

Министерство образования и науки РФ  
Уральский государственный экономический университет



Ю. Б. Мельников

# Степенная функция

Раздел **электронного учебника**  
для сопровождения лекции

*Изд. 4-е, испр. и доп.*



e-mail: [melnikov@k66.ru](mailto:melnikov@k66.ru),  
[melnikov@r66.ru](mailto:melnikov@r66.ru)

сайты:  
<http://melnikov.k66.ru>,  
<http://melnikov.web.ur.ru>

Екатеринбург  
2012

I. График степенной функции 3

II. Степенная функция на положительной полуоси 38

# I. График степенной функции

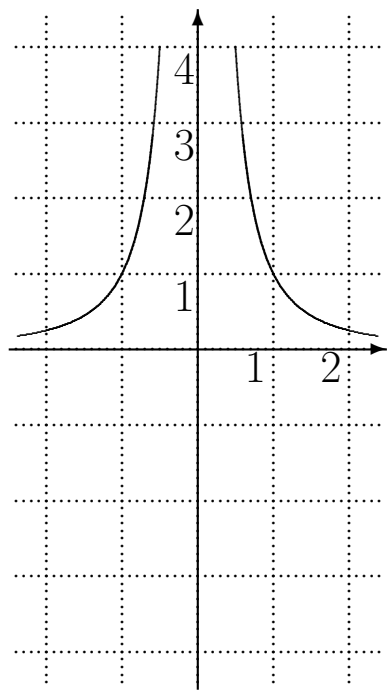


График степенной функции  $f(x) = x^{-2}$ .

# I. График степенной функции

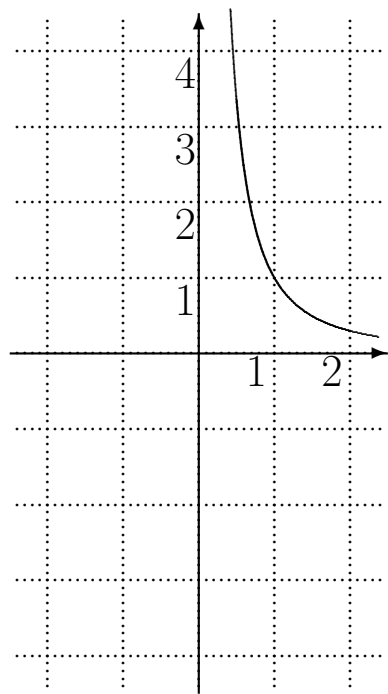


График степенной функции  $f(x) = x^{-1,75}$ .

# I. График степенной функции

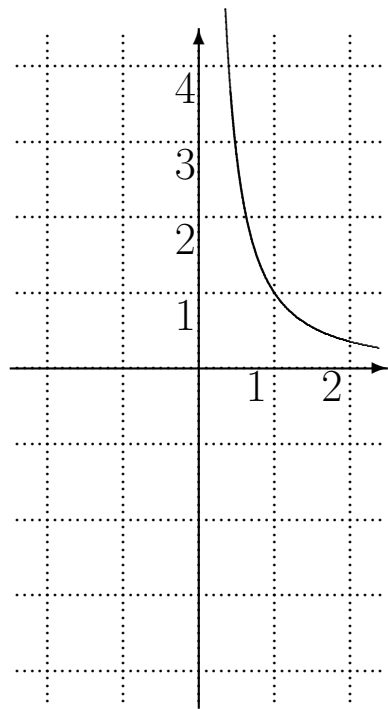


График степенной функции  $f(x) = x^{-1,50}$ .

# I. График степенной функции

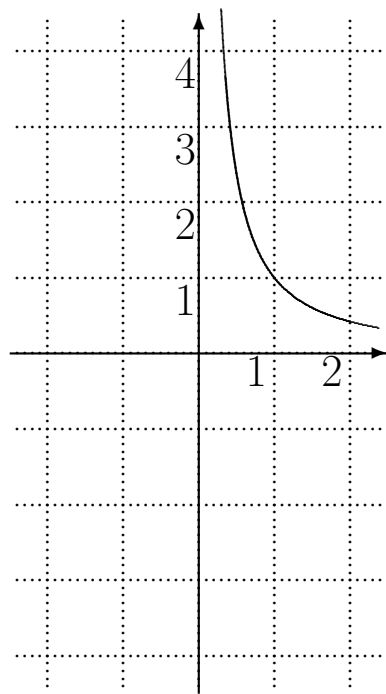


График степенной функции  $f(x) = x^{-1,25}$ .

# I. График степенной функции

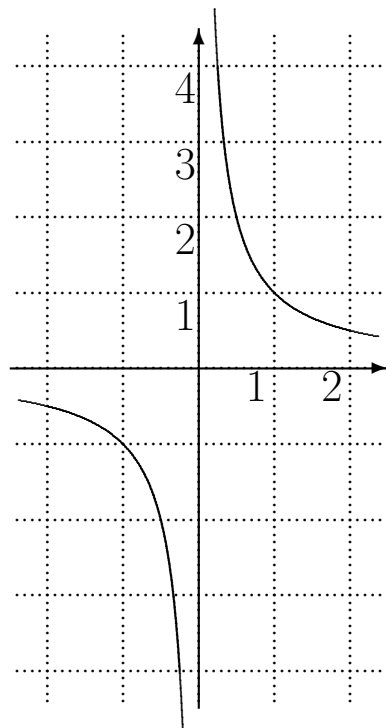


График степенной функции  $f(x) = x^{-1}$ .

# I. График степенной функции

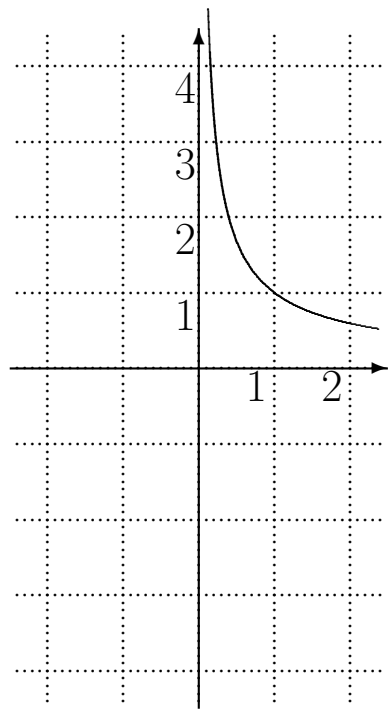


График степенной функции  $f(x) = x^{-0,75}$ .



