Федеральное агентство по образованию
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Элементы теории графов

Раздел **электронного учебника**
для сопровождения практического занятия

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург

2009

Пример 1 формализации графа 4

Пример 2 преобразования графа в орграф 9

Пример 3 нахождения изоморфизма графов 12

Пример 4 нахождения графа 23

Пример 5 построения регулярных графов 32

Пример 6 маршрутов в графе 37

Пример 7 двудольного графа 43

Пример 8 к доказательству теоремы Кёнига 52

Пример 9 построения и использования матрицы смежности 71

Пример 10 построения и использования матрицы инцидентности 118

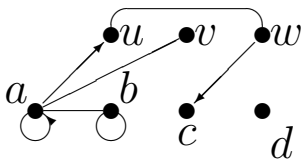
Пример 11 построения матрицы Кирхгофа 128

Пример 12 плоской укладки графа 136

Примеры задач для самостоятельного решения 143

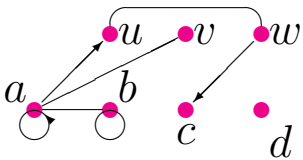
Ответы и решения 144

Пример 1. *Формализовать граф, изображенный на рисунке.*



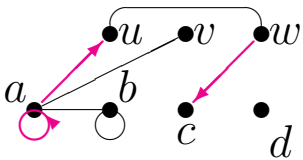
Решение.

Пример 1. *Формализовать граф, изображенный на рисунке.*



Решение. $\mathbf{V} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d};\ \mathbf{u};\ \mathbf{v};\ \mathbf{w}\}$,

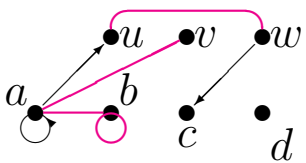
Пример 1. *Формализовать граф, изображенный на рисунке.*



Решение. $V = \{a;\ b;\ c;\ d;\ u;\ v;\ w\}$,

$\mathbf{E^o} = \{(\mathbf{a};\ \mathbf{a});\ (\mathbf{a};\ \mathbf{u});\ (\mathbf{w};\ \mathbf{c})\}$,

Пример 1. *Формализовать граф, изображенный на рисунке.*

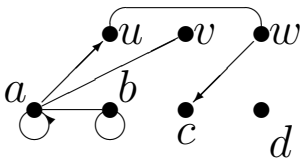


Решение. $V = \{a;\ b;\ c;\ d;\ u;\ v;\ w\}$,

$E^o = \{(a;\ a);\ (a;\ u);\ (w;\ c)\}$,

$\mathbf{E^n} = \{(\mathbf{a};\ \mathbf{v});\ (\mathbf{a};\ \mathbf{b});\ (\mathbf{b};\ \mathbf{b});\ (\mathbf{u};\ \mathbf{w})\}$.

Пример 1. *Формализовать граф, изображенный на рисунке.*



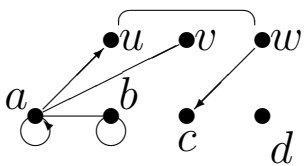
Решение. $V = \{a;\ b;\ c;\ d;\ u;\ v;\ w\}$,

$E^o = \{(a;\ a);\ (a;\ u);\ (w;\ c)\}$,

$E^n = \{(a;\ v);\ (a;\ b);\ (b;\ b);\ (u;\ w)\}$.

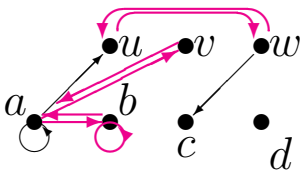
Вернуться к лекции?

Пример 2. *Преобразовать граф, изображенный на рисунке, в орграф.*



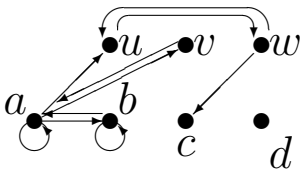
Решение. Каждое неориентированное ребро заменим на пару дуг.

Пример 2. *Преобразовать граф, изображенный на рисунке, в орграф.*



Решение. Каждое неориентированное ребро заменим на пару дуг.

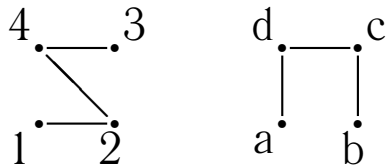
Пример 2. *Преобразовать граф, изображенный на рисунке, в орграф.*



Решение. Каждое неориентированное ребро заменим на пару дуг.

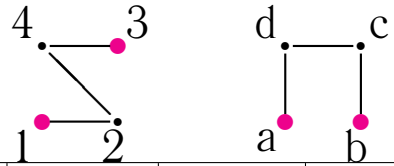
Вернуться к лекции?

Пример 3. *Покажите, что изображенные графы изоморфны.*



Решение.

Пример 3. *Покажите, что изображенные графы изоморфны.*

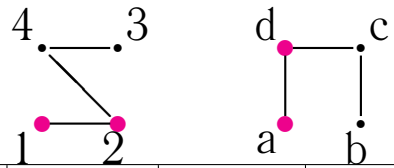


Решение.

1	2	3	4	{1; 2}	{2; 4}	{3; 4}
a		b				

В этих графах минимальную валентность имеют вершины 1 и 3 и, соответственно, a и b.

Пример 3. *Покажите, что изображенные графы изоморфны.*

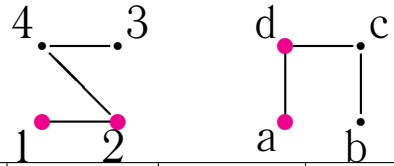


Решение.

1	2	3	4	$\{1;\ 2\}$	$\{2;\ 4\}$	$\{3;\ 4\}$
a		b		$\{a;\ d\}$		

Вершине 1 инцидентно единственное ребро $\{1;\ 2\}$, а вершине a — ребро $\{a;\ d\}$.

Пример 3. *Покажите, что изображенные графы изоморфны.*

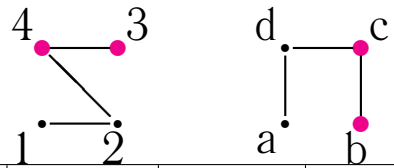


Решение.

1	2	3	4	$\{1;\ 2\}$	$\{2;\ 4\}$	$\{3;\ 4\}$
a	d	b		$\{a;\ d\}$		

Вершине 1 инцидентно единственное ребро $\{1;\ 2\}$, а вершине a — ребро $\{a;\ d\}$.

Пример 3. *Покажите, что изображенные графы изоморфны.*

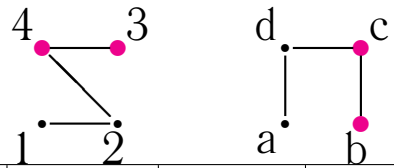


Решение.

1	2	3	4	$\{1;\ 2\}$	$\{2;\ 4\}$	$\{3;\ 4\}$
a	d	b		$\{a;\ d\}$		$\{b;\ c\}$

Вершине 3 инцидентно единственное ребро $\{3;\ 4\}$, а вершине b — ребро $\{b;\ c\}$.

Пример 3. *Покажите, что изображенные графы изоморфны.*

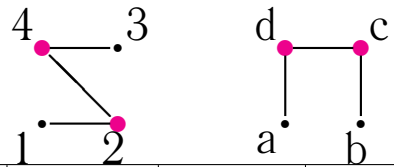


Решение.

1	2	3	4	$\{1;\ 2\}$	$\{2;\ 4\}$	$\{3;\ 4\}$
a	d	b	c	$\{a;\ d\}$		$\{b;\ c\}$

Вершине 3 инцидентно единственное ребро $\{3;\ 4\}$, а вершине b — ребро $\{b;\ c\}$.

