Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Ранг матрицы

Раздел электронного учебника
для сопровождения практического занятия

Изд. 4-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2012

Пример 1.

1) Найти ***строчный и столбцовый ранги*** *матрицы* $\mathbf{A}$*, максимальную линейно независимую систему векторов-строк (столбцов) матрицы* $\mathbf{A}$*, выразить остальные строки (столбцы) матрицы* $\mathbf{A}$*, как линейные комбинации векторов найденных систем.*

2) Найти ***ранг*** *матрицы* $\mathbf{A}$ ***методом окаймляющих миноров****.*

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Решение.

Мы сейчас найдем столбцовый ранг матрицы $\mathbf{A}$, и одновременно укажем максимальную линейно независимую систему векторов-столбцов матрицы $\mathbf{A}$, причем выразим остальные столбцы матрицы $\mathbf{A}$, как линейные комбинации векторов найденной системы.

Мы сейчас найдем столбцовый ранг матрицы $\mathbf{A}$, и одновременно укажем максимальную линейно независимую систему векторов-столбцов матрицы $\mathbf{A}$, причем выразим остальные столбцы матрицы $\mathbf{A}$, как линейные комбинации векторов найденной системы.

Сделать это нам позволит простое наблюдение: элементарные преобразования строк и удаление нулевой строки не меняет линейных зависимостей между столбцами. Поэтому проведем элементарные преобразования строк с целью получить в качестве «фрагмента» единичную матрицу.

Мы сейчас найдем столбцовый ранг матрицы $\mathbf{A}$, и одновременно укажем максимальную линейно независимую систему векторов-столбцов матрицы $\mathbf{A}$, причем выразим остальные столбцы матрицы $\mathbf{A}$, как линейные комбинации векторов найденной системы.

Сделать это нам позволит простое наблюдение: элементарные преобразования строк и удаление нулевой строки не меняет линейных зависимостей между столбцами. Поэтому проведем элементарные преобразования строк с целью получить в качестве «фрагмента» единичную матрицу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim$$

Мы сейчас найдем столбцовый ранг матрицы $\mathbf{A}$, и одновременно укажем максимальную линейно независимую систему векторов-столбцов матрицы $\mathbf{A}$, причем выразим остальные столбцы матрицы $\mathbf{A}$, как линейные комбинации векторов найденной системы.

Сделать это нам позволит простое наблюдение: элементарные преобразования строк и удаление нулевой строки не меняет линейных зависимостей между столбцами. Поэтому проведем элементарные преобразования строк с целью получить в качестве «фрагмента» единичную матрицу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 4 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

Мы сейчас найдем столбцовый ранг матрицы $\mathbf{A}$, и одновременно укажем максимальную линейно независимую систему векторов-столбцов матрицы $\mathbf{A}$, причем выразим остальные столбцы матрицы $\mathbf{A}$, как линейные комбинации векторов найденной системы.

Сделать это нам позволит простое наблюдение: элементарные преобразования строк и удаление нулевой строки не меняет линейных зависимостей между столбцами. Поэтому проведем элементарные преобразования строк с целью получить в качестве «фрагмента» единичную матрицу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 4 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 4 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Можно уже сказать, что строчный ранг матрицы (а значит, и ранг, и столбцовый ранг) равны 2. Но если провести обратный ход метода Гаусса, то получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 4 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Можно уже сказать, что строчный ранг матрицы (а значит, и ранг, и столбцовый ранг) равны 2. Но если провести обратный ход метода Гаусса, то получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} \color{magenta}{1} & \color{magenta}{0} & -3 & 3 & 2 \\ \color{magenta}{0} & \color{magenta}{1} & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Первый и второй столбцы последней матрицы образуют «фрагмент» единичной матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Первый и второй столбцы последней матрицы образуют «фрагмент» единичной матрицы. Поэтому в этой матрице первые два столбца образуют максимальную линейно независимую подсистему векторов (таких максимальных подсистем много).

$$
\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.
$$

Первый и второй столбцы последней матрицы образуют «фрагмент» единичной матрицы. Поэтому в этой матрице первые два столбца образуют максимальную линейно независимую подсистему векторов (таких максимальных подсистем много). Следовательно, и в исходной матрице первые два столбца образуют максимальную линейно независимую подсистему векторов.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Третий столбец последней матрицы является линейной комбинацией первых двух столбцов с коэффициентами