# I. График степенной функции

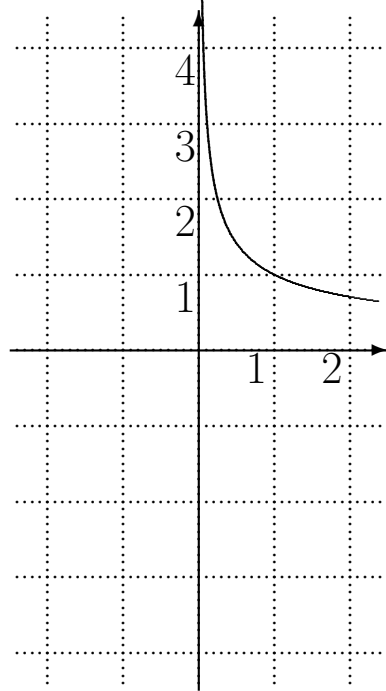


График степенной функции  $f(x) = x^{-0,50}$ .

# I. График степенной функции

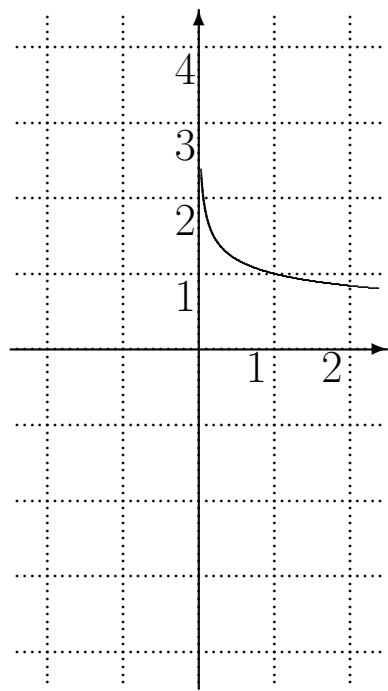


График степенной функции  $f(x) = x^{-0.25}$ .

# I. График степенной функции

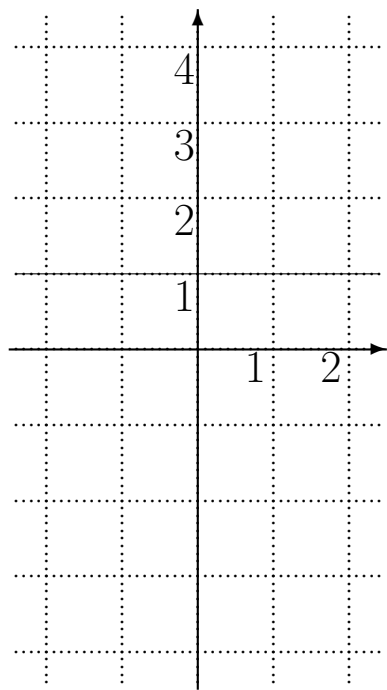


График степенной функции  $f(x) = x^0$ .

# I. График степенной функции

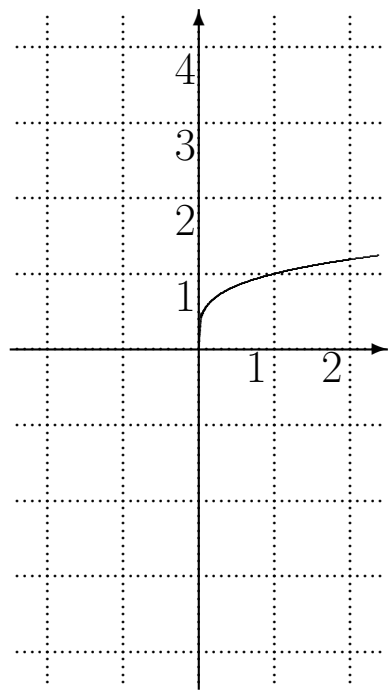


График степенной функции  $f(x) = x^{0,25}$ .

# I. График степенной функции

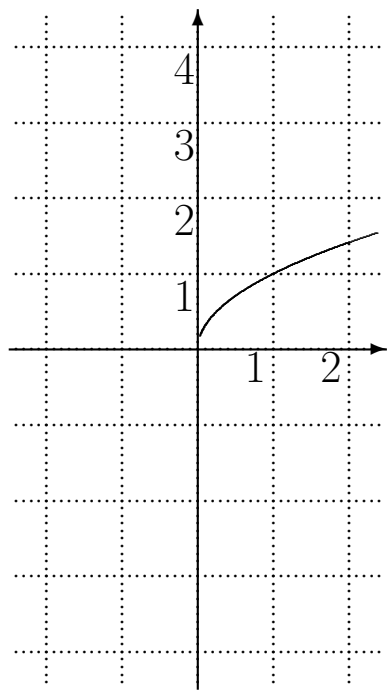


График степенной функции  $f(x) = x^{0.50}$ .

# I. График степенной функции

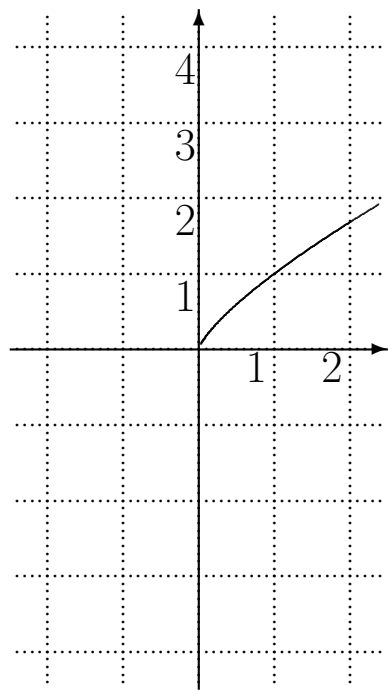


График степенной функции  $f(x) = x^{0,75}$ .

# I. График степенной функции

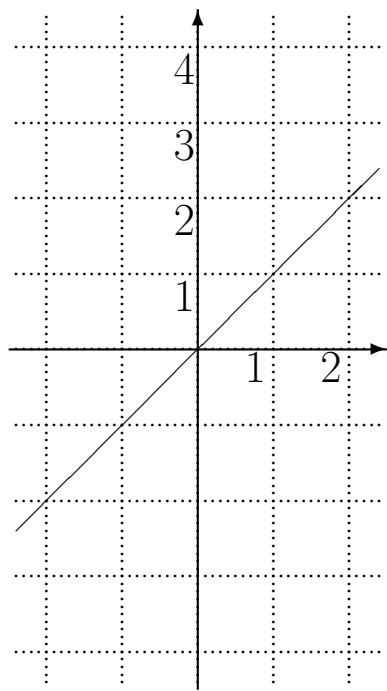


График степенной функции  $f(x) = x^1$ .