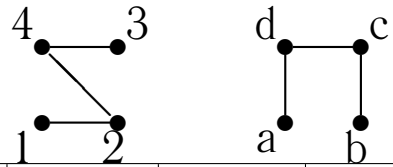
Пример 3. *Покажите, что изображенные графы изоморфны.*



Решение.

1	2	3	4	$\{1;\ 2\}$	$\{2;\ 4\}$	$\{3;\ 4\}$
a	d	b	c	$\{a;\ d\}$	$\{c;\ d\}$	$\{b;\ c\}$

Пример 3. *Покажите, что изображенные графы изоморфны.*



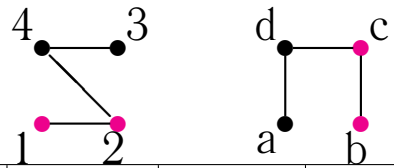
Решение.

1	2	3	4	$\{1;\ 2\}$	$\{2;\ 4\}$	$\{3;\ 4\}$
a	d	b	c	$\{a;\ d\}$	$\{c;\ d\}$	$\{b;\ c\}$

Можно иначе:

1	2	3	4	$\{1;\ 2\}$	$\{2;\ 4\}$	$\{3;\ 4\}$
b	c	a	d			

Пример 3. *Покажите, что изображенные графы изоморфны.*



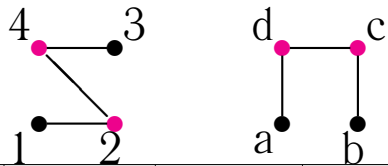
Решение.

1	2	3	4	$\{1;\ 2\}$	$\{2;\ 4\}$	$\{3;\ 4\}$
a	d	b	c	$\{a;\ d\}$	$\{c;\ d\}$	$\{b;\ c\}$

Можно иначе:

1	2	3	4	$\{1;\ 2\}$	$\{2;\ 4\}$	$\{3;\ 4\}$
b	c	a	d	$\{b;\ c\}$		

Пример 3. *Покажите, что изображенные графы изоморфны.*



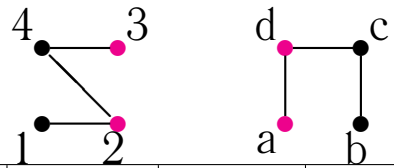
Решение.

1	2	3	4	$\{1;\ 2\}$	$\{2;\ 4\}$	$\{3;\ 4\}$
a	d	b	c	$\{a;\ d\}$	$\{c;\ d\}$	$\{b;\ c\}$

Можно иначе:

1	2	3	4	$\{1;\ 2\}$	$\{2;\ 4\}$	$\{3;\ 4\}$
b	c	a	d	$\{b;\ c\}$	$\{c;\ d\}$	

Пример 3. *Покажите, что изображенные графы изоморфны.*



Решение.

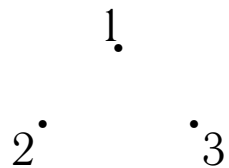
1	2	3	4	$\{1;\ 2\}$	$\{2;\ 4\}$	$\{3;\ 4\}$
a	d	b	c	$\{a;\ d\}$	$\{c;\ d\}$	$\{b;\ c\}$

Можно иначе:

1	2	3	4	$\{1;\ 2\}$	$\{2;\ 4\}$	$\{3;\ 4\}$
b	c	a	d	$\{b;\ c\}$	$\{c;\ d\}$	$\{a;\ d\}$

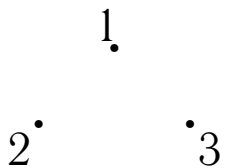
Вернуться к лекции или рассмотреть **другой пример?**

Пример 4. *Найдите все неориентированные графы на 3 вершинах с двумя ребрами.*



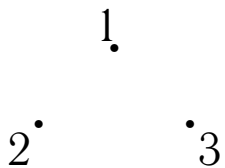
Решение.

Пример 4. *Найдите все неориентированные графы на 3 вершинах с двумя ребрами.*



Решение. Ясно, что требование задачи невыполнимо, если понимать его буквально.

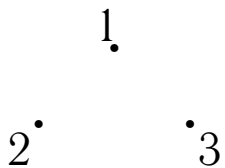
Пример 4. *Найдите все неориентированные графы на 3 вершинах с двумя ребрами.*



Решение. Ясно, что требование задачи невыполнимо, если понимать его буквально.

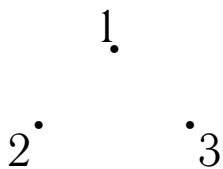
Дело в том, что совокупность графов, изоморфных данному, не образует множества!

Пример 4. *Найдите все неориентированные графы на 3 вершинах с двумя ребрами.*



Решение. Ясно, что надо найти все классы **изоморфных графов** с данным свойством.

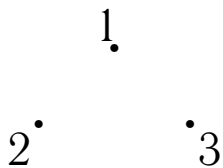
Пример 4. *Найдите все неориентированные графы на 3 вершинах с двумя ребрами.*



Решение. Ясно, что надо найти все классы **изоморфных графов** с данным свойством.

У искомого графа два ребра, поэтому сумма **валентностей** всех вершин равна $2 \times 2 = 4$.

Пример 4. *Найдите все неориентированные графы на 3 вершинах с двумя ребрами.*

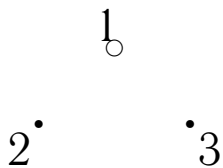


Решение. Ясно, что надо найти все классы **изоморфных графов** с данным свойством.

У искомого графа два ребра, поэтому сумма **валентностей** всех вершин равна $2 \times 2 = 4$.

Значит, хотя бы у одной вершины валентность равна 2.

Пример 4. *Найдите все неориентированные графы на 3 вершинах с двумя ребрами.*



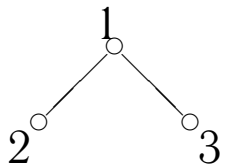
Решение. Ясно, что надо найти все классы **изоморфных графов** с данным свойством.

У искомого графа два ребра, поэтому сумма **валентностей** всех вершин равна $2 \times 2 = 4$.

Значит, хотя бы у одной вершины валентность равна 2.

Можно считать, что это вершина с номером 1.

Пример 4. *Найдите все неориентированные графы на 3 вершинах с двумя ребрами.*



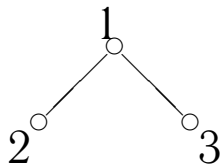
Решение. Ясно, что надо найти все классы **изоморфных графов** с данным свойством.

У искомого графа два ребра, поэтому сумма **валентностей** всех вершин равна $2 \times 2 = 4$.

Значит, хотя бы у одной вершины валентность равна 2.

Можно считать, что это вершина с номером 1.

Пример 4. *Найдите все неориентированные графы на 3 вершинах с двумя ребрами.*



Решение. Ясно, что надо найти все классы **изоморфных графов** с данным свойством.

У искомого графа два ребра, поэтому сумма **валентностей** всех вершин равна $2 \times 2 = 4$.

Значит, хотя бы у одной вершины валентность равна 2.

Можно считать, что это вершина с номером 1.

Таким образом, графы с требуемым свойством изоморфны изображенному.

Вернуться к лекции или рассмотреть **другой пример?**

Пример 5. *Найдите все* ***регулярные*** *графы* ***валентности*** *3 на 5 вершинах.*

Решение.

Пример 5. *Найдите все* ***регулярные*** *графы* ***валентности*** *3 на 5 вершинах.*

Решение. Ясно, что надо найти все классы **изоморфных графов** с данным свойством.

