда $b_{1j} = a_{6j}$ и $b_{6j} = a_{1j}$. Тогда, например,

$$(-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} b_{14} b_{25} b_{31} b_{46} b_{53} b_{62} =$$

Комментарий 2 к теореме о перестановке строк и столбцов в детерминанте

Пусть матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ размерности 6×6 перестановкой первой и пятой строк. Тогда $b_{1j} = a_{6j}$ и $b_{6j} = a_{1j}$. Тогда, например,

$$(-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} b_{14} b_{25} b_{31} b_{46} b_{53} b_{62} =$$

$$= (-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} a_{54} a_{25} a_{31} a_{46} a_{13} a_{62} =$$

Комментарий 2 к теореме о перестановке строк и столбцов в детерминанте

Пусть матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ размерности 6×6 перестановкой первой и пятой строк. Тогда $b_{1j} = a_{6j}$ и $b_{6j} = a_{1j}$. Тогда, например,

$$(-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} b_{14} b_{25} b_{31} b_{46} b_{53} b_{62} =$$

$$= (-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} a_{54} a_{25} a_{31} a_{46} a_{13} a_{62} = (-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} a_{13} a_{25} a_{31} a_{46} a_{54} a_{62} =$$

Комментарий 2 к теореме о перестановке строк и столбцов в детерминанте

Пусть матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ размерности 6×6 перестановкой первой и пятой строк. Тогда $b_{1j} = a_{6j}$ и $b_{6j} = a_{1j}$. Тогда, например,

$$(-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} b_{14} b_{25} b_{31} b_{46} b_{53} b_{62} =$$

$$= (-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} a_{54} a_{25} a_{31} a_{46} a_{13} a_{62} = (-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} a_{13} a_{25} a_{31} a_{46} a_{54} a_{62} =$$

$$= (-1)^{\mu(6;5;1;3;4;2)+t} a_{13} a_{25} a_{31} a_{46} a_{54} a_{62}.$$

$$(-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} b_{14}b_{25}b_{31}b_{46}b_{53}b_{62} =$$
$$= (-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} a_{54}a_{25}a_{31}a_{46}a_{13}a_{62} = (-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} a_{13}a_{25}a_{31}a_{46}a_{54}a_{62} =$$
$$= (-1)^{\mu(6;5;1;3;4;2)+t} a_{13}a_{25}a_{31}a_{46}a_{54}a_{62}.$$

Выясним, чем отличаются множества инверсий перестановок $(4;5;1;6;3;2)$ и $(3;5;1;6;4;2)$. В этом примере $\alpha = 2, \quad \beta = 1$. У первой перестановки имеются следующие инверсии, которых нет у второй:

$$(-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} b_{14} b_{25} b_{31} b_{46} b_{53} b_{62} =$$

$$= (-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} a_{54} a_{25} a_{31} a_{46} a_{13} a_{62} = (-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} a_{13} a_{25} a_{31} a_{46} a_{54} a_{62} =$$

$$= (-1)^{\mu(6;5;1;3;4;2)+t} a_{13} a_{25} a_{31} a_{46} a_{54} a_{62}.$$

Выясним, чем отличаются множества инверсий перестановок $(4; 5; 1; 6; 3; 2)$ и $(3; 5; 1; 6; 4; 2)$. В этом примере $\alpha = 2, \quad \beta = 1$. У первой перестановки имеются следующие инверсии, которых нет у второй:

$$\underbrace{(5; 3); \ (6; 3);}_{\alpha=2} \quad \underbrace{(3; 1)}_{\beta=1}; \quad (4; 3)$$

(внизу, под скобкой, указано количество инверсий в соответствии с принятыми в доказательстве обозначениями).

$$(-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} b_{14}b_{25}b_{31}b_{46}b_{53}b_{62} =$$

$$= (-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} a_{54}a_{25}a_{31}a_{46}a_{13}a_{62} = (-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} a_{13}a_{25}a_{31}a_{46}a_{54}a_{62} =$$

$$= (-1)^{\mu(6;5;1;3;4;2)+t} a_{13}a_{25}a_{31}a_{46}a_{54}a_{62}.$$

Выясним, чем отличаются множества инверсий перестановок $(4; 5; 1; 6; 3; 2)$ и $(3; 5; 1; 6; 4; 2)$. В этом примере $\alpha = 2, \quad \beta = 1$. У первой перестановки имеются следующие инверсии, которых нет у второй:

$$\underbrace{(5; 3);\ (6; 3);}_{\alpha=2} \quad \underbrace{(3; 1)}_{\beta=1}; \quad (4; 3).$$

