Федеральное агентство по образованию
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Детерминант матрицы

Раздел **электронного учебника**
для сопровождения практического занятия

Изд. 2-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2009

Пример 1 детерминант матрицы 2×2 5

Пример 2 вычисления детерминанта матрицы размерности 3×3 26

Пример 3 (детерминант произведения матрицы на скаляр) 50

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу 58

Пример 5 к теореме о разложении детерминанта по строке 73

Пример 6 использования свойств 81

I *Формулы для вычисления детерминанта* 86

Задача I.1 87

II ***Задачи на вычисление детерминанта*** 88

Задача II.2 89

Задача II.3 90

Задача II.4 91

III ***Определитель Вандермонда*** 92

Задача III.5 93

Задача III.6 94

Задача III.7 95

IV Определитель n-го порядка 96

Задача IV.8 97

Ответы и решения 98

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение.

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} =$$

$$\sum_{p_1 \in \{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2 \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1\}} \ldots \sum_{p_n \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1} \cdot \ldots \cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in}$$

$$\sum_{p_1 \in \{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2 \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1\}} \ldots \sum_{p_n \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1} \cdot \ldots \cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}}$$

$$\sum_{p_1 \in \{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2 \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1\}} \ldots \sum_{p_n \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1} \cdot \ldots \cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum$$

$$\sum_{p_1 \in \{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2 \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1\}} \ldots \sum_{p_n \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1} \cdot \ldots \cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}}$$

$$\sum_{p_1 \in \{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2 \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1\}} \ldots \sum_{p_n \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1} \cdot \ldots \cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}} (-1)^{\mu(p_1;p_2)}$$

$$\sum_{p_1 \in \{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2 \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1\}} \ldots \sum_{p_n \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1} \cdot \ldots \cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}} (-1)^{\mu(p_1;p_2)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} =$$

$$\sum_{p_1 \in \{1;\ldots;n\}} \sum_{p_2 \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1\}} \ldots \sum_{p_n \in \{1;\ldots;n\} \setminus \{p_1;p_2;\ldots;p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1;\ldots;p_n)} a_{1p_1} \cdot \ldots \cdot a_{np_n},$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}} (-1)^{\mu(p_1;p_2)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_1 \ \cdot a_2 \ +$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}} (-1)^{\mu(p_1;p_2)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} +$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}} (-1)^{\mu(p_1;p_2)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_1 \ \cdot a_2 \ .$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{p_1 \in \{1;2\}} \sum_{p_2 \in \{1;2\} \setminus \{p_1\}} (-1)^{\mu(p_1;p_2)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} =$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot \qquad\qquad +$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot 3 \cdot (-8) +$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot 3 \cdot (-8) + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot 3 \cdot (-8) + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot 5 \cdot (-15) =$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot 3 \cdot (-8) + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot 5 \cdot (-15) =$$

$$= -24 + (-1) \cdot (-75) =$$

Пример 1. *С помощью* ***определения*** *выведите формулу для детерминанта матрицы размерности* 2×2. *Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot a_{11} \cdot a_{22} + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2)} \cdot 3 \cdot (-8) + (-1)^{\mu(2;1)} \cdot 5 \cdot (-15) =$$

$$= -24 + (-1) \cdot (-75) = 51.$$

Вернуться к лекции или **рассмотреть вычисление детерминанта матрицы размерности** 3×3?

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} =$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}.$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot 2 \cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (-1) +$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (-1) + (-1)^{\mu(1;3;2)} \cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\ .$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\,.$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot 7+$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot 7+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot 7+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot(-3)\cdot 2\cdot 6=$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot 7+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot(-3)\cdot 2\cdot 6=$$

$$=(-1)^0\cdot 10+$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot 7+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot(-3)\cdot 2\cdot 6=$$

$$=(-1)^0\cdot 10+(-1)^1\cdot 70+$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot 7+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot(-3)\cdot 2\cdot 6=$$

$$=(-1)^0\cdot 10+(-1)^1\cdot 70+(-1)^1\cdot 12+$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot 7+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot(-3)\cdot 2\cdot 6=$$