Пример 5. *Найдите все* ***регулярные*** *графы* ***валентности*** *3 на 5 вершинах.*

Решение. Ясно, что надо найти все классы изоморфных графов с данным свойством.

Каждое ребро имеет два конца, поэтому при добавлении или удалении ребра сумма валентностей всех вершин изменяется на четное число.

Пример 5. *Найдите все* ***регулярные*** *графы* ***валентности*** *3 на 5 вершинах.*

Решение. Ясно, что надо найти все классы изоморфных графов с данным свойством.

Каждое ребро имеет два конца, поэтому при добавлении или удалении ребра сумма валентностей всех вершин изменяется на четное число.

Следовательно, сумма валентностей всех вершин есть число четное. Но

Пример 5. *Найдите все* ***регулярные*** *графы* ***валентности*** *3 на 5 вершинах.*

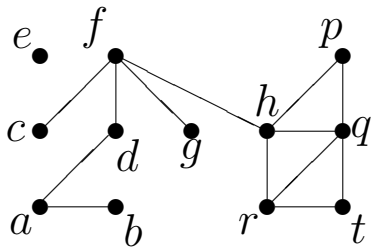
Решение. Ясно, что надо найти все классы изоморфных графов с данным свойством.

Каждое ребро имеет два конца, поэтому при добавлении или удалении ребра сумма валентностей всех вершин изменяется на четное число.

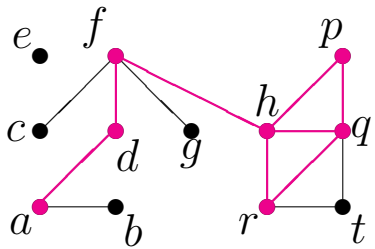
Следовательно, сумма валентностей всех вершин есть число четное. Но
$3 \cdot 5 = 15$ — нечетное число. Таких графов нет!

Вернуться к лекции?

Пример 6. *Построить маршрут с началом в вершине a и концом в вершине r.*

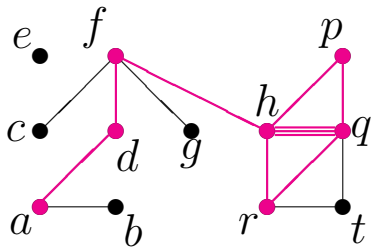


Пример 6. *Построить маршрут с началом в вершине a и концом в вершине r.*



$a\ \{a;d\}\ d\ \{d;f\}\ f\ \{f;h\}\ h\ \{h;q\}\ a\ \{q;p\}\ p\ \{p;h\}\ h\ \{h;q\}\ q\ \{q;r\}\ r.$

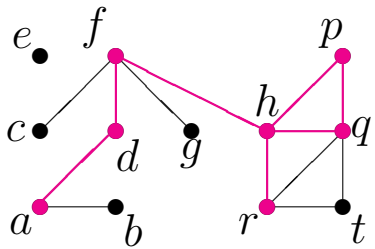
Пример 6. *Построить маршрут с началом в вершине a и концом в вершине r.*



a $\{a;d\}$ d $\{d;f\}$ f $\{f;h\}$ h $\{\mathbf{h};\mathbf{q}\}$ q $\{q;p\}$ p $\{p;h\}$ h $\{\mathbf{h};\mathbf{q}\}$ q $\{q;r\}$ r.

Этот маршрут не является **цепью**.

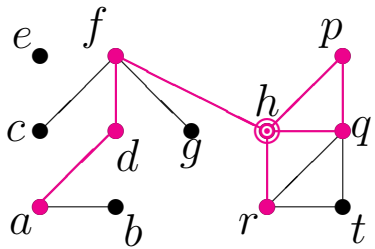
Пример 6. *Построить маршрут с началом в вершине a и концом в вершине r.*



$a\ \{a;d\}\ d\ \{d;f\}\ f\ \{f;h\}\ h\ \{h;q\}\ q\ \{q;p\}\ p\ \{p;h\}\ h\ \{h;q\}\ q\ \{q;r\}\ r.$

$a\ \{a;d\}\ d\ \{d;f\}\ f\ \{f;h\}\ h\ \{h;q\}\ q\ \{q;p\}\ p\ \{p;h\}\ h\ \{h;r\}\ r.$

Пример 6. *Построить маршрут с началом в вершине a и концом в вершине r.*

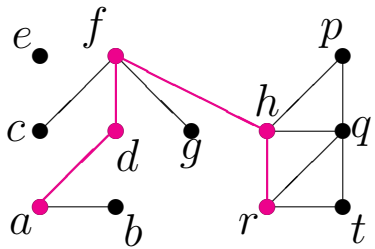


$a\ \{a;d\}\ d\ \{d;f\}\ f\ \{f;h\}\ h\ \{h;q\}\ q\ \{q;p\}\ p\ \{p;h\}\ h\ \{h;q\}\ q\ \{q;r\}\ r.$

$a\ \{a;d\}\ d\ \{d;f\}\ f\ \{f;h\}\ \mathbf{h}\ \{h;q\}\ a\ \{q;p\}\ p\ \{p;h\}\ \mathbf{h}\ \{h;r\}\ r.$

Этот маршрут является цепью, но не является **простой цепью**.

Пример 6. *Построить маршрут с началом в вершине a и концом в вершине r.*



$a\ \{a;d\}\ d\ \{d;f\}\ f\ \{f;h\}\ h\ \{h;q\}\ q\ \{q;p\}\ p\ \{p;h\}\ h\ \{h;q\}\ q\ \{q;r\}\ r.$

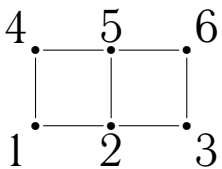
$a\ \{a;d\}\ d\ \{d;f\}\ f\ \{f;h\}\ h\ \{h;q\}\ q\ \{q;p\}\ p\ \{p;h\}\ h\ \{h;r\}\ r.$

$a\ \{a;d\}\ d\ \{d;f\}\ f\ \{f;h\}\ h\ \{h;r\}\ r.$

Этот маршрут является **простой цепью**.

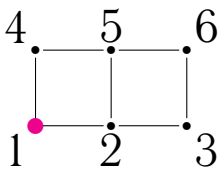
Вернуться к лекции?

Пример 7. *Выясните, является ли* ***двудольным*** *данный граф. Если да, то найдите доли.*



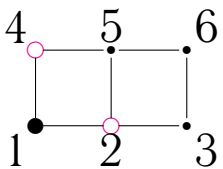
Решение.

Пример 7. *Выясните, является ли* ***двудольным*** *данный граф. Если да, то найдите доли.*



Решение. Допустим, вершина 1 принадлежит доле A.

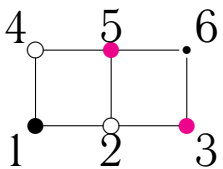
Пример 7. *Выясните, является ли* ***двудольным*** *данный граф. Если да, то найдите доли.*



Решение. Допустим, вершина 1 принадлежит доле A.

Вершины 2 и 4, находящиеся на расстоянии 1 от вершины 1, должны принадлежать доле B.

Пример 7. *Выясните, является ли* ***двудольным*** *данный граф. Если да, то найдите доли.*

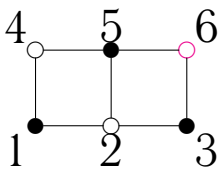


Решение. Допустим, вершина 1 принадлежит доле A.

Вершины 2 и 4, находящиеся на расстоянии 1 от вершины 1, должны принадлежать доле B.

На расстоянии 1 от вершин 2 и 4, кроме 1, находятся вершины 3 и 5, поэтому отнесем их к доле A.