# I. График степенной функции

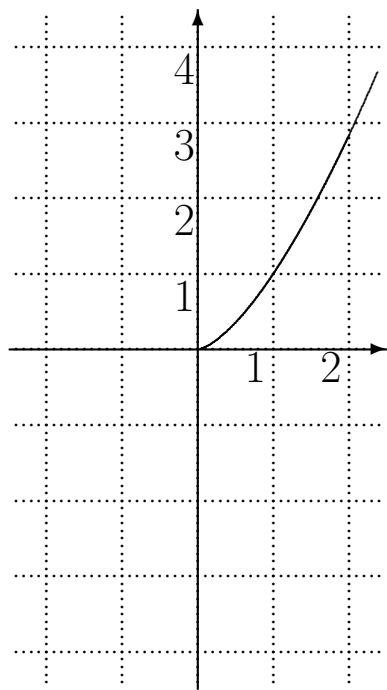


График степенной функции  $f(x) = x^{1.5}$ .



# I. График степенной функции

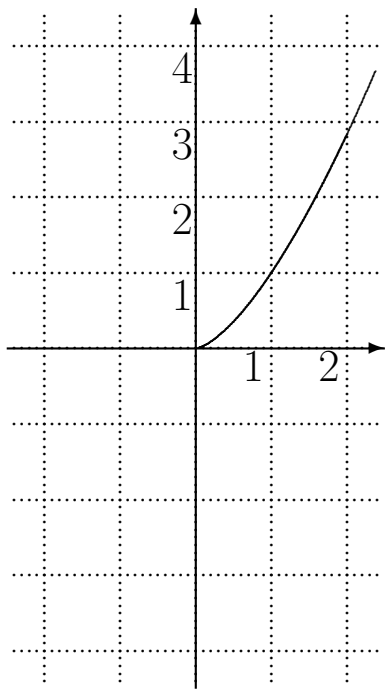


График степенной функции  $f(x) = x^{1.5}$ .

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

# I. График степенной функции

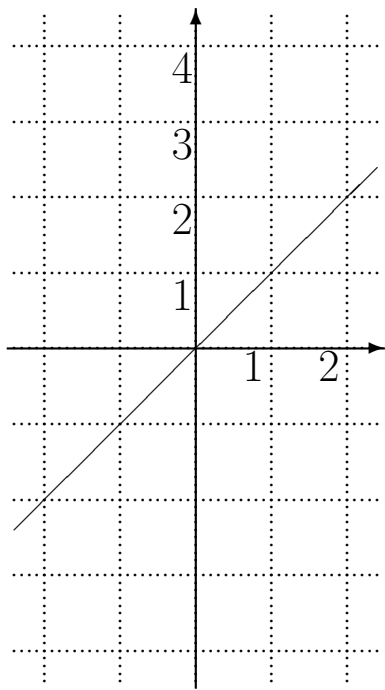


График степенной функции  $f(x) = x^1$ .

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

Почему график слева от оси ординат иногда «исчезает»?

# I. График степенной функции

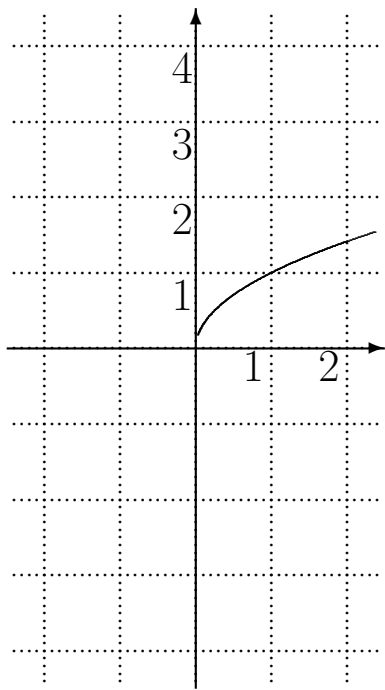


График степенной функции  $f(x) = x^{0,5}$ .

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

Почему график слева от оси ординат иногда «исчезает»? Что означает фраза «слева от оси ординат график исчез»?

# I. График степенной функции

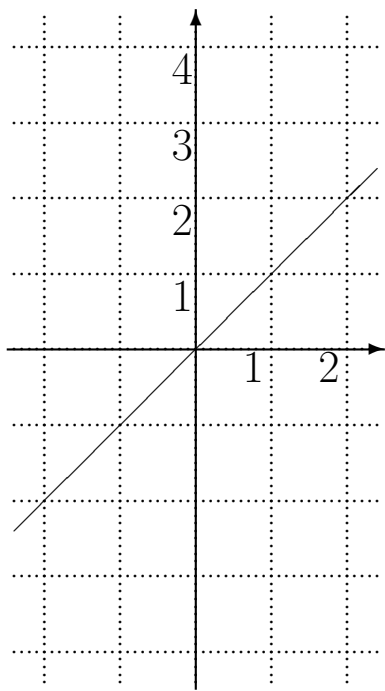


График степенной функции  $f(x) = x^1$ .

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

Почему график слева от оси ординат иногда «исчезает»? Что означает фраза «слева от оси ординат график исчез»?

График — это множество точек. Поэтому, во-первых, переведем на «язык равенств и неравенств» утверждение, что *точка  $M(x; y)$  находится левее оси ординат*.

# I. График степенной функции

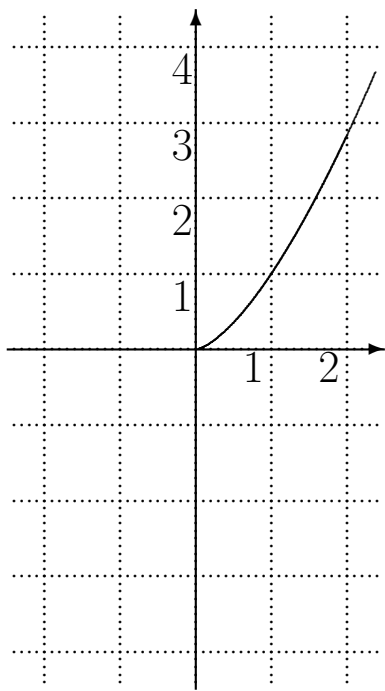


График степенной функции  $f(x) = x^{1.5}$ .

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

Почему график слева от оси ординат иногда «исчезает»? Что означает фраза «слева от оси ординат график исчез»?

График — это множество точек. Поэтому, во-первых, переведем на «язык равенств и неравенств» утверждение, что *точка  $M(x; y)$  находится левее оси ординат*. Перевод:  $x < 0$ .

