Федеральное агентство по образованию
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Формализация при изучении теории

Раздел **электронного учебника** для сопровождения лекции

Изд. 2-е, испр. и доп.

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2009

I. Формализация при изучении понятий **4**
I.1. Пример формализации понятий «отношение» и «предикат» 5
I.2. Приемы формализации понятия графика 24

II. Формализация информации при решении задач **48**
II.1. Формализация цели 50
II.2. Формализация условий 59
II.3. Формализация процесса решения 63
II.3.1. Алгоритмическая модель поиска решения . . . 64
II.3.2. Стратегическая модель поиска решения 65
II.3.3. Эвристическая модель поиска решения 66
II.3.4. Модели оформления решения 67

I. Формализация при изучении понятий

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Рассмотрим переход от предиката к отношению. Например, рассмотрим отношение $x < y$ на множестве $\{0; 1; 2\}$. Предикату соответствует множество

$$T_< = \left\{ (x; y) \,\middle|\, \begin{cases} x < y, \\ \{x;\ y\} \subseteq \{0; 1; 2\} \end{cases} \right\}.$$

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Рассмотрим переход от предиката к отношению. Например, рассмотрим отношение $x < y$ на множестве $\{0; 1; 2\}$. Предикату соответствует множество

$$T_< = \left\{ (x; y) \,\middle|\, \begin{cases} x < y, \\ \{x;\ y\} \subseteq \{0; 1; 2\} \end{cases} \right\}.$$

Таким образом, задание предиката с помощью отношения есть другая форма задания связей между элементами и свойств элементов.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Рассмотрим переход от предиката к отношению. Например, рассмотрим отношение $x < y$ на множестве $\{0; 1; 2\}$. Предикату соответствует множество

$$T_< = \left\{ (x; y) \,\middle|\, \begin{cases} x < y, \\ \{x;\ y\} \subseteq \{0; 1; 2\} \end{cases} \right\}.$$

Таким образом, задание предиката с помощью отношения есть другая форма задания связей между элементами и свойств элементов. Возникает задача перевода от одной стандартной формы представления объекта к другой.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Рассмотрим переход от предиката к отношению. Например, рассмотрим отношение $x < y$ на множестве $\{0; 1; 2\}$. Предикату соответствует множество

$$T_< = \left\{ (x; y) \,\middle|\, \begin{cases} x < y, \\ \{x;\ y\} \subseteq \{0; 1; 2\} \end{cases} \right\}.$$

Таким образом, задание предиката с помощью отношения есть другая форма задания связей между элементами и свойств элементов. Возникает задача перевода от одной стандартной формы представления объекта к другой. Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти?

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Что значит «восстановить исходный предикат»?

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Ясно, что восстановить его дословно шансов мало, например, почему у нас не может получиться $y > x$, или другая равносильная формулировка?

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Ясно, что восстановить его дословно шансов мало, например, почему у нас не может получиться $y > x$, или другая равносильная формулировка? Простейший анализ показывает, что мы можем восстановить предикат с точностью до логической эквивалентности.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Ясно, что восстановить его дословно шансов мало, например, почему у нас не может получиться $y > x$, или другая равносильная формулировка? Простейший анализ показывает, что мы можем восстановить предикат с точностью до логической эквивалентности.

В каком виде представим результат?

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Ясно, что восстановить его дословно шансов мало, например, почему у нас не может получиться $y > x$, или другая равносильная формулировка? Простейший анализ показывает, что мы можем восстановить предикат с точностью до логической эквивалентности.

В каком виде представим результат? В рассматриваемой ситуации изначально мы имеем только *множество*.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Ясно, что восстановить его дословно шансов мало, например, почему у нас не может получиться $y > x$, или другая равносильная формулировка? Простейший анализ показывает, что мы можем восстановить предикат с точностью до логической эквивалентности.

В каком виде представим результат? Поэтому естественно ожидать, что ответ мы сможем получить в терминах теории множеств, т.е. с использованием стандартных способов

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Что требуется найти? Ясно, что восстановить его дословно шансов мало, например, почему у нас не может получиться $y > x$, или другая равносильная формулировка? Простейший анализ показывает, что мы можем восстановить предикат с точностью до логической эквивалентности.