Пример 7. *Выясните, является ли* ***двудольным*** *данный граф. Если да, то найдите доли.*



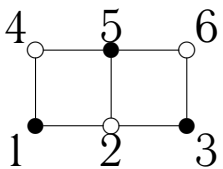
Решение. Допустим, вершина 1 принадлежит доле A.

Вершины 2 и 4, находящиеся на расстоянии 1 от вершины 1, должны принадлежать доле B.

На расстоянии 1 от вершин 2 и 4, кроме 1, находятся вершины 3 и 5, поэтому отнесем их к доле A.

Наконец, от вершин 3 и 5 находятся вершины 4, 2 и 6, поэтому вершину 6 отнесем к доле B.

Пример 7. *Выясните, является ли* ***двудольным*** *данный граф. Если да, то найдите доли.*



Решение. Допустим, вершина 1 принадлежит доле A.

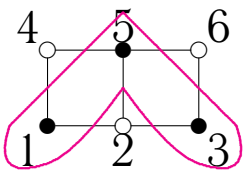
Вершины 2 и 4, находящиеся на расстоянии 1 от вершины 1, должны принадлежать доле B.

На расстоянии 1 от вершин 2 и 4, кроме 1, находятся вершины 3 и 5, поэтому отнесем их к доле A.

Наконец, от вершин 3 и 5 находятся вершины 4, 2 и 6, поэтому вершину 6 отнесем к доле B.

Итак, рассматриваемый граф является **двудольным** с долями

Пример 7. *Выясните, является ли* ***двудольным*** *данный граф. Если да, то найдите доли.*



Решение. Допустим, вершина 1 принадлежит доле A.

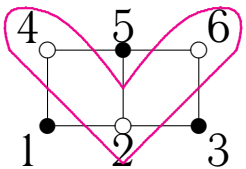
Вершины 2 и 4, находящиеся на расстоянии 1 от вершины 1, должны принадлежать доле B.

На расстоянии 1 от вершин 2 и 4, кроме 1, находятся вершины 3 и 5, поэтому отнесем их к доле A.

Наконец, от вершин 3 и 5 находятся вершины 4, 2 и 6, поэтому вершину 6 отнесем к доле B.

Итак, рассматриваемый граф является **двудольным** с долями $\{1;\ 3;\ 5\}$

Пример 7. *Выясните, является ли* ***двудольным*** *данный граф. Если да, то найдите доли.*



Решение. Допустим, вершина 1 принадлежит доле A.

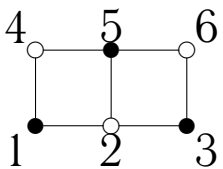
Вершины 2 и 4, находящиеся на расстоянии 1 от вершины 1, должны принадлежать доле B.

На расстоянии 1 от вершин 2 и 4, кроме 1, находятся вершины 3 и 5, поэтому отнесем их к доле A.

Наконец, от вершин 3 и 5 находятся вершины 4, 2 и 6, поэтому вершину 6 отнесем к доле B.

Итак, рассматриваемый граф является **двудольным** с долями $\{1;\ 3;\ 5\}$ и $\{2;\ 4;\ 6\}$.

Пример 7. *Выясните, является ли* ***двудольным*** *данный граф. Если да, то найдите доли.*



Решение. Допустим, вершина 1 принадлежит доле A.

Вершины 2 и 4, находящиеся на расстоянии 1 от вершины 1, должны принадлежать доле B.

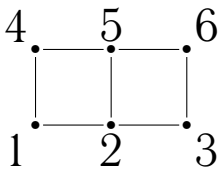
На расстоянии 1 от вершин 2 и 4, кроме 1, находятся вершины 3 и 5, поэтому отнесем их к доле A.

Наконец, от вершин 3 и 5 находятся вершины 4, 2 и 6, поэтому вершину 6 отнесем к доле B.

Итак, рассматриваемый граф является **двудольным** с долями $\{1;\ 3;\ 5\}$ и $\{2;\ 4;\ 6\}$.

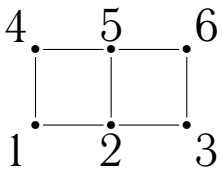
Вернуться к лекции?

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



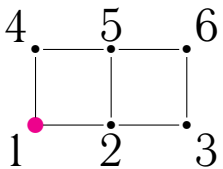
Решение.

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

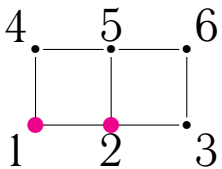
Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



Цикл 1: **1**

Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

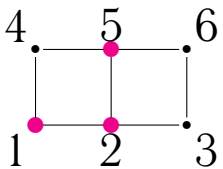
Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 {1; **2**} **2**

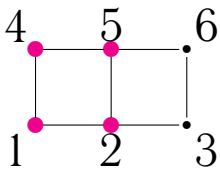
Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 {1; 2} 2 {2; **5**} **5**

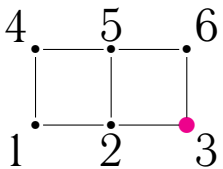
Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 {1; 2} 2 {2; 5} 5 {5; **4**} **4** {**4**; 1} 1. Длина равна 4.

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*

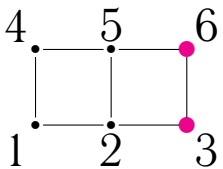


Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 $\{1;\ 2\}$ 2 $\{2;\ 5\}$ 5 $\{5;\ 4\}$ 4 $\{4;\ 1\}$ 1. Длина равна 4.

Цикл 2: **3**

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*

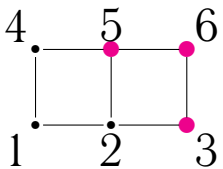


Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 {1; 2} 2 {2; 5} 5 {5; 4} 4 {4; 1} 1. Длина равна 4.

Цикл 2: 3 {3; **6**} **6**

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*

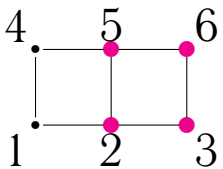


Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 {1; 2} 2 {2; 5} 5 {5; 4} 4 {4; 1} 1. Длина равна 4.

Цикл 2: 3 {3; 6} 6 {6; **5**} **5**

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*

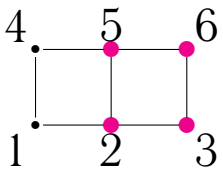


Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 {1; 2} 2 {2; 5} 5 {5; 4} 4 {4; 1} 1. Длина равна 4.

Цикл 2: 3 {3; 6} 6 {6; 5} 5 {5; **2**} **2** {**2**; 3} 3

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*

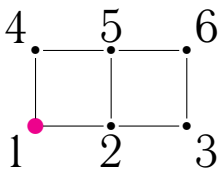


Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: $1\ \{1;\ 2\}\ 2\ \{2;\ 5\}\ 5\ \{5;\ 4\}\ 4\ \{4;\ 1\}\ 1$. Длина равна 4.

Цикл 2: $3\ \{3;\ 6\}\ 6\ \{6;\ 5\}\ 5\ \{5;\ 2\}\ 2\ \{2;\ 3\}\ 3$. Длина равна 4.

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



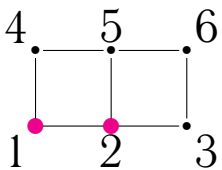
Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 {1; 2} 2 {2; 5} 5 {5; 4} 4 {4; 1} 1. Длина равна 4.

Цикл 2: 3 {3; 6} 6 {6; 5} 5 {5; 2} 2 {2; 3} 3. Длина равна 4.