# I. График степенной функции

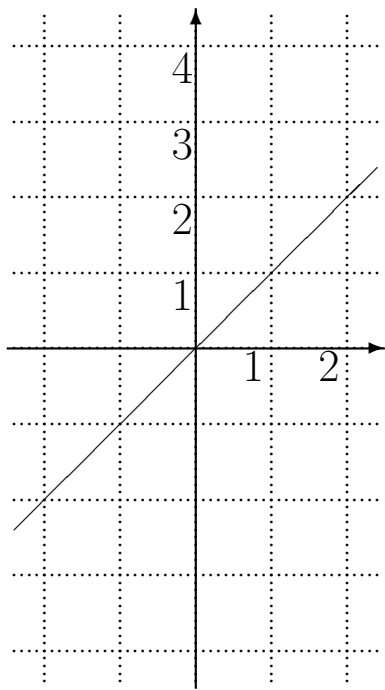


График степенной функции  $f(x) = x^1$ .

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

Почему график слева от оси ординат иногда «исчезает»? Что означает фраза «слева от оси ординат график исчез»?

Во-вторых, что значит, что *точка*  $M(x; y)$  *принадлежит* *графику функции*  $f$ ?

# I. График степенной функции

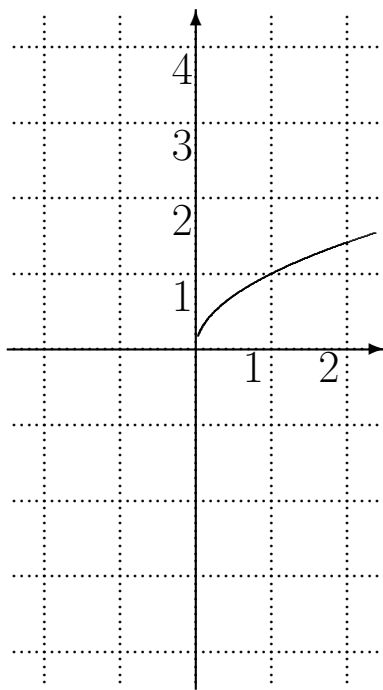


График степенной функции  $f(x) = x^{0,5}$ .

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

Почему график слева от оси ординат иногда «исчезает»? Что означает фраза «слева от оси ординат график исчез»?

Во-вторых, что значит, что *точка*  $M(x; y)$  *принадлежит* *графику функции*  $f$ ?

Перевод:  $y = f(x)$ , т.е.  $M(x; f(x))$ .

# I. График степенной функции

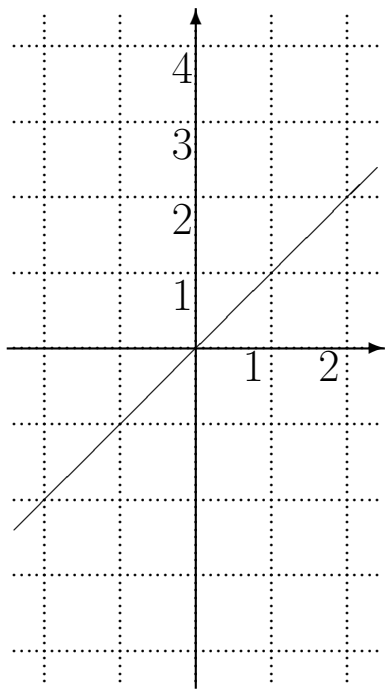


График степенной функции  $f(x) = x^1$ .

*Точка  $M(x; y)$  принадлежит графику функции  $f$  тогда и только тогда, когда ее координаты имеют вид  $(x; f(x))$ .*

Поэтому фраза «слева от оси ординат график исчез» означает, что *при отрицательных значениях аргумента функция не определена.*



# I. График степенной функции

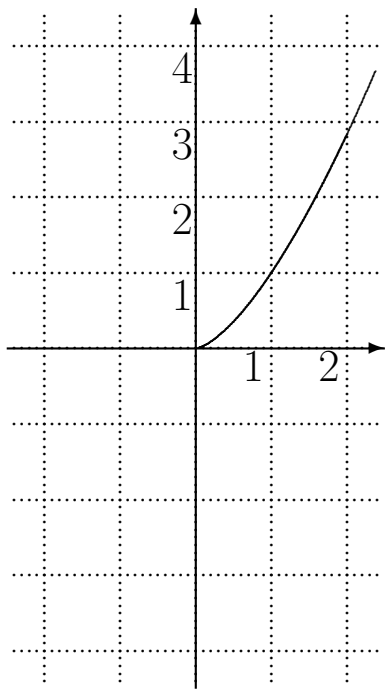


График степенной функции  $f(x) = x^{1,5}$ .

Фраза «слева от оси ординат график исчез» означает, что при *отрицательных значениях аргумента функция не определена*.

***Но почему???***

# I. График степенной функции

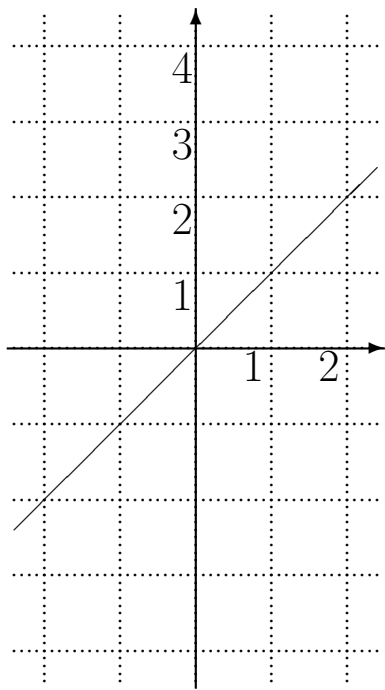


График степенной функции  $f(x) = x^1$ .

*Почему при дробных показателях степени а выражение  $x^a$  не определено?*

# I. График степенной функции

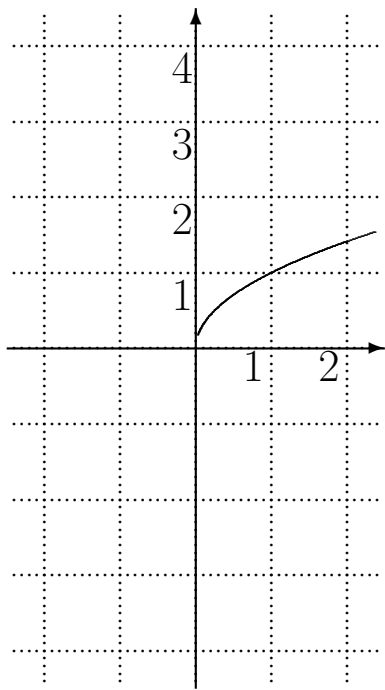


График степенной функции  $f(x) = x^{0,5}$ .

