Федеральное агентство по образованию
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Теоретико-числовая функция Эйлера

Раздел **электронного учебника**
для сопровождения практического занятия

Изд. 2-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2009

Пример 1 вычисления функции Эйлера 3

I Вычисление значения функции Эйлера 21

Задача I.1 22

Задача I.2 23

Ответы и решения 24

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение.

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Найдем значение **функции Эйлера** $\varphi(12)$.

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Найдем значение **функции Эйлера** $\varphi(12)$.

Список натуральных чисел, взаимно простых с числом 12, имеет вид:

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Найдем значение **функции Эйлера** $\varphi(12)$.

Список натуральных чисел, взаимно простых с числом 12, имеет вид:

$$1;\ 5;\ 7;\ 11$$

Поэтому

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Найдем значение **функции Эйлера** $\varphi(12)$.

Список натуральных чисел, взаимно простых с числом 12, имеет вид:

$$1;\ 5;\ 7;\ 11$$

Поэтому $\varphi(12) = 4$.

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Далее, найдем значение **функции Эйлера** от 15.

$$\varphi(15) =$$

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Далее, найдем значение **функции Эйлера** от 15.

$$\varphi(15) = |\{1; \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \}|$$

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Далее, найдем значение **функции Эйлера** от 15.

$$\varphi(15) = |\{1;\ 2;\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\}|$$

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Далее, найдем значение **функции Эйлера** от 15.

$$\varphi(15) = |\{1;\ 2;\ 4;\qquad\qquad\qquad\qquad\}|$$

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Далее, найдем значение **функции Эйлера** от 15.

$$\varphi(15) = |\{1;\ 2;\ 4;\ 7;\qquad\qquad\qquad\qquad\}|$$

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Далее, найдем значение **функции Эйлера** от 15.

$$\varphi(15) = |\{1;\ 2;\ 4;\ 7;\ 8;\qquad\qquad\}|$$

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Далее, найдем значение **функции Эйлера** от 15.

$$\varphi(15) = |\{1;\ 2;\ 4;\ 7;\ 8;\ 11;\qquad\qquad\}|$$

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Далее, найдем значение **функции Эйлера** от 15.

$$\varphi(15) = |\{1;\ 2;\ 4;\ 7;\ 8;\ 11;\ 13;\quad\}|$$

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Далее, найдем значение **функции Эйлера** от 15.

$$\varphi(15) = |\{1;\ 2;\ 4;\ 7;\ 8;\ 11;\ 13;\ 14\}| =$$

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Далее, найдем значение **функции Эйлера** от 15.

$$\varphi(15) = |\{1;\ 2;\ 4;\ 7;\ 8;\ 11;\ 13;\ 14\}| = 8.$$

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Наконец, найдем значение **функции Эйлера** для числа 17.

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Наконец, найдем значение **функции Эйлера** для числа 17. Число 17 — простое, поэтому все натуральные числа, меньшие 17, являются взаимно простыми с 17. Значит,

Пример 1 (вычисления функции Эйлера). *Вычислите по определению* $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Решение. Наконец, найдем значение **функции Эйлера** для числа 17. Число 17 — простое, поэтому все натуральные числа, меньшие 17, являются взаимно простыми с 17. Значит,

$$\varphi(17) = 16.$$

Вернуться к лекции?

I Вычисление значения функции Эйлера

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.26.) Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Задача I.2. (Ответ приведен на стр.41.) Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) =$

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) =$

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) =$

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2^2\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) =$

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2^2\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 2 =$

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2^2\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 2 = 4$, что совпадает со **значением, вычисленным по определению**,

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2^2\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 2 = 4,$

$\varphi(15) =$

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2^2\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 2 = 4,$

$\varphi(15) = \varphi(3 \cdot 5) =$

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2^2\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 2 = 4,$

$\varphi(15) = \varphi(3 \cdot 5) = 15 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) =$

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2^2\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 2 = 4,$

$\varphi(15) = \varphi(3 \cdot 5) = 15 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) = 2 \cdot 4 =$

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2^2\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 2 = 4,$