Цикл 3: 1

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



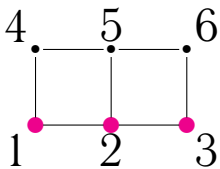
Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 {1; 2} 2 {2; 5} 5 {5; 4} 4 {4; 1} 1. Длина равна 4.

Цикл 2: 3 {3; 6} 6 {6; 5} 5 {5; 2} 2 {2; 3} 3. Длина равна 4.

Цикл 3: 1 {1; **2**} **2**

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



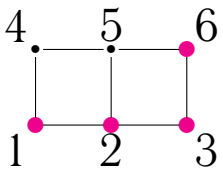
Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 {1; 2} 2 {2; 5} 5 {5; 4} 4 {4; 1} 1. Длина равна 4.

Цикл 2: 3 {3; 6} 6 {6; 5} 5 {5; 2} 2 {2; 3} 3. Длина равна 4.

Цикл 3: 1 {1; 2} 2 {2; **3**} **3**

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



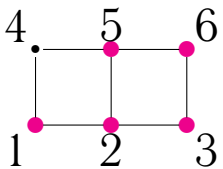
Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 {1; 2} 2 {2; 5} 5 {5; 4} 4 {4; 1} 1. Длина равна 4.

Цикл 2: 3 {3; 6} 6 {6; 5} 5 {5; 2} 2 {2; 3} 3. Длина равна 4.

Цикл 3: 1 {1; 2} 2 {2; 3} 3 {3; **6**} **6**

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



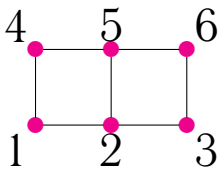
Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 {1; 2} 2 {2; 5} 5 {5; 4} 4 {4; 1} 1. Длина равна 4.

Цикл 2: 3 {3; 6} 6 {6; 5} 5 {5; 2} 2 {2; 3} 3. Длина равна 4.

Цикл 3: 1 {1; 2} 2 {2; 3} 3 {3; 6} 6 {6; **5**} **5**

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



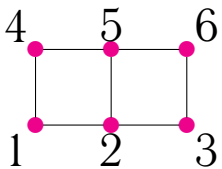
Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 {1; 2} 2 {2; 5} 5 {5; 4} 4 {4; 1} 1. Длина равна 4.

Цикл 2: 3 {3; 6} 6 {6; 5} 5 {5; 2} 2 {2; 3} 3. Длина равна 4.

Цикл 3: 1 {1; 2} 2 {2; 3} 3 {3; 6} 6 {6; 5} 5 {5; **4**} **4** {**4**; 1} 1.

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

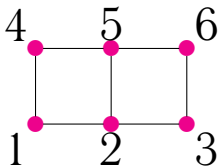
Цикл 1: 1 $\{1;\ 2\}$ 2 $\{2;\ 5\}$ 5 $\{5;\ 4\}$ 4 $\{4;\ 1\}$ 1. Длина равна 4.

Цикл 2: 3 $\{3;\ 6\}$ 6 $\{6;\ 5\}$ 5 $\{5;\ 2\}$ 2 $\{2;\ 3\}$ 3. Длина равна 4.

Цикл 3: 1 $\{1;\ 2\}$ 2 $\{2;\ 3\}$ 3 $\{3;\ 6\}$ 6 $\{6;\ 5\}$ 5 $\{5;\ 4\}$ 4 $\{4;\ 1\}$ 1. Длина цикла равна 6.

Значит, все циклы имеют четную длину. Значит, по **теореме Кёнига** этот граф является **двудольным**.

Пример 8. *Проверьте выполнение* ***теоремы Кёнига*** *для данного графа.*



Решение. Рассмотрим все «основные» циклы в этом графе.

Цикл 1: 1 {1; 2} 2 {2; 5} 5 {5; 4} 4 {4; 1} 1. Длина равна 4.

Цикл 2: 3 {3; 6} 6 {6; 5} 5 {5; 2} 2 {2; 3} 3. Длина равна 4.

Цикл 3: 1 {1; 2} 2 {2; 3} 3 {3; 6} 6 {6; 5} 5 {5; 4} 4 {4; 1} 1. Длина цикла равна 6.

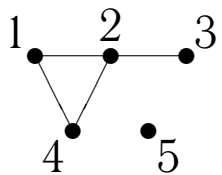
Значит, все циклы имеют четную длину. Значит, по **теореме Кёнига** этот граф является **двудольным**.

Доли графа мы нашли при решении **примера 7**.

Вернуться к лекции?

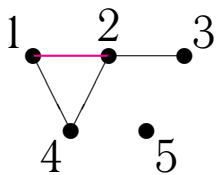
Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

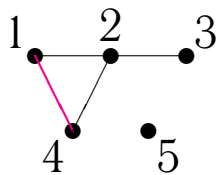
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & & & \\ \mathbf{1} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

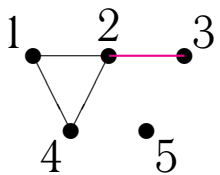
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 1 & & & & \\ 0 & & & & \\ \mathbf{1} & & & & \\ 0 & & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

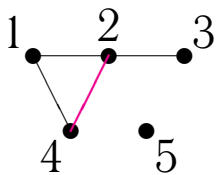
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \mathbf{1} & & \\ 0 & \mathbf{1} & & & \\ 1 & & & & \\ 0 & & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

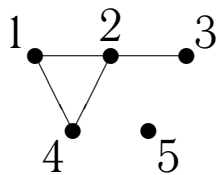
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 & & & \\ 1 & \mathbf{1} & & & \\ 0 & 0 & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

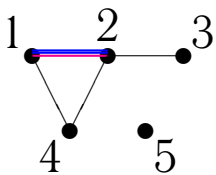
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

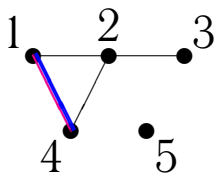
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{1} & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

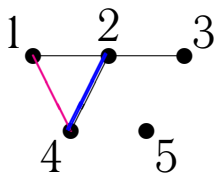
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{1} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

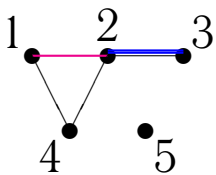
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \mathbf{1} & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

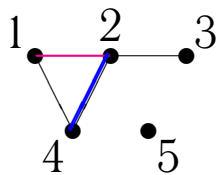
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & \mathbf{1} & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

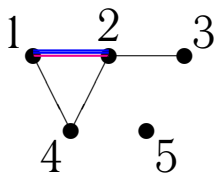
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & \mathbf{1} & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

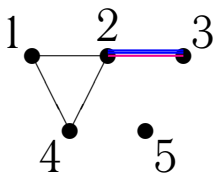
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{1} & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & & & \\ 1 & & & & \\ 1 & & & & \\ 0 & & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

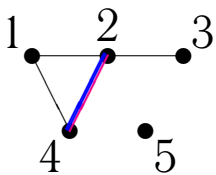
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & & & \\ 1 & & & & \\ 1 & & & & \\ 0 & & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

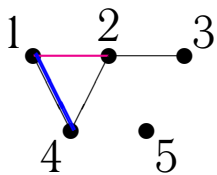
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & \mathbf{3} & & & \\ 1 & & & & \\ 1 & & & & \\ 0 & & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

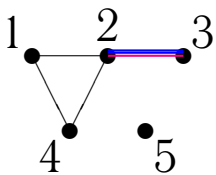
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & \mathbf{1} & \\ 1 & & & & \\ 1 & & & & \\ 0 & & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

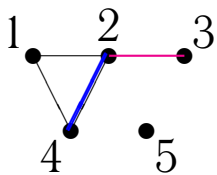
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \mathbf{1} & & \\ 1 & 1 & & & \\ 0 & 0 & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