$$=(-1)^0\cdot 10+(-1)^1\cdot 70+(-1)^1\cdot 12+$$

$$+(-1)^2\cdot(-36)+(-1)^2\cdot 84+$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot 7+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot(-3)\cdot 2\cdot 6=$$

$$=(-1)^0\cdot 10+(-1)^1\cdot 70+(-1)^1\cdot 12+$$

$$+(-1)^2\cdot(-36)+(-1)^2\cdot 84+(-1)^3\cdot(-36)=$$

Пример 2. *Используя* ***определение****, вычислите детерминанта матрицы* $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot(-5)\cdot 2\cdot(-1)+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot 7+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot 3\cdot(-4)\cdot(-1)+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot 3\cdot(-2)\cdot 6+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot 7++(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot(-3)\cdot 2\cdot 6=$$

$$=(-1)^0\cdot 10+(-1)^1\cdot 70+(-1)^1\cdot 12+$$

$$+(-1)^2\cdot(-36)+(-1)^2\cdot 84+(-1)^3\cdot(-36)=12.$$

Вернуться к лекции?

Как показывает опыт, теорема о произведении строки или столбца на число в детерминанте в сочетании с определением операции умножения матрицы на число приводит к неверной ассоциации. Для того, чтобы сформировать верную ассоциацию, рассмотрим пример.

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа λ на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа λ на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение. Имеем по **теореме о произведении строки или столбца на число** и **определению произведения матрицы на число**:

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа* λ *на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\left(\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\right) =$$

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа* λ *на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\left(\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа* λ *на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\left(\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= \lambda \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа* λ *на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\left(\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= \lambda \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа* λ *на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\left(\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= \lambda \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^3 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Пример 3. *Вычислить детерминант произведения числа λ на матрицу* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\det\left(\lambda\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= \lambda\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^3\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Вернуться к теореме об умножении строки (столбца) на число в детерминанте (для математических специальностей)?

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \end{pmatrix} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)} \cdot 1 \cdot (-1) \cdot \mathbf{3} +$$

$$+ (-1)^{\mu(2;1;3)} \cdot (-1) \cdot 2 \cdot \mathbf{2} + (-1)^{\mu(2;3;1)} \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \mathbf{1} +$$

$$+ (-1)^{\mu(3;1;2)} \cdot 1 \cdot 2 \cdot \mathbf{3} + (-1)^{\mu(3;2;1)} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \mathbf{1} =$$

$$= 2 - (-3) - (-4) + 1 + 6 - 1 = 15.$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ \mathbf{2} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} \end{pmatrix} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2;3)} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)} \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (\mathbf{-1}) +$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)} \cdot (-1) \cdot 2 \cdot \mathbf{2} + (-1)^{\mu(2;3;1)} \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)} \cdot 1 \cdot 2 \cdot (\mathbf{-1}) + (-1)^{\mu(3;2;1)} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \mathbf{2} =$$

$$= 2 - 1 - (-4) + 2 + (-2) - 2 = 3.$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ \mathbf{3} & \mathbf{-5} & \mathbf{2} \end{pmatrix} =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ \mathbf{3} & \mathbf{-5} & \mathbf{2} \end{pmatrix} =$$

$$= \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3} + 2\cdot\mathbf{-1}) & ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2} + 2 \cdot \mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3} + 2 \cdot -\mathbf{1}) & ((-1)\mathbf{2} + 2 \cdot \mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3} + 2\cdot\mathbf{-1}) & ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2})+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot((-1)\mathbf{3}+2\cdot\mathbf{-1})+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2})+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2})+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot((-1)\mathbf{3}+2\cdot\mathbf{-1})+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2}) =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3} + 2\cdot -\mathbf{1}) & ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= (-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2})+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot((-1)\mathbf{3}+2\cdot-\mathbf{1})+$$

$$+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2})+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2})+$$

$$+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot((-1)\mathbf{3}+2\cdot-\mathbf{1})+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot((-1)\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{2}) =$$

$$= (-\mathbf{1})\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2}+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot\mathbf{3}+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2}+$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{1}+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot\mathbf{3}+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{1}\Big)+$$

$$+\mathbf{2}\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2}+(-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot(-\mathbf{1})+(-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2}+$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{2}+(-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot(-\mathbf{1})+(-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2}\Big) =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3} + 2\cdot\mathbf{-1}) & ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= (\mathbf{-1})\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{1} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{1}\Big) +$$