В каком виде представим результат? Поэтому естественно ожидать, что ответ мы сможем получить в терминах теории множеств, т.е. с использованием стандартных способов (в виде характеристических свойств или списков элементов) предикатов $\in$, $\subseteq$, и теоретико-множественных операций $\cap$, $\cup$.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Для того, чтобы получить требуемую формулу, воспользуемся исследовательским приемом «конкретизация».

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Для того, чтобы получить требуемую формулу, воспользуемся исследовательским приемом «конкретизация». А именно, возьмем элемент из $T_<$, допустим, (0;1), и поймем, как он попал в это множество? Имеем $(0;1) \in T_<$ потому, что $0 < 1$.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Для того, чтобы получить требуемую формулу, воспользуемся исследовательским приемом «конкретизация». А именно, возьмем элемент из $T_<$, допустим, (0;1), и поймем, как он попал в это множество? Имеем $(0;1) \in T_<$ потому, что $0 < 1$. Переходя к общему случаю $x < y$ и заменяя 0 на x и y на 1, получаем, что $x < y$ тогда и только тогда, когда $(x;\ y) \in T_<$.

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Для того, чтобы получить требуемую формулу, воспользуемся исследовательским приемом «конкретизация». А именно, возьмем элемент из $T_<$, допустим, (0;1), и поймем, как он попал в это множество? Имеем $(0;1) \in T_<$ потому, что $0 < 1$. Переходя к общему случаю $x < y$ и заменяя 0 на x и y на 1, получаем, что $x < y$ тогда и только тогда, когда $(x;\ y) \in T_<$. Мы получили требуемое правило:

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Задача 1. *Как восстановить исходный предикат $<$ по отношению $T_<$?*

Для того, чтобы получить требуемую формулу, воспользуемся исследовательским приемом «конкретизация». А именно, возьмем элемент из $T_<$, допустим, (0;1), и поймем, как он попал в это множество? Имеем $(0;1) \in T_<$ потому, что $0 < 1$. Переходя к общему случаю $x < y$ и заменяя 0 на x и y на 1, получаем, что $x < y$ тогда и только тогда, когда $(x;\ y) \in T_<$. Мы получили требуемое правило:

$$x < y \ \Leftrightarrow\ (x;\ y) \in T_<.$$

I.1 Пример формализации понятий «отношение» и «предикат»

Правило для произвольного двуместного предиката: если T — отношение, соответствующее предикату $\mathcal{T}$, то

$$\mathcal{T}(x;\ y)\ \Leftrightarrow\ (x;\ y) \in T. \tag{1}$$

I.2 Приемы формализации понятия графика

Варианты введения понятия «график функции»:

— Сообщить обучаемому в окончательном, формализованном виде.

I.2 Приемы формализации понятия графика

Варианты введения понятия «график функции»:

— Сообщить обучаемому в окончательном, формализованном виде.

— Отослать к литературе (например, использовать хрестоматию).

I.2 Приемы формализации понятия графика

Варианты введения понятия «график функции»:

— Сообщить обучаемому в окончательном, формализованном виде.

— Отослать к литературе (например, использовать хрестоматию).

— Использовать наводящие вопросы.

I.2 Приемы формализации понятия графика

Варианты введения понятия «график функции»:

— Сообщить обучаемому в окончательном, формализованном виде.

— Отослать к литературе (например, использовать хрестоматию).

— Использовать наводящие вопросы.

— Использовать исследовательские стратегии.

I.2 Приемы формализации понятия графика

Варианты введения понятия «график функции»:

— Сообщить обучаемому в окончательном, формализованном виде.

— Отослать к литературе (например, использовать хрестоматию).

— Использовать наводящие вопросы.

— Использовать исследовательские стратегии.

Подробнее остановимся на использовании исследовательских стратегий.

I.2 Приемы формализации понятия графика

С помощью графика мы ***моделируем*** функцию.

I.2 Приемы формализации понятия графика

С помощью графика мы моделируем функцию.

Поэтому естественно применить ***стратегию построения модели***.

I.2 Приемы формализации понятия графика

С помощью графика мы моделируем функцию.

Поэтому естественно применить стратегию построения модели.

Применим прием *конкретизации*.

I.2 Приемы формализации понятия графика

С помощью графика мы моделируем функцию.

Поэтому естественно применить стратегию построения модели.

Применим прием конкретизации.

Возьмем *конкретный график*.