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{-3} & 3 & 2 \\ 0 & 1 & \mathbf{2} & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Третий столбец последней матрицы является линейной комбинацией первых двух столбцов с коэффициентами (-3) и 2:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{-3} & 3 & 2 \\ 0 & 1 & \mathbf{2} & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Третий столбец последней матрицы является линейной комбинацией первых двух столбцов с коэффициентами (-3) и 2:

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{-3} & 3 & 2 \\ 0 & 1 & \mathbf{2} & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Третий столбец последней матрицы является линейной комбинацией первых двух столбцов с коэффициентами (-3) и 2:

$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Следовательно, в исходной матрице имеем такую же зависимость. Действительно,

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{-3} & 3 & 2 \\ 0 & 1 & \mathbf{2} & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Третий столбец последней матрицы является линейной комбинацией первых двух столбцов с коэффициентами (-3) и 2:

$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Следовательно, в исходной матрице имеем такую же зависимость. Действительно,

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & \mathbf{3} & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -\mathbf{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично с четвертым столбцом:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & \mathbf{3} & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -\mathbf{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично с четвертым столбцом:

$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, поэтому

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & \mathbf{3} & 2 \\ 0 & 1 & 2 & \mathbf{-2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично с четвертым столбцом:

$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, поэтому

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & \mathbf{3} & 2 \\ 0 & 1 & 2 & \mathbf{-2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично с пятым столбцом:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & \mathbf{2} \\ 0 & 1 & 2 & -2 & \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

Аналогично с пятым столбцом:

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, поэтому

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & \mathbf{2} \\ 0 & 1 & 2 & -2 & \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

Аналогично с пятым столбцом:

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, поэтому

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Вернёмся к лекции или найдем ранг методом окаймляющих миноров?

Пример 1.

*2) Найти **ранг** матрицы* $\mathbf{A}$ ***методом окаймляющих миноров**.*

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Решение.

Пример 1.

2) Найти ***ранг*** *матрицы* **A** ***методом окаймляющих миноров.***

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & 6 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Решение. Нетрудно убедиться в том, что минор, построенный на строках с номерами 1,2 и столбцах с номерами 1,2, является ненулевым: $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1.$

Пример 1.

*2) Найти **ранг** матрицы* $\mathbf{A}$ ***методом окаймляющих миноров***.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}} & \mathbf{1} & -1 & 2 \\ & -\mathbf{1} & 1 & 2 \\ \mathbf{2} \quad \mathbf{3} & \mathbf{0} & 0 & 4 \\ 3 \quad 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

Пример 1.

*2) Найти **ранг** матрицы* $\mathbf{A}$ ***методом окаймляющих миноров***.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix} & \begin{matrix} \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} \end{matrix} & \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ 3 & 4 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix} & \begin{matrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{matrix} & \begin{matrix} 4 \\ 6 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

Пример 1.

*2) Найти **ранг** матрицы **A** **методом окаймляющих миноров**.*

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{2} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ 3 & 4 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} \mathbf{4} \\ 6 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0,$$

Пример 1.

*2) Найти **ранг** матрицы* $\mathbf{A}$ ***методом окаймляющих миноров**.*

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} \mathbf{1} \\ -\mathbf{1} \end{matrix} & \begin{matrix} -1 & 2 \\ 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 & 3 \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ -\mathbf{1} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 4 \\ 1 & 6 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0,$$

Пример 1.

*2) Найти **ранг** матрицы* $\mathbf{A}$ ***методом окаймляющих миноров**.*

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix} & \begin{matrix} \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} \end{matrix} & \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 & 3 \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ \mathbf{1} \end{matrix} & \begin{matrix} 4 \\ 6 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

Пример 1.

2) Найти ***ранг*** *матрицы* $\mathbf{A}$ ***методом окаймляющих миноров.***

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{2} \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 & 3 \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} 4 \\ \mathbf{6} \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 1.