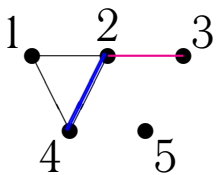
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \mathbf{1} & \\ 1 & 1 & & & \\ 0 & 0 & & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

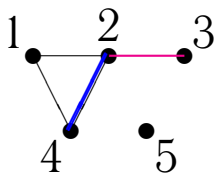
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{1} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & \\ 0 & 0 & 0 & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

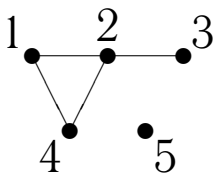
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \mathbf{2} & \\ 0 & 0 & 0 & & \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

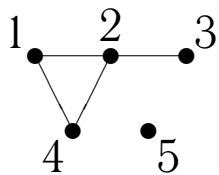
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

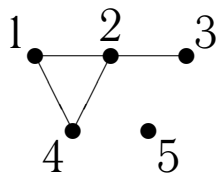
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

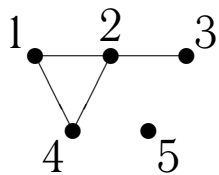
Γ_1:



$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) =$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

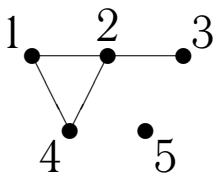
Γ_1:



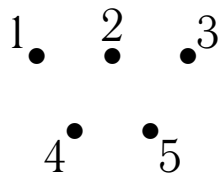
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) =$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



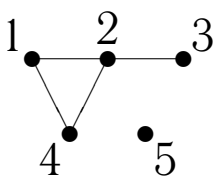
Γ_2 :



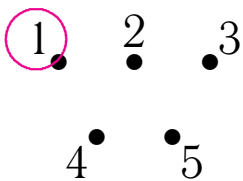
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



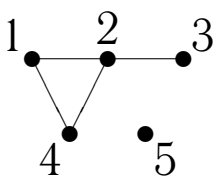
Γ_2 :



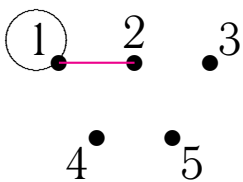
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



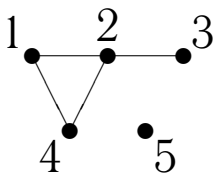
Γ_2 :



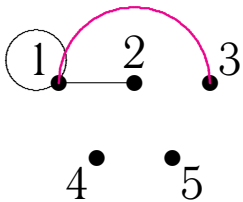
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{1} & 1 & 1 & 0 \\ \mathbf{1} & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



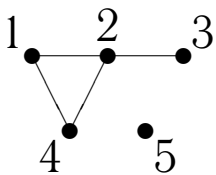
Γ_2 :



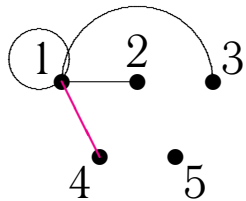
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{1} & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



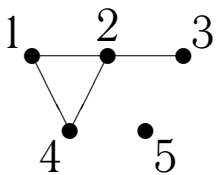
Γ_2 :



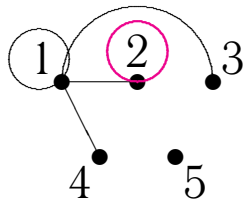
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \mathbf{1} & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



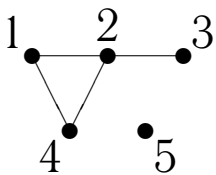
Γ_2 :



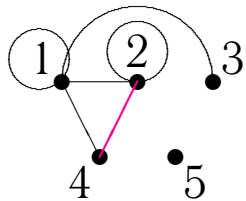
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & \mathbf{1} & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



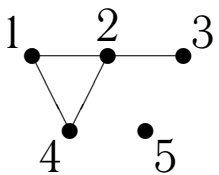
Γ_2 :



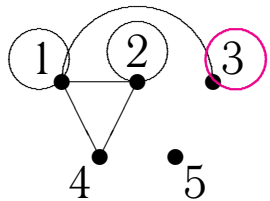
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & \mathbf{1} & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



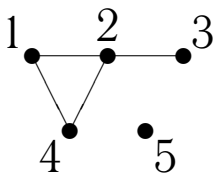
Γ_2 :



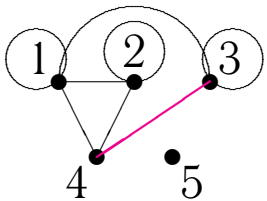
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



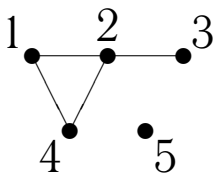
Γ_2 :



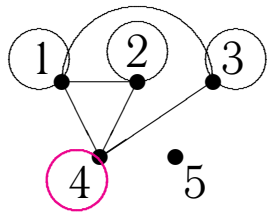
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 1 & 1 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



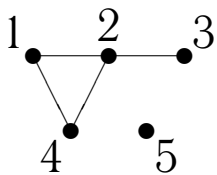
Γ_2 :



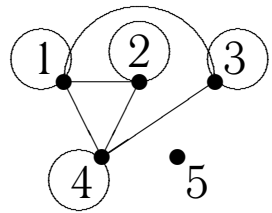
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



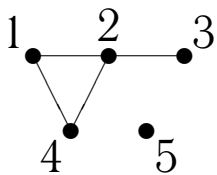
Γ_2 :



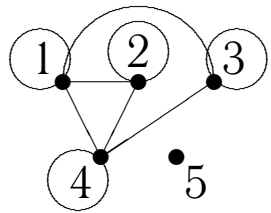
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{A}^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{A}^3 =$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



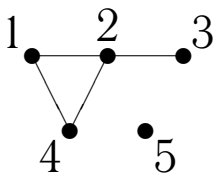
Γ_2 :



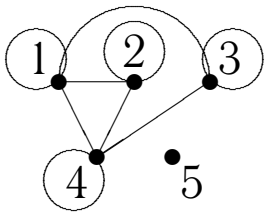
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{A}^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{A}^3 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

Γ_1:



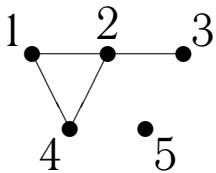
Γ_2 :



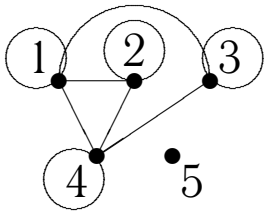
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) =$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

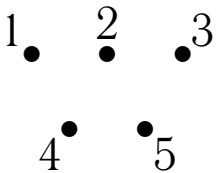
Γ_1:



Γ_2 :



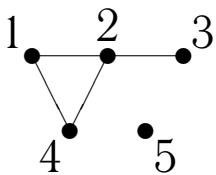
Γ_3 :



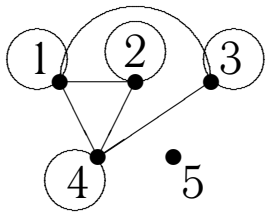
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

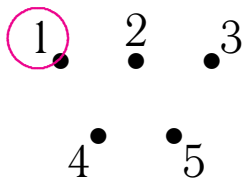
Γ_1:



Γ_2 :



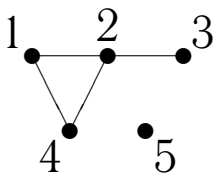
Γ_3 :



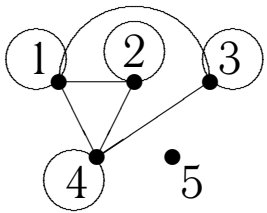
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