I.2 Приемы формализации понятия графика

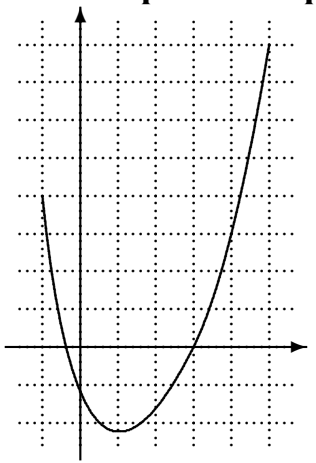

График функции α — это множество точек.

I.2 Приемы формализации понятия графика

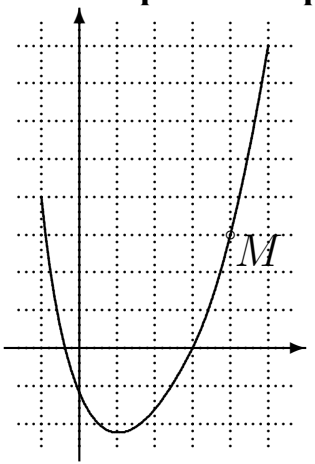

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

I.2 Приемы формализации понятия графика

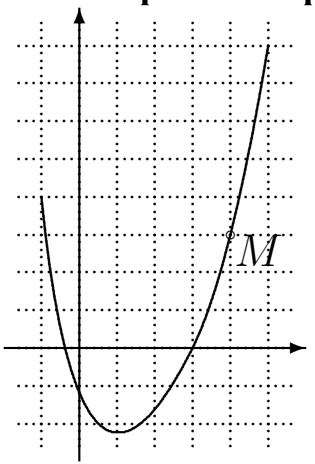

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется ее **координатами**.

I.2 Приемы формализации понятия графика

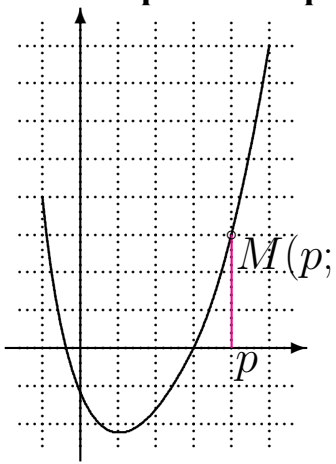

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется ее **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p,

I.2 Приемы формализации понятия графика

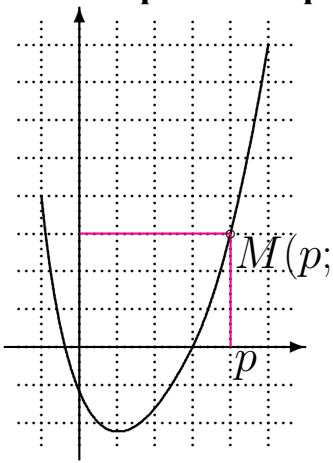

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется ее **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p, то ее ордината равна

I.2 Приемы формализации понятия графика

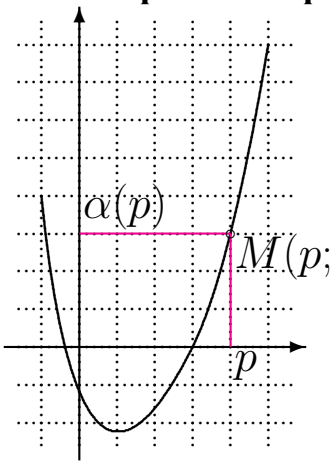

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется ее **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p, то ее ордината равна

I.2 Приемы формализации понятия графика

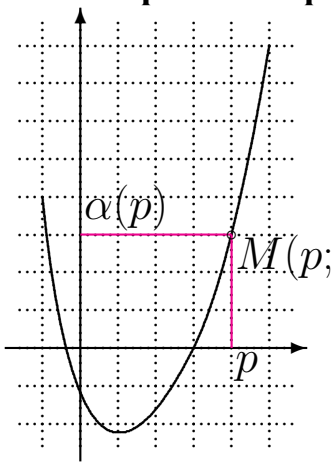

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется ее **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p, то ее ордината равна $\alpha(p)$.