*Почему при дробных показателях степени а выражение  $x^a$  не определено?*

Рассмотрим пример. С одной стороны,  
$$= (-8)^{1/3}$$

# I. График степенной функции

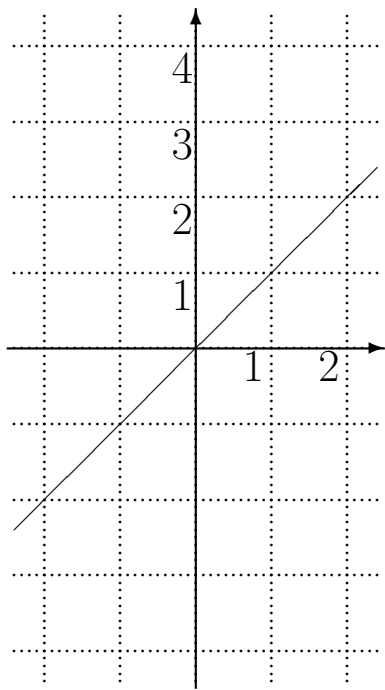


График степенной функции  $f(x) = x^1$ .

*Почему при дробных показателях степени а выражение  $x^a$  не определено?*

Рассмотрим пример. С одной стороны,  
 $(-2) = (-8)^{1/3}$

# I. График степенной функции

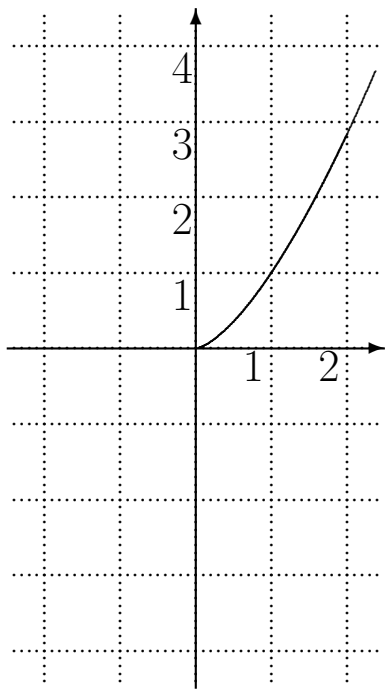


График степенной функции  $f(x) = x^{1,5}$ .

*Почему при дробных показателях степени а выражение  $x^a$  не определено?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,  
 $(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} =$

# I. График степенной функции

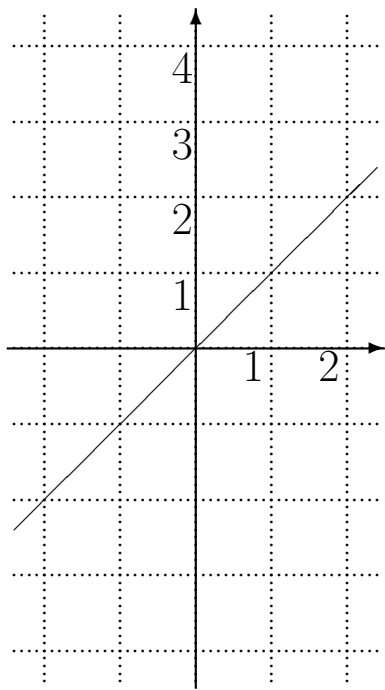


График степенной функции  $f(x) = x^1$ .

*Почему при дробных показателях степени а выражение  $x^a$  не определено?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,  
 $(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = ((-8)^2)^{1/6} =$

# I. График степенной функции

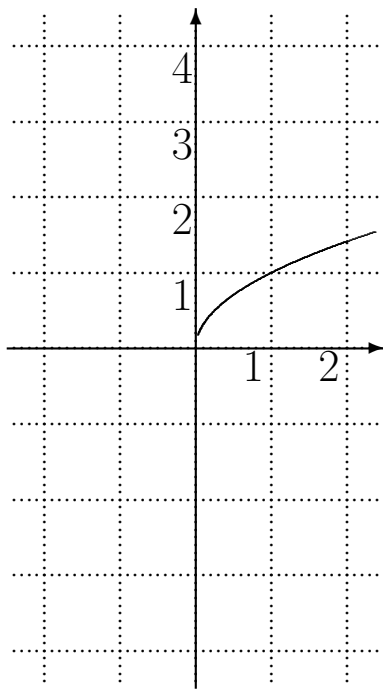


График степенной функции  $f(x) = x^{0,5}$ .

*Почему при дробных показателях степени а выражение  $x^a$  не определено?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,  
 $(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = ((-8)^2)^{1/6} = 2.$

# I. График степенной функции

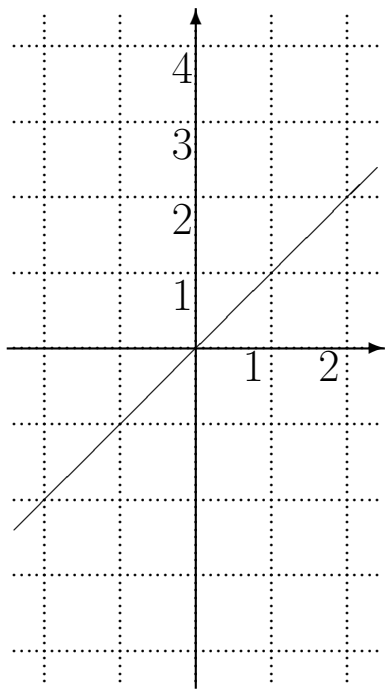


График степенной функции  $f(x) = x^1$ .

*Почему при дробных показателях степени а выражение  $x^a$  не определено?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,  
 $(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = ((-8)^2)^{1/6} = 2$ .

Катастрофа!  $(-2) = 2$ , караул!



# I. График степенной функции

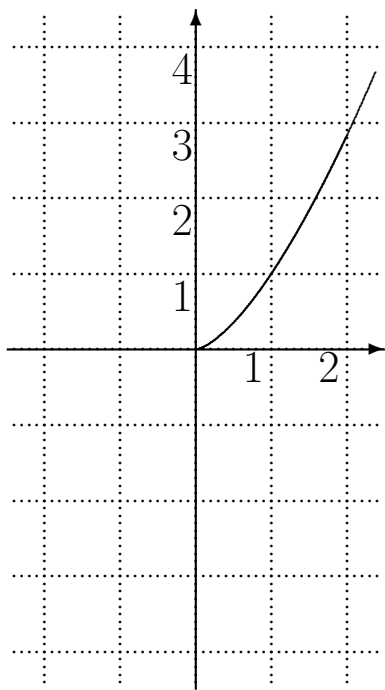


График степенной функции  $f(x) = x^{1.5}$ .