$$+\mathbf{2}\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot(\mathbf{-1}) + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot(\mathbf{-1}) + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2}\Big) =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3} + 2\cdot\mathbf{-1}) & ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= (-\mathbf{1})\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{1} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{1}\Big) +$$

$$+\mathbf{2}\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot(-\mathbf{1}) + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot(-\mathbf{1}) + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2}\Big) =$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\det(\mathbf{A}) = \det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) & ((-1)\mathbf{3} + 2\cdot\mathbf{-1}) & ((-1)\mathbf{2} + 2\cdot\mathbf{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= (\mathbf{-1})\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{1} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot\mathbf{3} + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{1}\Big) +$$

$$+\mathbf{2}\Big((-1)^{\mu(1;2;3)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(1;3;2)}\cdot 1\cdot(-1)\cdot(\mathbf{-1}) + (-1)^{\mu(2;1;3)}\cdot(-1)\cdot 2\cdot\mathbf{2} +$$

$$+(-1)^{\mu(2;3;1)}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\mathbf{2} + (-1)^{\mu(3;1;2)}\cdot 1\cdot 2\cdot(\mathbf{-1}) + (-1)^{\mu(3;2;1)}\cdot 1\cdot 1\cdot\mathbf{2}\Big) =$$

$$= (\mathbf{-1})\det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \end{pmatrix} + \mathbf{2}\det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ \mathbf{2} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} \end{pmatrix}.$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

Иными словами,

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1+4) & (-3-2) & (-2+4) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$= -\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

Это был пример, поясняющий смысл теоремы о линейности детерминанта по строке и столбцу. Приведем «как бы контрпример».

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$

$$\det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2.$$

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$

$$\det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2.$$

Но на самом деле этот пример не опровергает теорему о линейности детерминанта по строке и столбцу.

Пример 4 и «контрпример» к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$

$$\det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2.$$

Но на самом деле этот пример не опровергает теорему о линейности детерминанта по строке и столбцу.

Детерминант **не является линейной функцией** от матрицы! Он является линейной функцией **от строки матрицы**.

Вернуться к теореме о линейности детерминанта по строке?

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} =$$

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} -$$

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - \qquad = (45-48) -$$

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + \qquad = (45-48) -$$

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + \qquad = (45-48) - 2(36-42) +$$

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = (45-48) - 2(36-42) +$$

Пример 5 (к теореме о разложении детерминанта по строке).

Вычислить $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = (45-48) - 2(36-42) + 3(32-35) = 0.$$

Вернуться к теореме о линейности детерминанта по строке?

Пример 6 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помощью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*).

Пример 6 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помощью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*). А именно, в левом верхнем углу находится число 1. С помощью этой единицы можно получить нули во второй и третьей строках первого столбца. Достаточно из второй строки вычесть первую строку, умноженную на 4,

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 6 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помощью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*). А именно, в левом верхнем углу находится число 1. С помощью этой единицы можно получить нули во второй и третьей строках первого столбца. Достаточно из второй строки вычесть первую строку, умноженную на 4,

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 6 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помощью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*). А именно, в левом верхнем углу находится число 1. С помощью этой единицы можно получить нули во второй и третьей строках первого столбца. Достаточно из второй строки вычесть первую строку, умноженную на 4, и из третьей строки вычесть первую, умноженную на 7:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 6 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помощью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*). А именно, в левом верхнем углу находится число 1. С помощью этой единицы можно получить нули во второй и третьей строках первого столбца. Достаточно из второй строки вычесть первую строку, умноженную на 4, и из третьей строки вычесть первую, умноженную на 7:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & -6 & -12 \end{vmatrix} = 0$$

(так как вторая и третья строки пропорциональны).

Вернуться к изучению свойств детерминанта?