I.2 Приемы формализации понятия графика

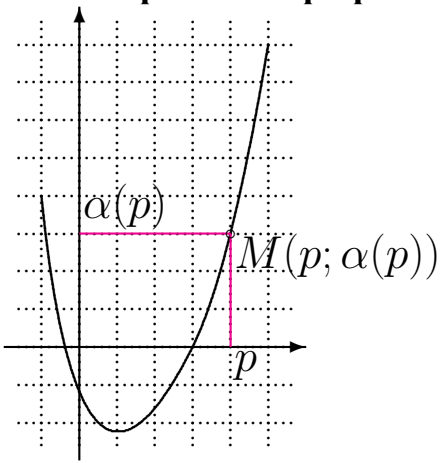

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется ее **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p, то ее ордината равна $\alpha(p)$.

I.2 Приемы формализации понятия графика

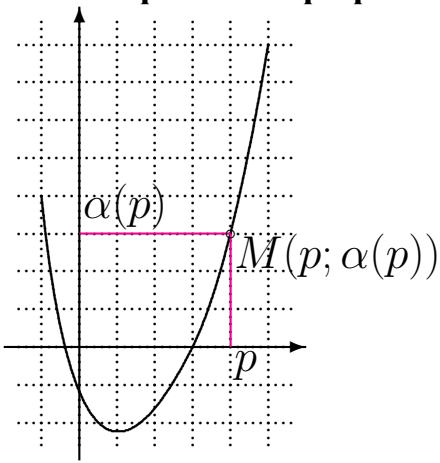

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется ее **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p, то ее ордината равна $\alpha(p)$.

Значит, график функции α — это

I.2 Приемы формализации понятия графика

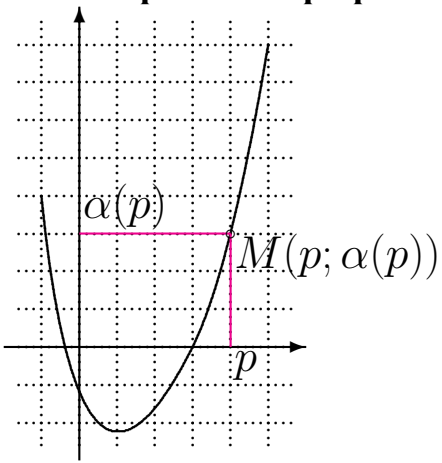

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется ее **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p, то ее ордината равна $\alpha(p)$.

Значит, график функции α — это **множество точек плоскости**

I.2 Приемы формализации понятия графика

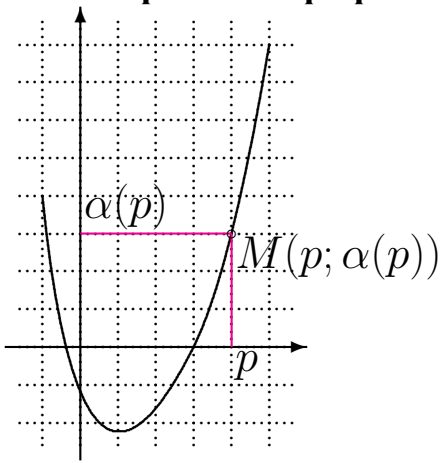

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется ее **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p, то ее ордината равна $\alpha(p)$.

Значит, график функции α — это множество точек плоскости **с координатами**

I.2 Приемы формализации понятия графика

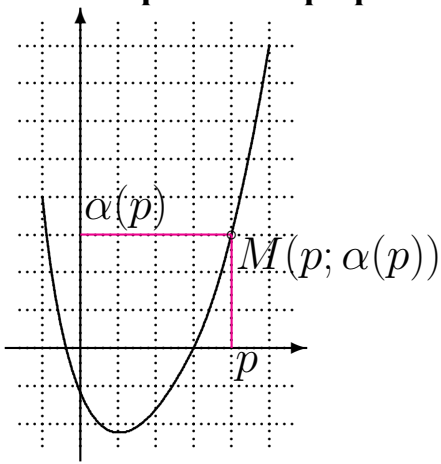

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется ее **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p, то ее ордината равна $\alpha(p)$.

Значит, график функции α — это множество точек плоскости с координатами $(p;\alpha(p))$.