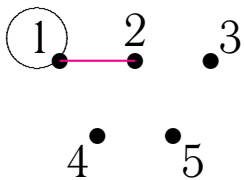
Γ_1:



Γ_2 :



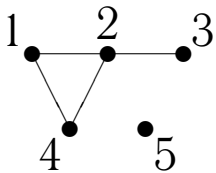
Γ_3 :



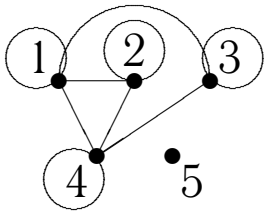
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{1} & 1 & 1 & 0 \\ \mathbf{1} & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

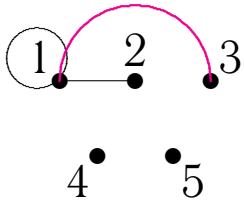
Γ_1:



Γ_2 :



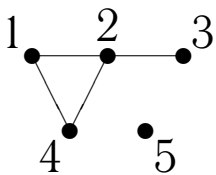
Γ_3 :



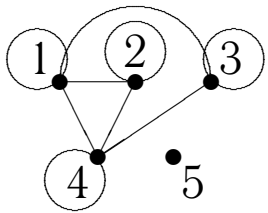
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \mathbf{1} & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

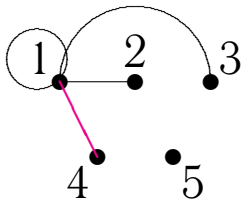
Γ_1:



Γ_2 :



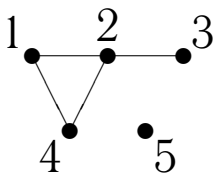
Γ_3 :



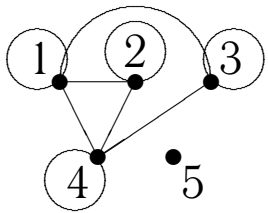
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{1} & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

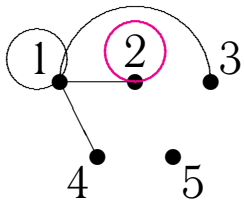
Γ_1:



Γ_2 :



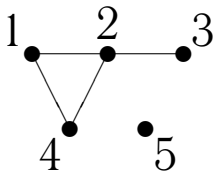
Γ_3 :



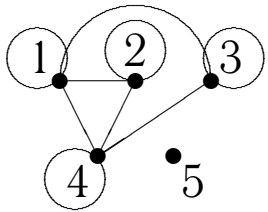
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & \mathbf{1} & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

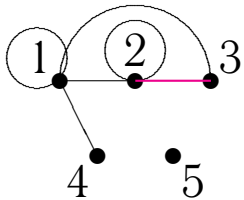
Γ_1:



Γ_2 :



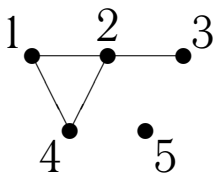
Γ_3 :



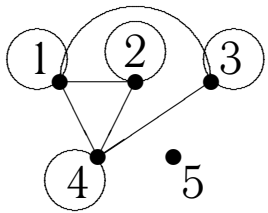
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 1 & \mathbf{1} & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

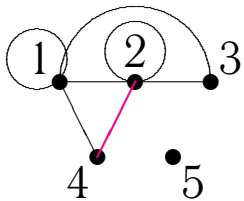
Γ_1:



Γ_2 :



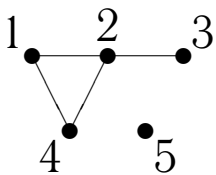
Γ_3 :



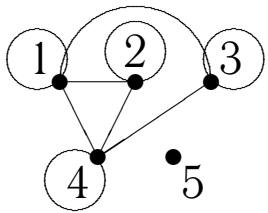
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & \mathbf{1} & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

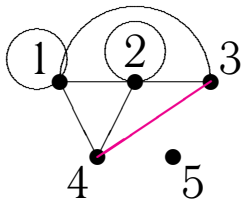
Γ_1:



Γ_2 :



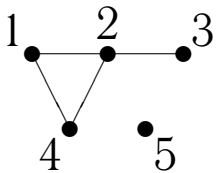
Γ_3 :



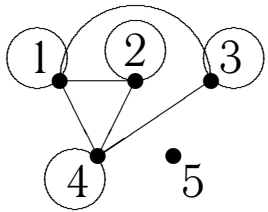
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 1 & 1 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

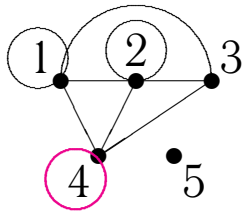
Γ_1:



Γ_2 :



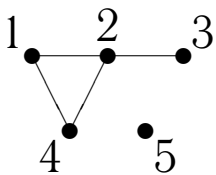
Γ_3 :



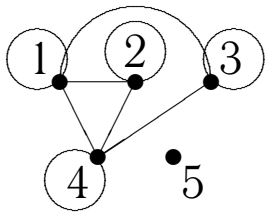
$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 9. *1) Найти* ***матрицу смежности*** $\mathbf{A}$ *графа* Γ_1.
2) В матрицах $\mathbf{A}^2$ *и* $\mathbf{A}^3$ *замените все числа, большие 1, на 2, и постройте соответствующие графы* Γ_2 *и* Γ_3.

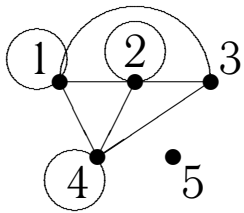
Γ_1:



Γ_2 :



Γ_3 :

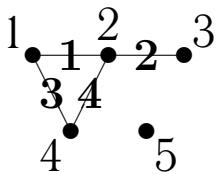


$$\mathbf{A}^2(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Вернуться к лекции?

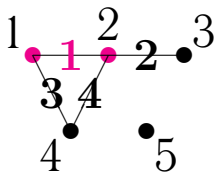
Пример 10. *Найти* ***матрицу инцидентности*** **I** *графа* Γ_1.

Γ_1:



Пример 10. *Найти* ***матрицу инцидентности*** **I** *графа* Γ_1.

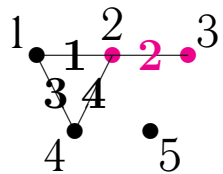
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & & & \\ \mathbf{1} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix},$$

Пример 10. *Найти* ***матрицу инцидентности*** **I** *графа* Γ_1.

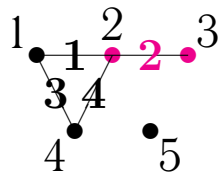
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix},$$

Пример 10. *Найти* ***матрицу инцидентности*** **I** *графа* Γ_1.

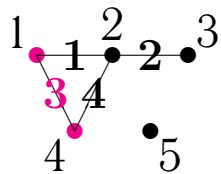
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 1 & \\ 1 & \mathbf{1} \\ 0 & \mathbf{1} \\ 0 & \\ 0 & \end{pmatrix},$$

Пример 10. *Найти* ***матрицу инцидентности*** **I** *графа* Γ_1.

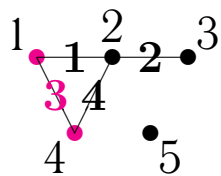
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \\ 1 & 1 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \\ 0 & 0 & \end{pmatrix},$$

Пример 10. *Найти* ***матрицу инцидентности*** **I** *графа* Γ_1.

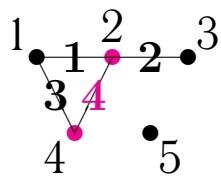
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{1} \\ 1 & 1 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & \end{pmatrix},$$

Пример 10. *Найти* ***матрицу инцидентности*** **I** *графа* Γ_1.