I *Формулы для вычисления детерминанта*

Задача I.1. (Ответ приведен на стр.100.) Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

II *Задачи на вычисление детерминанта*

Задача II.2. (Ответ приведен на стр.115.) Вычислите детерминанты

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Задача II.3. (Ответ приведен на стр.128.) Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Задача II.4. (Ответ приведен на стр.137.) Решите уравнения

$$\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

III *Определитель Вандермонда*

Задача III.5. (Ответ приведен на стр.144.) Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Задача III.6. (Ответ приведен на стр.152.) Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Задача III.7. (Ответ приведен на стр.162.) Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

IV Определитель n-го порядка

Задача IV.8. (Ответ приведен на стр.179.) Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3\times 3} =$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3}$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq p}}^{3}$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1 \\ r\notin\{p;\, q\}}}^{3}$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1 \\ r\notin\{p;\, q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)} \,.$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1 \\ r\notin\{p;\, q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)} \cdot x_{1p} \cdot$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3} \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq p}}^{3} \sum_{\substack{r=1 \\ r\notin\{p;\, q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3}\sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3}\sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\,q\}}}^{3}(-1)^{\mu(p;q;r)}\cdot x_{1p}\cdot x_{2q}\cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3}\sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3}\sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\,q\}}}^{3}(-1)^{\mu(p;q;r)}\cdot x_{1p}\cdot x_{2q}\cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.

Разложение по первой строке:

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3}\sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3}\sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\,q\}}}^{3}(-1)^{\mu(p;q;r)}\cdot x_{1p}\cdot x_{2q}\cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.

Разложение по первой строке:

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} =$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3}\sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3}\sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\,q\}}}^{3}(-1)^{\mu(p;q;r)}\cdot x_{1p}\cdot x_{2q}\cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.

Разложение по первой строке:

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \begin{vmatrix} \boxed{x_{11}} & x_{12} & x_{13} \\ \boxed{x_{21}} & x_{22} & x_{23} \\ \boxed{x_{31}} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^{1+1}x_{11}\cdot\begin{vmatrix} x_{22} & x_{23} \\ x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} +$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3}\sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3}\sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\,q\}}}^{3}(-1)^{\mu(p;q;r)}\cdot x_{1p}\cdot x_{2q}\cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.

Разложение по первой строке:

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \begin{vmatrix} \boxed{x_{11}} & \boxed{x_{12}} & \boxed{x_{13}} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^{1+1}x_{11}\cdot\begin{vmatrix} x_{22} & x_{23} \\ x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}x_{12}\cdot\begin{vmatrix} x_{21} & x_{23} \\ x_{31} & x_{33} \end{vmatrix} +$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3}\sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3}\sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\,q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)}\cdot x_{1p}\cdot x_{2q}\cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.

Разложение по первой строке:

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \left\|\begin{array}{|cc|c|}\hline x_{11} & x_{12} & x_{13}\\ \hline x_{21} & x_{22} & x_{23}\\ x_{31} & x_{32} & x_{33}\\ \hline\end{array}\right\| =$$

$$= (-1)^{1+1}x_{11}\cdot\begin{vmatrix} x_{22} & x_{23}\\ x_{32} & x_{33}\end{vmatrix} + (-1)^{1+2}x_{12}\cdot\begin{vmatrix} x_{21} & x_{23}\\ x_{31} & x_{33}\end{vmatrix} + (-1)^{1+3}x_{13}\cdot\begin{vmatrix} x_{21} & x_{22}\\ x_{31} & x_{32}\end{vmatrix}.$$

Задача 1. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3\times 3}$ по определению и с помощью разложения по первой строке.

Ответ.

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \sum_{p=1}^{3}\sum_{\substack{q=1\\ q\neq p}}^{3}\sum_{\substack{r=1\\ r\notin\{p;\,q\}}}^{3} (-1)^{\mu(p;q;r)}\cdot x_{1p}\cdot x_{2q}\cdot x_{3r},$$

где $\mu(p;q;r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p;q;r)$.
Разложение по первой строке:

$$\det\left(x_{ij}\right)_{3\times 3} = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13}\\ x_{21} & x_{22} & x_{23}\\ x_{31} & x_{32} & x_{33}\end{vmatrix} =$$

$$= x_{11}\cdot\begin{vmatrix} x_{22} & x_{23}\\ x_{32} & x_{33}\end{vmatrix} - x_{12}\cdot\begin{vmatrix} x_{21} & x_{23}\\ x_{31} & x_{33}\end{vmatrix} + x_{13}\cdot\begin{vmatrix} x_{21} & x_{22}\\ x_{31} & x_{32}\end{vmatrix}.$$

Решение задачи 2.