У второй перестановки имеются следующие инверсии, которых нет у первой перестановки:

$$\underbrace{(3; 1);}_{k-2-\alpha=5-2-2=1} \qquad \underbrace{(3; 1);\ (6; 3)}_{k-2-\beta=5-2-1=2}\ .$$

$$(-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} b_{14}b_{25}b_{31}b_{46}b_{53}b_{62} =$$

$$= (-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} a_{54}a_{25}a_{31}a_{46}a_{13}a_{62} = (-1)^{\mu(4;5;1;3;6;2)} a_{13}a_{25}a_{31}a_{46}a_{54}a_{62} =$$

$$= (-1)^{\mu(6;5;1;3;4;2)+t} a_{13}a_{25}a_{31}a_{46}a_{54}a_{62}.$$

Выясним, чем отличаются множества инверсий перестановок $(4; 5; 1; 6; 3; 2)$ и $(3; 5; 1; 6; 4; 2)$. В этом примере $\alpha = 2, \quad \beta = 1$. У первой перестановки имеются следующие инверсии, которых нет у второй:

$$\underbrace{(5;3);\ (6;3);}_{\alpha=2} \quad \underbrace{(3;1);}_{\beta=1} \quad (4;3).$$

У второй перестановки имеются следующие инверсии, которых нет у первой перестановки:

$$\underbrace{(3;1);}_{k-2-\alpha=5-2-2=1} \qquad \underbrace{(3;1);\ (6;3)}_{k-2-\beta=5-2-1=2} \ .$$

Вернемся к доказательству **теоремы о перестановке строк и столбцов в детерминанте?**

Комментарий к замечанию

Например, на строках с номерами 2, 3 и столбцах с номерами 1, 3 построен минор $\mathbf{Y}$ матрицы $\mathbf{X}$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \qquad\qquad \rightarrow \mathbf{Y} =$$

Комментарий к замечанию

Например, на строках с номерами **2, 3** и столбцах с номерами 1, 3 построен минор $\mathbf{Y}$ матрицы $\mathbf{X}$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{3} & \cancel{4} \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ \cancel{13} & \cancel{14} & \cancel{15} & \cancel{16} \end{pmatrix} \to \mathbf{Y} =$$

Комментарий к замечанию

Например, на строках с номерами 2, 3 и столбцах с номерами **1, 3** построен минор $\mathbf{Y}$ матрицы $\mathbf{X}$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \mathbf{Y} =$$

Комментарий к замечанию

Например, на строках с номерами 2, 3 и столбцах с номерами 1, 3 построен минор $\mathbf{Y}$ матрицы $\mathbf{X}$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{3} & \cancel{4} \\ 5 & \cancel{6} & 7 & \cancel{8} \\ 9 & \cancel{10} & 11 & \cancel{12} \\ \cancel{13} & \cancel{14} & \cancel{15} & \cancel{16} \end{pmatrix} \to \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 11 \end{pmatrix}.$$

Вернемся к замечанию?

Комментарий 1 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

В самом деле, например, для $i = 2$ имеем

$$(a_{21}\ a_{22}\ a_{23}) = (a_{21}\ 0\ 0) + (0\ a_{22}\ 0) + (0\ 0\ a_{23}),$$

поэтому по **теореме о линейности детерминанта по строке**

Комментарий 1 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

В самом деле, например, для $i = 2$ имеем

$$(a_{21}\ a_{22}\ a_{23}) = (a_{21}\ 0\ 0) + (0\ a_{22}\ 0) + (0\ 0\ a_{23}),$$

поэтому по **теореме о линейности детерминанта по строке**

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

Комментарий 1 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

В самом деле, например, для $i = 2$ имеем

$$(a_{21}\ a_{22}\ a_{23}) = (a_{21}\ 0\ 0) + (0\ a_{22}\ 0) + (0\ 0\ a_{23}),$$

поэтому по теореме о линейности детерминанта по строке

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} + 0 + 0 & 0 + a_{22} + 0 & 0 + 0 + a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