*2) Найти **ранг** матрицы* $\mathbf{A}$ ***методом окаймляющих миноров.***

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & 6 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 0.$$

Следовательно, ранг матрицы $\mathbf{A}$ равен 2.

Вернёмся к лекции?

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.43.) Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача II.2. (Ответ приведен на стр.49.) Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 6 & -2 & 4 & -2 & -2 \\ 5 & 1 & 3 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 12 & -2 & 8 & -2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача III.3. (Ответ приведен на стр.53.) Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -6 & 6 & 6 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача III.4. (Ответ приведен на стр.58.) При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Задача III.5. (Ответ приведен на стр.67.) При каких значениях x и y ранг матрицы
$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$$
равен 3?

Задача III.6. (Ответ приведен на стр.76.) При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$

Задача 1. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix} \sim$

Задача 1. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 3 & 5 & 9 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 23 & 27 & 23 & -2 \\ 0 & 7 & 19 & 27 & 22 & -1 \end{pmatrix} \sim$

Задача 1. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 3 & 5 & 9 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 23 & 27 & 23 & -2 \\ 0 & 7 & 19 & 27 & 22 & -1 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & -44 & -36 & -34 & 6 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 1. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 3 & 5 & 9 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 23 & 27 & 23 & -2 \\ 0 & 7 & 19 & 27 & 22 & -1 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & -44 & -36 & -34 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 1. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 3 & 5 & 9 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 23 & 27 & 23 & -2 \\ 0 & 7 & 19 & 27 & 22 & -1 \end{pmatrix} \sim$

$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & -44 & -36 & -34 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ранг равен 3.

Решение задачи 2.

Задача 2. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 6 & -2 & 4 & -2 & -2 \\ 5 & 1 & 3 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 12 & -2 & 8 & -2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Задача 2. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 6 & -2 & 4 & -2 & -2 \\ 5 & 1 & 3 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 12 & -2 & 8 & -2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 18 & -2 & 12 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \end{pmatrix} \sim$

Задача 2. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 6 & -2 & 4 & -2 & -2 \\ 5 & 1 & 3 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 12 & -2 & 8 & -2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 18 & -2 & 12 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Задача 2. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 6 & -2 & 4 & -2 & -2 \\ 5 & 1 & 3 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 12 & -2 & 8 & -2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 18 & -2 & 12 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ранг равен 2.

Решение задачи 3.

Задача 3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -6 & 6 & 6 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Задача 3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -6 & 6 & 6 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & 2 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & -9 & 5 & 4 & -3 & 6 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim$

Задача 3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -6 & 6 & 6 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & 2 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & -9 & 5 & 4 & -3 & 6 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \sim$

Задача 3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -6 & 6 & 6 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & 2 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & -9 & 5 & 4 & -3 & 6 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \sim$

$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

Задача 3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -6 & 6 & 6 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & 2 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & -9 & 5 & 4 & -3 & 6 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \sim$

$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

Ранг равен 4.

Решение задачи 4.

Задача 4. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Задача 4. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim$

Задача 4. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1+x & -3 & -3 & 6 & -6 \\ 0 & 2 & -4 & -3 & 1+2x & -3 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \sim$

Задача 4. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1+x & -3 & -3 & 6 & -6 \\ 0 & 2 & -4 & -3 & 1+2x & -3 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4+7x & 1+4x & 1-5x & -7-x \\ 0 & 0 & 10 & 5 & -9+2x & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 4. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1+x & -3 & -3 & 6 & -6 \\ 0 & 2 & -4 & -3 & 1+2x & -3 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4+7x & 1+4x & 1-5x & -7-x \\ 0 & 0 & 10 & 5 & -9+2x & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4+7x = 10\lambda, \\ 1+4x = 5\lambda, \\ 1-5x = (-9+2x)\lambda, \\ -7-x = -5\lambda. \end{cases}$$

Задача 4. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1+x & -3 & -3 & 6 & -6 \\ 0 & 2 & -4 & -3 & 1+2x & -3 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4+7x & 1+4x & 1-5x & -7-x \\ 0 & 0 & 10 & 5 & -9+2x & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4+7x = 10\lambda, \\ 1+4x = 5\lambda, \\ 1-5x = (-9+2x)\lambda, \\ -7-x = -5\lambda. \end{cases}$$