*Почему при дробных показателях степени а выражение  $x^a$  не определено?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,  
 $(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = ((-8)^2)^{1/6} = 2$ .  
Катастрофа!  $(-2) = 2$ , караул! Надо либо срочно менять математические правила работы с дробями, либо...

# I. График степенной функции

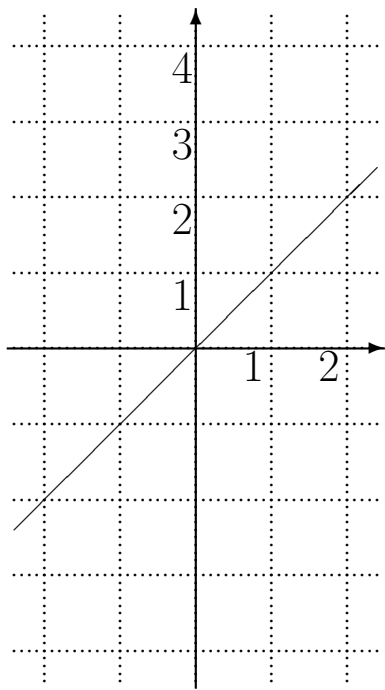


График степенной функции  $f(x) = x^1$ .

*Почему при дробных показателях степени а выражение  $x^a$  не определено?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,  
 $(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = ((-8)^2)^{1/6} = 2$ .

Катастрофа!  $(-2) = 2$ , караул! Именно последнее «либо» и стало общепринятым:

***если  $a$  — дробное число, то***

# I. График степенной функции

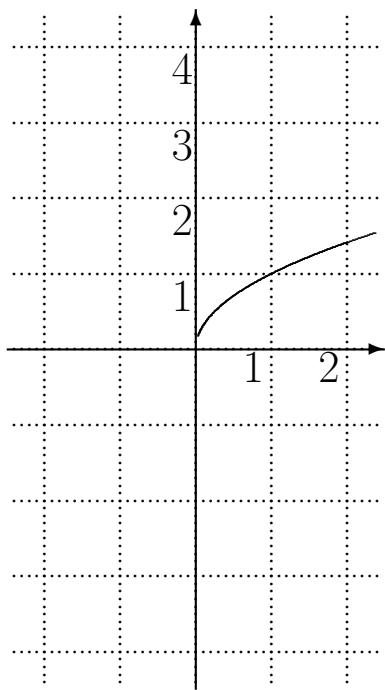


График степенной функции  $f(x) = x^{0,5}$ .

*Почему при дробных показателях степени а выражение  $x^a$  не определено?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,  
 $(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = ((-8)^2)^{1/6} = 2$ .

Катастрофа!  $(-2) = 2$ , караул! Именно последнее «либо» и стало общепринятым:

*если  $a$  — дробное число, то  
для отрицательных  $b$  значение  $b^a$   
не определено.*

# I. График степенной функции

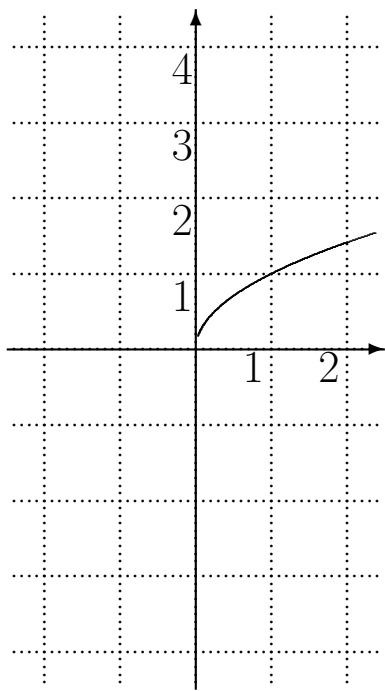


График степенной функции  $f(x) = x^{0,5}$ .

*Почему при дробных показателях степени а выражение  $x^a$  не определено?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,  
 $(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = ((-8)^2)^{1/6} = 2$ .

Катастрофа!  $(-2) = 2$ , караул! Именно последнее «либо» и стало общепринятым:

***если  $a$  — дробное число, то  
для отрицательных  $b$  значение  $b^a$   
не определено.***

В частности, например,  $\sqrt[3]{x} \not\equiv x^{1/3}$ .

# I. График степенной функции

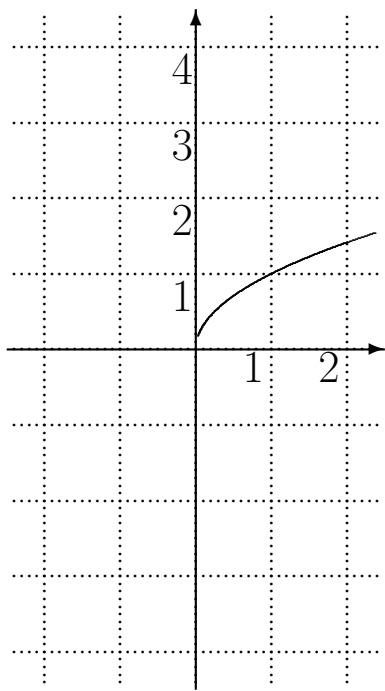


График степенной функции  $f(x) = x^{0,5}$ .

*Почему при дробных показателях степени а выражение  $x^a$  не определено?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,  $(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = ((-8)^2)^{1/6} = 2$ .

Катастрофа!  $(-2) = 2$ , караул! Именно последнее «либо» и стало общепринятым:

***если  $a$  — дробное число, то  
для отрицательных  $b$  значение  $b^a$   
не определено.***

В частности, например,  $\sqrt[3]{x} \not\equiv x^{1/3}$ .

***Равенство  $\sqrt[3]{x} = x^{1/3}$  выполняется только для  $x \geq 0$ .***

## II. Степенная функция на положительной полуоси

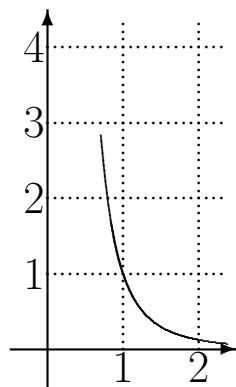


График степенной функции  $f(x) = x^{-3}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

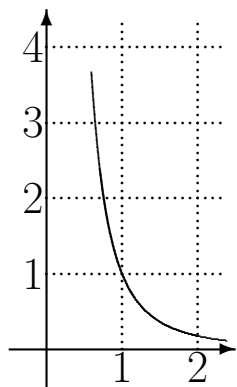


График степенной функции  $f(x) = x^{-2,50}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

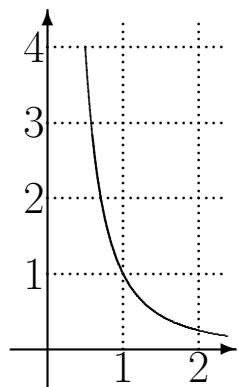


График степенной функции  $f(x) = x^{-2}$   
для  $x > 0$ .