Комментарий 1 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

В самом деле, например, для $i = 2$ имеем

$$(a_{21}\ a_{22}\ a_{23}) = (a_{21}\ 0\ 0) + (0\ a_{22}\ 0) + (0\ 0\ a_{23}),$$

поэтому по **теореме о линейности детерминанта по строке**

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+0+0 & 0+a_{22}+0 & 0+0+a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

Комментарий 1 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

В самом деле, например, для $i = 2$ имеем

$$(a_{21}\ a_{22}\ a_{23}) = (a_{21}\ 0\ 0) + (0\ a_{22}\ 0) + (0\ 0\ a_{23}),$$

поэтому по **теореме о линейности детерминанта по строке**

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+0+0 & 0+a_{22}+0 & 0+0+a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Комментарий 1 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

В самом деле, например, для $i = 2$ имеем

$$(a_{21}\ a_{22}\ a_{23}) = (a_{21}\ 0\ 0) + (0\ a_{22}\ 0) + (0\ 0\ a_{23}),$$

поэтому по **теореме о линейности детерминанта по строке**

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+0+0 & 0+a_{22}+0 & 0+0+a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Вернемся к доказательству **теоремы о разложении детерминанта по строке или столбцу?**

Комментарий 2 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

Воспользуемся **рекомендациями для поиска доказательства**. Наверное, в данном случае достаточно будет рассмотреть пример, допустим, $n = 4, \quad i = 2, \quad j = 1$. Тогда рассматриваемые перестановки строк и столбцов приводят к цепочке преобразований

Комментарий 2 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \mapsto$$

Комментарий 2 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \mapsto$$

Комментарий 2 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mapsto$$

Комментарий 2 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mapsto$$

$$\mapsto \begin{pmatrix} a_{12} & a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{32} & a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{41} & a_{43} & a_{44} \\ 0 & a_{21} & 0 & 0 \end{pmatrix} \mapsto$$

Комментарий 2 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \longmapsto$$

$$\longmapsto \begin{pmatrix} a_{12} & a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{32} & a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{41} & a_{43} & a_{44} \\ 0 & a_{21} & 0 & 0 \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{14} \\ a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{41} & a_{44} \\ 0 & 0 & a_{21} & 0 \end{pmatrix} \longmapsto$$

Комментарий 2 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mapsto$$

$$\mapsto \begin{pmatrix} a_{12} & a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{32} & a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{41} & a_{43} & a_{44} \\ 0 & a_{21} & 0 & 0 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{14} \\ a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{41} & a_{44} \\ 0 & 0 & a_{21} & 0 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{11} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{31} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{41} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} \end{pmatrix}.$$

Комментарий 2 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mapsto$$

$$\mapsto \begin{pmatrix} a_{12} & a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{32} & a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{41} & a_{43} & a_{44} \\ 0 & a_{21} & 0 & 0 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{14} \\ a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{41} & a_{44} \\ 0 & 0 & a_{21} & 0 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{11} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{31} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{41} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} \end{pmatrix}.$$

Итак, нужная матрица получена в результате $5 = (4-2) + (4-1)$ перестановок строк и столбцов исходной матрицы.

Комментарий 2 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

При этом матрица, полученная из последней матрицы вычеркиванием четвертой строки и четвертого столбца, совпадает с матрицей, полученной из исходной матрицы вычеркиванием второй строки и первого столбца:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} = \qquad\qquad = \begin{pmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{11} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{31} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{41} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} \end{pmatrix}.$$

Комментарий 2 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

При этом матрица, полученная из последней матрицы вычеркиванием четвертой строки и четвертого столбца, совпадает с матрицей, полученной из исходной матрицы вычеркиванием второй строки и первого столбца:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{11} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{31} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{41} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} \end{pmatrix}.$$

Комментарий 2 к теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу

При этом матрица, полученная из последней матрицы вычеркиванием четвертой строки и четвертого столбца, совпадает с матрицей, полученной из исходной матрицы вычеркиванием второй строки и первого столбца:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{11} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{31} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{41} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} \end{pmatrix}.$$

Вернемся к доказательству **теоремы о разложении детерминанта по строке или столбцу?**

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?