Суммируя второе и пятое уравнения, получаем $x =$

Задача 4. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1+x & -3 & -3 & 6 & -6 \\ 0 & 2 & -4 & -3 & 1+2x & -3 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4+7x & 1+4x & 1-5x & -7-x \\ 0 & 0 & 10 & 5 & -9+2x & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4+7x = 10\lambda, \\ 1+4x = 5\lambda, \\ 1-5x = (-9+2x)\lambda, \\ -7-x = -5\lambda. \end{cases}$$
Суммируя второе и пятое уравнения, получаем $x = 2$.

При этом $\lambda =$

Задача 4. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1+x & -3 & -3 & 6 & -6 \\ 0 & 2 & -4 & -3 & 1+2x & -3 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \sim$

$\sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4+7x & 1+4x & 1-5x & -7-x \\ 0 & 0 & 10 & 5 & -9+2x & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4+7x = 10\lambda, \\ 1+4x = 5\lambda, \\ 1-5x = (-9+2x)\lambda, \\ -7-x = -5\lambda. \end{cases}$

Суммируя второе и пятое уравнения, получаем $x = 2$.

При этом $\lambda = \dfrac{9}{5}$ и выполняются остальные равенства.

Задача 4. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. При $x = 2$ получается матрица $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 4 & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$, имеющая ранг 3.

Решение задачи 5.

Задача 5. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$ равен 3?

Задача 5. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} \sim$

Задача 5. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 12 & 2x-2y & 6 & 12 & -6 \\ 0 & 2-4x & -2-x^2 & -3-5x & -4x & 2x \\ 0 & -4 & y-x & -4 & -2 & y \\ 0 & x-8 & -1-2x & -1 & -14 & 7 \end{pmatrix} \sim$

Задача 5. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 12 & 2x-2y & 6 & 12 & -6 \\ 0 & 2-4x & -2-x^2 & -3-5x & -4x & 2x \\ 0 & -4 & y-x & -4 & -2 & y \\ 0 & x-8 & -1-2x & -1 & -14 & 7 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & y-x & -4 & -2 & y \\ 0 & 12 & 2x-2y & 6 & 12 & -6 \\ 0 & 2-4x & -2-x^2 & -3-5x & -4x & 2x \\ 0 & x-8 & -1-2x & -1 & -14 & 7 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 5. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ.
$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 12 & 2x-2y & 6 & 12 & -6 \\ 0 & 2-4x & -2-x^2 & -3-5x & -4x & 2x \\ 0 & -4 & y-x & -4 & -2 & y \\ 0 & x-8 & -1-2x & -1 & -14 & 7 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & y-x & -4 & -2 & y \\ 0 & 12 & 2x-2y & 6 & 12 & -6 \\ 0 & 2-4x & -2-x^2 & -3-5x & -4x & 2x \\ 0 & x-8 & -1-2x & -1 & -14 & 7 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & y-x & -4 & -2 & y \\ 0 & -12 & 4y-4x & -18 & 0 & 6y-6 \\ 0 & 2+4x & -2+x^2-2xy & -3+3x & 0 & 2x-2xy \\ 0 & x+20 & 5x-7y-1 & 27 & 0 & 7-7y \end{pmatrix}$$

Задача 5. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & y-x & -4 & -2 & y \\ 0 & -12 & 4y-4x & -18 & 0 & 6y-6 \\ 0 & 2+4x & -2+x^2-2xy & -3+3x & 0 & 2x-2xy \\ 0 & x+20 & 5x-7y-1 & 27 & 0 & 7-7y \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} -12\lambda = 2+4x = (x+20)\mu, \\ (4y-4x)\lambda = -2+x^2-2xy = (5x-7y-1)\mu, \\ -18\lambda = -3+3x = 27\mu, \\ (6y-6)\lambda = 2x-2xy = (7-7y)\mu \end{cases}$$