## II. Степенная функция на положительной полуоси

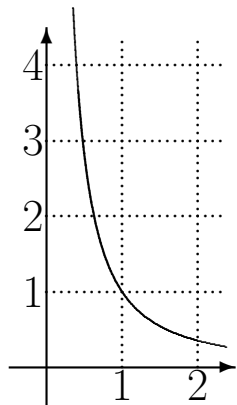


График степенной функции  $f(x) = x^{-1,5}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

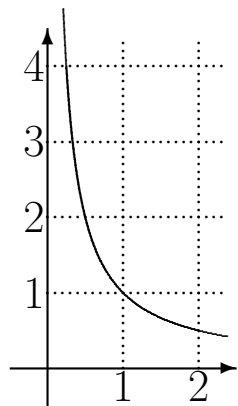


График степенной функции  $f(x) = x^{-1}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

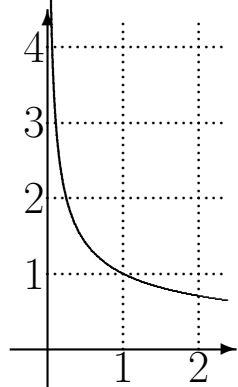


График степенной функции  $f(x) = x^{-0,5}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

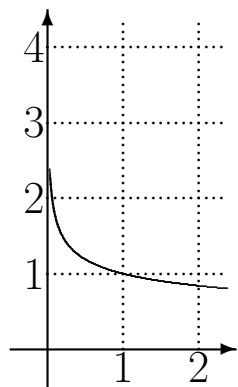


График степенной функции  $f(x) = x^{-0,25}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

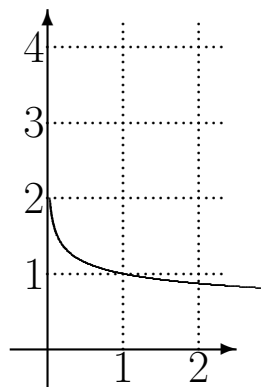


График степенной функции  $f(x) = x^{-0,2}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

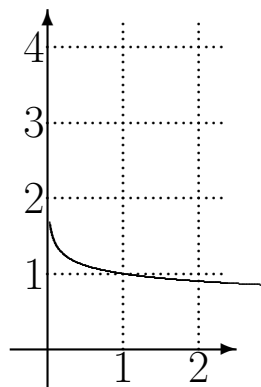


График степенной функции  $f(x) = x^{-0,15}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

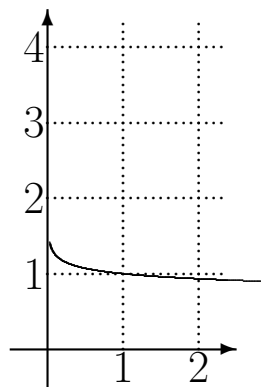


График степенной функции  $f(x) = x^{-0,1}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

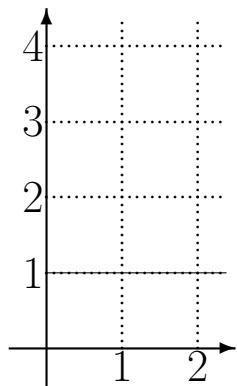


График степенной функции  $f(x) = x^0$   
для  $x > 0$ .



## II. Степенная функция на положительной полуоси

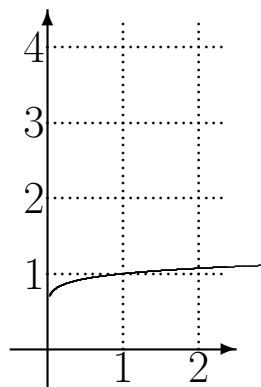


График степенной функции  $f(x) = x^{0.10}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

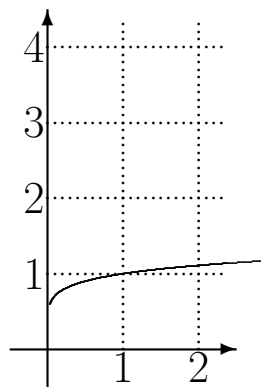


График степенной функции  $f(x) = x^{0.15}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

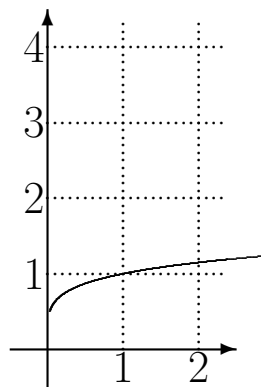


График степенной функции  $f(x) = x^{0.20}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

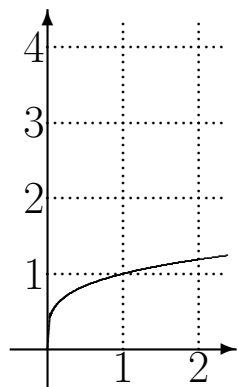


График степенной функции  $f(x) = x^{0,25}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

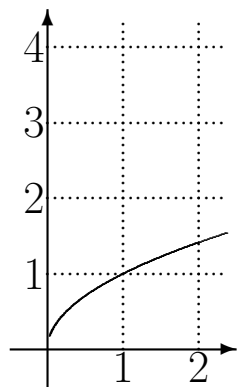


График степенной функции  $f(x) = x^{0,5}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

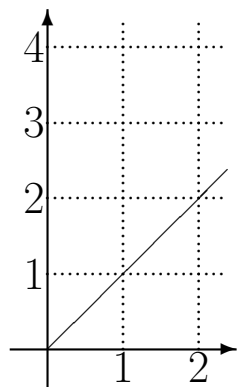


График степенной функции  $f(x) = x^1$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

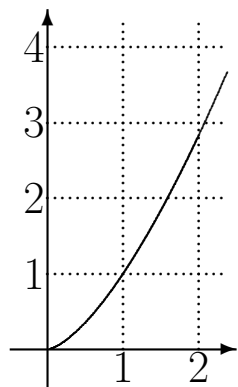


График степенной функции  $f(x) = x^{0,5}$   
для  $x > 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

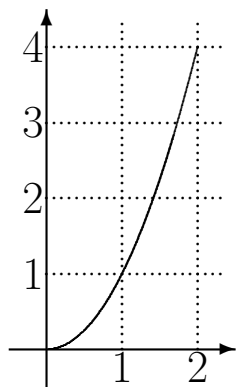


График степенной функции  $f(x) = x^2$   
для  $x > 0$ .