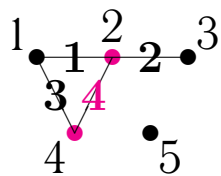
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 10. *Найти* ***матрицу инцидентности*** **I** *графа* Γ_1.

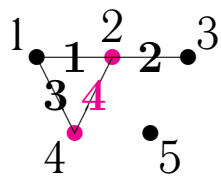
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \\ 1 & 1 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix},$$

Пример 10. *Найти* ***матрицу инцидентности*** **I** *графа* Γ_1.

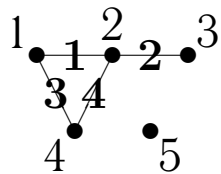
Γ_1:



$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 10. *Найти* ***матрицу инцидентности*** **I** *графа* Γ_1.

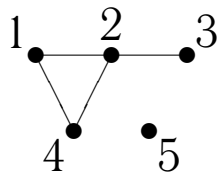
Γ_1:



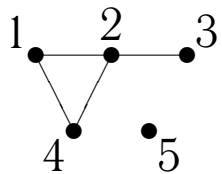
$$\mathbf{A}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}(\Gamma_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Вернуться к лекции?

Пример 11. *Найти* ***матрицу Кирхгофа*** **A** *представленного графа.*



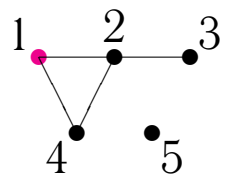
Пример 11. *Найти* ***матрицу Кирхгофа*** **A** *представленного графа.*



Мы **уже нашли матрицу смежности** **A**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

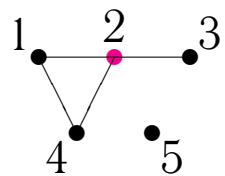
Пример 11. *Найти* ***матрицу Кирхгофа*** **A** *представленного графа.*



Мы **уже нашли матрицу смежности** **A**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}.$$

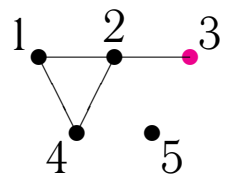
Пример 11. *Найти* ***матрицу Кирхгофа*** **A** *представленного графа.*



Мы **уже нашли матрицу смежности** **A**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & \mathbf{3} & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}.$$

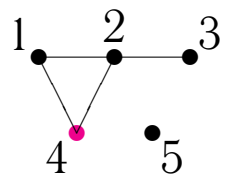
Пример 11. *Найти* ***матрицу Кирхгофа*** **A** *представленного графа.*



Мы **уже нашли матрицу смежности** **A**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & \mathbf{1} & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}.$$

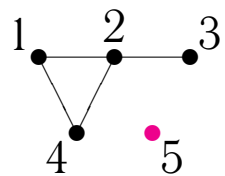
Пример 11. *Найти* ***матрицу Кирхгофа*** **A** *представленного графа.*



Мы **уже нашли матрицу смежности** **A**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & \mathbf{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}.$$

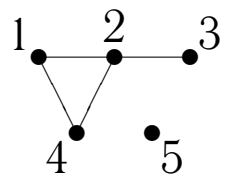
Пример 11. *Найти* ***матрицу Кирхгофа*** **A** *представленного графа.*



Мы **уже нашли матрицу смежности** **A**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

Пример 11. *Найти* ***матрицу Кирхгофа*** **A** *представленного графа.*

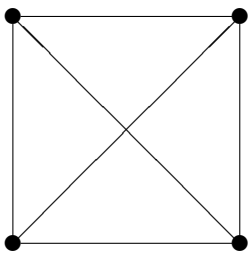


Мы **уже нашли** **матрицу смежности** **A**:

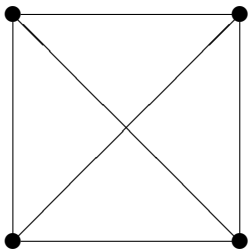
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

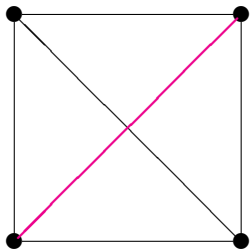
Вернуться к лекции?

Пример 12. *Выяснить, допускает ли плоскую укладку граф, изображенный на рисунке*

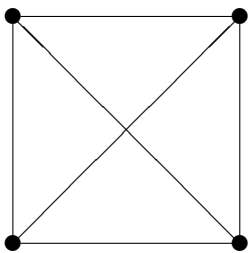


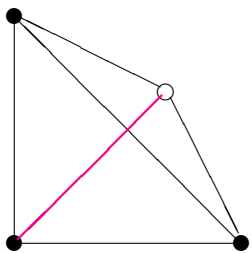
Пример 12. *Выяснить, допускает ли плоскую укладку граф, изображенный на рисунке*



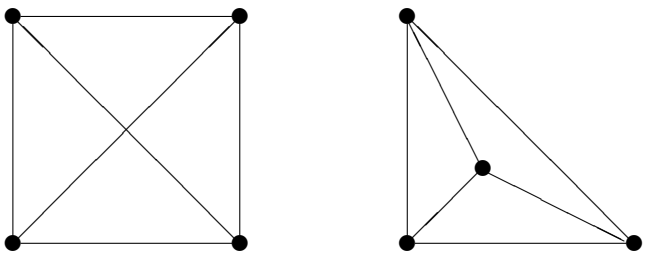


Пример 12. *Выяснить, допускает ли плоскую укладку граф, изображенный на рисунке*

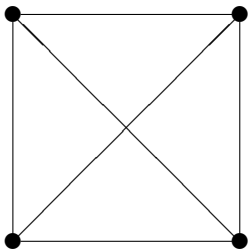


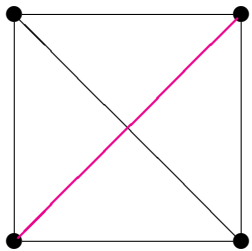


Пример 12. *Выяснить, допускает ли плоскую укладку граф, изображенный на рисунке*



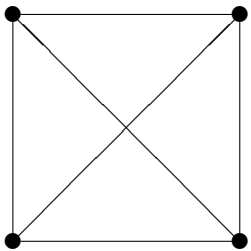
Пример 12. *Выяснить, допускает ли плоскую укладку граф, изображенный на рисунке*

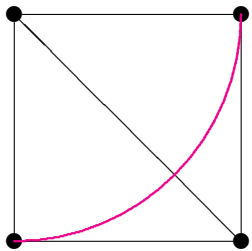




Можно иначе...

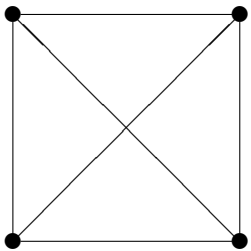
Пример 12. *Выяснить, допускает ли плоскую укладку граф, изображенный на рисунке*

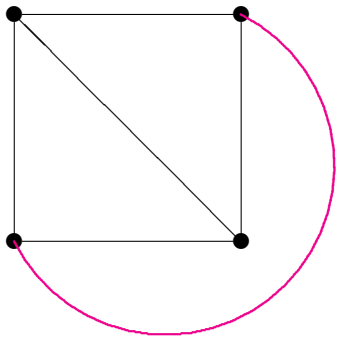




Можно иначе...

Пример 12. *Выяснить, допускает ли плоскую укладку граф, изображенный на рисунке*





Можно иначе...

Вернуться к лекции?

Задания для самостоятельного выполнения

Ответы и решения

Спасибо за внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?