I.2 Приемы формализации понятия графика

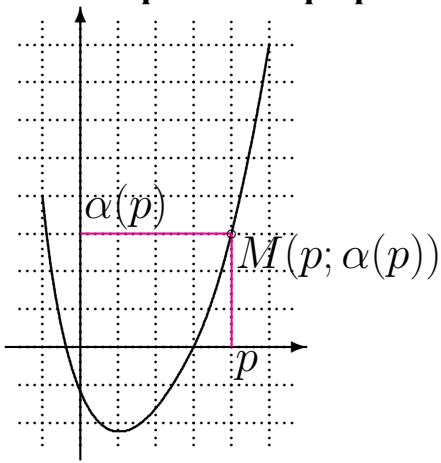

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется ее **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p, то ее ордината равна $\alpha(p)$.

Значит, график функции α — это множество точек плоскости с координатами $(p;\alpha(p))$.

Следует обратить внимание на отличительную черту построения определения —

I.2 Приемы формализации понятия графика

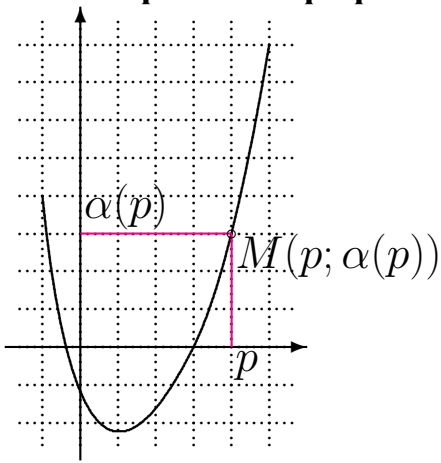

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется ее **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p, то ее ордината равна $\alpha(p)$.

Значит, график функции α — это множество точек плоскости с координатами $(p;\alpha(p))$.

Следует обратить внимание на отличительную черту построения определения — необходимость введения идентификаторов рассматриваемых объектов:

I.2 Приемы формализации понятия графика

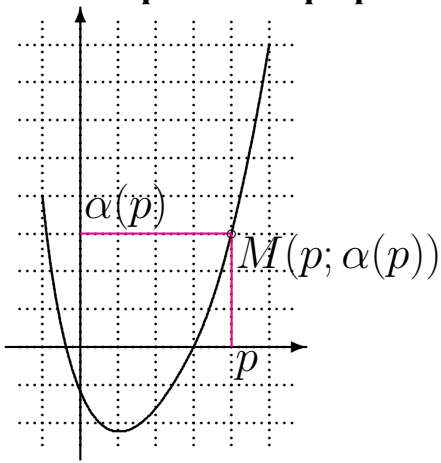

График функции α — это множество точек.

Возьмем конкретную точку M на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется ее **координатами**.

Если абсцисса точки M равна p, то ее ордината равна $\alpha(p)$.

Значит, график функции α — это множество точек плоскости с координатами $(p;\alpha(p))$.

Следует обратить внимание на отличительную черту построения определения — необходимость введения идентификаторов рассматриваемых объектов: обозначение функции (α), абсцисса (p).

Вернуться к лекции по функциям?

II. Формализация информации при решении задач

При теоретико-модельном подходе к решению задач формализация информации является важным этапом построения моделей. Можно выделить следующие компоненты формализации информации:

II. Формализация информации при решении задач

При теоретико-модельном подходе к решению задач формализация информации является важным этапом построения моделей. Можно выделить следующие компоненты формализации информации:

1. формализация цели;
2. Формализация условий;
3. Формализация процесса решения и процесса поиска решения (например, создание плана решения);
4. интерпретация результатов анализа модели (формализация информации в рамках стандартных моделей других предметных областей).

II.1. Формализация цели

Пример 1. *Производительность труда в январе оказалась выше плановой на 5 %, а в феврале снизилась на 5 % по сравнению с январской. Сравните ее с плановой.*

II.1. Формализация цели

Пример 2. *Найти прямоугольный треугольник наименьшей площади, описанный вокруг данной окружности.*

II.1. Формализация цели

Пример 3. *От какой из касательных к параболе* $y = x^2$ *точка с координатами* $(3; 0)$ *удалена на наибольшее расстояние, если эта точка лежит правее интересующей нас касательной?*

II.1. Формализация цели

Пример 4. *В треугольнике ABC проведем из вершины A отрезки до пересечения со стороной BC. Как расположены середины этих отрезков?*

Это некорректное задание допускает несколько ответов. Есть тривиальный ответ «на серединах отрезков». Более разумной является формализация вопроса, например, в виде требования «найти геометрическое место середин отрезков». Возможна и интерпретация в виде требования описать расположение этих точек относительно других фигур. В этом случае ответ может быть представлен, например, в виде описания «эти точки образуют среднюю линию треугольника ABC, параллельную стороне BC».