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} \boxed{2} & \boxed{-1} & \boxed{0} \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$

$$= 0 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} -$$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ \boxed{3} & \boxed{2} & \boxed{2} \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$

$$= 0\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} +$$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ \boxed{-4} & \boxed{-2} & \boxed{0} \end{vmatrix} =$

$$= 0\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} + 0\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 16,$$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} =$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 11$,

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 11$,

$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} =$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 11$,

$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 27 =$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & \boxed{1} \\ 3 & 2 & \boxed{2} \\ -4 & -2 & \boxed{-1} \end{vmatrix} = 11$,

$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 27 =$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & \boxed{1} \\ 3 & 2 & \boxed{2} \\ -4 & -2 & \boxed{-1} \end{vmatrix} = 11$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 27 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0+\boxed{1} \\ 3 & 2 & 2+\boxed{2} \\ -4 & -2 & 0+\boxed{-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 2. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & \boxed{1} \\ 3 & 2 & \boxed{2} \\ -4 & -2 & \boxed{-1} \end{vmatrix} = 11,$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 27 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0+\boxed{1} \\ 3 & 2 & 2+\boxed{2} \\ -4 & -2 & 0+\boxed{-1} \end{vmatrix} = 16 + 11.$$

Решение задачи 3.

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} =$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} =$

$$= \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{pmatrix} \right| =$$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} =$

$$= \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$

$$= 2 \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{pmatrix} \right| =$$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$

$$= 2 \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{pmatrix} \right| = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$

$$= 2\left|\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{pmatrix}\right| = 2\begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= -2\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

Задача 3. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$

$$= 2 \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{pmatrix} \right| = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= -2 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = 6.$$

Решение задачи 4.

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0,$

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0,$

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$,

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow$

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$,

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2, \\ x = 5. \end{array} \right.$

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0,$

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2, \\ x = 5. \end{array} \right.$

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$,

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2, \\ x = 5. \end{array} \right.$

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -x^3 - x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow$$

Задача 4. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$,

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2, \\ x = 5. \end{array}\right.$

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -x^3 - x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1, \\ x = -2. \end{array}\right.$$

Решение задачи 5.

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) \end{vmatrix} =$$

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1) \begin{vmatrix} 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \end{vmatrix} =$$

Задача 5. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1) \begin{vmatrix} 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \end{vmatrix} = (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2).$$

Решение задачи 6.

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1 x_2 & x_2^3 - x_1 x_2^2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1 x_3 & x_3^3 - x_1 x_3^2 \\ x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1 x_4 & x_4^3 - x_1 x_4^2 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2 (x_2 - x_1) & x_2^2 (x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3 (x_3 - x_1) & x_3^2 (x_3 - x_1) \\ x_4 - x_1 & x_4 (x_4 - x_1) & x_4^2 (x_4 - x_1) \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1 x_2 & x_2^3 - x_1 x_2^2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1 x_3 & x_3^3 - x_1 x_3^2 \\ x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1 x_4 & x_4^3 - x_1 x_4^2 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2 (x_2 - x_1) & x_2^2 (x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3 (x_3 - x_1) & x_3^2 (x_3 - x_1) \\ x_4 - x_1 & x_4 (x_4 - x_1) & x_4^2 (x_4 - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_4 - x_1) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) \\ x_4 - x_1 & x_4(x_4 - x_1) & x_4^2(x_4 - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_4 - x_1) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Согласно полученной ранее **формуле для определителя Вандермонда третьего порядка** получаем

Задача 6. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) \\ x_4 - x_1 & x_4(x_4 - x_1) & x_4^2(x_4 - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_4 - x_1) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Согласно полученной ранее **формуле для определителя Вандермонда третьего порядка** получаем

$$= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_4 - x_1)(x_3 - x_2)(x_4 - x_2)(x_4 - x_3).$$

Решение задачи 7.

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен $\prod\limits_{i=2}^{n}\prod\limits_{j=1}^{i-1}(x_i - x_j)$.

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен $\prod\limits_{i=2}^{n}\prod\limits_{j=1}^{i-1}(x_i - x_j)$.

В качестве базы индукции можно взять случай $n = 2$.

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен $\prod\limits_{i=2}^{n}\prod\limits_{j=1}^{i-1}(x_i - x_j)$.