Не было ли в «поведении» графиков этих функции чего-либо «настораживающего»?



## II. Степенная функция на положительной полуоси

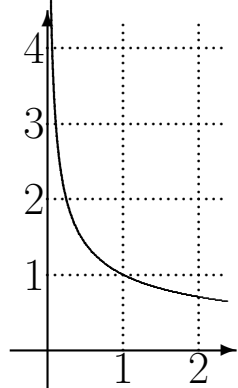


График степенной функции  $f(x) = x^{-0,5}$   
для  $x > 0$ .

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0:  $x = 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

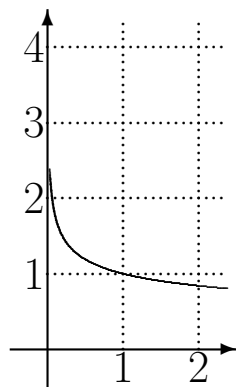


График степенной функции  $f(x) = x^{-0,25}$   
для  $x > 0$ .

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0:  $x = 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

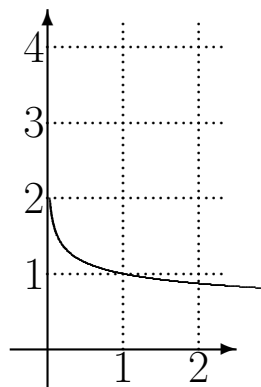


График степенной функции  $f(x) = x^{-0,2}$   
для  $x > 0$ .

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0:  $x = 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

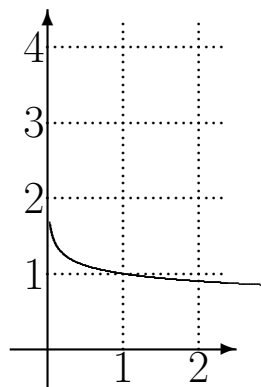


График степенной функции  $f(x) = x^{-0,15}$   
для  $x > 0$ .

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0:  $x = 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

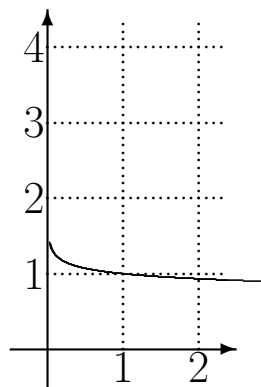


График степенной функции  $f(x) = x^{-0,1}$   
для  $x > 0$ .

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0:  $x = 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

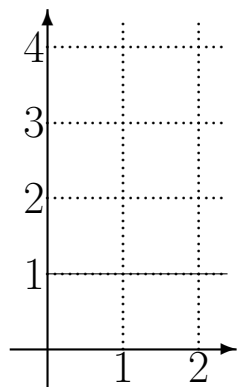


График степенной функции  $f(x) = x^0$   
для  $x > 0$ .

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0:  $x = 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

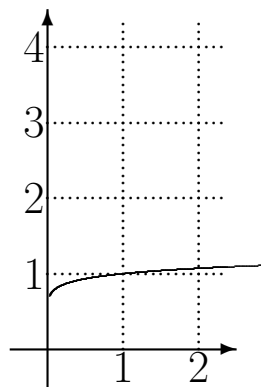


График степенной функции  $f(x) = x^{0,1}$   
для  $x > 0$ .

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0:  $x = 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

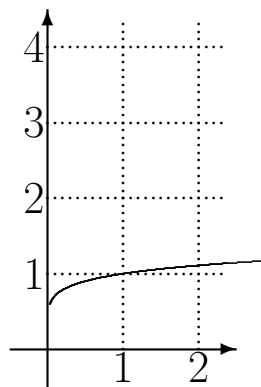


График степенной функции  $f(x) = x^{0,15}$   
для  $x > 0$ .

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0:  $x = 0$ .



## II. Степенная функция на положительной полуоси

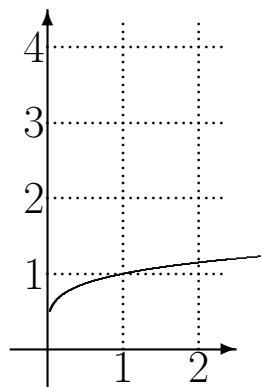


График степенной функции  $f(x) = x^{0.2}$   
для  $x > 0$ .

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0:  $x = 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

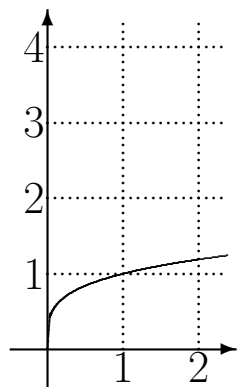


График степенной функции  $f(x) = x^{0,25}$   
для  $x > 0$ .

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0:  $x = 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

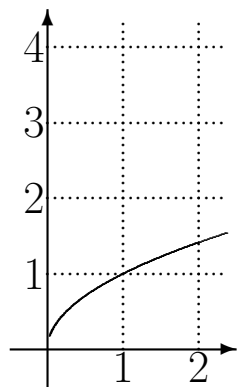


График степенной функции  $f(x) = x^{0,5}$   
для  $x > 0$ .

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0:  $x = 0$ .

## II. Степенная функция на положительной полуоси

При небольшом изменении показателя степени (параметра  $a$ ) значение функции  $f(x) = x^a$  вблизи 0 резко изменяется. Эта неустойчивость значений привела к тому, что значение  $0^0$  не удалось определить удобным для всех образом, т.е.

## II. Степенная функция на положительной полуоси

При небольшом изменении показателя степени (параметра  $a$ ) значение функции  $f(x) = x^a$  вблизи 0 резко изменяется. Эта неустойчивость значений привела к тому, что значение  $0^0$  не удалось определить удобным для всех образом, т.е.

***значение  $0^0$  не определено.***

## II. Степенная функция на положительной полуоси

При небольшом изменении показателя степени (параметра  $a$ ) значение функции  $f(x) = x^a$  вблизи 0 резко изменяется. Эта неустойчивость значений привела к тому, что значение  $0^0$  не удалось определить удобным для всех образом, т.е.

***значение  $0^0$  не определено.***

Спасибо

за

внимание!

е-mail: [melnikov@k66.ru](mailto:melnikov@k66.ru), [melnikov@r66.ru](mailto:melnikov@r66.ru)

сайты: <http://melnikov.k66.ru>, <http://melnikov.web.ur.ru>

Вернуться к списку презентаций?