II.1. Формализация цели

Пример 5. *В каком виде представить ответы на вопросы:*
1) *Где находится центр окружности, проходящей через середины всех сторон треугольника ABC, если $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$?*
2) *У каких треугольников хотя бы одна из сторон из центра вписанной окружности видна под углом $120°$?*
3) *У каких окружностей имеется ровно 3 точки пересечения со сторонами равностороннего треугольника?*
4) *Как расположены равносторонние треугольники площади a^2, у которых одна вершина общая, и площадь пересечения не меньше b^2?*

II.1. Формализация цели

Пример 5. *В каком виде представить ответы на вопросы:*
1) *Где находится центр окружности, проходящей через середины всех сторон треугольника ABC, если $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$?*
2) *У каких треугольников хотя бы одна из сторон из центра вписанной окружности видна под углом* $120°$*?*

Ответ. 1) Надо указать положение центра окружности относительно вершин или сторон треугольника. Например, указать расстояния до всех сторон, указать радиус окружности и углы, которые образуют радиусы, проведенные к центрам сторон, с этими сторонами.

II.1. Формализация цели

Пример 5. *В каком виде представить ответы на вопросы:*
2) *У каких треугольников хотя бы одна из сторон из центра вписанной окружности видна под углом* $120°$*?*
3) *У каких окружностей имеется ровно 3 точки пересечения со сторонами равностороннего треугольника?*

Ответ. 2) Надо найти характеристическое свойство таких треугольников. Например, установить опустимые отношения между длинами сторон, величинами углов и др. Полный ответ подразумевает указание соответствующего критерия.

II.1. Формализация цели

Пример 5. *В каком виде представить ответы на вопросы:*
3) *У каких окружностей имеется ровно 3 точки пересечения со сторонами равностороннего треугольника?*
4) *Как расположены равносторонние треугольники площади a^2, у которых одна вершина общая, и площадь пересечения не меньше b^2?*

Ответ. 3) Окружность определяется однозначно своим радиусом и положением центра. Поэтому необходимо сформулировать условия на радиус и положение центра, которое можно описать, например, указав расстояния до вершин треугольника, до его сторон и т.д. При этом длину радиуса, видимо, удобнее всего определить отношением к длине стороны треугольника (например, радиус равен удвоенной стороне треугольника).

II.1. Формализация цели

Пример 5. *В каком виде представить ответы на вопросы:*
4) *Как расположены равносторонние треугольники площади* a^2*, у которых одна вершина общая, и площадь пересечения не меньше* b^2*?*

Ответ. 4) Ясно. что в этой задаче требуется указать *взаимное* расположение этих треугольников. Например, можно указать условия на угля между сторонами треугольников, ограничивающих пересечение этих треугольников.

II.2. Формализация условий

Пример 6. *Формализуйте понятие функции как однозначного отображения.*

II.2. Формализация условий

Пример 6. *Формализуйте понятие функции как однозначного отображения.*

Отображение p является функцией, т.е. однозначным отображением, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} x \in D(p), \\ y \in D(p) \end{cases} \Rightarrow \left(x = y \Rightarrow p(x) = p(y) \right).$$

II.2. Формализация условий

Пример 7. *Представьте в виде формулы утверждение, что* p *— единственный элемент, обладающий свойством* φ.

II.2. Формализация условий

Пример 7. *Представьте в виде формулы утверждение, что p — единственный элемент, обладающий свойством φ.*

Свойством φ обладает только элемент p тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} \varphi(p), \\ \varphi(q) \end{cases} \Rightarrow \; p = q.$$

II.3. Формализация процесса решения

Под решением можно понимать как процесс поиска ответа, так и результат этого поиска.

Можно выделить несколько типов моделей решения и моделей поиска решения. Начнем с моделей поиска решения.