В качестве базы индукции можно взять случай $n = 2$.

Докажем шаг индукции.

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен $\prod\limits_{i=2}^{n}\prod\limits_{j=1}^{i-1}(x_i - x_j)$.

В качестве базы индукции можно взять случай $n = 2$.

Докажем шаг индукции.

Пусть $n > 2$ и для всех определителей Вандермонда порядка, меньшего n, доказываемая формула верна.

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \dots =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \dots = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1 x_2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1 x_3 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 - x_1 x_n & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \dots = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 & \dots & x_2^n - x_1x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 & \dots & x_3^n - x_1x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 - x_1x_n & \dots & x_n^n - x_1x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & \dots & x_2^n - x_1x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & \dots & x_3^n - x_1x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n - x_1 & x_n^2 - x_1x_n & \dots & x_n^n - x_1x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & \dots & x_2^n - x_1x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & \dots & x_3^n - x_1x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n - x_1 & x_n^2 - x_1x_n & \dots & x_n^n - x_1x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1x_2^{n-1} \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n^2 - x_1x_n & x_n^3 - x_1x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1 x_2 & x_2^3 - x_1 x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1 x_3 & x_3^3 - x_1 x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n^2 - x_1 x_n & x_n^3 - x_1 x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2 (x_2 - x_1) & x_2^2 (x_2 - x_1) & \dots & x_2^{n-1} (x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3 (x_3 - x_1) & x_3^2 (x_3 - x_1) & \dots & x_3^{n-1} (x_3 - x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n (x_n - x_1) & x_n^2 (x_n - x_1) & \dots & x_n^{n-1} (x_n - x_1) \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) & \dots & x_2^{n-1}(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) & \dots & x_3^{n-1}(x_3 - x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n(x_n - x_1) & x_n^2(x_n - x_1) & \dots & x_n^{n-1}(x_n - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1}(x_n - x_j)\right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) & \dots & x_2^{n-1}(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) & \dots & x_3^{n-1}(x_3 - x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n(x_n - x_1) & x_n^2(x_n - x_1) & \dots & x_n^{n-1}(x_n - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1}(x_n - x_j)\right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

По предположению индукции

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) & \dots & x_2^{n-1}(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) & \dots & x_3^{n-1}(x_3 - x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n(x_n - x_1) & x_n^2(x_n - x_1) & \dots & x_n^{n-1}(x_n - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1}(x_n - x_j)\right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

По предположению индукции

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1}(x_n - x_j)\right) \prod_{i=2}^{n-1}\prod_{j=1}^{i-1}(x_i - x_j) =$$

Задача 7. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) & \dots & x_2^{n-1}(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) & \dots & x_3^{n-1}(x_3 - x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n(x_n - x_1) & x_n^2(x_n - x_1) & \dots & x_n^{n-1}(x_n - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1}(x_n - x_j)\right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

По предположению индукции

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1}(x_n - x_j)\right) \prod_{i=2}^{n-1}\prod_{j=1}^{i-1}(x_i - x_j) = \prod_{i=2}^{n}\prod_{j=1}^{i-1}(x_i - x_j).$$

Решение задачи 8.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$. Сформируем гипотезу индукции.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}.$$ Имеем $\det(1) = 1$,

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$. Имеем $\det(1) = 1$, $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$,

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}. \text{ Имеем } \det(1) = 1, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$. Имеем $\det(1) = 1$, $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$. Имеем $\det(1) = 1$, $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$. Имеем $\det(1) = 1$, $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1.$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$. Имеем $\det(1) = 1$, $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1.$$

Гипотеза индукции: рассматриваемый определитель произвольной размерности равен 1.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$. База индукции (при $n = 1$) доказана.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$. Шаг индукции: пусть

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$. Шаг индукции: пусть $n > 1$ и

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$. Шаг индукции: пусть $n > 1$ и для определителя меньшего порядка гипотеза верна.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} =$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-(n-1) \end{vmatrix} =$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-(n-1) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-(n-1) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 \end{vmatrix}.$$

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-(n-1) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 \end{vmatrix}.$$ По предположению индукции последний детерминант равен 1.

Задача 8. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

Согласно принципу математической индукции искомый детерминант равен 1.

Спасибо за внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?