$\varphi(15) = \varphi(3 \cdot 5) = 15 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) = 2 \cdot 4 = 8,$

что совпадает со **значением, вычисленным по определению**,

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2^2\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 2 = 4,$

$\varphi(15) = \varphi(3 \cdot 5) = 15 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) = 2 \cdot 4 = 8,$

$\varphi(17) =$

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2^2\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 2 = 4,$

$\varphi(15) = \varphi(3 \cdot 5) = 15 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) = 2 \cdot 4 = 8,$

$\varphi(17) = 17 \cdot \left(1 - \frac{1}{17}\right) =$

Задача 1. Вычислите с помощью **соответствующей формулы** значения функции Эйлера, найденные при решении **примера 1**: $\varphi(12)$, $\varphi(15)$, $\varphi(17)$.

Ответ. $\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2^2\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 2 = 4,$

$\varphi(15) = \varphi(3 \cdot 5) = 15 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) = 2 \cdot 4 = 8,$

$\varphi(17) = 17 \cdot \left(1 - \frac{1}{17}\right) = 16,$

что совпадает со **значением, вычисленным по определению**.

Решение задачи 2.

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) =$

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 =$

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) =$

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) = 2^2 - 2^1 =$

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) = 2^2 - 2^1 = 2$,

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) = 2^2 - 2^1 = 2$,
$\varphi(5) =$

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) = 2^2 - 2^1 = 2$,
$\varphi(5) = 5^1 - 5^0 =$

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) = 2^2 - 2^1 = 2$,
$\varphi(5) = 5^1 - 5^0 = 4$,

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) = 2^2 - 2^1 = 2$,
$\varphi(5) = 5^1 - 5^0 = 4$,
$\varphi(20) =$

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) = 2^2 - 2^1 = 2$,
$\varphi(5) = 5^1 - 5^0 = 4$,
$\varphi(20) = (2^2 - 2^1)(5^1 - 5^0) =$

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) = 2^2 - 2^1 = 2$,
$\varphi(5) = 5^1 - 5^0 = 4$,
$\varphi(20) = (2^2 - 2^1)(5^1 - 5^0) = 2 \cdot 4 =$

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) = 2^2 - 2^1 = 2$,
$\varphi(5) = 5^1 - 5^0 = 4$,
$\varphi(20) = (2^2 - 2^1)(5^1 - 5^0) = 2 \cdot 4 = 8$,

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) = 2^2 - 2^1 = 2$,
$\varphi(5) = 5^1 - 5^0 = 4$,
$\varphi(20) = (2^2 - 2^1)(5^1 - 5^0) = 2 \cdot 4 = 8$,
$\varphi(21) =$

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) = 2^2 - 2^1 = 2$,
$\varphi(5) = 5^1 - 5^0 = 4$,
$\varphi(20) = (2^2 - 2^1)(5^1 - 5^0) = 2 \cdot 4 = 8$,
$\varphi(21) = (3^1 - 3^0)(7^1 - 7^0) =$

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) = 2^2 - 2^1 = 2$,
$\varphi(5) = 5^1 - 5^0 = 4$,
$\varphi(20) = (2^2 - 2^1)(5^1 - 5^0) = 2 \cdot 4 = 8$,
$\varphi(21) = (3^1 - 3^0)(7^1 - 7^0) = 2 \cdot 6 =$

Задача 2. Вычислите значения функции Эйлера по определению и с помощью **соответствующей формулы**: $\varphi(3)$, $\varphi(4)$, $\varphi(5)$, $\varphi(20)$, $\varphi(21)$.

Ответ. $\varphi(3) = 3^1 - 3^0 = 2$,
$\varphi(4) = 2^2 - 2^1 = 2$,
$\varphi(5) = 5^1 - 5^0 = 4$,
$\varphi(20) = (2^2 - 2^1)(5^1 - 5^0) = 2 \cdot 4 = 8$,
$\varphi(21) = (3^1 - 3^0)(7^1 - 7^0) = 2 \cdot 6 = 12$.

Задача 2.

Спасибо за внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?