II.3.1. Алгоритмическая модель поиска решения

Для многих типов задач существует известный алгоритм решения. Например, для решения линейного уравнения алгоритм состоит в ряде действий, приводящих к выделению в левой части равенства неизвестной:

$$\boxed{ax + b = 0} \mapsto \boxed{ax = -b} \mapsto \boxed{x = -b/a}.$$

Для решения квадратного уравнения применяется специальная формула. В средней школе изучаются специальные формулы для решения простейших тригонометрических уравнений.

Типовой план решения алгоритмической задачи состоит из пунктов: 1) опознать тип задачи, для которой имеется стандартный способ (алгоритм) решения; 2) действовать в соответствии соответствующим стандартным способом (алгоритмом).

II.3.2. Стратегическая модель поиска решения

Здесь мы понимаем стратегию как механизм создания планов деятельности. Одно из представлений стратегии состоит в интерпретации стратегии как системы из следующих компонент: 1) система целей; 2) система приоритетов, правил выбора целей; 3) система планов и механизмов их разработки; 4) система доступных ресурсов; 5) система контроля.

Примером является стратегия составления уравнений.

II.3.3. Эвристическая модель поиска решения

Адекватность этой модели высока в ситуации, когда решающий не может применить алгоритм решения (например, этот алгоритм ему неизвестен) или стратегию решения.

II.3.4. Модели оформления решения

Здесь речь идет о моделях оформления решения задачи. Можно выделить следующие модели:

Формально-логическая модель. В рамках этой модели целью изложения является четкое логическое изложение решения задачи, удобное для поиска возможных ошибок, демонстрации «логического мышления» и др. Как частные случаи этой модели можно рассматривать ***развернутую логическую модель***, с подробным описанием и обоснованием всех шагов и ***сокращенную, свернутую логическую модель*** (с широким использованием умолчаний, со ссылками на уже решенные задачи).

II.3.4. Модели оформления решения

Здесь речь идет о моделях оформления решения задачи. Можно выделить следующие модели:

Формально-логическая модель.

Модель с демонстрацией поиска решения. В рамках этой модели демонстрируется процесс поиска решения. Разумеется, детализация может быть различной. Как крайний случай можно рассматривать решение, состоящее из двух частей: описание процесса поиска решения и демонстрация оформленного результата, т.е. формально-логической модели решения.

III. Интерпретация результатов анализа модели

Интерпретацию результатов анализа модели можно воспринимать как формализацию этих результатов в рамках стандартных моделей других предметных областей.

III. Интерпретация результатов анализа модели

Интерпретацию результатов анализа модели можно воспринимать как формализацию этих результатов в рамках стандартных моделей других предметных областей.

Пример 8. *В результате вычислений получилось, что углы треугольника равны* 30° *и* 120°. *Как интерпретировать этот результат геометрически?*

III. Интерпретация результатов анализа модели

Интерпретацию результатов анализа модели можно воспринимать как формализацию этих результатов в рамках стандартных моделей других предметных областей.

Пример 8. *В результате вычислений получилось, что углы треугольника равны* 30° *и* 120°. *Как интерпретировать этот результат геометрически?*

Решение. В принципе, указание значений величин уже является геометрической информацией.

III. Интерпретация результатов анализа модели

Интерпретацию результатов анализа модели можно воспринимать как формализацию этих результатов в рамках стандартных моделей других предметных областей.

Пример 8. *В результате вычислений получилось, что углы треугольника равны* 30° *и* 120°. *Как интерпретировать этот результат геометрически?*

Решение. В принципе, указание значений величин уже является геометрической информацией.

Но в данном случае очевидно, что третий угол равен

$$180^\circ - 30^\circ - 120^\circ = 30^\circ \qquad .$$

Значит, в треугольнике два угла равны. Значит,

III. Интерпретация результатов анализа модели

Интерпретацию результатов анализа модели можно воспринимать как формализацию этих результатов в рамках стандартных моделей других предметных областей.

Пример 8. *В результате вычислений получилось, что углы треугольника равны* 30° *и* 120°. *Как интерпретировать этот результат геометрически?*

Решение. В принципе, указание значений величин уже является геометрической информацией.

Но в данном случае очевидно, что третий угол равен

$$180^\circ - 30^\circ - 120^\circ = 30^\circ \qquad .$$

Значит, в треугольнике два угла равны. Значит, *исходный треугольник является равнобедренным и тупоугольным*.

Спасибо за внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?