Задача 5. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & y-x & -4 & -2 & y \\ 0 & -12 & 4y-4x & -18 & 0 & 6y-6 \\ 0 & 2+4x & -2+x^2-2xy & -3+3x & 0 & 2x-2xy \\ 0 & x+20 & 5x-7y-1 & 27 & 0 & 7-7y \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} -12\lambda = 2+4x = (x+20)\mu, \\ (4y-4x)\lambda = -2+x^2-2xy = (5x-7y-1)\mu, \\ -18\lambda = -3+3x = 27\mu, \\ (6y-6)\lambda = 2x-2xy = (7-7y)\mu \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12\lambda = 2+4x = (x+20)\mu, \\ (4y-4x)\lambda = -2+x^2-2xy = (5x-7y-1)\mu, \\ \lambda = \dfrac{x-1}{6}, \\ \mu = \dfrac{x-1}{9} \\ (6y-6)\lambda = 2x-2xy = (7-7y)\mu \end{cases}$$

Задача 5. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & y-x & -4 & -2 & y \\ 0 & -12 & 4y-4x & -18 & 0 & 6y-6 \\ 0 & 2+4x & -2+x^2-2xy & -3+3x & 0 & 2x-2xy \\ 0 & x+20 & 5x-7y-1 & 27 & 0 & 7-7y \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} -12\lambda = 2+4x = (x+20)\mu, \\ (4y-4x)\lambda = -2+x^2-2xy = (5x-7y-1)\mu, \\ -18\lambda = -3+3x = 27\mu, \\ (6y-6)\lambda = 2x-2xy = (7-7y)\mu \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12\lambda = 2+4x = (x+20)\mu, \\ (4y-4x)\lambda = -2+x^2-2xy = (5x-7y-1)\mu, \\ \lambda = \dfrac{x-1}{6}, \\ \mu = \dfrac{x-1}{9} \\ (6y-6)\lambda = 2x-2xy = (7-7y)\mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2, \\ y = 1, \\ \lambda = -\dfrac{1}{2}, \\ \mu = -\dfrac{1}{3}. \end{cases}$$

Задача 5. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. При $x = -2, \quad y = 1$ получается матрица $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2 & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & -2 & 5 & 4 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & -3 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$, имеющая ранг 3.

Решение задачи 6.

Задача 6. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Задача 6. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim$

Задача 6. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -24x-9 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & 3-14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y-12 & -7 \\ 0 & -16x-3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim$

Задача 6. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -24x-9 & \mathbf{7} & -7 & -7 \\ 0 & 3-14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y-12 & -7 \\ 0 & -16x-3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim$

Для **получения 1** заменим вторую строку на разность удвоенной второй строки и утроенной третьей строки.

Задача 6. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -24x-9 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & 3-14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y-12 & -7 \\ 0 & -16x-3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27+6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3-14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y-12 & -7 \\ 0 & -16x-3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim$$

Задача 6. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. $$\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -24x-9 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & 3-14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y-12 & -7 \\ 0 & -16x-3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27+6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3-14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y-12 & -7 \\ 0 & -16x-3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27+6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -132-44x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -189-63x & 0 & y-5 & 0 \\ 0 & -138-46x & 0 & 0 & 5-y \end{pmatrix}$$

Задача 6. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -24x-9 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & 3-14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y-12 & -7 \\ 0 & -16x-3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27+6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3-14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y-12 & -7 \\ 0 & -16x-3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27+6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -132-44x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -189-63x & 0 & y-5 & 0 \\ 0 & -138-46x & 0 & 0 & 5-y \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -132-44x = (-189-63x)\lambda = (-138-46x)\mu, \\ y-5=0, \\ 5-y=0, \end{cases}$$

Задача 6. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -24x-9 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & 3-14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y-12 & -7 \\ 0 & -16x-3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27+6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3-14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y-12 & -7 \\ 0 & -16x-3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27+6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -132-44x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -189-63x & 0 & y-5 & 0 \\ 0 & -138-46x & 0 & 0 & 5-y \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -132-44x = (-189-63x)\lambda = (-138-46x)\mu, \\ y-5=0, \\ 5-y=0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-3, \\ y=5. \end{cases}$$

Задача 6. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. При $x = -3, \quad y = 5$ получается матрица $\begin{pmatrix} 1 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -5 \end{pmatrix}$, имеющая ранг 2.

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?